VORREDE.

Obschon meine vor neun Jahren erschienene Astronomie in drey Bänden mit grösserer Güte, als ich für den Erstling meiner öffentlichen Arbeiten erwarten konnte, aufgenommen wurde, so scheint sie mir doch jetzt, als Lehrbuch dieser Wissenschaft, zu umständlich, etwas zu hoch gestellt, und überhaupt für den ersten Selbstunterricht nicht ganz angemessen. Da ich aber noch kein anderes Werk kenne, welches jenes entbehrlich machen könnte, so ist der Zweck des gegenwärtigen nicht, das erste aufzuheben, sondern vielmehr zu dem Gebrauche desselben vorzubereiten, und so jenem durch dieses leichteren Eingang und bessere Aufnahme zu verschaffen. Auch war das frühere Werk für meine eigenen sowohl, als für die Bedürfnisse meiner nächsten Umgebungen in jener Zeit berechnet: allein diese Zeiten haben sich geändert, und mit ihnen auch meine Ansichten, obschon im Allgemeinen derselbe Gang, an welchem ich nur wenig zu verbessern fand, beybehalten wurde. Beynahe jedes Blatt des vorliegenden Buches wird von diesen Änderungen Beweise liefern, und ich überlasse es denen, die beyde mit einander vergleichen

INHALT

DES ERSTEN BANDES.

EINLEITUNG.

ERSTE ABTHEILUNG.

Theoretische Astronomie.

Vorlesung I.

Eintheilung der Oberfläche des Himmels.

Vorlesung II.

Bestimmung der scheinbaren Orte der Gestirne auf der Oberfläche des Himmels.

VORLESUNGEN

ÜBER

STRONOMIE.

VON

J. J. LITTROW,

CTOR DER STERNWARTE, Ö. UND O. PROFESSOR DER ASTRONOMIE AN
K. K. UNIVERSITÄT IN WIEN, RITTER DES KAISERLICH-RUSSISCHEN
NNEN-ORDENS DER ZWEYTEN CLASSE, MITGLIED DER K. K. LANDWIRTH-
AFTS-GESELLSCHAFT IN WIEN, DER ASTRONOMISCHEN GESELLSCHAFT
LONDON, DER ACADEMIEN DER WISSENSCHAFTEN IN PRAG, PETERSBURG,
KRAKAU, PALERMO, EHREN-MITGLIED DER KAISERLICHEN UNIVERSITÄT
IN KASAN, ETC.

ERSTER THEIL.

Mit einer Kupfertafel.

WIEN, 1830.

VERLAG VON J. G. HEUBNER.

CKT
SS'S SEL. WITWE.

VORREDE.

Obschon meine vor neun Jahren erschienene Astronomie in drey Bänden mit grösserer Güte, als ich für den Erstling meiner öffentlichen Arbeiten erwarten konnte, aufgenommen wurde, so scheint sie mir doch jetzt, als Lehrbuch dieser Wissenschaft, zu umständlich, etwas zu hoch gestellt, und überhaupt für den ersten Selbstunterricht nicht ganz angemessen. Da ich aber noch kein anderes Werk kenne, welches jenes entbehrlich machen könnte, so ist der Zweck des gegenwärtigen nicht, das erste aufzuheben, sondern vielmehr zu dem Gebrauche desselben vorzubereiten, und so jenem durch dieses leichteren Eingang und bessere Aufnahme zu verschaffen. Auch war das frühere Werk für meine eigenen sowohl, als für die Bedürfnisse meiner nächsten Umgebungen in jener Zeit berechnet: allein diese Zeiten haben sich geändert, und mit ihnen auch meine Ansichten, obschon im Allgemeinen derselbe Gang, an welchem ich nur wenig zu verbessern fand, beybehalten wurde. Beynahe jedes Blatt des vorliegenden Buches wird von diesen Änderungen Beweise liefern, und ich überlasse es denen, die beyde mit einander vergleichen

Vorlesung VIII.

Berechnung der Planeten-Beobachtungen.

Fig. 2.

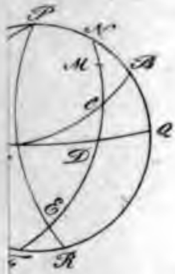


Fig. 14.

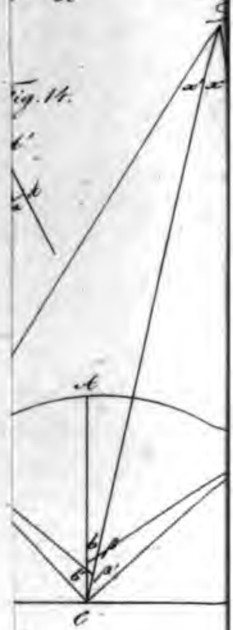


Fig. 20.

Einleitung.

der grösste Theil der in dieser Schrift enthaltenen Be-htungen auf die sphärische Trigonometrie gegründet ist, wird es nicht unzweckmässig seyn, die vorzüglichsten ichungen derselben mit einigen verwandten Ausdrücken kurz zusammen zu stellen. In dem Folgenden bezeich- A, B, C die Winkel, und α, β, γ die ihnen in dersel- Ordnung gegenüberstehenden Seiten eines Dreyeckes.

Sphärische Dreyecke.

1. *Gegeben* α, β, γ.

$$\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta-\gamma)\,\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}(\alpha+\gamma-\beta)}{\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,\gamma}},$$

$$\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+\gamma)\,\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}(\beta+\gamma-\alpha)}{\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,\gamma}}.$$

$$\mathrm{Cos}\,A = \frac{\mathrm{Cos}\,\alpha - \mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Cos}\,\gamma}{\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,\gamma}.$$

$$\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}x = \mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}(\beta+\alpha)\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}(\beta-\alpha)\,\mathrm{Cotg}\,\tfrac{1}{2}\gamma,$$

$$\mathrm{Cos}\,A = \mathrm{Cotg}\,\beta\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}(\gamma+x),$$

$$\mathrm{Cos}\,B = \mathrm{Cotg}\,\alpha\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}(\gamma-x).$$

2. Gegeben A, B, C.

$$\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{-\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B+C)\,\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}(B+C-A)}{\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Sin}\,C}},$$

$$\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)\,\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}(A+C-B)}{\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Sin}\,C}}.$$

$$\mathrm{Cos}\,\alpha = \frac{\mathrm{Cos}\,A + \mathrm{Cos}\,B\,\mathrm{Cos}\,C}{\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Sin}\,C}.$$

$$\mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}x = \mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}(B+A)\,\mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}(B-A)\,\mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}C,$$

$$\mathrm{Cos}\,\alpha = \mathrm{Cotg}\,B\,\mathrm{Cotg}\,\tfrac{1}{2}(C-x),$$

$$\mathrm{Cos}\,\beta = \mathrm{Cotg}\,A\,\mathrm{Cotg}\,\tfrac{1}{2}(C+x).$$

3. Gegeben α, β, C.

$$\operatorname{Cotg} A = \frac{\operatorname{Cotg}\alpha \operatorname{Sin}\beta - \operatorname{Cos}\beta \operatorname{Cos} C}{\operatorname{Sin} C},$$

$$\operatorname{Cotg} B = \frac{\operatorname{Cotg}\beta \operatorname{Sin}\alpha - \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Cos} C}{\operatorname{Sin} C}.$$

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(A+B) = \frac{\operatorname{Cos}\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\operatorname{Cos}\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} \operatorname{Cotg}\tfrac{1}{2} C,$$

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(A-B) = \frac{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} \operatorname{Cotg}\tfrac{1}{2} C.$$

$$\operatorname{Cos}\gamma = \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Sin}\beta \operatorname{Cos} C + \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Cos}\beta; \quad \operatorname{tg} x = \operatorname{Cos} C \operatorname{tg}$$

$$\operatorname{Cotg} A = \frac{\operatorname{Cotg} C \operatorname{Sin}(\beta - x)}{\operatorname{Sin} x}, \quad \operatorname{Cos}\gamma = \frac{\operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Cos}(\beta - x}{\operatorname{Cos} x}$$

$$\operatorname{tg} y = \frac{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} \operatorname{Cotg}\tfrac{1}{2} C.$$

$$\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}\gamma = \frac{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\operatorname{Sin}\frac{1}{2} C}{\operatorname{Cos} y} = \frac{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\operatorname{Cos}\frac{1}{2} C}{\operatorname{Sin} y},$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{Cos}\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\operatorname{Cos}\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} \operatorname{Cotg}\tfrac{1}{2} C.$$

$$\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}\gamma = \frac{\operatorname{Cos}\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\operatorname{Sin}\frac{1}{2} C}{\operatorname{Cos} z} = \frac{\operatorname{Cos}\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\operatorname{Cos}\frac{1}{2} C}{\operatorname{Sin} z}, \text{ u.}$$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Sin}\gamma \operatorname{Sin} B &= \operatorname{Sin}\beta \operatorname{Sin} C \\ \operatorname{Sin}\gamma \operatorname{Cos} B &= \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Cos}\beta - \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\beta \operatorname{Cos} C \\ \operatorname{Cos}\gamma &= \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Cos}\beta + \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Sin}\beta \operatorname{Cos} C \end{aligned}\right\}.$$

4. Gegeben A, B, γ.

$$\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C = \frac{\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(A+B)\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}\gamma}{\operatorname{Cos}y} = \frac{\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(A-B)\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}\gamma}{\operatorname{Sin}y}.$$

$$\operatorname{tg}z = \frac{\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}(A-B)}{\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}(A+B)}\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\gamma,$$

$$\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C = \frac{\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}(A-B)\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}\gamma}{\operatorname{Sin}z} = \frac{\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}(A+B)\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}\gamma}{\operatorname{Cos}z}, \text{ und}$$

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{Sin}C\operatorname{Sin}\beta &= \operatorname{Sin}B\operatorname{Sin}\gamma\\ \operatorname{Sin}C\operatorname{Cos}\beta &= \operatorname{Cos}A\operatorname{Sin}B\operatorname{Cos}\gamma + \operatorname{Sin}A\operatorname{Cos}B\\ \operatorname{Cos}C &= \operatorname{Sin}A\operatorname{Sin}B\operatorname{Cos}\gamma - \operatorname{Cos}A\operatorname{Cos}B\end{aligned}\right\}.$$

5. Gegeben α, β, A.

$$\operatorname{Sin}B = \frac{\operatorname{Sin}A\operatorname{Sin}\beta}{\operatorname{Sin}\alpha},\quad \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}C = \frac{\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)}\operatorname{Cotg}\tfrac{1}{2}(A+B),$$

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\gamma = \frac{\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(A+B)}{\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(A-B)}\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta);\quad \operatorname{tg}x = \frac{\operatorname{Cotg}A}{\operatorname{Cos}\beta},$$

$$\operatorname{Cos}(C-x) = \frac{\operatorname{tg}\beta\operatorname{Cos}x}{\operatorname{tg}\alpha},\quad \operatorname{tg}y = \operatorname{Cos}A\operatorname{tg}\beta,$$

$$\operatorname{Cos}(\gamma-y) = \frac{\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}y}{\operatorname{Cos}\beta}.$$

6. Gegeben A, B, α.

$$\operatorname{Sin}\beta = \frac{\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sin}B}{\operatorname{Sin}A},\quad \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}C = \frac{\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)}\operatorname{Cotg}\tfrac{1}{2}(A+B),$$

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\gamma = \frac{\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(A+B)}{\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(A-B)}\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta);\quad \operatorname{Cotg}x = \operatorname{Cos}\alpha\operatorname{tg}B,$$

$$\operatorname{Sin}(C-x) = \frac{\operatorname{Cos}A\operatorname{Sin}x}{\operatorname{Cos}B};\quad \operatorname{tg}y = \operatorname{Cos}B\operatorname{tg}\alpha,$$

$$\operatorname{Sin}(\gamma-y) = \frac{\operatorname{tg}B\operatorname{Sin}y}{\operatorname{tg}A}.$$

---

7. Der Fall in 3, wo zwey Seiten mit dem eingeschlossenen Winkel α, β, C gegeben sind, lässt sich auch durch folgende Gleichungen auflösen:

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(A+B)\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}\gamma &= \operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C\\ \operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}(A+B)\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}\gamma &= \operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C\\ \operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}(A-B)\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}\gamma &= \operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C\\ \operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}(A-B)\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}\gamma &= \operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C\end{aligned}\right\}$$

oder endlich durch folgende Reihen, in welchen

$$m = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\beta\operatorname{Cotg}\tfrac{1}{2}\alpha, \text{ und}$$

$$n = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\beta\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\alpha \text{ ist,}$$

$$\tfrac{1}{2}(A+B)=90^\circ-\tfrac{1}{2}C+n\,\mathrm{Sin}\,C-\frac{n^2}{2}\,\mathrm{Sin}\,2C+\frac{n^3}{3}\,\mathrm{Sin}\,3C-$$

$$\tfrac{1}{2}(A-B)=90^\circ-\tfrac{1}{2}C-m\,\mathrm{Sin}\,C-\frac{m^2}{2}\,\mathrm{Sin}\,2C-\frac{m^3}{3}\,\mathrm{Sin}\,3C-$$

oder

$$\tfrac{1}{2}(A+B)=-90^\circ+\frac{C}{2}-\frac{1}{n}\,\mathrm{Sin}\,C+\frac{1}{2n^2}\,\mathrm{Sin}\,2C-\frac{1}{3n^3}\,\mathrm{Sin}\,3C+$$

$$\tfrac{1}{2}(A-B)=-90^\circ+\frac{C}{2}+\frac{1}{m}\,\mathrm{Sin}\,C+\frac{1}{2m^2}\,\mathrm{Sin}\,2C+\frac{1}{3m^3}\,\mathrm{Sin}\,3C+$$

$$\log\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\gamma=\log\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\alpha\,\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\beta+n\,\mathrm{Cos}\,C-\frac{n^2}{2}\,\mathrm{Cos}\,2C+\frac{n^3}{3}\,\mathrm{Cos}\,3C-$$

$$\log\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\gamma=\log\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\alpha\,\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\beta-m\,\mathrm{Cos}\,C-\frac{m^2}{2}\,\mathrm{Cos}\,2C-\frac{m^3}{3}\,\mathrm{Cos}\,3C-$$

oder

$$\log\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\gamma=\log\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\alpha\,\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\beta+\frac{1}{n}\,\mathrm{Cos}\,C-\frac{1}{2n^2}\,\mathrm{Cos}\,2C+\frac{1}{3n^3}\,\mathrm{Cos}\,3C-$$

$$\log\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\gamma=\log\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\alpha\,\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\beta-\frac{1}{m}\,\mathrm{Cos}\,C-\frac{1}{2m^2}\,\mathrm{Cos}\,2C-\frac{1}{3m^3}\,\mathrm{Cos}\,3C-$$

Setzt man in diesen Ausdrücken

statt A, B, C und α, β, γ

die Grössen α, $180-\beta$, γ und A, $180-B$, C, so erhält man die ähnlichen Ausdrücke für den Fall in 4 wo zwey Winkel A, B mit der eingeschlossenen Seite gegeben sind.

---

8. Hier können noch folgende Veränderunge der sphärischen Dreyecke bemerkt werden

III. Ist B und C constant, so ist

$$\frac{d\beta}{d\gamma}=\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\gamma},\ \frac{dA}{d\beta}=\operatorname{Sin}A\operatorname{tg}\gamma,\ \frac{dA}{d\gamma}=\operatorname{Sin}A\operatorname{tg}\beta,$$

$$\frac{dA}{d\alpha}=\operatorname{Sin}\gamma\operatorname{Sin}B,\ \frac{d\alpha}{d\beta}=\frac{\operatorname{Sin}\alpha}{\operatorname{Sin}\beta\operatorname{Cos}\gamma},\ \frac{d\alpha}{d\gamma}=\frac{\operatorname{Sin}\alpha}{\operatorname{Cos}\beta\operatorname{Sin}\gamma}.$$

IV. Ist endlich A und α constant, so ist

$$\frac{d\gamma}{d\beta}=-\frac{\operatorname{Cos}C}{\operatorname{Cos}B},\ \frac{dC}{dB}=-\frac{\operatorname{Cos}\gamma}{\operatorname{Cos}\beta},\ \frac{d\gamma}{dC}=\operatorname{tg}\gamma\operatorname{Cotg}C,$$

$$\frac{d\beta}{dB}=\operatorname{tg}\beta\operatorname{Cotg}B,\ \frac{d\gamma}{dB}=-\frac{\operatorname{tg}\beta\operatorname{Cos}C}{\operatorname{Sin}B},$$

$$\frac{d\beta}{dC}=-\frac{\operatorname{Sin}\beta}{\operatorname{tg}B\operatorname{Cos}\gamma}.$$

Sphärische rechtwinkelige Dreyecke.

9. Gegeben A, β, γ wo immer A = 90° ist.

$$\operatorname{tg}B=\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{Sin}\gamma},\ \operatorname{tg}C=\frac{\operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{Sin}\beta},\ \operatorname{Cos}\alpha=\operatorname{Cos}\beta\operatorname{Cos}\gamma.$$

10. Gegeben A, α, β.

$$\operatorname{Sin}B=\frac{\operatorname{Sin}\beta}{\operatorname{Sin}\alpha},\ \operatorname{Cos}C=\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha},\ \operatorname{Cos}\gamma=\frac{\operatorname{Cos}\alpha}{\operatorname{Cos}\beta}.$$

11. Gegeben A, B, β.

$$\operatorname{Sin}\alpha=\frac{\operatorname{Sin}\beta}{\operatorname{Sin}B},\ \operatorname{Sin}\gamma=\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}B},\ \operatorname{Sin}C=\frac{\operatorname{Cos}B}{\operatorname{Cos}\beta}.$$

12. Gegeben A, C, β.

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{Cos}C},\ \operatorname{tg}\gamma=\operatorname{Sin}\beta\operatorname{tg}C,\ \operatorname{Cos}B=\operatorname{Cos}\beta\operatorname{Sin}C.$$

13. Gegeben A, B, α.

$$\operatorname{Sin}\beta=\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sin}B,\ \operatorname{tg}\gamma=\operatorname{tg}\alpha\operatorname{Cos}B,\ \operatorname{tg}C=\frac{\operatorname{Cotg}B}{\operatorname{Cos}\alpha}.$$

14. Gegeben A, B, C.

$$\operatorname{Cos}\alpha=\operatorname{Cotg}B\operatorname{Cotg}C,\ \operatorname{Cos}\beta=\frac{\operatorname{Cos}B}{\operatorname{Sin}C},\ \operatorname{Cos}\gamma=\frac{\operatorname{Cos}C}{\operatorname{Sin}B}.$$

$$\operatorname{Sin}\frac{\alpha}{2}+\operatorname{Cos}\frac{\alpha}{2}=\sqrt{1+\operatorname{Sin}\alpha},$$

$$\operatorname{Sin}\frac{\alpha}{2}-\operatorname{Cos}\frac{\alpha}{2}=\sqrt{1-\operatorname{Sin}\alpha},$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{1+\operatorname{Sin}\alpha}+\sqrt{1-\operatorname{Sin}\alpha}}{\sqrt{1+\operatorname{Sin}\alpha}-\sqrt{1-\operatorname{Sin}\alpha}}.$$

24. $$\frac{\operatorname{Cos}2\alpha}{1+\operatorname{Cos}2\alpha}=\frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{2},\qquad \frac{\operatorname{Cos}2\alpha}{1+\operatorname{Sin}2\alpha}=\operatorname{tg}(45-\alpha),$$

$$\frac{\operatorname{Cos}2\alpha}{1-\operatorname{Cos}2\alpha}=\frac{\operatorname{Cotg}^2\alpha-1}{2},\quad \frac{\operatorname{Cos}2\alpha}{1-\operatorname{Sin}2\alpha}=\operatorname{Cotg}(45-\alpha),$$

$$\frac{1\pm\operatorname{Sin}2\alpha}{1\mp\operatorname{Sin}2\alpha}=\operatorname{tg}^2(45\pm\alpha)$$

$$1+\operatorname{Sin}\alpha=2\operatorname{Sin}^2\left(45+\frac{\alpha}{2}\right)=2\operatorname{Cos}^2\left(45-\frac{\alpha}{2}\right),$$

$$1-\operatorname{Sin}\alpha=2\operatorname{Cos}^2\left(45+\frac{\alpha}{2}\right)=2\operatorname{Sin}^2\left(45-\frac{\alpha}{2}\right).$$

25. $$\operatorname{Sin}(\alpha\pm\beta)=\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Cos}\beta\pm\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Sin}\beta,$$

$$\operatorname{Cos}(\alpha\pm\beta)=\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}\beta\mp\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sin}\beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta}{1\mp\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta},$$

$$\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta=\frac{\operatorname{Sin}(\alpha\pm\beta)}{\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}\beta},\ \operatorname{Cotg}\alpha\pm\operatorname{Cotg}\beta=\frac{\operatorname{Sin}(\beta\pm\alpha)}{\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sin}\beta},$$

$$\operatorname{Cotg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta=\frac{\operatorname{Cos}(\alpha\mp\beta)}{\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Cos}\beta},$$

[redacted]

17. $\operatorname{Sin} a = \dfrac{e^{a\sqrt{-1}} - e^{-a\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$, $\operatorname{Cos} \alpha = \dfrac{e^{\alpha\sqrt{-1}} + e^{-\alpha\sqrt{-1}}}{2}$,

$e^{a\sqrt{-1}} = \operatorname{Cos} \alpha + \sqrt{-1} . \operatorname{Sin} \alpha$,

$e^{-a\sqrt{-1}} = \operatorname{Cos} \alpha - \sqrt{-1} . \operatorname{Sin} \alpha$,

wo log. nat. $e = 1$, also $e = 2 . 7182818$

und log. brig. $e = 0 . 4342945$,

$\operatorname{Sin} n a = \dfrac{(\operatorname{Cos} \alpha + \sqrt{-1} . \operatorname{Sin} \alpha)^n - (\operatorname{Cos} \alpha - \sqrt{-1} . \operatorname{Sin} \alpha)^n}{2\sqrt{-1}}$,

$\operatorname{Cos} n a = \dfrac{(\operatorname{Cos} \alpha + \sqrt{-1} . \operatorname{Sin} \alpha)^n + (\operatorname{Cos} \alpha - \sqrt{-1} . \operatorname{Sin} \alpha)^n}{2}$,

$\operatorname{Cos} n a \pm \sqrt{-1} . \operatorname{Sin} n \alpha = (\operatorname{Cos} \alpha \pm \sqrt{-1} . \operatorname{Sin} \alpha)^n$,

$a = \dfrac{1}{\sqrt{-1}} . \text{ lognat } (\operatorname{Cos} \alpha + \sqrt{-1} . \operatorname{Sin} \alpha) =$

$\dfrac{1}{2\sqrt{-1}} \text{ log nat } \left(\dfrac{1 + \sqrt{-1} . \operatorname{tg} \alpha}{1 - \sqrt{-1} . \operatorname{tg} \alpha}\right)$,

$\operatorname{Sin} (n+2) a = 2 \operatorname{Sin} (n+1) \alpha \operatorname{Cos} \alpha - \operatorname{Sin} n \alpha$,

$\operatorname{Cos} (n+2) \alpha = 2 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} (n+1) \alpha - \operatorname{Cos} n \alpha$,

18. $\operatorname{Sin} \alpha = \alpha - \dfrac{\alpha^3}{1 . 2 . 3} + \dfrac{\alpha^5}{1 . 2 .. 5} - \dfrac{\alpha^7}{1 . 2 .. 7} +$,

$\operatorname{Cos} \alpha = 1 - \dfrac{\alpha^2}{1 . 2} + \dfrac{\alpha^4}{1 . 2 . 3 . 4} - \dfrac{\alpha^6}{1 . 2 .. 6} +$,

$\operatorname{tg} \alpha = \alpha + \dfrac{\alpha^3}{3} + \dfrac{2 \alpha^5}{3 . 5} + \dfrac{17 \alpha^7}{3^2 . 5 . 7} + \dfrac{62 \alpha^9}{3^2 . 5 . 7 . 9}$,

$\operatorname{Cotg} \alpha = \dfrac{1}{\alpha} - \dfrac{\alpha}{3} - \dfrac{\alpha^3}{3^2 . 5} - \dfrac{2 \alpha^5}{3 . 5 . 7 . 9} - \dfrac{\alpha^7}{3 . 5^2 . 7 . 9} -$

$a = \operatorname{Sin} \alpha + \dfrac{1}{2 . 3} \operatorname{Sin}^3 \alpha + \dfrac{1 . 3}{2 . 4 . 5} \operatorname{Sin}^5 \alpha +$

$+ \dfrac{1 . 3 . 5}{2 . 4 . 6 . 7} \operatorname{Sin}^7 \alpha + \dfrac{1 . 3 . 5 . 7}{2 . 4 . 6 . 8 . 9} \operatorname{Sin}^9 \alpha +$,

$a = 90^\circ - \operatorname{Cos} \alpha - \dfrac{1}{2 . 3} \operatorname{Cos}^3 \alpha - \dfrac{1 . 3}{2 . 4 . 5} \operatorname{Cos}^5 \alpha -$

$- \dfrac{1 . 3 . 5}{2 . 4 . 6 . 7} \operatorname{Cos}^7 \alpha -$,

$a = \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \alpha + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 \alpha - \frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 \alpha +$.

19. $\operatorname{Sin}^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \operatorname{Cos} 2 \alpha)$,

$\operatorname{Sin}^3 \alpha = \frac{1}{4} (3 \operatorname{Sin} \alpha - \operatorname{Sin} 3 \alpha)$,

$\operatorname{Sin}^4 \alpha = \frac{1}{8} (3 - 4 \operatorname{Cos} 2 \alpha + \operatorname{Cos} 4 \alpha)$,

ERSTE ABTI[illegible]NG.

Theoretische [illegible]omie.

Vorlesung. I.

Eintheilung der Oberfläche des Himmels.

1. §. Der Himmel erscheint uns als eine hohle Kugelfläche, auf welcher wir die Gegenstände, die er uns darbiethet, zu betrachten glauben. Die Richtung der Schwere auf unserer Erde in dem Orte des Beobachters trifft, verlängert, jene Kugelfläche in zwey Puncten, deren oberer, uns sichtbarer, das Zenith, und deren unterer, uns unsichtbarer, das Nadir des Beobachters heisst. Die Kreise, durch deren Mittelpuncte jene Richtung unter rechten Winkeln geht, sind Almicantarat, und unter diesen der, welcher durch den Beobachter geht, der scheinbare, und der, welcher durch den Mittelpunct der Erde geht, der wahre Horizont.

2. §. Die tägliche Bewegung der Himmelskörper geht in unter einander parallelen Kreisen vor sich, deren sämmtliche Mittelpuncte in einer geraden Linie, der Weltaxe, liegen. Die zwey Puncte, in welchen diese Axe die Fläche des Himmels trifft, sind die Weltpole, und zwar der in unseren Gegenden sichtbare, der nördliche, und der entgegengesetzte, uns unsichtbare, der südliche Pol. Unter diesen Parallelkreisen ist der von den beyden Polen gleichweit abstehende der Äquator, der den Himmel in 2 gleiche Theile, die nördliche und die südliche Hemisphäre, theilt.

Der Durchschnitt des Äquators mit dem wahren Horizonte, auf der Seite, wo die Gestirne in ihrer täglichen Bewegung sich über den Horizont erheben, heisst Ost oder Morgen, und der diesem entgegengesetzte Durchschnitt beyder Kreise West oder Abend. Auf- oder Untergang bezeichnet den Augenblick, in welchem ein Gestirn auf der Ost- oder Westseite durch den Horizont geht, und die Entfernung des auf- oder untergehenden Gestirns vom Ost- oder Westpuncte, im Horizonte gezählt, heisst des Gestirns Morgen- oder Abendweite.

3. §. Der grösste Kreis durch die Weltpole und du das Zenith oder Nadir eines Beobachtungsortes ist der Meridian dieses Ortes. Der Augenblick des Durchganges ei Gestirns durch den Meridian ist die Culmination Gestirns. Der Durchschnitt der Ebene des Meridians mit d wahren Horizonte ist die Mittagslinie. Ihr Endpunc der südlichen Hemisphäre heisst Süd oder Mittag, der entgegengesetzte Nord oder Mitternacht.

Grösste Kreise durch die Weltpole und ein Ges sind dieses Gestirns Declinations- oder Abweichungs-, oder auch Stundenkreise. Grösste Kr durch das Zenith und ein Gestirn sind dieses Gestirns Hen- oder Scheitelkreise. Die ersteren stehen also dem Äquator, die anderen auf dem Horizont senkrecht. Winkel am Weltpole zwischen dem Meridian und dem clinationskreise eines Gestirns ist dieses Gestirns Stunwinkel, und der Winkel am Zenith zwischen dem Mdian und dem Scheitelkreise eines Gestirns ist dieses stirns Azimut. Beyde, Stundenwinkel und Azimut, den in der Richtung der täglichen Bewegung des Him von Süd nach West, bis 360 Grade gezählt.

Der Theil des Declinationskreises, der zwischen Gestirn und dem Äquator enthalten ist, heisst des Ge Declination oder Abweichung, und der Theil de clinationskreises, welcher zwischen dem Gestirn und Nordpole enthalten ist, die Poldistanz des Gestirns. Theil des Scheitelkreises zwischen dem Gestirn und dem rizonte ist die Höhe, und zwischen dem Gestirn und Zenith die Zenithdistanz des Gestirns. Steht das stirn unter dem Äquator, so ist seine Declination süd oder negativ, und steht es unter dem Horizonte, so ist se Höhe negativ.

4. §. Unter den Körpern des Himmels dringt sich de Beobachter vor allen die Sonne auf. Man bemerkte se früh, dass sie nebst der täglichen Bewegung von Ost na West, die sie mit allen übrigen Gestirnen gemein hat, noc in einer eigenen Bewegung von West nach Ost in einer Kreise fortzurücken scheint, welcher den Äquator in zwe einander gegenüberstehenden Puncten schneidet. Diese

ik-*Poldistanz* des Gestirns. Die Durchschnitts-
der Ecliptik mit dem Äquator sind die *Äquinoc-*
ncte oder die Puncte der *Nachtgleichen*, deren
von welchem die Sonne sich in die nördliche Hemi-
erhebt, der *Frühlingspunct*, und der entge-
etzte der *Herbstpunct* heisst. Der Bogen des Äqua-
wischen dem Frühlingspuncte und dem Declinations-
s eines Gestirns ist des Gestirns *Rectascension*;
der Bogen der Ecliptik zwischen dem Frühlingspuncte
dem Breitenkreise eines Gestirns ist des Gestirns *Län-*
Rectascension und Länge wird in einer der täglichen
gung des Himmels entgegengesetzten Richtung, also
Süd nach Ost bis 360 Grade gezählt. Ist das Gestirn
der Ecliptik oder auf der Seite des Südpols der Eclip-
so ist die Breite desselben südlich oder negativ.
Der Parallelkreis durch den Nord- und Südpol der Eclip-
der nördliche und südliche *Polarkreis*. Der Pa-
reis, der in der nördlichen und südlichen Hemisphäre
weit von dem Äquator absteht, als die Polarkreise
Weltpolen des Äquators, heisst der nördliche und
Wendekreis. Der Declinationskreis durch die
tialpuncte ist der *Colur der Nachtgleichen*,
von diesen um 90 Grade in Länge oder Rectascen-

3. §. Der grösste Kreis durch die Weltpole und dur das Zenith oder Nadir eines Beobachtungsortes ist der *M ridian* dieses Ortes. Der Augenblick des Durchganges ein Gestirns durch den Meridian ist die *Culmination* d Gestirns. Der Durchschnitt der Ebene des Meridians mit de wahren Horizonte ist die *Mittagslinie*. Ihr Endpunct der südlichen Hemisphäre heisst *Süd* oder *Mittag*, u der entgegengesetzte *Nord* oder *Mitternacht*.

Grösste Kreise durch die Weltpole und ein Gesti sind dieses Gestirns *Declinations-* oder *Abwe chungs-*, oder auch *Stundenkreise*. Grösste Krei durch das Zenith und ein Gestirn sind dieses Gestirns *H hen-* oder *Scheitelkreise*. Die ersteren stehen also a dem Äquator, die anderen auf dem Horizont senkrecht. D Winkel am Weltpole zwischen dem Meridian und dem D clinationskreise eines Gestirns ist dieses Gestirns *Stunde winkel*, und der Winkel am Zenith zwischen dem Me dian und dem Scheitelkreise eines Gestirns ist dieses G stirns *Azimut*. Beyde, Stundenwinkel und Azimut, we den in der Richtung der täglichen Bewegung des Himmel von Süd nach West, bis 360 Grade gezählt.

Der Theil des Declinationskreises, der zwischen de Gestirn und dem Äquator enthalten ist, heisst des Gestir *Declination* oder *Abweichung*, und der Theil des De clinationskreises, welcher zwischen dem Gestirn und de Nordpole enthalten ist, die *Poldistanz* des Gestirns. De Theil des Scheitelkreises zwischen dem Gestirn und dem Ho rizonte ist die *Höhe*, und zwischen dem Gestirn und de Zenith die *Zenithdistanz* des Gestirns. Steht das Ge stirn unter dem Äquator, so ist seine Declination südlic oder negativ, und steht es unter dem Horizonte, so ist sein Höhe negativ.

4. §. Unter den Körpern des Himmels dringt sich dem Beobachter vor allen die *Sonne* auf. Man bemerkte sehr früh, dass sie nebst der täglichen Bewegung von Ost nach West, die sie mit allen übrigen Gestirnen gemein hat, noch in einer *eigenen* Bewegung von West nach Ost in einem Kreise fortzurücken scheint, welcher den Äquator in zwey einander gegenüberstehenden Puncten schneidet. Dieser

er Ecliptik mit dem Äquator sind die ...
cte oder die Puncte der Nachtgle...
n welchem die Sonne sich in die nör...
hebt, der Frühlingspunct, und ...
te der Herbstpunct ... der Bogen ...
chen dem Frühlingspuncte und dem D...
nes Gestirns ist des Gestirns Rectas...
Bogen der Ecliptik zwischen dem Frühlin...
n *Breitenkreise* eines Gestirns ist des Gestir...
ascension und Länge wird in einer der ...
g des Himmels entgegengesetzten Richtun...
nach Ost bis 360 Grade gezählt. Ist das ...
Ecliptik oder auf der Seite des Südpols de...
t die Breite desselben südlich oder negati...
Parallelkreis durch den Nord- und Südpol ...
r nördliche und südliche Polarkreis ...
, der in der nördlichen und südlichen H...
reit von dem Äquator absteht, als die ...
Weltpolen des Äquators, heisst der nör...
Wendekreis. Der Declinationskreis ...
alpuncte ist der Colur der Nach...
on diesen um 90 Grade in Länge oder ...
nte Declinationskreis ist der Colur ...

... unsern Standpunct
... oder Nord verändern;
... ne Welt; aus dem Scha
... ernissen; aus unmittelba
... und endlich aus der Analogie
... skörpern. (Pop. Astr. I. p.
... scheint uns, wegen der I
... nden Himmels, in dem Mi
... zu seyn, und mit dem Him
... Kugel zu bilden, daher auch
... ten Kreise des Himmels dort,
... che der Erde schneiden, ähnli
... mit denselben Nahmen des Horizo
... u. f. bezeichnet, und zum Untersch
... schen genannt werden.

... so wenig werden wir uns bey der Unte
... ob die tägliche Bewegung des Himmels
Ost gen West um die ruhende Erde eine wahre Bewegu
desselben oder nur ein Schein ist, der durch die tägliche R
tation der Erde von West gen Ost um ihre Axe entsteht, w
che von der oben erwähnten Weltaxe gleichsam nur ein Th
ist. In den blossen äussern Erscheinungen dieser Bewegu
liegt nichts, was uns zu der Annahme der einen oder d
andern dieser beyden Hypothesen vorzugsweise bestimm
könnte; vielmehr hängt diese Wahl, so lange wir bloss b

bare Bewegung der Flecken auf ihrer Oberfläche eine
Rotation um ihre Axe verrathen. Die Einwendungen,
nan gegen diese Bewegung der Erde um ihre Axe in
Zeiten gemacht hat, verdienen jetzt weder eine Wi-
ng, noch selbst eine Erwähnung. (Pop. Astr. I. p. 103.)
7. Ganz eben so werden wir endlich auch mit der drit-
r oben erwähnten Erscheinungen, mit der jährlichen
gung der Sonne von West nach Ost in einem Kreise
aren, in dessen Mittelpunct die Erde ruhen soll. Diese
heinung wird offenbar dieselbe seyn, wenn auch die Son-
aben, und dafür die Erde in der Peripherie jenes Krei-
der Ecliptik, jährlich einmahl von West nach Ost um
dem Mittelpuncte dieses Kreises stehende Sonne sich
gen sollte. Die beynahe ungeheure Grösse der Sonne ge-
ie Erde macht die letzte Voraussetzung sehr wahrschein-
und die durch diese Annahme erhaltene Vereinfachung
übrigen, sonst so verwickelten Phänomene unseres Son-
stems, so wie die Analogie mit mehreren andern uns
Himmelskörpern, die sich ebenfalls um die Sonne be-
, und endlich die bald zu erklärenden Erscheinungen
erration des Lichtes lassen über die Richtigkeit dieser
setzung keinen Zweifel mehr übrig. (P. Astr. I. 122.)
rhaupt die Überzeugung von der täglichen Bewegung
le um ihre Axe, und von der jährlichen Bewegung

in einer Beziehung verwandten Gestirne, die durch die sichtbare Bewegung der Flecken auf ihrer Oberfläche eine he Rotation um ihre Axe verrathen. Die Einwendungen, die man gegen diese Bewegung der Erde um ihre Axe in ren Zeiten gemacht hat, verdienen jetzt weder eine Wigung, noch selbst eine Erwähnung. (Pop. Astr. I. p. 103.)

§. 7. Ganz eben so werden wir endlich auch mit der dritter oben erwähnten Erscheinungen, mit der jährlichen regung der Sonne von West nach Ost in einem Kreise führen, in dessen Mittelpunct die Erde ruhen soll. Diese scheinung wird offenbar dieselbe seyn, wenn auch die Sonruhen, und dafür die Erde in der Peripherie jenes Kreiser Ecliptik, jährlich einmahl von West nach Ost um in dem Mittelpuncte dieses Kreises stehende Sonne sich egen sollte. Die beynahe ungeheure Grösse der Sonne gedie Erde macht die letzte Voraussetzung sehr wahrscheinund die durch diese Annahme erhaltene Vereinfachung übrigen, sonst so verwickelten Phänomene unseres Sonystems, so wie die Analogie mit mehreren andern uns Himmelskörpern, die sich ebenfalls um die Sonne ben, und endlich die bald zu erklärenden Erscheinungen berration des Lichtes lassen über die Richtigkeit dieser ussetzung keinen Zweifel mehr übrig. (P. Astr. I. 122.)

Verfahren, welches wohl in die Geschichte, aber nicht das System der Wissenschaft gehört.

8. §. Ehe wir aber die mannigfaltigen Verbindungen, welche die Gestirne mit den verschiedenen oben erwähnten Kreisen eingehen, näher betrachten, wollen wir die vorzüglichsten derselben, zur leichtern Übersicht, sinnlich darzustellen suchen.

Sey also (fig. 1.) Z der obere Pol des Horizonts HA... oder das Zenith; N der obere Pol des Äquators AOQ oder der Weltpol; L der obere Pol der Ecliptik POE; ferner ... A und H Süd, West und Nord, und HZR der Meridian des Ortes der Erde, dessen Zenith in Z ist. Zieht man durch einen Stern S die grössten Kreise ZSa, NSb, LSc nach der Ordnung durch die Pole Z, N und L, also in derselben Ordnung senkrecht auf HR, AQ und EP, so ist

Sa die Höhe des Gestirns,
SZ die Zenithdistanz,
Sb die Declination,
SN die Poldistanz in Beziehung auf den Äquator,
Sc die Breite,
SL die Poldistanz in Beziehung auf die Ecliptik,
ONb oder Ob die Rectascension od. gerade Aufsteigung,
OLc oder Oc die Länge,
RZa oder Ra das Azimut und
ENB oder Qb der Stundenwinkel des Sterns.

Endlich ist O der Frühlings-Nachtgleichenpunct; der Kreis durch N und O der Colur der Nachtgleichen; HN die Höhe des Weltpoles über dem Horizonte oder die Polhöhe des Ortes der Erde, dessen Zenith in Z ist, und der Winkel QOE, unter welchem die Ebene der Ecliptik und des Äquators gegen einander geneigt sind, die Schiefe der Ecliptik.

Zur grösseren Bequemlichkeit wollen wir von den vorhergehenden Grössen noch folgende Bezeichnungen einführen, die wir auch im Folgenden, wenn nicht das Gegentheil ausdrücklich bemerkt wird, beybehalten.

Rectascension $Ob = a$

Poldistanz in Beziehung auf den Äquator $SN = p$,

Declination $Sb = 90 - p = \delta$,

Länge O c = λ,
Poldistanz in Beziehung auf die Ecliptik S L = π,
Breite S c = 90 − π = β,
Stundenwinkel Q b = s,
Zenithdistanz S Z = z,
Azimut R a = ω,
Polhöhe H N = φ und deren Complement, die Äquatorhöhe N Z = Q R = ψ,
Schiefe der Ecliptik E O Q = e.

9. §. Oft ist es vortheilhafter, statt der durch diese verschiedenen grössten Kreise unmittelbar gebildeten Dreyecke, diejenigen zu betrachten, welche von den Polen dieser Kreise gebildet werden.

Bezeichnet man die grössten Kreise A ♈ Q, ♈ C B und ♈ D N (fig. 2) in derselben Ordnung durch (I), (II) und (III), und sind P, L und G die Pole derselben, so wird man zuerst bestimmen, wie das Polardreyeck P L G von dem gegebenen Dreyecke ♈ D C abhängt.

Da P, L, G die Pole der drey erwähnten Kreise sind, so steht P R auf A Q senkrecht, und die Winkel von P R, A Q und ♈ B mit A P Q, so wie die Bogen ♈ P = ♈ B = ♈ Q, sind gleich 90 Graden. Eben so steht

die Fortsetzung von L P senkrecht auf (I) und (II)
G P - - - (I) und (III)
G L - - - (II) und (III).

Aus derselben Ursache sind in den folgenden Dreyecken die genannten Winkel und die ihnen gegenüberstehenden Seiten gleich 90 Graden, nämlich:

in dem Dreyecke ♈ L P die Winkel L und P
D G P - - - G und P
C G L - - - G und L.

Eben so sind endlich folgende Bogen gleich 90 Graden, nämlich der Bogen

♈ D fortgesetzt bis zu dem Durchschnitte der L P mit (I)
♈ B - - - - - - - - L P mit (II)
B - - - - - - - - GL mit (II)
N - - - - - - - - GL mit (III)
Q - - - - - - - - GP mit (I)
N - - - - - - - - GP mit (III)

I. Nennt man daher in dem Dreyecke ♈CD die Winkel

$D ♈ C = A$, $♈ CD = B$, $♈ DC = C$

und die ihnen entgegenstehenden Seiten

$CD = \alpha$, $♈ D = \beta$, $♈ C = \gamma$;

so folgt sofort aus dem Vorhergehenden, dass in dem Polardreyecke GLP die Winkel

$LGP = \alpha$, $LPG = \beta$, $GLP = 180 - \gamma$,

und die ihnen gegenüberstehenden Seiten

$LP = A$, $GL = B$, $GP = 180 - C$ sind.

Man nennt aber

A die Neigung der Ebenen (I) . (II),
B - - - - (II).(III),
180 — C - - - - (I) .(III),

und eben so

α die Distanz des Knotens der Ebenen (II).(III) von dem Knoten der Ebenen (I).(III),

β die Distanz des Knotens der Ebenen (I) . (II) von dem Knoten der Ebenen (I).(III),

γ die Distanz des Knotens der Ebenen (I) . (II) von dem Knoten der Ebenen (II).(III),

und die Auflösung des Dreyecks ♈CD oder GLP zeigt wie diese Grössen A, B, C und α, β, γ von einander abhängen.

II. Nennt man überdiess

(1) die Ebene des grössten Kreises A ♈ Q = (I),
(2) - - - - - P ♈ R,
(3) - - - - - PQR,

und bezeichnet man durch

A' die Neigung der Ebene III gegen (3),
B' - - - - III - (2),
C' - - - - III - (1),

und durch

α' die Distanz des Knotens der Ebenen (III).(II) von dem Knoten der Ebenen (III).(3),

β' die Distanz des Knotens der Ebenen (III).(II) von dem Knoten der Ebenen (III).(2),

γ' die Distanz des Knotens der Ebenen (III). (II) von dem Knoten der Ebenen (III).(1),

so ist $CNB = A'$ und $\alpha C = \alpha'$, men, und dadurch die Abhängigkeit der Grössen A, und α', β', γ' von den in I. betrachteten Grössen A, B, α, β, γ angeben können. Wir werden auf diese Beziehung in der Folge wieder zurückkommen.

Vorlesung II.

Bestimmung der scheinbaren Orte der Gestirne auf der Oberfläche des Himmels.

1. §. Da alle bisher betrachteten Kreise des Himmels, Almicantarat und Parallelkreise ausgenommen, sogenannte grösste Kreise, d. h. solche sind, deren Mittelpunct zugleich jener der Kugelfläche des Himmels oder der Erde, also auch, wegen der Kleinheit der Erde gegen die Ausdehnung des Weltraumes, das Auge des Beobachters ist, so bilden diese Kreise unter einander sphärische Dreyecke. Die Verbindungen dieser Dreyecke geben zu verschiedenen Problemen Veranlassung, von denen wir hier die vorzüglichsten näher betrachten wollen.

2. §. Stellen wir uns ein Instrument vor, welches aus zwey eingetheilten Kreisen, einem vertikalen und einem horizontalen besteht. Wir werden unten dieses und ähnliche Instrumente und den Gebrauch derselben näher kennen lernen. Bringt man die Ebene des vertikalen Kreises in die Gesichtslinie des Gestirns, und kennt man auf dem horizontalen Kreise den Punct desselben, welcher dem Meridian des Beobachters entspricht, so wird man mit diesem Instrumente die Zenithdistanz Z und das Azimut ω des Gestirns beobachten können. Bringt man aber den vertikalen Kreis selbst in die Ebene des Meridians, so wird man dadurch die Zeit des Durchganges der Gestirne durch den Meridian, oder die Zeit ihrer Culmination beobachten, und diese Zeiten mit denen einer Uhr vergleichen können.

3. §. Ist dieses Gestirn die Sonne, so wird man dadurch jeden Tag die Uhrzeit des Mittags haben, und so den Stand und Gang der Uhr für alle Mittage, also auch, wenn die Uhr gleichförmig geht, für jeden zwischen diesen Mittagen liegenden Augenblick erhalten, oder man wird, da dadurch die

Abweichung der Uhr von der Sonnenzeit bekannt ist, diese wahre Sonnenzeit durch die Uhr selbst, wenn man ihre Correction berücksichtiget, erhalten. Um dieses sogleich durch ein Beyspiel deutlich zu machen, nehmen wir an, dass man durch die erwähnten Beobachtungen erhalten habe:

Uhrzeit der Culmination der Sonne.

Tag I	- - -	0^h	3'	15",
II	- - -	0	3	27,
III	- - -	0	3	39,
IV	- - -	0	3	51,

und dass man an dem zweyten Tage Abends um $4^h\,21'\,37''$ Uhrzeit eine andere Beobachtung gemacht habe, deren wahre Sonnenzeit man sucht. Die Uhr gab an dem Mittage des zweyten Tages 3' 27" zu viel, oder ihre Correction gegen wahre Zeit war in diesem Augenblicke gleich — 3' 27". Da ferner die Uhr in jedem Sonnentage, d. h. in der Uhrzeit von $24^h\,0'\,12''$ um 12" accelerirt, und da die zweyte Beobachtung um $4^h\,18'\,10''$ Uhrzeit nach dem zweyten Mittage angestellt wurde, so hat man

$$24^h\,0'\,12'' : 12'' = 4^h\,18'\,10'' : x'' \text{ oder}$$

$$24^h : 12'' = 4^h\,18'\,10'' - x'' : x''$$

$$\text{oder } x = 2''\,15.$$

Die Acceleration der Uhr zur Zeit der zweyten Beobachtung war also $3'\,27'' + 2''.\,15 = 3'\,29''\,15$, und man hat daher

$$\begin{array}{lr} \text{Uhrzeit der Beobachtung} & 4^h\,21'\,37'' \\ \text{Correction der Uhr} & -\ 3\,29\,.\,15 \\ \hline \text{Wahre Sonnenzeit der Beobachtung} & 4^h\,18'\,7''.85 \end{array}$$

Man sieht, dass diese wahre Sonnenzeit der Beobachtung nichts anderes, als der Stundenwinkel der Sonne in dem Augenblicke der Beobachtung ist.

4. §. Will man aber die Uhr nicht nach der Sonne, sondern, was in der That bequemer ist, nach den Fixsternen reguliren, so wird man, da die Zeit zwischen zwey nächsten Culminationen eines Sterns um nahe 3' 56" kürzer ist, als die Zeit zwischan zwey nächsten Culminationen der Sonne, welche letzte in dieser Zeit durch ihre eigene Bewegung um nahe einen Grad gegen Osten vorrückt, und daher später in den Meridian tritt — so wird man das Pendel der

...schen zwey nä...
... nahe 24 Stunden zei...
... dass sie nahe $0^h\ 0'$...
...ch den Meridian ge...
...: gehen, und man wi...
...en gegen Sternzeit für...
...an aus den Beobachtung...
...n jeden Tag die Culminati...
...te. Man bemerkt auch hi...
...rnzeit einer Beobachtung" ...
...spunctes in dem Augenblicke d...
... wird. Wir werden unten sehe...
...masse, Sonnenzeit und Sternze...
...gkeit bestimmen, und wie m...
...nung jede dieser Zeiten in die a...
... Hier ist es genug, die Möglichk...
...gt, und die Art, wie sie vorgenom...
...nen angedeutet zu haben.

... Polhöhe φ eines Ortes, die Zenithd...
... ω eines Gestirns für eine gegebe...
...bachtung bekannt: man suche den Stu...
... Poldistanz p und die Rectascension...
...be Zeit.

... Gestirn, so hat man in dem sphär...
... N Z S.

... $= \psi$, $ZS = z$, $NS = p$ und
... $NZS = 180 - \omega$.

... daher nach den bekannten Vorschriften d...

Noch haben wir keine Rücksicht auf die absolute Zeit Beobachtung genommen, die uns, wie wir sogleich sewerden, zur Bestimmung der dritten unbekannten Grösse nen wird.

Ist nämlich $t = EO = ENO$ die bekannte Sternzeit Beobachtung, so hat man, wie man leicht sieht,

$$t = a + s,$$

da s bereits aus dem Vorhergehenden bekannt ist, so man die Rectascension a des Sterns durch die Gleig

$$a = t - s.$$

Weniger einfach wird dieser letzte Theil der Auflösung, statt der Sternzeit t, die Sonnenzeit T der Beobachtung en wäre. Nennt man nämlich, analog mit dem Vorhernden, S den Stundenwinkel und A die Rectascension Sonne, so ist, da die Gleichung $t = a + s$ für alle Gestirgilt, auch für die Sonne.

$$t = A + S,$$

o auch, wenn man beyde Werthe von t einander gleich setzt,

$$a + s = A + S.$$

Da aber, nach dem Vorhergehenden, der Stundenwinkel r Sonne mit der Sonnenzeit T der Beobachtung gleichbeend ist, so findet man die Rectascension des Gestirns aus ender Gleichung

$$a = A + T - s.$$

Man sieht daraus, dass man, wenn, statt der Sternzeit, Sonnenzeit der Beobachtung gegeben ist, auch noch die ctascension A der Sonne für dieselbe Zeit kennen muss, um Rectascension a des beobachteten Sterns zu finden. Wie n aber die Grösse A für jeden gegebenen Augenblick finn kann, werden wir weiter unten sehen.

I. Bey allen Aufgaben der praktischen Astronomie ist es er nicht genug, die Aufgabe selbst nur überhaupt aufget zu haben, sondern man muss auch zugleich die Verhältnisse angeben, unter welchen diese Auflösung für die wendung günstig oder nachtheilig ist. Da nämlich in unm Falle die gegebene Grösse φ, z und ω des Problemes aus Beobachtungen abgeleitet sind, und Beobachtungen, wie Menschenwerke, auch wenn sie mit den vollkommensten Instrumenten und mit der grössten Vorsicht an... stellt werden, doch immer noch, wenigstens kleinen F... lern, unterworfen sind, so müssen alle die Fälle sorgfäl... vermieden werden, in welchen diese Fehler einen vorzü... lich schädlichen Einfluss auf die gesuchten Grössen haben.

Um daher zu finden, welchen Einfluss die Fehler d... dz, $d\omega$ der als bekannt vorausgesetzten Grössen φ, z, ... auf die gesuchte Grösse s und p haben, wird man die vo... hergehenden Gleichungen in Beziehung auf diese Grösse ... ferentiiren, wodurch man erhält (Einl. §. 8)

$$dp = dz \operatorname{Cos} \nu - d\omega \operatorname{Sin} \nu \operatorname{Sin} z - d\varphi \operatorname{Cos} s,$$

$$ds \operatorname{Sin} p = dz \operatorname{Sin} \nu + d\omega \operatorname{Cos} \nu \operatorname{Sin} z + d\varphi \operatorname{Sin} s \operatorname{Cos} ...$$

wo ν der Winkel ZSN des Vertikalkreises mit dem D... clinationskreise ist.

Man findet diesen Winkel ν durch folgende Ausdrüc...

$$\operatorname{Sin} \nu = \frac{\operatorname{Sin} s \operatorname{Cos} \varphi}{\operatorname{Sin} z} = \frac{\operatorname{Sin} \omega \operatorname{Cos} \varphi}{\operatorname{Sin} p}$$

$$\operatorname{Cos} \nu = \frac{\operatorname{Sin} \varphi - \operatorname{Cos} p \operatorname{Cos} z}{\operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} z}$$

oder auch durch

$$\operatorname{tg} m = \operatorname{Cos} s \operatorname{Cotg} \varphi \qquad \operatorname{tg} \nu = \frac{\operatorname{Sin} m \operatorname{tg} s}{\operatorname{Sin}(p-m)}$$

$$\operatorname{tg} n = \operatorname{Cos} \omega \operatorname{Cotg} \varphi \qquad \operatorname{tg} \nu = \frac{\operatorname{Sin} n \operatorname{tg} \omega}{\operatorname{Sin}(z+n)}$$

Diese Grösse ν ist für Sterne, die auf der Südseite d... Zeniths culminiren, immer kleiner als 90°, und im dritt... und vierten Quadranten von s ist für sie ν negativ. Für die a... der Nordseite des Zeniths culminirende, oder für die Circu... polarsterne aber ist ν ebenfalls im dritten und vierten Qu... dranten von s negativ, und überdiess im ersten und vierten Qu... dranten zwischen 90° und 180°, so wie im zweyten und dritt... Quadranten von s zwischen 0° und 90°. Man sieht aus dies... Gleichungen z. B. dass, wenn das Gestirn nahe am Meridi... also s nahe an 0 oder 180° ist, ein Fehler $d\varphi$ der Polhöhe d... grössten Einfluss auf p und den kleinsten auf s hat; dass ... überhaupt desto schwerer mit Genauigkeit zu bestimmen se... wird, je kleiner die Poldistanz p ist u. s. w.

II. Wollte man, umgekehrt, aus den Grössen φ s u...

die Grössen z und ω suchen, so hätte man die mit den vorhergehenden analogen Gleichungen

$$\mathrm{Sin}\,\omega\,\mathrm{Sin}\,z = \mathrm{Sin}\,s\,\mathrm{Sin}\,p,$$
$$\mathrm{Cos}\,\omega\,\mathrm{Sin}\,z = \mathrm{Cos}\,s\,\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Sin}\,\varphi - \mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Cos}\,\varphi,$$
$$\mathrm{Cos}\,z = \mathrm{Cos}\,s\,\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,\varphi + \mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Sin}\,\varphi,$$

und wenn man sie differentiirt

$$dz = ds\,\mathrm{Sin}\,\nu\,\mathrm{Sin}\,p + dp\,\mathrm{Cos}\,\nu + d\varphi\,\mathrm{Cos}\,\omega,$$
$$d\omega.\mathrm{Sin}\,z = ds\,\mathrm{Cos}\,\nu\,\mathrm{Sin}\,p - dp\,\mathrm{Sin}\,\nu - d\varphi\,\mathrm{Sin}\,\omega\,\mathrm{Cos}\,z.$$

Ex.: Sey $s = 30^\circ$, $p = 100^\circ$ und $\varphi = 50^\circ$ so ist

$$z = 65^\circ\,28'\,7''.2,\ \omega = 32^\circ\,46'\,10''\,3 \text{ und}$$
$$\nu = 20^\circ\,41'\,17''.7.$$

6 §. Probl. Aus der Rectascension a und der Poldistanz p eines Gestirns nebst der Schiefe der Ecliptik e, die Länge λ und die Poldistanz π desselben in Beziehung auf die Ecliptik finden.

Diese Aufgabe reducirt sich auf die Auflösung des sphärischen Dreyecks NSL (fig. 1), wo N der Pol des Äquators, L der Pol der Ecliptik und S das Gestirn ist. — Wir wollen daher zuerst die allgemeine Bezeichnung dieses Dreyecks festsetzen.

Was die Seiten desselben betrifft, so ist offenbar $NL = e$, $NS = p$ und $LS = \pi$. Allein die Winkel SNL und SLN fordern eine nähere Betrachtung.

Wenn man den Bogen LN über N hinaus fortführt, so wird er zugleich senkrecht auf die Ecliptik OE und auf den Äquator OQ stehen, und diese beyden Kreise in den zwey Puncten schneiden, die beyde von dem Durchschnittspuncte O dieser Kreise selbst um 90 Grade entfernt sind. Daraus folgt, dass, wenn man die Bogen LO und NO zieht, der Winkel OLN sowohl, als auch der Winkel LNO ebenfalls 90 Grade beträgt. — Ist also das Gestirn S im ersten Quadranten der Länge oder Rectascension, so ist $Oc = OLc = \lambda$, also auch $SLN = 90 - \lambda$; und eben so ist $Ob = ONB = a$, also auch $SNL = 90 + a$

Wenn aber S in andern Quadraten der Länge oder der Rectascension liegt, scheinen die Winkel SLN und SNL auch andere Bezeichnungen zu erhalten.

Ist z. B. der Stern S′ (fig. 3) im zweyten Quadranten der Länge oder der Rectascension, so hat man

me . ONS = a . also
st ..iranten ist eben s
le ..nd O N S = a,
v
l. : O L S‴ = λ, also
..nd O N S″ = a″, also

..glichen Bogen L S und
.. der festen Linie L N :
.. jenen Verwandlungen suc
.. das sphärische Dreyeck L
dass man, der nothwendi
..rens wegen, diejenigen Se:
N S, die man in dem ersten Q
.. durch alle übrigen Quadranten b
.. That immer dasselbe Dr
..n also, z. B. als der Stern S im
.. in der fig. 3 bezeichneten i
.. so werden diese bezeichneten S
.. dritten Quadranten die äusser
N S und L N S″ werden, und nur
.. wieder, so wie in dem ersten,
..eyecks L N S‴ seyn. — Es gibt nä
.. Puncten auf einer Kugelfläche imm
andern nicht zu erwähnen, nämli

$\Gamma = \lambda - 90$ uud dessen Supplement $360 + 90 - \lambda$ oder
ich $90 - \lambda$, weil zwey Winkel, die nur um $360°$ ver-
den sind, als identisch betrachtet werden. Eben so ist
$LNS' = 360 - a - 90$ das Supplement $90 + a$. Im drit-
Quadranten erhält man eben so für die wahren Werthe der
kel NLS'' und LNS'' die Ausdrücke $90 - \lambda$ und 90
Im vierten Quadranten endlich wurde oben gefunden
$\Gamma = 360 + 90 - \lambda$, das heisst $90 - \lambda$ und $LNS''' = 90$
$- 360$, oder, wenn man zu diesem Ausdrucke 360 ad-
, wodurch der Winkel selbst nicht geändert wird, LNS'''
$90 + a$.

Wir haben daher allgemein, in welchem Quadranten
Länge oder der Rectascension sich auch der Stern befin-
mag,

r den Winkel an L . . . . $SLN = 90 - \lambda$, und
r den Winkel an N . . . . $SNL = 90 + a$.

Nachdem so die Bezeichnung für das Dreyeck LNS
festgesetzt ist, erhält man sofort durch die bekannten
ücke der sphärischen Trigonometrie für die Auflösung
r Aufgabe die Gleichungen (Einl. §. 3)

$\mathrm{Cos}\,\lambda\,\mathrm{Sin}\,\pi = \mathrm{Cos}\,a\,\mathrm{Sin}\,p$,

$\mathrm{Sin}\,\lambda\,\mathrm{Sin}\,\pi = \mathrm{Sin}\,a\,\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,e + \mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Sin}\,e$,

$\mathrm{Cos}\,\pi = -\mathrm{Sin}\,a\,\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Sin}\,e + \mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Cos}\,e$.

$OLS' = \lambda$, also $NLS' = \lambda - 90$ und $ONS' = a$, also $LNS' = 360 - a - 90$. Im dritten Quadranten ist eben s $OLS'' = \lambda$, also $NLS'' = \lambda - 90$ und $ONS'' = a$,

$$LNS'' = 360 - a - 90,$$

und endlich im vierten Quadranten $OLS''' = \lambda$, also $NLS''' = 360 + 90 - \lambda = 90 - \lambda$ und $ONS''' = a'''$, als $LNS''' = 90 + a - 360$.

Allein, wenn man die beweglichen Bogen LS und um die Endpuncte L und N der festen Linie LN drehen lässt, und die verschiedenen Verwandlungen su welche durch diese Drehung das sphärische Dreyeck L annimmt, so ist offenbar, dass man, der nothwend Gleichförmigkeit des Verfahrens wegen, diejenigen Se der beyden Bogen LN und NS, die man in dem ersten Q dranten gewählt hat, auch durch alle übrigen Quadranten b behalten müsse, um in der That immer dasselbe D eck zu betrachten. Hat man also, z. B. als der Stern S im sten Quadranten war, die in der fig. 3 bezeichneten neren Seiten gewählt, so werden diese bezeichneten ten für den zweyten und dritten Quadranten die äusse Seiten der Dreyecke LNS' und LNS'' werden, und nu dem vierten werden sie wieder, so wie in dem ersten, inneren Seiten des Dreyecks LNS''' seyn. — Es gibt nä lich zwischen je drey Puncten auf einer Kugelfläche imn zwey Dreyecke, der andern nicht zu erwähnen, näml erstens das Dreyeck, welches man gewöhnlich zu betrach pflegt, und zweytens jenes, dessen Fläche die Fläche ersten zur ganzen Kugelfläche ergänzt, und welches letzt man das Supplementardreyeck nennen könnte. Beyde Dre ecke haben zwar ganz dieselben Seiten, aber die Winkel d einen sind die Ergänzungen der Winkel des andern zu vi rechten Winkeln. Die sämmtlichen bekannten Ausdrücke d sphärischen Trigonometrie bleiben aber, selbst in Beziehu auf ihre Zeichen, ganz dieselben, wenn man auch in de selben die Seiten $\alpha\,\beta\,\gamma$ des Dreyecks unverändert lässt, un dafür die Winkel A, B, C desselben in $360 - A$, $360 - B$, $360 - C$ übergehen lässt, so dass also alle jene Formeln ebe so gut für das gewöhnlich betrachtete, als für das Supple mentardreyeck gehören.

zugleich zeigt, in welchem Quadranten die Grössen λ und
nommen werden müssen, da κ nie grösser als 180° seyn .

II. Um zu untersuchen, welchen Einfluss Fehler
p und e auf die daraus bestimmten Werthe von λ und :
ben, wird man durch die Differentiation der vorhergehe
Gleichungen erhalten

$$d\kappa = dp \operatorname{Cos}\eta + da \operatorname{Sin}\eta \operatorname{Sin}p + de \operatorname{Sin}\lambda ,$$

$$d\lambda . \operatorname{Sin}p = - dp \operatorname{Sin}\eta + da \operatorname{Cos}\eta \operatorname{Sin}p + de \operatorname{Cos}\kappa \operatorname{Co}$$

wo η der Winkel LSN des Declinationskreises mit
Breitenkreise ist. Man findet aber diesen Winkel η aus
Gleichungen

$$\operatorname{Sin}\eta = \frac{\operatorname{Cos}a \operatorname{Sin}e}{\operatorname{Sin}\kappa} = \frac{\operatorname{Cos}\lambda \operatorname{Sin}e}{\operatorname{Sin}p},$$

$$\operatorname{Cotg}\eta = \frac{\operatorname{Cotg}e \operatorname{Sin}p + \operatorname{Cos}p \operatorname{Sin}a}{\operatorname{Cos}a} = \frac{\operatorname{Cotg}e \operatorname{Sin}\kappa - \operatorname{Cos}\kappa \operatorname{S}}{\operatorname{Cos}\lambda}$$

III. Eben so wird man, wenn man die Rectascen
a' und die Poldistanz p' des Zeniths Z (fig. 1) kennt
Länge λ' und Poldistanz κ' desselben gegen die Eclipti
stimmen. Es ist aber die Rectascension des Zeniths für j
gegebenen Augenblick gleich der Sternzeit t dieses Au
blicks, und die Poldistanz des Zeniths ist gleich NZ = 90
Man hat daher die Gleichungen

$$\operatorname{Cos}\lambda' \operatorname{Sin}\kappa' = \operatorname{Cos}t . \operatorname{Cos}\varphi ,$$

$$\operatorname{Sin}\lambda' \operatorname{Sin}\kappa' = \operatorname{Sin}t \operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Cos}e + \operatorname{Sin}\varphi \operatorname{Sin}e ,$$

$$\operatorname{Cos}\kappa' = - \operatorname{Sin}t \operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Sin}e + \operatorname{Sin}\varphi \operatorname{Cos}e .$$

[redacted]

Er. $\lambda = 129°\ 38'\ 50''.9$, $\pi = 104°\ 58'\ 16''.6$ und $e = 23°\ 27'\ 42''.6$
...lta $= 128°\ 7'\ 57''.9$, $p = 86°\ 36'\ 26''.7$ und $\eta = -14°\ 44'\ 34''.6$.

8. §. Für die **Sonne** werden die vorhergehenden Ausdrücke einfacher, wenn man, da sie sich in der Ebene der Ecliptik bewegt, die Grösse π gleich $90°$ setzt. Man erhält so die Gleichungen

$$\operatorname{tg} a = \operatorname{Cos} e \operatorname{tg} \lambda \text{ und } \operatorname{tg} \eta = \operatorname{tg} e \operatorname{Cos} \lambda,$$
$$\operatorname{Cos} p = \operatorname{Sin} e \operatorname{Sin} \lambda \quad \operatorname{Sin} \eta = \operatorname{Sin} e \operatorname{Cos} a,$$
$$\operatorname{Cotg} p = \operatorname{tg} e \operatorname{Sin} a,$$
$$\operatorname{Cos} \lambda = \operatorname{Cos} a \operatorname{Sin} p.$$

Bezeichnet endlich L die Länge der Erde, wie sie aus dem Mittelpuncte der Sonne gesehen wird, so ist $L = 180 + \lambda$ oder auch $\lambda = 180 + L$.

9. §. Die Dreyecke NZS und LNS biethen noch mehrere andere Probleme dar, von welchen wir einige der vorzüglichsten, da sie in der Anwendung selten vorkommen, nur kurz anzeigen wollen.

I. Sind die Grössen p, z und φ gegeben, so findet man s und ω durch die Gleichungen

$$\operatorname{Cos} s = \frac{\operatorname{Cos} z - \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} p}{\operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} p},$$
$$\operatorname{Cos} \omega = \frac{\operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} z - \operatorname{Cos} p}{\operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} z}.$$

II. Sind die Grössen s, z und p gegeben, so findet man ω und φ aus den Gleichungen

$$\operatorname{Sin} \omega = \frac{\operatorname{Sin} s \operatorname{Sin} p}{\operatorname{Sin} z},$$

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{Cos} s \operatorname{tg} p \text{ und } \operatorname{Sin} (\varphi + x) = \frac{\operatorname{Cos} x \operatorname{Cos} z}{\operatorname{Cos} p}.$$

III. Auch kann man die Gleichungen des §. 5 und 6. I unter einander verbinden, und dadurch **unmittelbar** die Lage eines Gestirns gegen die Ecliptik suchen, wenn die Lage desselben gegen den Horizont gegeben ist, und umgekehrt.

Setzt man nämlich in den drey ersten Gleichungen des §. 5. die Grösse $s = t - a$, wo t die Sternzeit der Beobachtung ist, und löst man dann die Ausdrücke $\operatorname{Sin}(t - a)$ und $\operatorname{Cos}(t - a)$ auf, so gehen diese Gleichungen in folgende über:

$$\mathrm{Cos}\, a\, \mathrm{Sin}\, p = A\, \mathrm{Sin}\, t + B\, \mathrm{Cos}\, t,$$
$$\mathrm{Sin}\, a\, \mathrm{Sin}\, p = -A\, \mathrm{Cos}\, t + B\, \mathrm{Sin}\, t,$$
$$\mathrm{Cos}\, p = \mathrm{Sin}\, \varphi\, \mathrm{Cos}\, z - \mathrm{Cos}\, \varphi\, \mathrm{Sin}\, z\, \mathrm{Cos}\, \omega,$$

... Kürze wegen gesetzt wurde

$$A = \mathrm{Sin}\, \omega\, \mathrm{Sin}\, z \text{ und}$$
$$B = \mathrm{Cos}\, \omega\, \mathrm{Sin}\, z\, \mathrm{Sin}\, \varphi + \mathrm{Cos}\, z\, \mathrm{Cos}\, \varphi.$$

...immt man aber diese Ausdrücke von Cos a ... p und Cos p in den drey Gleichungen, wel... ...mittelbar von N. I hergehen, so hat man, wen... ...weiter abkürzend

$$C = -\mathrm{Cos}\, \omega\, \mathrm{Sin}\, z\, \mathrm{Cos}\, \varphi + \mathrm{Cos}\, z\, \mathrm{Sin}\, \varphi$$

...folgende Ausdrücke:

$$\ldots \mathrm{Sin}\, \ldots = A\, \mathrm{Sin}\, t + B\, \mathrm{Cos}\, t,$$
$$\ldots \mathrm{Sin}\, \ldots = -(A\, \mathrm{Cos}\, t - B\, \mathrm{Sin}\, t)\, \mathrm{Cos}\, e + C\, \mathrm{Sin}\, e,$$
$$\mathrm{Cos}\, \ldots = (A\, \mathrm{Cos}\, t - B\, \mathrm{Sin}\, t)\, \mathrm{Sin}\, e + C\, \mathrm{Cos}\, e,$$

... Gleichungen geben die Grössen λ und π aus ... Sternzeit t.

... Dieselben Ausdrücke kann man endlich auc... ...merkwürdige Art finden.

...immt man den Ort des Gestirns gegen den ... ...der Erde durch drey unter einander rechtwi... ...ordinaten x y z, von welchen x in der Mittagslinie ... Ebene der x y in dem Horizonte liegt, so hat ... wenn man die Entfernung des Gestirns von der Erde ... Einheit voraussetzt.

Verrückt man die Axe der x' im Äquator so, dass die Axe der x'' in der Linie der Nachtgleichen und x'' y'' in der Ebene des Äquators liegt, so ist, wenn t die Stern- bezeichnet,

$$x'' = x' \operatorname{Cos} t + y' \operatorname{Sin} t,$$
$$y'' = x' \operatorname{Sin} t - y' \operatorname{Cos} t,$$
$$z'' = z'.$$

Verrückt man endlich die Ebene der x'' y'' so, dass x''' immer in der Linie der Nachtgleichen, aber x''' y''' in Ebene der Ecliptik kömmt, und daher z''' auf der Eclip- senkrecht steht, so ist

$$x''' = x'',$$
$$y''' = z'' \operatorname{Sin} e + y'' \operatorname{Cos} e,$$
$$z''' = z'' \operatorname{Cos} e - y'' \operatorname{Sin} e.$$

Überdiess hat man auch

$$x''' = \operatorname{Cos} \lambda \operatorname{Sin} \pi,$$
$$y''' = \operatorname{Sin} \lambda \operatorname{Sin} \pi,$$
$$z''' = \operatorname{Cos} \pi.$$

Eliminirt man aus diesen fünf Systemen, deren jedes ey Gleichungen enthält, die zwölf Coordinaten x y z .... y''' z''', so erhält man

$$\operatorname{Cos} \lambda \operatorname{Sin} \pi = \operatorname{Sin} \omega \operatorname{Sin} z . \operatorname{Sin} t + (\operatorname{Cos} \omega \operatorname{Sin} z \operatorname{Sin} \varphi + \operatorname{Cos} z \operatorname{Cos} \varphi) . \operatorname{Cos} t,$$
$$\operatorname{Sin} \lambda \operatorname{Sin} \pi = - \operatorname{Sin} \omega \operatorname{Sin} z \operatorname{Cos} e . \operatorname{Cos} t + (\operatorname{Cos} z \operatorname{Cos} \varphi + \operatorname{Sin} z \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} \omega) \operatorname{Cos} e . \operatorname{Sin} t + (\operatorname{Cos} z \operatorname{Sin} \varphi - \operatorname{Sin} z \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} \omega) \operatorname{Sin} e,$$
$$\operatorname{Cos} \pi = \operatorname{Sin} \omega \operatorname{Sin} z \operatorname{Sin} e . \operatorname{Cos} t - (\operatorname{Cos} z \operatorname{Cos} \varphi + \operatorname{Sin} z \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} \omega) \operatorname{Sin} e . \operatorname{Sin} t, + (\operatorname{Cos} z \operatorname{Sin} \varphi - \operatorname{Sin} z \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} \omega) \operatorname{Cos} e,$$

und diess sind dieselben Gleichungen, welche wir in Nr. III erhalten haben. Setzt man in ihnen $e = 0$ und $t = 90°$, $=90-s$ und $\pi = p$, so erhält man die Gleichungen des §. 5, welche s, p durch ω, z und φ geben. Setzt man aber in diesen allgemeinen Ausdrücken $\varphi = 90$, $\omega = s$ und $z = p$, so erhält man

$$\operatorname{Cos} \lambda \operatorname{Sin} \pi = \operatorname{Cos} (t - s) \operatorname{Sin} p,$$
$$\operatorname{Sin} \lambda \operatorname{Sin} \pi = \operatorname{Sin} (t - s) \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} e + \operatorname{Cos} p \operatorname{Sin} e,$$
$$\operatorname{Cos} \pi = - \operatorname{Sin} (t - s) \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} e + \operatorname{Cos} p \operatorname{Cos} e,$$

welche Gleichungen mit denen des §. 6 übereinstimmen.

Vorlesung III.

Sonnenzeit und Sternzeit.

§. 1. Man suche die wahre Sonnenzeit T der C
tion eines Gestirns, dessen Lage am Himmel gegeb

Sey a die bekannte Rectascension des Gestirns
die Rectascension der Sonne für den Mittag des ge
Tages und d a, d ⊙ die ebenfalls bekannte Veränder
ser Grössen zwischen den zwey nächsten, die Culm
des Gestirns einschliessenden Mittagen, alles in Zeit
ausgedrückt, dass 24 Stunden gleich 360 Graden, al
Stunde gleich 15 Graden ist. (Zur Verwandlung des
in Zeit und umgekehrt dient die Tafel III. und IV. a
de des Werkes.)

Nimmt man, wie hier vorausgesetzt werden kan
Änderungen d a und d ⊙ gleichförmig an, so wird
gesuchte Zeit T der Culmination des Gestirns seyn: die
ascension des Gestirns $a' = a + T \frac{da}{24}$ und die der So

[redacted]

esem Tage

$7403 = 0^h 37' 2''.6$.

Auflösung dieser Aufgabe, T, sondern die Sternzeit t ucht. Ist nämlich *a* die Rect- der Stundenwinkel dessel-

$+ s$;

$s = 0$ ist, so hat man, wenn er auch, wenn a die Rectascen- er Culmination selbst ist

$t = a$

lmination eines Gestirns ist gleich stirns für dieselbe Zeit.

Ausdrücke von T und t werden uns schaffen, eine gegebene Sternzeit in onnenzeit und umgekehrt zu verwan- die für die practische Astronomie von ist.

chtungen beträgt die Zeit, während wel- mahl in dasselbe Äquinoctium tritt, oder Sonnenjahr 365.242255 Sonnentage,

Vorlesung III.

Sonnenzeit und Sternzeit.

§. 1. Man suche die wahre Sonnenzeit T der Culmina tion eines Gestirns, dessen Lage am Himmel gegeben ist.

Sey a die bekannte Rectascension des Gestirns und ⊙ die Rectascension der Sonne für den Mittag des gegeben Tages und d a, d ⊙ die ebenfalls bekannte Veränderung di ser Grössen zwischen den zwey nächsten, die Culminati des Gestirns einschliessenden Mittagen, alles in Zeit oder ausgedrückt, dass 24 Stunden gleich 360 Graden, also ei Stunde gleich 15 Graden ist. (Zur Verwandlung des Boge in Zeit und umgekehrt dient die Tafel III. und IV. am E de des Werkes.)

Nimmt man, wie hier vorausgesetzt werden kann, d Änderungen d a und d ⊙ gleichförmig an, so wird für d gesuchte Zeit T der Culmination des Gestirns seyn: die Rec ascension des Gestirns $a' = a + T\,\frac{da}{24}$ und die der Sonne ⊙' $= \odot + T.\,\frac{d\odot}{24}$. Da aber die Sonnenzeit gleich dem Stu denwinkel der Sonne ist, so hat man $T = a' - \odot'$, od wenn man in diesem Ausdrucke die vorhergehenden Wert von a' und ⊙' substituirt, für die gesuchte Sonnenzeit T d Culmination des Gestirns

$$T = \frac{24\,(a - \odot)}{24 + d\odot - da} = \frac{a - \odot}{1 + \frac{1}{24}(d\odot - da)};$$

für die Zeit der nächstfolgenden Culmination des Gesti hat man eben so

$$24 + T' = 24 + \frac{(a + da - \odot - d\odot)}{1 + \frac{1}{24}(d\odot - da)},$$

und daher die Sonnenzeit zwischen zwey nächsten Culmin tionen des Gestirns gleich $24 + T' - T$ oder gleich

$$\frac{24}{1 + \frac{1}{24}(d\odot - da)}.$$

Culmination Merkurs an diesem Tage

$$T = \frac{0^h.60085}{1 + \frac{0.13322}{24}} = 0^h.617403 = 0^h\,37'\,2''.6.$$

2. §. Viel einfacher wird die Auflösung dieser Aufgabe, n man nicht die Sonnenzeit T, sondern die Sternzeit t Culmination eines Gestirns sucht. Ist nämlich *a* die Rectnsion dieses Gestirns und s der Stundenwinkel desselt, so hat man (S. 25)

$$t = a + s;$$

für die Culmination s = o ist, so hat man, wenn unbeweglich oder auch, wenn a die Rectascen für die Zeit der Culmination selbst ist

$$t = a$$

Sternzeit der Culmination eines Gestirns ist gleich Rectascension des Gestirns für dieselbe Zeit.

3. §. Diese beyden Ausdrücke von T und t werden uns einfaches Mittel verschaffen, eine gegebene Sternzeit in ihre entsprechende Sonnenzeit und umgekehrt zu verwann, eine Aufgabe, die für die practische Astronomie von größten Nutzen ist.

Nach den Beobachtungen beträgt die Zeit, während welr die Sonne zweymahl in dasselbe Äquinoctium tritt, oder tropische Sonnenjahr 365.242255 Sonnentage,

durch 15 dividirt, ist es, welche wir oben durch $d\odot$ be-
zeichnet haben, so dass man also hat

$$d\odot = \frac{0^{\circ}.9856472}{15} = 0^{h}.06570981,$$

oder endlich

$$\frac{d\odot}{24} = 0.0027379 = \frac{1}{365.242255}.$$

Setzt man daher der Kürze wegen $\frac{d\odot}{24} = m$, und nimm
man für Fixsterne $da = o$ an, so ist unsere vorhergehen
Gleichung

$$T = \frac{a - \odot}{1 + m} \text{ oder, da } a = t \text{ war,}$$

$$T = \frac{t - \odot}{1 + m}$$

und diese Gleichung wird uns die Sonnenzeit T geben, we
die Sternzeit t bekannt ist, und umgekehrt.

Setzt man in der letzten derselben $\odot = o$, so hat m
$T = \frac{t}{1+m}$, woraus folgt, dass der mittlere Sonnent
$86400(1+m) = 86636.55456$ Sternzeitsecunden hat, und da
der Sterntag $\frac{86400}{1+m} = 86164.09133$ Sonnentagsecunden ha
und dass endlich das Sonnenjahr oder 365.242255 Sonnen-
tage gleich $365.242255(1+m) = 366.242255$ Sterntage is
oder dass nach der Beendigung eines jährlichen Umlau
der Sonne, der Fixstern genau einen täglichen Umlauf meh
gemacht hat, als die Sonne. (Zur bequemeren Verwandlun
der Minuten und Secunden in Grade oder Stunden und i
ganze Tage sehe man Taf. V. und VI.)

4. §. Man kann diese Gleichungen zu ihrem bequemer
Gebrauche auch so stellen

$$\left.\begin{array}{l} t = \odot + T + mT \text{ und} \\ T = t - \odot - \frac{m}{m+1}(t - \odot) \end{array}\right\},$$

oder in Zahlen

$$\left.\begin{array}{l} t = \odot + T + 0.0027379\,T \text{ und} \\ T = t - \odot - 0.0027304\,(t - \odot) \end{array}\right\},$$

und in diesen Ausdrücken bezeichnet $\odot$ die Rectascension der Sonne für den Mittag des gegebenen Tages, T die Sonnenzeit und t die ihr entsprechende Sternzeit an demselben Tage.

I. Zwar ändert die Sonne ihre Rectascension durch den Lauf des ganzen Jahres keineswegs gleichförmig, wie wir oben vorausgesetzt haben; aber die Unterschiede ihrer täglichen Änderungen sind nur gering, und wir werden erst später die Mittel kennen lernen, darauf Rücksicht zu nehmen. Hier wollen wir jene in Rectascension gleichförmig fortschreitende Sonne die mittlere Sonne und ihre Stundenwinkel die mittlere Zeit nennen, zum Unterschiede der wahren Sonnenzeit, welche Benennung wir für die Stundenwinkel der wahren, in der Ecliptik und zwar in derselben sich ungleichförmig bewegenden Sonne aufbewahren werden.

5. §. Man sieht, dass die Berechnung der zweyten Gleichung in §. 4 durch eine kleine Tafel sehr erleichtert wird, welche

für jede Stunde die Zahl $0^h.0027304 = 9''.829$,
für jede Minute - - - - $0''.164$,
für jede Secunde - - - - $0''.0027$ gibt.

Ja dieselbe Tafel wird sich auch für die erste Gleichung in §. 4 anwenden lassen, wenn man bemerkt, dass für $\mu = \frac{m}{m+1}$ diese Gleichung die Form annimmt,

$$t = \odot + T + \mu T + \mu.\mu T + \mu.\mu^2 T +,$$

so dass man, wenn man die Sternzeit aus der mittlern Zeit sucht, nebst der durch die Tafel gegebenen Reduction μT für T nur noch die durch dieselbe Tafel gegebene Reduction $\mu^2 T$ für μT, und die $\mu^3 T$ für μT u. f. suchen darf. M. s. Taf. VII.

Ex. Sey für den 13. Sept. 1827 die Sternzeit $t = 10^h 48' 15''.25$ gegeben: man suche die mittlere Sonnenzeit T. Für diesen Tag ist die Rectascension der mittleren Sonne im Augenblicke der Culmination dieser mittlern Sonne in Wien gleich $\odot = 11^h 26' 37''.61$. Man hat daher nach der zweyten Gleichung in §. 4

$t = 10^h 48' 17''.23$
$\odot = 11\ 26\ 37\ .61$
$23\ 21\ 39\ .62$
Red. . . . . . 3 49 .63
$T = 23\ 17\ 49\ .99$

Die Tafel VII. gibt:

für 23^h . . . $3'\ 46''.08$
$21'$ . . . 3 .44
$39''.6$ . . . . 0 .11
3 49.63

Ist aber umgekehrt diese mittlere Zeit $T = 23^h\ 17'$ gegeben, so hat man nach der letzten Gleichung

$T = 23^h\ 17'\ 50''.00$
Red. . . . . 3 49 .62
$23\ 21\ 39\ .62$
$\odot$ . . 11 26 37 .61
$t = 10\ 48\ 17\ .23$ wie zuvor.

3 46.08
2.78
0.14
3 49.00
0.49

[redacted]

Man findet sie für jeden Tag des Jahres so:

Der 13. September ist der 0.70te Theil des Jahres.

1827... Nutation + 0.85... jährl. Differenz 0.28

(0.70) (0.28) = 0.20

Nutat. . . 0.65 wie zuvor

Alles Übrige der Tafel ist für sich klar. Auch lässt sich kürzer der Werth von ⊙ für jeden Mittag aus den sogenannten astronomischen Ephemeriden nehmen.

Dieselbe Tafel wird sich endlich auch anwenden lassen, um ein blosses in mittlerer Zeit gegebenes Intervall in Sternzeit, und umgekehrt, zu verwandeln. Ist z. B. die Sternzeit 8ʰ 40′ 30″.1 gegeben, so hat man

Sternzeit	8ʰ 40′ 30″. 1	1′ 18″.64
	1 25 .27	6 .55
		0 .08
Mittl. Zeit	8 39 4 .83	
		1 . 25 . 27.

Und ist diese mittlere Zeit gegeben, so hat man

Mittlere Zeit	8 39 4.83	1 18 64
	1 25.27	6.39
		0.01
Sternzeit	8 40 30.10 wie zuvor:	
		25.041
		0.16
		0.07
		1 25.27

$$
\begin{array}{rl}
t = & 10^h\,48'\,17''.23 \\
\odot = & 11\;\;26\;\;37\;\;.61 \\
\hline
& 23\;\;21\;\;39\;\;.62 \\
\text{Red.} \ldots\ldots & 3\;\;49\;\;.63 \\
\hline
T = & 23\;\;17\;\;49\;.99
\end{array}
$$

Die Tafel VII. gibt:

$$
\begin{array}{rr}
\text{für } 23^h \ldots & 3'\,46''.08 \\
21' \ldots & 3\;.44 \\
39''.6 \ldots\ldots & 0\;.11 \\
\hline
& 3\;49.63
\end{array}
$$

Ist aber umgekehrt diese mittlere Zeit $T = 23^h\,17$ gegeben, so hat man nach der letzten Gleichung

$$
\begin{array}{rl}
T = & 23^h\,17'\,50''.00 \\
\text{Red.} \ldots\ldots & 3\;\;49\;\;.62 \\
\hline
& 23\;\;21\;\;39\;\;.62 \\
\odot \ldots & 11\;\;26\;\;37\;\;.61 \\
\hline
t = & 10\;\;48\;\;17\;\;.23 \text{ wie zuvor.}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
3\;46.08 \\
2.78 \\
0.14 \\
\hline
3\;49.00 \\
0.49 \\
0.13 \\
\hline
3\;49.62.
\end{array}
$$

Die Rectascension der mittleren Sonne aber find aus derselben Tafel auf folgende Art:

$$
\begin{array}{rl}
1827 \ldots\ldots & 18^h\,37'\,28''.01 \\
0 \text{ Sept.} \ldots\ldots & 15\;\;58\;\;\;2\;.95 \\
13 \ldots\ldots & 0\;\;51\;\;15\;.22 \\
\text{Nutat.} \ldots\ldots & +\;\;0\;.65 \\
\hline
& 11\;\;26\;\;46\;.83 \\
\text{Red. auf Wien} & -9\;.22 \\
\hline
\odot = & 11\;\;26\;\;37\;.61
\end{array}
$$

Die kleine Columne der Nutation wird ers erklärt werden.

Eben so würde man die Sternzeit des Auf- und Unterganges Merkurs erhalten, wenn man in dem Vorhergehenden statt der Sonnenzeit $0^h 37' 3''$ der Culmination, die Sternzeit der Culmination d. h. die Rectascension $a = 4^h 23'$ Merkurs setzt (S. 35). Für die Sonne endlich ist S zugleich die Sonnenzeit ihres Unterganges und $24^h - S$ die des Aufganges.

2. §. Wir wollen nun die erhaltene Gleichung

$$\mathrm{Cos}\,(180 - S) = \frac{\mathrm{tg}\,\varphi}{\mathrm{tg}\,p}$$

und die aus ihr folgenden Umstände des Auf- und Unterganges der Gestirne näher betrachten.

I. Zuerst ist klar, dass, wenn p kleiner als $90°$ ist, S grösser als $90°$ seyn wird, und umgekehrt, so lange φ positiv ist, d. h. dass Sterne über dem Äquator für uns länger über, als unter dem Horizonte, und dass Sterne unter dem Äquator länger unter, als über dem Horizonte bleiben. $p = 90°$ gibt $S = 90$ oder ein Stern im Äquator bleibt für alle Orte der Erde eben so lange über, als unter dem Horizonte. Ist dieses Gestirn die Sonne, so werden für uns, für die *Bewohner der nördlichen Hemisphäre*, die Tage in unserem *Sommer* (wo $p < 90$) länger, und in unserem Winter (wo $p > 90$) kürzer seyn, als die Nächte. Für die Bewohner der südlichen Halbkugel (wo φ negativ ist) ist aber ihr Tag länger, wenn der unsere kürzer ist, oder sie haben Sommer, wenn wir Winter haben, und umgekehrt. Im Frühling und Herbst aber (wo $p = 90$ ist) haben a l l e Bewohner der Erde Tag und Nacht gleich.

II. Ist $p = \varphi$, so ist $S = 180°$ oder das Gestirn geht nicht mehr auf und unter, sondern berührt nur in seiner untern Culmination den Horizont. Für die Sonne ist diess der Anfang der Jahreszeit ohne Nacht, wo die Sonne immer über dem Horizonte bleibt, und zwar so lange, als $p < \varphi$ ist. Da die Schiefe der Ecliptik $e = 23° 28'$ beträgt, so ist die Poldistanz p der Sonne immer zwischen den Grenzen $66° 32 = 90 - e$ und $113° 28' = 90 + e$ enthalten. Die Bewohner der Erde, für welche die Sonne nur einen Tag im Jahre nicht auf und nur einen nicht untergeht, haben eine nördliche oder südliche Polhöhe, die gleich $90 - e$ ist, und sie sind die Bewohner der beyden Polarkreise, die von den Po-

$$
\begin{array}{rr}
t = & 10^h 48' 17''.23 \\
\odot = & 11\ 26\ 37\ .61 \\
\hline
 & 23\ 21\ 39\ .62 \\
\text{Red.} \ldots\ldots & 3\ 49\ .63 \\
\hline
T = & 23\ 17\ 49\ .99
\end{array}
$$

Die Tafel VII. gibt:

$$
\begin{array}{lr}
\text{für } 23^h \ldots & 3' 46''.08 \\
21' \ldots & 3\ .44 \\
39''.6 \ldots & 0\ .11 \\
\hline
 & 3\ 49.63
\end{array}
$$

Ist aber umgekehrt diese mittlere Zeit $T = 23^h$ 1 gegeben, so hat man nach der letzten Gleichung

$$
\begin{array}{rr}
T = & 23^h 17' 50''.00 \\
\text{Red.} \ldots\ldots & 3\ 49\ .62 \\
\hline
 & 23\ 21\ 39\ .62 \\
\odot \ldots & 11\ 26\ 37\ .61 \\
\hline
t = & 10\ 48\ 17\ .23
\end{array}
$$
wie zuvor.

$$
\begin{array}{r}
3\ 46.08 \\
2.78 \\
0.14 \\
\hline
3\ 49.00 \\
0.49 \\
0.13 \\
\hline
3\ 49.62.
\end{array}
$$

Die Rectascension der mittleren Sonne aber fin aus derselben Tafel auf folgende Art:

$$
\begin{array}{lr}
1827 \ldots\ldots & 18^h 37' 28''.01 \\
0\ \text{Sept.} \ldots\ldots & 15\ 58\ 2\ .95 \\
13 \ldots\ldots & 0\ 51\ 15\ .22 \\
\text{Nutat.} \ldots\ldots & +\ 0\ .65 \\
\hline
 & 11\ 26\ 46\ .83 \\
\text{Red. auf Wien} & -9\ .22 \\
\hline
\odot = & 11\ 26\ 37\ .61
\end{array}
$$

Die kleine Columne der N u t a t i o n wird er erklärt werden.

Man findet sie für jeden Tag des Jahres so:

Der 13. September ist der 0.70te Theil des Jahres.

1827...Nutation +0.85...jährl. Differenz 0.28

(0.70)(0.28) = 0.20

Nutat. . . 0.65 wie zuvor

Alles Übrige der Tafel ist für sich klar. Auch lässt sich kürzer der Werth von ⊙ für jeden Mittag aus den sogenannten astronomischen Ephemeriden nehmen.

Dieselbe Tafel wird sich endlich auch anwenden lassen, um ein blosses in mittlerer Zeit gegebenes Intervall in Sternzeit, und umgekehrt, zu verwandeln. Ist z. B. die Sternzeit 8h 40′ 30″.1 gegeben, so hat man

Sternzeit 8h 40′ 30″. 1	1′ 18″.64
1 25 .27.	6 .55
	0 .08
Mittl. Zeit 8 39 4 .83	
	1 . 25 . 27.

Und ist diese mittlere Zeit gegeben, so hat man

Mittlere Zeit 8 39 4.83	1 18 64
1 25.27.	6.39
	0.01
Sternzeit 8 40 30.10 wie zuvor:	
	25.041
	0.16
	0.07
	1 25.27

$$p = \varphi \ldots (I).$$

Auch ist allgemein für die Sonne (S. 31) $\sin\lambda =$
wo λ und p die Länge und Poldistanz der Sonne bezei
Man hat daher auch für den Anfang oder das Ende jene
die Gleichung

$$\sin\lambda = \frac{\cos\varphi}{\sin e} \ldots (II).$$

Ist also z. B. durch die Ephemeriden die Poldistanz
die Länge der Sonne für jeden Tag des Jahres gegebe
kann man mittelst der Gleichungen I oder II den A
oder das Ende jener Zeit bestimmen.

Ist z. B. $\varphi = 90$, so ist, nach der Gleichung I,
$p = 90$, also der Anfang jener Zeit der 20. März un
September, oder in den Polen ist ein halbes Jahr Ta
eben so lange Nacht. Für $\varphi = 80°$ ist $p = 80$, also ge
Sonne vom 16. April bis 27. August für diesen Paralle
in der nördlichen kalten Zone nicht unter, und in de
lichen nicht auf. Für $\varphi = 66° 32'$ ist $p = 66° 32'$ oder für
beyden Parallelkreise geht bloss am 21. Juny die S
nicht unter und in der südlichen Hemisphäre nicht
Kleinere Werthe von φ als $66° 32'$ geben (nach II) unm
che Werthe von p, oder für die Bewohner der gemäss
und der heissen Zone geht die Sonne täglich auf und u
wie zuvor.

Anders würde sich diess alles verhalten, wen
Schiefe der Ecliptik eine andere wäre. Für $e = 0$ z. B.
die Ecliptik mit dem Äquator zusammen, und die Poldi
p der Sonne wäre durch das ganze Jahr constant und g
90. Die Gleichung

$$\cos(180 - S) = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg} p}$$

würde daher $S = 90°$ geben, oder für $e = 0$ würde auf
Orten der Erde durch das ganze Jahr Tag und Nacht e
der gleich seyn.

Wäre aber $e = 90$, oder stünde die Ecliptik senk
auf den Äquator, so geht die vorhergehende Gleichung
$\sin\lambda = \frac{\cos p}{\sin e}$ in folgende über:

Für $\varphi = 0$ ist $\lambda = 90$, oder für den Äquator geht die Son-
cht auf oder nicht unter an den zwey Tagen, wo sie in
olstitien oder wo ihre Länge 90 oder 270 ist. Für $\varphi = 90$
$= 0$ oder für die Pole ist der Anfang jener Zeit, wenn die
e in den Äquinoctien oder wenn ihre Länge 0 oder 180
o dass also auch hier die Pole ein halbes Jahr Tag und
so lange Nacht haben. Für jeden andern Ort, dessen
rnung vom Äquator φ ist, hat der Anfang und das Ende
Zeit Statt, wenn die Länge der Sonne gleich $90 - \varphi$ oder
ch $270 - \varphi$ ist.

S. §. Um den Punct des Horizonts zu finden, in welchem
Stern auf- oder untergeht, wird man in der Gleichung
24)

$$\text{Cos}\, p = \text{Cos}\, z\, \text{Sin}\, \varphi - \text{Sin}\, z\, \text{Cos}\, \varphi\, \text{Cos}\, \omega$$

rösse $z = 90$ setzen, wodurch man erhält

$$\text{Cos}\, \omega = -\frac{\text{Cos}\, p}{\text{Cos}\, \varphi},$$

das Azimut des Sterns bey seinem Auf- oder Unter-
ist. Man nennt Morgen- oder Abendweite die
rnung des auf- oder untergehenden Sterns von dem
en Ost- oder Westpuncte, im Horizonte gezählt. Be-
net also θ diese Morgen- oder Abendweite, so ist
$90 + \theta$ und daher

Cos p

$$\frac{dz}{ds} = \text{Sin}\, v\, \text{Sin}\, p \text{ oder auch}$$

$$\frac{dz}{ds} = \text{Sin}\, \omega\, \text{Cos}\, \varphi.$$

Daraus folgt, dass die Änderung der Zenithdistanz am kleinsten und zwar gleich Null ist, für $v = 0$ oder ω und $\omega = 180$, also in der Ebene des Meridians. Die grö Änderung der Zenithdistanz aber hat dann Statt, wenn S oder v am grössten, oder wenn Sin ω am grössten ist, c wenn $\omega = 90$ oder $\omega = 270$ ist, also in dem sogenannten sten Vertikalkreise, dessen Ebene senkrecht auf der Eb des Meridians steht.

V. Wenn man aber die vollständige Änderung der Zenithdistanz eines Gestirns für jeden Punct seines rallelkreises sucht, so wird man nach dem bekannten T lorschen Lehrsatze haben

$$z' = z + \left(\frac{dz}{ds}\right) ds + \left(\frac{d^2z}{ds^2}\right) \cdot \frac{ds^2}{1.2} + \left(\frac{d^3z}{d^3s}\right) \cdot \frac{ds^3}{1.2.3} +$$

wo $z' - z = dz$ die gesuchte Änderung der Zenithdistanz,

wo $\left(\frac{dz}{ds}\right), \left(\frac{d^2z}{ds^2}\right) \ldots$ die ersten und zweyten . . .

Differentialien der Grösse z in Beziehung auf s seyn werd welche Differentialien man auf die gewöhnliche Art aus serer vorhergehenden Gleichung so auch $\left(\frac{d^2 z}{ds^2}\right) = \left(\frac{dm}{ds}\right) = n - m^2 \operatorname{Cotg} z$,

$$\left(\frac{d^3 z}{ds^3}\right) = \left(\frac{dn}{ds}\right) - 2m\left(\frac{dm}{ds}\right)\operatorname{Cotg} z + \frac{m^2}{\operatorname{Sin}^2 s}\left(\frac{dz}{ds}\right),$$

das heisst, wenn man die vorhergehenden Werthe von $\frac{dm}{ds}$, $\frac{dn}{ds}$ und $\frac{dz}{ds}$ substituirt,

$$\left(\frac{d^3 z}{ds^3}\right) = m^3(1 + 3\operatorname{Cotg}^2 z) - 3mn\operatorname{Cotg} z - m.$$

Fährt man so fort, so erhält man, wenn man der Kürze wegen $\vartheta = \operatorname{Cotg} z$ setzt,

$$\begin{aligned} z' = z &+ m\,ds + (n - m^2\vartheta)\frac{ds^2}{1.2}, \\ &+ (m^3 - m - 3mn\vartheta + 3m^3\vartheta^2)\frac{ds^3}{1.2.3}, \\ &+ (6m^2 n - n + (4m^2 - 3n^2 - 9m^4)\vartheta + \\ &\quad + 18m^2 n\vartheta^2 - 15m^4\vartheta^3)\frac{ds^4}{1.2.3.4}\ldots \end{aligned}$$

ein *Ausdruck*, der in der Folge noch nützlich seyn wird.

5. §. Wir wollen diese Betrachtungen noch durch einige verwandte Aufgaben beschliessen, die in der practischen Astronomie öfter ihre Anwendung finden werden.

Sey AC (fig. 4) irgend eine gerade Linie von unbekannter Länge oder AC = x. Es sey gegeben I. die Lage dieser Linie gegen den Pol P des Äquators, also die Poldistanzen AP = p und CP = P und II die Sternzeit t, welche diese Linie AC braucht, durch einen Declinationskreis zu gehen, so z. B. die Zeit, welche ein Stern braucht, durch den dem Äquator parallelen Bogen AB zu gehen. Man suche x.

Da diese Zeit t durch den Winkel APC der beyden Poldistanzen AP, CP gemessen wird, oder da APC = 15 t ist, so kennt man in dem sphärischen Dreyecke PAC zwey Seiten mit dem eingeschlossenen Winkel, und hat daher

$$\operatorname{Cos} x = \operatorname{Cos} p \operatorname{Cos} P + \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} P \operatorname{Cos} 15t;$$

oder auch

$$\operatorname{Sin}^2\frac{x}{2} = \operatorname{Sin}^2\frac{P-p}{2} + \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} P \operatorname{Sin}^2\frac{15t}{2}.$$

I. Ist also die Linie oder der Bogen AC schon mit d[…]
Äquator parallel, so ist $p = P$ und daher

$$\text{Sin}\,\frac{x}{2} = \text{Sin}\,p\,\text{Sin}\,\frac{15\,t}{2},$$

ein Ausdruck, der für jede Grösse der Linie $AC = x$ g[…]
Ist aber x sehr klein, so kann man dafür annehmen

$$x = 15\,t.\text{Sin}\,p.$$

Die letzte Gleichung wird man z. B. brauchen, um […] Länge (Anzahl der Bogensecunden) eines in dem Bre[…] puncte eines Fernrohres ausgespannten, dem Äquator pa[…] lel gestellten Fadens zu bestimmen.

6. §. Die Multiplication der Grösse t durch 15 in […] vorhergehenden Gleichungen gibt die Reduction der be[…] achteten Zeit auf Bogen. Da nämlich die ganze Peripherie […] Kreises in 360° oder in 24^h eingetheilt wird, so wird j[…] beobachtete Zeit t, die zu dem Bogen x gehört, geben

$$360 : 24 = x : t \text{ oder}$$
$$x = 15\,t.$$

Allein diese einfache Multiplication durch 15 hat […] dann Statt, wenn die Uhr genau nach Sternzeit geht, […] wenn überdiess der Stern, den man zur Beobachtung […] braucht hat, keine eigene Bewegung hat oder ein Fi[…] stern ist.

Nehmen wir an, dass die Uhr in einem Sterntage, d[…] in 24 Stunden Sternzeit gebe $24^h + \theta$, wo θ in Secund[…] ausgedrückt, die Acceleration der Uhr in einem Sternt[…] bezeichnet. Wenn die Uhr retardirt, so ist θ negativ. Nehmen wir ferner an, dass das beobachtete Gestirn eine […] gene Bewegung in Rectascension habe, und dass es in ein[…] mittleren Tage, d. h. in 24 Stunden mittlerer Zeit sich […] $\triangle a$ Raumsecunden vorwärts oder gen Ost bewege, so d[…] für eine Bewegung gegen West $\triangle a$ negativ seyn wird.

Dieses vorausgesetzt, suche man zuerst die Bewegung ($\triangle$[…] des Gestirns in Raumsecunden während einem Sterntage.

Da (S. 36) der mittlere Tag 86636.55 Sternzeitsecund[…] hat, so ist

$$86636.55 : \triangle a = 86400 : (\triangle a),$$

$$\text{oder } (\triangle a) = \frac{86400}{86636.55}\,\triangle a.$$

auch, wenn man statt (Δa) den oben gefundenen Werth substituirt,

$$m=\left(15-\frac{\Delta a}{86636.55}\right)\frac{86400}{86400+\theta},$$

oder endlich, wenn man den letzten Ausdruck entwickelt, und die zweyten und höheren Potenzen der gewöhnlich sehr kleinen Grössen θ und Δa weglässt,

$$m=15-0.00017360\,\theta-0.0000115\,\Delta a \quad . \; . \; . \; (I).$$

Diese Grösse m wird man also, statt der oben der Kürze wegen angenommenen Zahl 15, brauchen, wenn die Uhr nahe nach Sternzeit geht, und da ist θ die Acceleration der Uhr gegen Sternzeit in einem Sterntage, und Δa die eigene Bewegung des Gestirns von Ost in einem mittleren Tage θ in Zeitsecunden und Δa in Raumsecunden ausgedrückt.

2. Geht aber die Uhr nahe nach mittlerer Zeit, und ist hier θ die Acceleration der Uhr gegen mittlere Zeit in einem mittleren Tage, und Δa die eigene östliche Bewegung des Gestirns ebenfalls in einem mittleren Tage, so wird man so finden.

Da in einem mittleren Tage von dem Äquator (S. 35) $360^\circ.9856472 = 1299548''.33$ durch den Meridian gehen, so hat man, wenn in einer Secunde Uhrzeit sich der Stundenwinkel um m Secunden ändert,

$$86400+\theta : 1299548.33-\Delta a = 1 : m,$$

Bewegung des Gestirns in einem mittleren Tag, θ in Z… secunden und $\triangle$ a in Raumsecunden ausgedrückt.

7. §. Man suche die Uhrzeit t, die der gegebene Halbm… ser r der Sonne braucht, durch einen Declinationskreis … gehen.

Ist T die Uhrzeit zwischen zwey nächsten Culminatio… der Sonne und p ihre Poldistanz, so wird der Halbmesser … Sonne, auf den Äquator projicirt, (S. 50. I) gleich $\frac{r}{\operatorname{Sin} p}$ se… und man wird daher haben, wenn r, t und T in Secunden a… gedrückt wird,

$$360.60' : T = \frac{r}{\operatorname{Sin} p} : t \text{ oder}$$

$$t = \frac{Tr}{360.60' \operatorname{Sin} p},$$

und 2 t ist zugleich die Uhrzeit des Durchgangs der So… durch den Meridian an dem Tage, an welchem ihre Pol… stanz gleich p ist.

I. Man suche die Uhrzeit t', die der Halbmesser der S… ne braucht, durch einen Höhenkreis zu gehen.

Ist z die Zenithdistanz der Sonne, so ist der Halbme… derselben auf den Horizont projicirt (S. 50) gleich $\frac{r}{\operatorname{Si}…}$ Nennt man aber s den Stundenwinkel, ω das Azimut … Sonne und v den Winkel ihres Vertikalkreises mit dem De…

[redacted]

$$t = \frac{\ldots}{360 \cdot 60^{s} \sqrt{\sin^2 p - \sin^2 \varphi}}$$

e Zeit, welche der Halbmesser der Sonne braucht, auf- unterzugehen.

Vorlesung V.

Elliptische Bewegung der Sonne.

§. 1. Wir haben bisher angenommen, dass sich Sonne jährlich um die Erde, oder eigentlich die Erde die Sonne in einem Kreise bewegt. Allein nach den unserem grossen Kepler entdeckten Gesetzen bewegt s die Erde, nebst mehreren andern Weltkörpern, die un der Benennung der Planeten und Cometen bekannt sin in einer Ellipse, deren einen Brennpunct die Sonne e nimmt, und zwar so, dass die von dem Radius Vector (Distanz der Erde von der Sonne) beschriebenen Fläc sich wie die Zeiten verhalten, in welchen diese Flächen schrieben werden, und dass sich endlich die Quadrate Umlaufszeiten dieser Weltkörper um die Sonne, wie Würfel der grossen Axen ihrer elliptischen Bahnen v halten.

Sey PMA (Fig. 5.) diese Ellipse, $AC = CP = a$ i halbe grosse Axe, und $CF = CF' = a\varepsilon$ ihre Excentricit $FM = r$ der veränderliche Radius Vector, und der Win $PFM = v$, so ist die bekannte Gleichung der Ellipse

$$r = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{1+\varepsilon \operatorname{Cos} v}.$$

Denken wir uns um die Sonne F als Mittelpunct ein Kreis mit einem willkürlichen Halbmesser beschriebe und nehmen wir an, dass sich in der Peripherie die Kreises ein Punct gleichförmig und so bewege, dass er m dem Planeten zugleich durch die grosse Axe AP der Ellip gehe. Sey T die Umlaufszeit dieses Punctes in dem Kreis die also auch gleich der Umlaufszeit des Planeten in d Ellipse seyn wird, und sey m der Winkel, welchen der b

... Halbmesser des Punctes mit der Linie FP in t Tagen nach dem Durchgange dieses Punctes durch den Punct P bildet, so hat man, wegen der gleichförmigen Bewegung dieses Punctes,

$$m = 360 \frac{t}{T}.$$

Man nennt diesen um den Brennpunct der Ellipse sich gleichförmig bewegenden Punct den **mittleren Planeten.** Kennt man also die Grösse T und überdiess die Zeit des Durchganges des Punctes oder des mittleren Planeten durch den Punct P der Axe AP, so kennt man auch t, und sonach für jede gegebene Zeit die Grösse m, die wir daher als bekannt annehmen wollen. Um aber eben so für jede Zeit t, oder, was dasselbe ist, für jeden Werth von m die Grössen r und v, d. h. den wahren Ort des wahren Planeten in der Peripherie der Ellipse PMA zu finden, werden wir so verfahren.

Sey $\frac{1}{2}f$ die Fläche PMF, welche der Radius r in der Zeit t, und eben so $\frac{1}{2}F$ die Fläche, welche er in der Zeit T beschreibt, also $\frac{1}{2}F$ die Fläche der ganzen Ellipse, so hat man, da nach dem Vorhergehenden diese Flächen sich wie ihre Zeiten verhalten,

$$\tfrac{1}{2}f : \tfrac{1}{2}F = t : T \text{ oder}$$

$$f = \frac{F}{T} \cdot t,$$

oder auch, da $\frac{1}{2}F = \varpi a^2 \sqrt{1-\varepsilon^2}$ ist, wo $\varpi = 3.1415926$,

$$df = \frac{2\varpi a^2 \sqrt{1-\varepsilon^2}}{T} \cdot dt.$$

Es ist aber auch $df = r^2 dv$, also hat man, wenn man diese beyden Ausdrücke von df gleich setzt, und für r den oben durch die Gleichung der Ellipse gegebenen Werth, so wie für dt seinen Werth $\frac{T.dm}{360} = \frac{T dm}{2\varpi}$ substituirt,

$$\frac{dm}{(1-\varepsilon^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{dv}{(1+\varepsilon \operatorname{Cos} v)^2}.$$

Diesen Ausdruck leichter zu integriren, kann man ihm folgende Gestalt geben:

$$\frac{dm}{(1-\varepsilon^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{dv}{\left[(1+\varepsilon)\,\mathrm{Cos}^2\frac{v}{2} + (1-\varepsilon)\,\mathrm{Sin}^2\frac{v}{2}\right]^2}$$

$$= \frac{dv}{(1+\varepsilon)^2\,\mathrm{Cos}^4\frac{v}{2}\left[1 + \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\,\mathrm{tg}^2\frac{v}{2}\right]^2}.$$

Setzt man also

$$\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\,\mathrm{tg}^2\frac{v}{2} = \mathrm{tg}^2\frac{u}{2};$$

also auch $1 + \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\,\mathrm{tg}^2 v = \frac{1}{\mathrm{Cos}^2\frac{u}{2}}$, $\frac{\mathrm{Cos}^2\frac{v}{2}}{\mathrm{Cos}^2\frac{u}{2}} = \frac{1-}{1-\varepsilon\,\mathrm{Co}}$

$$dv = \frac{du\,\mathrm{Cos}^2\frac{v}{2}}{\mathrm{Cos}^2\frac{u}{2}}\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}},$$ so erhält man

$$\frac{dm}{(1-\varepsilon^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{du\,\mathrm{Cos}^2\frac{u}{2}}{(1-\varepsilon)^{\frac{1}{2}}(1+\varepsilon)^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{Cos}^2\frac{v}{2}}$$ oder

$$dm = du\,(1-\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,u);$$

und dieser Gleichung Integral ist

$$m = u - \varepsilon\,\mathrm{Sin}\,u,$$

wenn m zugleich mit u verschwindet.

Hat man also m aus $m = \frac{360\,t}{T}$ gefunden, so erhä

u aus $m = u - \varepsilon\,\mathrm{Sin}\,u$,

und v aus . . $\mathrm{tg}\frac{v}{2} = \mathrm{tg}\frac{u}{2}\cdot\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}$, Eben so gibt die Gleichung $m = u - \varepsilon \operatorname{Sin} u$,

$$dm = (1 - \varepsilon \operatorname{Cos} u)\, du - \operatorname{Sin} u \operatorname{Cos} \varphi . d\varphi .$$

Eliminirt man aus diesen beyden Ausdrücken die Grösse du, so ist

$$dm = \frac{r^2 dv}{a^2 \operatorname{Cos} \varphi} - \frac{r(a + r - a\varepsilon^2)}{a^2 \operatorname{Cos}^2 \varphi} \operatorname{Sin} v . d\varphi ;$$ und eben so erhält man

$$dv = \frac{a^2}{r^2} \operatorname{Cos} \varphi . dm + \frac{(2 + \varepsilon \operatorname{Cos} v)}{\operatorname{Cos} \varphi} \operatorname{Sin} v . d\varphi$$ und

$$dr = \frac{r}{a} da + a \operatorname{tg} \varphi \operatorname{Sin} v . dm - a \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} v . d\varphi .$$

5. §. Die transcendente Gleichung $m = u - \varepsilon \operatorname{Sin} u$, oder eigentlich

$$m = u - \frac{\varepsilon}{\operatorname{Sin} 1''} \operatorname{Sin} u \text{ wo } \operatorname{Sin} 1'' = \frac{\varpi}{180 . 60^2} \text{ u ist,}$$

kann nur durch Näherungen oder durch unendliche Reihen aufgelöst werden.

Da die Grösse ε bey den meisten Himmelskörpern nur *sehr klein ist*, so kann man anfangs

$u = m + \varepsilon \operatorname{Sin} m$ setzen. Ist also
$U = m + \varepsilon \operatorname{Sin} m$ und
$U' = m + \varepsilon \operatorname{Sin} U$ und
$U'' = m + \varepsilon \operatorname{Sin} U'$ u. s. w.

so wird jeder der Werthe U, U', U'' dem wahren Werthe von u desto näher seyn, je weiter man fortgeht.

Auch kann man die bekannte indirecte Methode zur Auflösung dieser Gleichung anwenden, indem man mit irgend einem Werthe von u den Werth von

$\eta = m - u - \varepsilon \operatorname{Sin} u = 0$ sucht. Sind also
$u = a, u = a'$ die beyden Hypothesen von m und
$\eta = \alpha, \eta = \alpha'$ die Fehler dieser Hypothesen, so hat man für den verbesserten Werth von u gleich

$$a - \frac{\alpha(a - a')}{\alpha - \alpha'} .$$

Ex. I. Sey die mittlere Länge $l = 90° 49' 4''.2$ eines Planeten, und die Länge $P = 121° 4' 36'' 5$ seines Periheliums gegeben, so ist

$m = l - P = 329° 44' 27''.7$ und $\varepsilon = 0.2453162$, so
$u = 320° 52' 15''.5$ und $v = 310° 55' 29''.6$ u
$\log r = 0.330764$, also auch die wahre Länge
neten $l' = v + P = 72° 0' 6''.1$, wodurch daher der w
des Planeten in seiner Bahn gefunden wird, wenn
lere Ort desselben bekannt ist.

Ex. II. Um das ganze hier zu beobachtende V
zu zeigen, nehmen wir folgende Elemente der
bahn an.

Für den mittleren Mittag des 1. Jänners 1828
mittlere Länge der Sonne $= 280° 4'.37''.27$ (also auch
lere Länge der Erde, wie sie aus dem Mittelpuncte
ne gesehen wird, gleich $100° 4' 37''.27$) und die L
Apogeums der Sonne oder des Perigeums der
$57' 16''$. Die tägliche Zunahme der mittleren Länge
ne sey $0° 59' 8''.33018$ und die ihres Apogeums $0° 0'$ 0
also auch die Bewegung der Sonne in einem gemein
von 365 Tagen gleich $359° 45' 40''.51740$ und in einen
jahre von 366 Tagen gleich $360° 44' 48''.84758$.

Die Bewegung des Apogeums aber in einem g
Jahre gleich $0° 1' 2''$. Die Excentricität der Sonnenba
lich sey 0.016793. Daraus wird man leicht für jede an
gebene Zeit die mittlere Länge der Sonne und des Ap
finden. Sucht man z. B. diese Grössen für den 10. Au
Jahres 1833 um 5 Uhr 32' 20'' mittl. Zeit von V
hat man

Mittlere Länge der Sonne

1828	280° 4' 37''.27 . . . .
3 gemeine Jahre .	359 17 1 .55
1 Schaltjahr . .	0 44 48 .85
1 gemeines Jahr .	359 45 40 .52
222 Tage . . .	218 48 49 .30
0.23078 Tage . .	0 13 38 .90
mittl. Länge d. Sonne	138° 54' 36''.39
Länge des Apog. .	100 3 3
mittl. Anom. m =	38 51 33 .39

Länge des Apogeums

1828	99° 57′ 16″
3 gemeine Jahre . .	3 6
1 Schaltjahr	1 2
1 gemeines Jahr . .	1 2
222 Tage	0 37
0.23078	0 0

Länge des Apogeums 100° 3′ 3″.

Mit diesem Werthe von m und dem angegebenen von ε [fin]det man die wahre Anomalie v = 37° 40′ 17″.14

100 3 3

wahre Länge der Sonne 137 47 20 .14

[un]d den Radius Vector der Sonne oder die Entfernung der[sel]ben von der Erde R = 1.013185.

Wir werden später Mittel kennen lernen, diese wieder[h]olten Additionen zur Bestimmung der mittleren Orte und selbst der Berechnung der Grössen v und r durch Tafeln sehr abzukürzen.

4. §. Wir wollen nun auch die bekannte Reversion [L]agranges auf die vorhergehenden Ausdrücke anwenden.

Vergleicht man den Ausdruck $m - u + \varepsilon \operatorname{Sin} u = 0$ mit [de]m allgemeinen $y - t - x f y = 0$, und setzt man

u, m, ε, Sin u, Sin m, m und u

statt y, t, x, f y, f t, ψ t und ψ x,

[so] erhält man

$$u = m + \varepsilon \operatorname{Sin} m + \frac{\varepsilon^2}{1.2} \frac{d.\operatorname{Sin}^2 m}{dm} + \frac{\varepsilon^3}{1.2.3} \cdot \frac{d^2.\operatorname{Sin}^3 m}{dm^2} +$$

[o]der

$$u = m + \varepsilon \operatorname{Sin} m + \frac{\varepsilon^2}{1.2.2} \cdot 2 \operatorname{Sin} 2m +$$

$$\frac{\varepsilon^3}{1.2.3.2^2} (3^2 \operatorname{Sin} 3m - 3 \operatorname{Sin} m),$$

$$+ \frac{\varepsilon^4}{1.2.3.4.2^3} (4^3 \operatorname{Sin} 4m - 4.2^3 \operatorname{Sin} 2m) +,$$

[wo]durch man u aus m findet.

I. Eben so gibt die Gleichung

$$\frac{r}{a} - 1 + \varepsilon \operatorname{Cos} u = 0 \text{ die Reihe}$$

$$\frac{r}{a} = 1 - \varepsilon \operatorname{Cos} m + \varepsilon^2 \operatorname{Sin}^2 m + \frac{\varepsilon^3}{1.2} \frac{d . \operatorname{Sin}^3 m}{dm} + \text{ oder}$$

$$\frac{r}{a} = 1 - \varepsilon \operatorname{Cos} m - \frac{\varepsilon^2}{1.2} (\operatorname{Cos} 2m - 1) -$$

$$- \frac{\varepsilon^3}{1.2.2^2} (3 \operatorname{Cos} 3m - 3 \operatorname{Cos} m) -$$

$$- \frac{\varepsilon^4}{1.2.3.2^3} (4^2 \operatorname{Cos} 4m - 4.2^2 \operatorname{Cos} 2m) -$$

wodurch man r aus m findet.

5. §. Ist überhaupt

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = a \operatorname{tg} \frac{y}{2},$$

so ist auch, wenn e die Basis der natürlichen Logari

und $b = \frac{a-1}{a+1}$ ist,

$$e^{x\sqrt{-1}} = e^{y\sqrt{-1}} \left[\frac{1 - b\, e^{-y\sqrt{-1}}}{1 - b\, e^{y\sqrt{-1}}} \right]$$

$$= e^{-y\sqrt{-1}} \left[\frac{1 - \frac{1}{b} . e^{y\sqrt{-1}}}{1 - \frac{1}{b} . e^{-y\sqrt{-1}}} \right].$$

Nimmt man von den Ausdrücken $1 - b\, e^{-y\sqrt{-1}}$ $1 - b\, e^{y\sqrt{-1}}$ die Logarithmen nach der bekannten For

$$\log (1 + z) = z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} +$$

die mit der gegebenen $tg\frac{x}{2} = a\, tg\frac{y}{2}$ identisch sind.

I. Diess vorausgesetzt, gibt die Gleichung

$$tg\frac{v}{2} = tg\frac{u}{2}\sqrt{\frac{1+\epsilon}{1-\epsilon}},$$

wenn man der Kürze wegen $\theta = \frac{\epsilon}{1+\sqrt{1-\epsilon^2}}$ setzt,

$$\frac{u}{2} = \frac{v}{2} - \theta \operatorname{Sin} v + \tfrac{1}{2}\theta^2 \operatorname{Sin} 2v - \tfrac{1}{3}\theta^3 \operatorname{Sin} 3v + \text{ und}$$

$$\frac{v}{2} = \frac{u}{2} + \theta \operatorname{Sin} u + \tfrac{1}{2}\theta^2 \operatorname{Sin} 2u + \tfrac{1}{3}\theta^3 \operatorname{Sin} 3u +$$

welche Reihen u durch v und v durch u geben.

II. Der letzte Werth von θ gibt auch

$$\epsilon = \frac{2\theta}{1+\theta^2} \text{ und daher } \frac{\frac{1}{2}\epsilon \operatorname{Sin} v}{1+\epsilon \operatorname{Cos} v} = \frac{\theta \operatorname{Sin} v}{1+\theta^2+2\theta \operatorname{Cos} v}.$$

Sey $\frac{\theta \operatorname{Sin} v}{1+\theta^2+2\theta \operatorname{Cos} v} = A \operatorname{Sin} v - B \operatorname{Sin} 2v + C \operatorname{Sin} 3v -$,

so hat man, wenn man diese Reihe durch $1+\theta^2+2\theta \operatorname{Cos} v$ multiplicirt, die Bedingungsgleichungen

$$A(1+\theta^2) = \theta(1+B)$$
$$B(1+\theta^2) = \theta(A+C)$$
$$C(1+\theta^2) = \theta(B+D) \text{ u. f.;}$$

also auch $A = \theta$, $B = \theta^2$, $C = \theta^3$ u. f. und daher

$$\frac{\epsilon \operatorname{Sin} v}{1+\epsilon \operatorname{Cos} v} = 2\theta \{\operatorname{Sin} v - \theta \operatorname{Sin} 2v + \theta^2 \operatorname{Sin}^3 v - \theta^3 \operatorname{Sin}^4 v + \}.$$

Allein die letzte Gleichung des §. 1 gibt

$$\operatorname{Cos} u = \frac{\epsilon + \operatorname{Cos} v}{1+\epsilon \operatorname{Cos} v} \text{ oder } \operatorname{Sin} u = \frac{\operatorname{Sin} v \,.\, \sqrt{1-\epsilon^2}}{1+\epsilon \operatorname{Cos} v}, \text{ das heisst,}$$

$$\frac{\epsilon \operatorname{Sin} v}{1+\epsilon \operatorname{Cos} v} = \frac{2\theta \operatorname{Sin} u}{1-\theta^2},$$

also ist auch

$$\operatorname{Sin} u = (1-\theta^2)(\operatorname{Sin} v - \theta \operatorname{Sin} 2v + \theta^2 \operatorname{Sin} 3v -),$$

und dieser Ausdruck gibt Sin u durch v. Verbindet man ihn mit dem Ausdrucke in II, der u selbst durch v gibt, so findet man nach der Gleichung

$m = u - \epsilon \operatorname{Sin} u$ folgende Reihe, die m durch v gibt:

$$\begin{aligned} m = v - 2\epsilon \operatorname{Sin} v &+ 2\theta(\epsilon - \tfrac{1}{2}\theta) \operatorname{Sin} 2v \\ &- 2\theta^2(\epsilon - \tfrac{2}{3}\theta) \operatorname{Sin} 3v \\ &+ 2\theta^3(\epsilon - \tfrac{3}{4}\theta) \operatorname{Sin} 4v - \ldots \end{aligned}$$

wodurch man m aus v erhält.

III. Aus der letzten Reihe erhält man endlich durch Um-
kehrung

$$v = m + 2\varepsilon \operatorname{Sin} m + \frac{5}{2^2}\varepsilon^2 \operatorname{Sin} 2m$$
$$+ \frac{\varepsilon^3}{2^2}\left(\frac{13}{3}\operatorname{Sin} 3m - \operatorname{Sin} m\right)$$
$$+ \frac{\varepsilon^4}{2^3 . 3}\left(\frac{103}{2^2}\operatorname{Sin} 4m - 11 \operatorname{Sin} 2m\right)$$
$$+ \frac{\varepsilon^5}{2^5}\left(\frac{1097}{2.3.5}\operatorname{Sin} 5m - \frac{43}{2}\operatorname{Sin} 3m + \frac{5}{3}\operatorname{Sin} m\right) + \ldots$$

Wollte man, wie die älteren Astronomen, die drey A
malien m, u und v nicht vom Perihelium P, sondern v
Aphelium A zählen, so würde man in allen vorhergehen
Ausdrücken bloss die Grösse ε negativ setzen.

6. §. Um dieselben Aufgaben auch für die Parabel aufz
sen, wollen wir das oben erwähnte Kepler'sche Gesetz zu H
nehmen, nach welchem sich bey den verschiedenen um
Sonne bewegten Körpern die Quadrate der Umlaufszeit
die Würfel der grossen Axen ihrer Bahnen verhalten. Ist
für einen dieser Körper a die halbe grosse Axe und T
Umlaufszeit, so ist nach diesem Gesetze

$$M = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{T},$$

wo M eine beständige Grösse bezeichnet.

Die Fläche der ganzen Ellipse ist aber

$$\tfrac{1}{2} F = \varpi a^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2} = \varpi a^{\frac{3}{2}} \sqrt{p},$$

wo $p = a(1 - \varepsilon^2)$ der halbe Parameter der Bahn ist.

Substituirt man diesen Werth $a^{\frac{3}{2}} = \frac{F}{2\varpi\sqrt{p}}$ in der
hergehenden Gleichung, so ist

$$M = \frac{F}{2\varpi T\sqrt{p}},$$

also auch, da $\frac{F}{T} = \frac{f}{t}$ ist,

$$M = \frac{f}{2\varpi t\sqrt{p}} \text{ oder } \frac{f}{t} = 2\varpi M . \sqrt{p}.$$

Die Bewegung dieser Himmelskörper um die Sonne
also, wie die letzte Gleichung zeigt, so beschaffen, dass
jedem derselben die von dem Radius Vector besc

en Flächen sich zu den Zeiten, in welchen sie beschrieben werden, wie die Quadratwurzeln aus dem Parameter ihrer Bahnen verhalten, oder dass man hat

$$\frac{f}{t} = \mu \sqrt{p},$$

wo auch $\mu = 2\varpi M = \frac{2\varpi a^{\frac{3}{2}}}{T}$ eine constante Grösse ist. Um den Werth dieser Constante μ zu finden, bemerken wir, dass man z. B. bey der Erde, wenn man die halbe grosse Axe a ihrer Bahn gleich der Einheit nimmt, für die wahre Umlaufszeit der Erde in ihrer Bahn hat $T = 365.256384$, woraus sofort für alle um die Sonne sich bewegenden Körper folgt

$$\mu = \frac{2\varpi}{T} = \frac{6.2831853}{365.256384} = 0.0172021, \log\mu = 8.2355814,$$

oder in Secunden $\mu = 3548''.19$, $\log\mu = 3.5500065$.

I. Die Gleichung der Parabel erhält man, wenn man in der vorhergehenden Gleichung der Ellipse

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \operatorname{Cos} v}$$

die Grösse $\varepsilon = 1$ setzt, so dass man für die Parabel hat

$$r = \frac{\frac{1}{2}p}{\operatorname{Cos}^2 \frac{v}{2}},$$

wo p der halbe Parameter des Kegelschnittes, also $\frac{1}{2}$ p die Distanz des Brennpunctes von dem Scheitel der Bahn ist. Nennt man daher wieder $\frac{1}{2}$ f die Fläche der Parabel zwischen dem Radius Vector und der grossen Axe, so ist

$$f = \int r^2 dv = \tfrac{1}{2}p^2 \int \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{v}{2}\right) d.\operatorname{tg}\frac{v}{2} = \tfrac{1}{2}p^2 \left(\operatorname{tg}\frac{v}{2} + \tfrac{1}{3}\operatorname{tg}^3\frac{v}{2}\right).$$

Ist aber t die Zeit (in Tagen), die seit dem Durchgange des Cometen durch sein Perihelium verflossen ist, so hat man nach dem Vorhergehenden

$$f = \mu t.\sqrt{p},$$

also auch, wenn man beyde Werthe von f einander gleich setzt,

$$\operatorname{tg}\frac{v}{2} + \tfrac{1}{3}\operatorname{tg}^3\frac{v}{2} = \frac{0.0344042}{p^{\frac{3}{2}}}.t = \frac{2\mu t}{p^{\frac{3}{2}}}.$$

Aus dieser Gleichung wird man für jeden gegebenen

...e wahre parabolische Anomalie v, und d...
...enung

$$r = \tfrac{1}{2} p \,\mathrm{Sec}^2 \tfrac{1}{2} v$$

... den wahren Ort des Körpers in seiner ... bestimmen. Da die kubische Gleichung

$$\ldots + \tfrac{1}{3} \mathrm{tg}^3 \frac{v}{2} = 2\mu t p^{-\frac{3}{2}}$$

...liche Wurzel hat, so kann man aus ihr ... für jedes t auf folgende bequeme Weise su...

$$\ldots \mathrm{tg}\, x = \frac{p^{\frac{3}{2}}}{3\mu t} \text{ und } \mathrm{tg}\, y = \sqrt[3]{\mathrm{tg} \frac{x}{2}}, \text{ so ist}$$

$$\mathrm{tg} \frac{v}{2} = 2 \,\mathrm{Cotg}\, 2y.$$

... Ist $\log \tfrac{1}{2} p = 9.0886320$ und $t = 72.99493$ die ... Tage seit dem Durchgange durch die Sonne... ...ie wahre Anomalie $v = 149^\circ 47' 56''.9$.

... Wir haben in der dritten Vorlesung gezeigt, ... gegebene Sternzeit in mittlere Sonnenzeit und ... verwandeln kann. Allein diese mittlere Sonne ... sich auf eine bloss imaginäre Sonne, die sich gl... und im Äquator bewegt, während die wahre S... ...gleichförmig in der Ecliptik bewegt.

Im Anfange der gegenwärtigen Vorlesung haben ... andere, ebenfalls imaginäre Sonne, unter der Be...

us diesen beyden Gleichungen folgt

mittl. Zeit = wahre Zeit $+\frac{1}{15}(A-L)$,

an nennt die Grösse $x=\frac{1}{15}(A-L)$ die Zeitglei-
;, die daher, mit ihrem Zeichen, zur wahren Zeit ad-
: oben erwähnte mittlere Zeit geben wird. Da man für
gebene mittlere Zeit die Länge L der ersten mittleren
(nach S. 58) leicht finden kann, so wird man daraus
en Gleichungen der S. 56, die Länge l der wahren Son-
d daraus durch die Gleichung (S. 31), wenn e die Schiefe
kliptik bezeichnet,

$$tg\,A = Cos\,e . tg\,l$$

ectascension A dieser wahren Sonne ableiten, also auch
de gegebene mittlere Zeit die Zeitgleichung

$$x=\frac{1}{15}(A-L) \text{ bestimmen können.}$$

ieser Ausdruck von x lässt sich auch leicht in eine
auflösen, deren Glieder bloss von der wahren Länge l
one abhängen. Setzt man nämlich $A-l=R$, so gibt
zte Gleichung, wenn man sie nach §. 5. S. 60 behandelt,
er Kürze wegen $k = tg^2\frac{e}{2}$ setzt,

$$R = -k\,Sin\,2\,l + \tfrac{1}{2}k^2\,Sin\,4\,l - \tfrac{1}{3}k^3\,Sin\,6\,l + .$$

ennt man eben so ϖ die Länge des Perigeums der Son-
ler, was dasselbe ist, die Länge des Apheliums der Er-
so $l-\varpi$ die wahre Anomalie der Sonne, so ist (§. 5. II)

Wen ... nehmen,
r du ... und der Gr
... gen. Die Nu
fin ... h — 16″.78 Si
bo ... m Gestirn im Ä
... man daher hat

$$ - L + 15''.39 \operatorname{Sin} \Omega $$

nu ... 5 Sin ☊.

W ... Ausdrucke die vorher
... ält man

$$ (\varepsilon - \tfrac{1}{2} \ldots) \operatorname{Sin} 2 (l - \varpi) $$

$$ - \ldots \operatorname{Sin} 3 (l - \varpi) - $$

$$ \ldots 4 l - \tfrac{1}{2} k \operatorname{Sin} 6 l + $$

... lässt sich noch auf
... ss von der Länge L d
... a man hat (S. 62)

$$ - \varepsilon \operatorname{Sin} 2 (L - \varpi) $$

$$ + \ldots \operatorname{Sin} 3 (L - \varpi) - \operatorname{Sin} (L $$

... ctionen aus, und nimm
... ür 1800

$$ \ldots = 0.016707 $$

$$ \ldots 3^{s}\ 27\ 56'.7 $$

$$ \ldots = 279\ 29'\ 0''.0 $$

$$- 0.01 \sin 7L - 0.04 \cos 7L$$

$$- 0''.093 \sin \Omega .$$

Vorlesung VI.

Praecession.

1. §. Wir beziehen gewöhnlich alle Orte der Ge entweder auf den Äquator oder die Ecliptik. Allein beyden Ebenen sind selbst nicht unbeweglich im Ra und es ist daher sehr wichtig, die Veränderungen ihre gen kennen zu lernen.

Sey SE (Fig. 6) die Lage der Ecliptik für irgend gegebene Epoche, z. B. für den Anfang des Jahres 1750. wollen sie die feste Ecliptik nennen. Der Äquator habe dieselbe Epoche die Lage SA, so dass er die feste Ecl in dem Puncte S schneidet.

Nach t Jahren, also in dem Jahre 1750 + t se Ecliptik in die Lage $S''E'$ und der Äquator nach $S''A'$, u dem Jahre 1750 + t' jene nach $\Sigma'''E''$ und dieser nach Σ übergegangen, so dass also der wahre Frühlingspunct in sen drey Zeiten in S, S'' und Σ''' ist.

Nach diesen, den Beobachtungen gemässen Darstel

$'=\psi_{,}$ die rückgängige Bewegung des Äquators in t auf der **beweglichen** Ecliptik $S''E'$ darstellt. nnt diesen Bogen $SS''=\psi_{,}$ die **allgemeine Prä-** n, und man hat

$$\psi_{,}=50''.21129\,t+0''.0001221483\,t^2.$$

ist klar, dass bey diesen Bewegungen beyder Ebenen e Neigung derselben gegen einander, oder dass auch iefe der Ecliptik geändert werden müsse. Zur Zeit der e 1750 war diese Schiefe $ESA=23°\,28'\,18''.0$. Nach en aber seit dieser Epoche wird diese Schiefe in Bezie- auf die feste Ecliptik $ES'A'=e$ und in Beziehung auf ewegliche Ecliptik $E'S''A'=e_{,}$ seyn, und man hat, nesten Untersuchungen zu Folge,

$$=23°\,28'\,18''.0+0''.0000009842\,t^2$$
$$=23°\,28'\,18''.0-0''.48368\,t-0''.0000002723\,t^2.$$

n sieht daraus, dass die **jährliche** Lunisolarprä-

$$\frac{d\psi}{dt}=50''.3757-0.0002435890\,t$$

: **jährliche** allgemeine Präcession

$$\frac{d\psi_{,}}{dt}=50''.21129+0.0002442966\,t \text{ ist.}$$

s Vorhergehende wird genügen, den Einfluss zu be-

$$\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}\ \operatorname{Sin}\frac{A+B}{2}}{\operatorname{Sin}\frac{A-B}{2}},$$

also ist auch

$$\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{\operatorname{tg}\frac{\psi-\psi,}{2}\ \operatorname{Cos}\frac{\varepsilon,-\varepsilon}{2}}{\operatorname{Cos}\frac{\varepsilon,+\varepsilon}{2}}.$$

Es ist aber nach dem Vorhergehenden

$$\frac{\psi-\psi,}{2} = 0.0822\,t - 0.000122\,t^2$$

$$\frac{\varepsilon,-\varepsilon}{2} = -0.2418\,t - 0.00000628\,t^2$$

$$\frac{\varepsilon,+\varepsilon}{2} = 23^\circ 28' 18''.0 - 0.2418\,t + 0.00000356\,t^2,$$

also hat man, wenn man die höheren Potenzen vernachlässigt,

$$\theta = (\psi-\psi,)\frac{\operatorname{Cos}\frac{\varepsilon,-\varepsilon}{2}}{\operatorname{Cos}\frac{\varepsilon,+\varepsilon}{2}} = \frac{0.1644\,t - 0.000244\,t^2}{\operatorname{Cos} 23^\circ 28' 18''}$$

$$\theta = 0''.179\,t - 0''.00027\,t^2.$$

8. §. Sey nun die Rectascension a und die Poldist[anz] eines Fixsterns für irgend eine Zeit 1750 + t gegeben,

an suche jetzt aus diesen Grössen λ und π für 1750 Rectascension a' und die Poldistanz p' für die Zeit 1750 Ist für diese Zeit die Ecliptik in $S''' E''$ und der Äquator A'', so zählt man die Länge λ, wie zuvor, auf der Ecliptik SE von dem Puncte S, und die Rectascension den Äquator $\Sigma''' A''$ von dem Puncte Σ''', in welchem quator jetzt von der beweglichen Ecliptik $S''' E''$ geten wird. Verlängert man also auch hier den Bogen nd $D \Sigma''$ rückwärts, bis sie sich in dem gemeinschaftlichen Puncte Σ' begegnen, und bezeichnet man für diese Zeit $+t'$ alle Grössen ψ, e und θ durch einen obern Strich, hat man wieder (wie S. 30)

$$\left.\begin{array}{l} \sin p' \cos(a'+\varsigma') = \sin\pi \cos(\lambda+\psi') \\ \sin p' \sin(a'+\varsigma') = \sin\pi \sin(\lambda+\psi') \cos e' - \cos\pi \sin e' \\ \cos p' = \sin\pi \sin(\lambda+\psi') \sin e' + \cos\pi \cos e' \end{array}\right\} (B)$$

$$\text{wo } \psi' = 50.3757\, t' - 0.0001218\, t'^2$$
$$\theta' = 0.179\, t' - 0.00027\, t'^2 \text{ und}$$
$$e' = 23^\circ\, 28'\, 18''.0 + 0.000009842\, t'^2 \text{ ist.}$$

Kennt man so ψ', θ', e' und aus den vorigen Gleichungen auch λ, π kennt, so erhält man die gesuchten Werthe von a', p'.

§. Die sechs angeführten Gleichungen des §. 3 lösen unsere Aufgabe vollständig. Durch die Elimination von λ, π lassen sie sich auch auf zwey andere zurückführen, schon genähertes, aber in den meisten Fällen anwendb Verfahren ableiten, um die Grössen d a und d p zu best men.

Die dritte der Gleichungen (B) gibt

$$dp \operatorname{Sin} p = - d\psi \operatorname{Cos} (\lambda + \psi) \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} e$$

d. h. nach der ersten der Gleichungen (B)

$$dp = - d\psi \operatorname{Cos} a \operatorname{Sin} e,$$

wenn man die zweyten und höheren Dimensionen der s kleinen Grösse $d\psi, \theta \ldots$ vernachlässigt.

Eben so geben die zwey ersten der Gleichungen (B)

$$\operatorname{tg} (a + \theta) = \frac{\operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sin} (\lambda + \psi) \operatorname{Cos} e - \operatorname{Cos} \pi \operatorname{Sin} e}{\operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} (\lambda + \psi)}$$

also auch, wenn man in Beziehung auf $a + \theta$ und ψ d rentiirt

$$\frac{da + d\theta}{\operatorname{Cos}^2 (a + \theta)} = d\psi [\operatorname{Cos} e + \operatorname{tg} (a + \theta) \operatorname{tg} (\lambda + \psi)]$$

oder, da nach den Gleichungen (A)

$$\operatorname{tg} (\lambda + \psi) = \operatorname{tg} a \operatorname{Cos} e + \frac{\operatorname{Cotg} p \operatorname{Sin} e}{\operatorname{Cos} a} \text{ ist,}$$

$$\frac{da + d\theta}{\operatorname{Cos}^2 (a + \theta)} = d\psi \left(\operatorname{Cos} e + \operatorname{tg}^2 a \operatorname{Cos} e + \frac{\operatorname{Sin} a \operatorname{Cotg} p \operatorname{Sin} e}{\operatorname{Cos}^2 \alpha}\right).$$

Wir haben daher für die gesuchten Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= - \frac{d\theta}{dt} + \frac{d\psi}{dt} (\operatorname{Cos} e + \operatorname{Sin} e \operatorname{Sin} a \operatorname{Cotg} p) \text{ und} \\ \frac{dp}{dt} &= - \frac{d\psi}{dt} \operatorname{Cos} a \operatorname{Sin} e \end{aligned}\right\}$$

Nennt man also

$$m = - \frac{d\theta}{dt} + \frac{d\psi}{dt} \operatorname{Cos} e \text{ und}$$

$$n = \frac{d\psi}{dt} \operatorname{Sin} e,$$

so hat man für die Präcession in Rectascension und Po stanz

$$\left.\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= m + n \operatorname{Sin} a \operatorname{Cotg} p \\ \frac{dp}{dt} &= - n \operatorname{Cos} a \end{aligned}\right\};$$

und diese Grössen d a, d t werden mit ihren Zeichen zu

en Werthen von a und p gesetzt, um die wahren
e von a und p zu erhalten.

ist aber $\frac{d\psi}{dt} = 50.3757 - 0.0002435 9\, t$,

$$\frac{d\theta}{dt} = 0.179 - 0.00054\, t \text{ und}$$

$$e = 23^\circ\, 28'\, 18'',$$

t man auch

$$m = 46.0282 + 0.000309\, t,$$

$$n = 20.0644 - 0.000097\, t,$$

ie Anzahl Jahre nach 1750 sind.

. Für α Bootis (Arctur) ist im Anfange des Jahres 1821
en Beobachtungen

$$a = 211^\circ\, 52'\, 26''.0,$$

$$p = \;\; 69\;\; 52\;\; 50\;\; .3.$$

ier ist t = 1821 — 1750 = 71, also m = 46.0501 und
0.0575 und daher

$$\frac{da}{dt} = 46.0501 - 3.8799 = 42.1702,$$

$$\frac{dp}{dt} = 17''.033,$$

ie Rectascension dieses Sterns wächst mit jedem Jahre
21 um 42''.1702 und die Poldistanz um 17''.033.

§. Wir haben in dem Vorhergehenden (S. 63) die
fszeit der Erde gleich A = 365.256384, und früher
dieselbe Umlaufszeit B = 365.242255 angenommen.
ste A ist die wahre Umlaufszeit oder die Zeit, in
r die Erde in der That ihre ganze Peripherie von 360
n um die Sonne zurücklegt, oder in welcher sie wie-
demselben fixen Sterne zurückkehrt, daher sie auch
derische Umlaufszeit oder die siderische Revo-
heisst. Die zweyte B aber ist die Zeit, in welcher die
wieder zu demselben Äquinoctium zurückkehrt, und
ie wir gesehen haben, die Äquinoctien vermöge der
ssion rückwärts gehen, so wird die Erde, von der Son-
n gesehen, das Äquinoctium früher, als den fixen Stern
hen, oder B wird kleiner als A seyn. Man nennt B die
pische Revolution der Erde, die unserem bürgerli-
Jahre gleich ist, da die Rückkehr der Sonne zu den

... unsere Jahreszeiten best...
... dieser Grössen A und B von ein...
... überhaupt A die Revolution der ...
... Himmelskörpers um die Son...
... einen Punct; also $\frac{360}{A}$ die...
... Körpers in Beziehung auf denselben P...
... liche Bewegung eines zweyten Pu...
... ersten, so ist auch $\frac{360}{A} - m$ di...
... Körpers in Beziehung auf diesen z...
... die Revolution B des Körpers in...
... zweyten Punct

$$B = \frac{360}{\frac{360}{A} - m},$$

... Gleichung zwischen A und B ist. G...
... Beziehung auf den Körper rückw...

... dieses auf unsern Gegenstand anzuw...
... Körper die Erde, der erste Punct ein...
... das Äquinoctium, so ist die Revolu...
... ung auf den ersten Punct oder die s...
$A = 365.256384$. Die jährliche allgem...
... Jahr 1825 ist nach dem Vorhergehen...
... also die tägliche Präcession in Graden g...
... 582. Setzt man daher $m = -0.0000$...

Die bisher betrachteten, mit der Zeit fortgehenden
ch in sehr langen Perioden von vielen Jahrtausenden
lossenen Bewegungen der Äquinoctien und der
der Ecliptik sind noch anderen Störungen unterwor-
e aber in nahe 19 Jahren periodisch wiederkehren,
ter dem Nahmen der Nutation bekannt sind. Da
noten der Mondsbahn d. h. die Durchschnittspuncte
Bahn mit der Ebene der Ecliptik in derselben Zeit
Umlauf vollenden, so wurde man sehr bald auf die ge-
te Vermuthung geführt, dass die Nutation von der La-
Knoten abhänge. Eine genauere Untersuchung gab
e Störungen der Länge d λ aller Fixsterne und der
de der Ecliptik folgende Ausdrücke, in welchen ☊
ge des aufsteigenden d. h. desjenigen Knotens der
ahn, von welchem sich der Mond über die Ecliptik
☉ die Länge der Sonne und endlich ☾ die Länge
ndes bezeichnet.

$$d\lambda = -16''.783 \,\mathrm{Sin}\, ☊ + 0.161 \,\mathrm{Sin}\, 2\, ☊$$
$$- 1.336 \,\mathrm{Sin}\, 2\, ☉ - 0.201 \,\mathrm{Sin}\, 2\, ☾ \quad \text{und}$$
$$de = 8''.977 \,\mathrm{Cos}\, ☊ - 0.088 \,\mathrm{Cos}\, 2\, ☊$$
$$+ 0.580 \,\mathrm{Cos}\, 2\, ☉ + 0.087 \,\mathrm{Cos}\, 2\, ☾ .$$

Sey a und p die Rectascension und Poldistanz ei-

$+ \mathrm{Cos}\, p\, \mathrm{Sin}\, e$

$\mathrm{Sin}\, e + \mathrm{Cos}\, p\, \mathrm{Cos}\, e$

befreyte Schiefe der

Anzahl Jahre seit 17

$-0''.48368\, t$ ist.

die so gefundenen Werthe

Grössen $d\lambda$ und d

$\lambda + d\lambda$, aus der Breite π un

gesuchten Grössen a' und p'

$\mathrm{Cos}\,(\lambda + d\lambda)$

$\mathrm{Sin}\,(\lambda + d\lambda)\, \mathrm{Cos}\,(e + de)$

$- \mathrm{Cos}\,\pi\, \mathrm{Sin}\,(e + de)$

$\mathrm{Sin}\,\pi\, \mathrm{Sin}\,(\lambda + d\lambda)\, \mathrm{Sin}\,(e + de)$

$+ \mathrm{Cos}\,\pi\, \mathrm{Cos}\,(e + de)$

aufgelöst ist.

Änderungen $d\lambda$ und de nur klein

meisten Fällen besser seyn, aus den

Ausdrücke für $da = a' - a$

Zwecke hat man

$$\left(\frac{da}{d\lambda}\right) d\lambda + \left(\frac{da}{de}\right) de$$

$$d\lambda^2 + \left(\frac{d^2 a}{d\lambda\, de}\right) d\lambda\, de + \tfrac{1}{2}\left(\frac{d^2 a}{de^2}\right) de^2$$

$-(6''.68 \operatorname{Sin} \Omega \operatorname{Sin} a + 8''.98 \operatorname{Cos} \Omega \operatorname{Cos} a) \operatorname{Cotg} p,$
$- 1.22 \operatorname{Sin} 2 \odot -$
$-(0.53 \operatorname{Sin} 2 \odot \operatorname{Sin} a + 0.58 \operatorname{Cos} 2 \odot \operatorname{Cos} a) \operatorname{Cotg} p,$
$= + 6''.68 \operatorname{Sin} \Omega \operatorname{Cos} a - 8.98 \operatorname{Cos} \Omega \operatorname{Sin} a,$
$+ 0.53 \operatorname{Sin} 2 \odot \operatorname{Cos} a - 0.58 \operatorname{Cos} 2 \odot \operatorname{Sin} a.$

scheinbare Schiefe der Ecliptik endlich ist (S. 69) s gegebene Jahr T unserer Zeitrechnung

$28' 18''.0 - 0''.48368 (T - 1750) + 8''.977 \operatorname{Cos} \Omega,$

$27' 53''.8 - 0''.48368 (T - 1800) + 8''.977 \operatorname{Cos} \Omega.$

§. Um diese Werthe von a' — a und p' — p bequem in fel zu bringen, bemerke man, dass man einem Ausler Form

$$A (\alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma + \operatorname{Sin} \beta \operatorname{Sin} \gamma)$$

lie Gestalt

$$x \operatorname{Cos} (\beta - \gamma + y)$$

unn, wenn man die Grössen x und y gehörig be-Setzt man nämlich die Factoren von $\operatorname{Sin} \gamma$ und $\operatorname{Cos} \gamma$ n Ausdrücken einander gleich, so erhält man

$$A \alpha \operatorname{Cos} \beta = x (\operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} y - \operatorname{Sin} \beta \operatorname{Sin} y) \text{ und}$$

$$A \operatorname{Sin} \beta = x (\operatorname{Sin} \beta \operatorname{Cos} y + \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Sin} y),$$

diesen beyden Gleichungen erhält man für x und y the wo also $A = 6.68$, $\alpha = 1.3443$, $\beta = ☊$ und $\gamma = \lambda$ ist, man

$$\operatorname{tg} y = -\frac{0.3443 \operatorname{Sin} ☊ \operatorname{Cos} ☊}{1 + 0.3443 \operatorname{Cos}^2 ☊} \text{ und}$$

$$x = 6.68 \sqrt{1 + 0.8071 \operatorname{Cos}^2 ☊}.$$

Hat man also eine Tafel (Tab. IX), welche für jeden von ☊ die Werthe von x und y, und überdiess die $z = -15''.39 \operatorname{Sin} ☊$ gibt, so wird man daraus sehr b die von ☊ abhängige Nutation durch die beyden Gleich finden

$$a' - a = -x \operatorname{Cos}(☊ + y - a) \operatorname{Cotg} p + z \text{ und}$$
$$p' - p = x \operatorname{Sin}(☊ + y - a).$$

Will man auch noch den von ⊙ abhängigen Theil die Solarnutation, so wird man in dieselbe Tafel statt m mit dem Argumente 2 ⊙ eingehen, und die so erhalt Werthe von $a' - a$ und $p' - p$ durch die constante Zahl multipliciren.

Ex. Sey $a = 30°$, $p = 50$, $☊ = 100°$ und $⊙ = 200°$ für die Lunarnutation $y = 3° 20'$, $z = -15.16$

$$\log x = 0.8302\,n \quad \ldots \quad 0.8302$$
$$\log \operatorname{Sin}(☊ + y - a) = 9.4576 \quad \ldots \quad 9.9814$$
$$\log \operatorname{Cotg} p = 9.9238 \qquad 0.8116 = \log 6''.45$$
$$0.2116 = \log - 1''.63,$$

also auch $a' = a - 1''.63 - 15''.16 = 29° 59' 43''.2$

[redacted]

Sey S ein Stern (fig. 7) und A die Erde, die sich
Bahn von A nach B bewegt. Wenn die Erde keine
ch nur eine gegen die Geschwindigkeit des Lichtes
merkliche Bewegung hätte, so würde sie den Stern
wahren Richtung B S oder in der durch A mit B S pa-
Richtung sehen. Wenn aber die Geschwindigkeit der
mit der des Lichtes für uns noch vergleichbar ist, und
das Licht den Weg a B in derselben Zeit zurücklegt, in
der die Erde den Bogen A B = B C beschreibt, so wer-
wir den Stern, bey der Ankunft seines Lichtes in unse-
Auge, nicht mehr in der wahren Richtung B a, son-
der Richtung der Diagonale B b des Parallelograms
sehen, und der Winkel S B S', welcher die Rich-
scheinbaren Strahles B S' mit dem wahren B S bildet,
berration.

en wir zuerst das Verhältniss ρ der Geschwindig-
Erde zu jener des Lichtes.

den Beobachtungen kommt das Licht von der Son-
de in 493.218 Secunden mittlerer Zeit. Nach den
en (S. 57) ist aber

$$r\,dv = \frac{dm}{r}\sqrt{1-\varepsilon^2},$$

Radius Vector, ε die Excentricität der Erdbahn

Also ist auch die **wahre** Bewegung der Erde in ben Zeit $= r\,dv$ oder gleich

$$\rho = 20''.255 \frac{\sqrt{1-e^2}}{r}$$

und diese Grösse, in Theilen des Halbmessers ausge oder ρ Sin $1'' = 0.0000982$ gibt das gesuchte Verhält Geschwindigkeit der Erde in ihrer jährlichen Bewegu die Sonne zu der Geschwindigkeit des Lichtes.

I. Eben so können wir auch das Verhältniss ρ' d schwindigkeit jedes Punctes der Oberfläche der Erde i **täglichen** Bewegung zu der des Lichtes bestimme

Ist nämlich H der Halbmesser der Erdbahn und des Erdparallels, in welchem sich der Beobachter be so legt die Erde durch ihre jährliche Bewegung in mittleren Tage den Raum

$$M = \frac{2\varpi H}{365.25638},$$

und durch ihre tägliche Bewegung in einem mittleren den Raum

$$m = \frac{2\varpi h}{0.99727}$$

zurück. Ist aber φ die Polhöhe des Beobachters, und be man, dass der Winkel, unter welchem der Halbmess Erde in dem Mittelpuncte der Sonne erscheint, ode

[redacted]

und L die Länge der Sonne, so ist $v = L - \Pi$ und da-
jener Winkel

$$\psi = 90 - \frac{\varepsilon \operatorname{Sin}(L - \Pi)}{\operatorname{Sin} 1''}.$$

Wir wollen künftig der Kürze wegen die Grösse $\frac{\varepsilon \operatorname{Sin}(L - \Pi)}{\operatorname{Sin} 1''}$ setzen, und bemerken, dass man für die
e des gegenwärtigen Jahrhunderts hat $\Pi = 280°$ und
0.0168, die halbe grosse Axe der Erdbahn als Einheit
genommen.

2. §. Dieses vorausgesetzt, wollen wir nun den Einfluss
stimmen, welchen die jährliche und tägliche Aberration,
r welchen die Grössen ρ und ρ' auf die scheinbaren Orte
Gestirne haben.

Es werde die Lage des wahren Ortes des Gestirns gegen
Beobachter (analog mit S. 32) durch die beyden Winkel
a b angegeben, wo z. B. a Länge, Rectascension oder
ut, und b die Distanz des Gestirns vom Pol der Eclip-
des Äquators oder des Horizonts bezeichnet. Eben so
le die Lage des scheinbaren Orts des Gestirns durch die
gen Grössen a′ b′, und endlich die Lage des Punctes des
mels von B nach A, nach welchem die Tangente der
n des Beobachters gerichtet ist, durch die Winkel A und

$$x = r \operatorname{Sin} b \operatorname{Cos} a\,,\quad y = r \operatorname{Sin} b \operatorname{Sin} a\,,\quad z = r \operatorname{Cos} b\,,$$

und eben so für den scheinbaren Ort

$$x' = r' \operatorname{Sin} b' \operatorname{Cos} a',\quad y' = r' \operatorname{Sin} b' \operatorname{Sin} a',\quad z' = r' \operatorname{Cos} b',$$

und endlich für den Erdpunct

$$X = R \operatorname{Sin} B \operatorname{Cos} A\,,\quad Y = R \operatorname{Sin} B \operatorname{Sin} A\,,\quad Z = R \operatorname{Co}$$

wo zwischen diesen Coordinaten die Gleichungen Statt ha

$$x' - x + X = o$$
$$y' - y + Y = o$$
$$z' - z + Z = o.$$

Es ist klar, dass man in diesen Ausdrücken auch drey Winkel a, a′ und A um eine willkürliche Grösse N v mehren kann, und dass wegen der sehr kleinen Grösse die beyden Entfernungen r und r′ sehr nahe gleich se werden. Setzt man also $r = r'$ und $\rho = \frac{R}{r}$, wo ρ offenbar d vorige Bedeutung hat, so gehen die drey letzten Gleichu gen in folgende über,

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{Sin} b' \operatorname{Cos}(a' + N) - \operatorname{Sin} b \operatorname{Cos}(a + N) \\ &\qquad + \rho \operatorname{Sin} B \operatorname{Cos}(A + N) = o \\ &\operatorname{Sin} b' \operatorname{Sin}(a' + N) - \operatorname{Sin} b \operatorname{Sin}(a + N) \\ &\qquad + \rho \operatorname{Sin} B \operatorname{Sin}(A + N) = o \\ &\operatorname{Cos} b' - \operatorname{Cos} b + \rho \operatorname{Cos} B = o \end{aligned}\right\}\,,$$

und aus diesen drey Gleichungen wird man die Grössen a′ aus a, b oder umgekehrt auf verschiedene Art bestimm

Die Division der beyden letzten jener drey Gleichungen gibt eben so

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{Cotg} b' &= \frac{(\operatorname{Cos} b - \rho \operatorname{Cos} B) \operatorname{Sin}(a' + N)}{\operatorname{Sin} b \operatorname{Sin}(a + N) - \rho \operatorname{Sin} B \operatorname{Sin}(A + N)}\\ \operatorname{Cotg} b &= \frac{(\operatorname{Cos} b' + \rho \operatorname{Cos} B) \operatorname{Sin}(a + N)}{\operatorname{Sin} b' \operatorname{Sin}(a' + N) + \rho \operatorname{Sin} B \operatorname{Sin}(A + N)}\end{aligned}\right\} (A)$$

oder wenn man $N = -A$ setzt,

$$\operatorname{Cotg} b' = \frac{(\operatorname{Cos} b - \rho \operatorname{Cos} B) \operatorname{Sin}(A - a')}{\operatorname{Sin} b \operatorname{Sin}(A - a)},$$

$$\operatorname{Cotg} b = \frac{(\operatorname{Cos} b' + \rho \operatorname{Cos} B) \operatorname{Sin}(A - a)}{\operatorname{Sin} b' \operatorname{Sin}(A - a')}.$$

Aus den beyden Gleichungen (A) aber erhält man, wenn man sie in dem bekannten Ausdrucke

$$\operatorname{tg}(b - b') = \frac{\operatorname{Cotg} b' - \operatorname{Cotg} b}{1 + \operatorname{Cotg} b' \operatorname{Cotg} b}$$

substituirt, und wenn man der Kürze wegen setzt

$$\operatorname{tg} u = \frac{\operatorname{tg} B \operatorname{Cos} \frac{1}{2}(2A - a' - a)}{\operatorname{Cos} \frac{1}{2}(a' - a)} \text{ und } N = -\frac{(a' + a)}{2},$$

folgende zwey Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{Cotg}(b' - b) &= \frac{\rho \operatorname{Cos} B \operatorname{Sec} u \operatorname{Sin}(b - u)}{1 - \rho \operatorname{Cos} B \operatorname{Sec} u \operatorname{Cos}(b - u)}\\ \operatorname{Cotg}(b' - b) &= \frac{\rho \operatorname{Cos} B \operatorname{Sec} u \operatorname{Sin}(b' - u)}{1 + \rho \operatorname{Cos} B \operatorname{Sec} u \operatorname{Cos}(b' - u)}\end{aligned}\right\} \ldots (II)$$

I. Die Gleichungen (I) und (II) lassen sich auch in convergirende Reihen auflösen. Man hat nämlich aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \frac{x - y}{2} = \frac{\alpha \operatorname{Sin} y}{1 - \alpha \operatorname{Cos} y} \text{ die Reihe}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{2} + \alpha \operatorname{Sin} y + \frac{\alpha^2}{2} \operatorname{Sin} 2y + \frac{\alpha^3}{3} \operatorname{Sin} 3y + .$$

Also erhält man auch aus den Gleichungen (I)

$$\left.\begin{aligned}a - a' &= m \operatorname{Sin}(A - a) + \frac{m^2}{2} \operatorname{Sin} 2(A - a)\\ &\quad + \frac{m^3}{3} \operatorname{Sin} 3(A - a) +\\ a - a' &= m' \operatorname{Sin}(A - a') - \frac{m'^2}{2} \operatorname{Sin} 2(A - a')\\ &\quad + \frac{m'^3}{3} \operatorname{Sin} 3(A - a') -\end{aligned}\right\} (I')$$

wo $m = \rho \operatorname{Sin} B \operatorname{Cosec} b$ und $m' = \rho \operatorname{Sin} B \operatorname{Cosec} b'$ ist.

Eben so geben die Gleichungen (II)

$$\left.\begin{aligned} b' - b &= n \,\mathrm{Sin}\,(b - u) + \frac{n^2}{2}\,\mathrm{Sin}\,2(b - u) \\ &\qquad - \frac{n^3}{3}\,\mathrm{Sin}\,3(b - u) + \frac{n^4}{4}\,\mathrm{Sin}\,4(b - u) - \dots \\ b' - b &= n \,\mathrm{Sin}\,(b' - u) - \frac{n^2}{2}\,\mathrm{Sin}\,2(b' - u) \\ &\qquad + \frac{n^3}{3}\,\mathrm{Sin}\,3(b' - u) - \frac{n^4}{4}\,\mathrm{Sin}\,4(b' - u) + \dots \end{aligned}\right\} \quad \text{(II}$$

wo in beyden Reihen $n = \rho \,\mathrm{Cos}\, B \,\mathrm{Sec}\, u$ ist.

Da das Gesetz des Fortganges dieser Reihen offe ist, so sind alle vorhergehenden Ausdrücke vollkommen nau. Will man sich aber, was in den meisten Fällen ge mit bloss genäherten Ausdrücken begnügen, so wird von den vorhergehenden Reihen nur die ersten Glieder men, wodurch man erhält

$$a' - a = -\rho \,\mathrm{Sin}\, B \,\mathrm{Cosec}\, b \,\mathrm{Sin}\,(A - a) \quad . \quad . \quad (\mathrm{I}'')$$
$$b - b' = -\rho \,\mathrm{Cos}\, B \,\mathrm{Sec}\, u \,\mathrm{Sin}\,(b - u) \quad . \quad . \quad (\mathrm{II}''),$$

wo $\mathrm{tg}\, u = \mathrm{tg}\, B \,\mathrm{Cos}\,(A - a)$, also auch

$$b - b' = \rho\,(\mathrm{Cos}\, b \,\mathrm{Sin}\, B \,\mathrm{Cos}\,(A - a) - \mathrm{Sin}\, b \,\mathrm{Cos}\, B) \quad . \quad . \quad (\mathrm{I}$$

4. §. Wenden wir nun diese allgemeinen Ausdrücke eine der in der Astronomie gewöhnlichen Ebenen z. B. die des Äquators an, d. h. suchen wir die Wirkungen, v che die Aberration auf die Rectascension und Poldistanz

$$-a = -\frac{\rho}{\mathrm{Sin}\,p}(\mathrm{Sin}\,L'\,\mathrm{Sin}\,a + \mathrm{Cos}\,L'\,\mathrm{Cos}\,a\,\mathrm{Cos}\,e)$$

$$-p = \rho\,\mathrm{Cos}\,p\,(\mathrm{Sin}\,L'\,\mathrm{Cos}\,a - \mathrm{Cos}\,L'\,\mathrm{Sin}\,a\,\mathrm{Cos}\,e) + \rho\,\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,L'\,\mathrm{Sin}\,e,$$

ss sind die Ausdrücke, welche man mit ihren Zei- den mittleren Grössen a und p setzen muss, um die lie jährliche Aberration veränderten Grössen a' und p' lten.

Nimmt man in diesen Ausdrücken $e = o$ und setzt die Länge und $p = \pi$ die Distanz des Sterns vom Pol cliptik, so erhält man

$$\lambda = -\frac{\rho}{\mathrm{Sin}\,\pi}(\mathrm{Sin}\,L'\,\mathrm{Sin}\,\lambda + \mathrm{Cos}\,L'\,\mathrm{Cos}\,\lambda)$$

$$-\frac{\rho}{\mathrm{Sin}\,\pi}\,\mathrm{Cos}\,(L' - \lambda)$$

$$= \rho\,\mathrm{Cos}\,\pi\,(\mathrm{Sin}\,L'\,\mathrm{Cos}\,\lambda - \mathrm{Cos}\,L'\,\mathrm{Sin}\,\lambda)$$

$$= \rho\,\mathrm{Cos}\,\pi\,\mathrm{Sin}\,(L' - \lambda),$$

se beyden Ausdrücke geben die Aberration der Ster- Länge und Breite; für die Sonne ist $\pi = 90°$ und , also auch

$$\lambda' - \lambda = -\rho \text{ und}$$

$$\pi' - \pi = o.$$

Wendet man auf diese Ausdrücke die Reduction der n, so ist

Ex. Ist $a=261°31'$, $p=77°17'$, $L'=40°52'$, so
$\log x=1.2859$, $y=2°28'$ also
$a'-a=+15''.6$ und
$p'-p=2''.6+2''.4+3''.6=+8''.6.$

5. §. Suchen wir eben so die tägliche Aberrati
Beziehung auf den Äquator. — Nennt man T die Ste
der Beobachtung, so geht die Richtung, welche der
tung der täglichen Bewegung des Beobachters auf der
entgegengesetzt ist, nach einem Punct des Himmels, d
Rectascension gleich $T-90$, oder wenn man diesen
um 360° vermehrt, $=270+T$, und dessen Poldistanz
90° ist. Es ist daher

$$A=270+T \text{ und } B=90.$$

Setzt man überdiess $a=a$ und $b=p$ und $\rho=\rho'$,
substituirt man diese Werthe von A, B, a, b, in den G
chungen (II) oder (II'), so erhält man die vollstän
Ausdrücke der täglichen Aberration in Beziehung auf
Äquator. Die Gleichungen (I'') und (II'') aber geben

$$a'-a=\rho'\frac{\operatorname{Cos}(T-a)}{\operatorname{Sin} p},$$

$$p-p'=\rho'\operatorname{Sin}(T-a)\operatorname{Cos} p,$$

oder da $\rho'=0''.31 \operatorname{Cos}\varphi$ war,

$$a'-a=0''.31\frac{\operatorname{Cos}(T-a)\operatorname{Cos}\varphi}{\operatorname{Sin} p},$$

$$p'-p=-0''.31 \operatorname{Sin}(T-a)\operatorname{Cos} p \operatorname{Cos}\varphi.$$

6. §. Bisher haben wir das Gestirn als ruhend vora
setzt. Sey nun S der Ort des beweglichen Gestirns zur
T, in welcher der Lichtstrahl von ihm ausging, und
Auge des Beobachters oder der Ort des Oculars des
rohres für dieselbe Zeit T. Sey eben so t und t' die Ze
welcher jener erste Lichtstrahl von dem Gestirn in das
jectiv a und in das Ocular B des nach dem scheinbaren
des Gestirns gerichteten oder des beweglichen Fernrohr
oder Bb kommt. Diess vorausgesetzt, ist also OS die
tung des wahren Orts des Sterns zur Zeit T, und Aa
Bb ist die Richtung des scheinbaren Orts des S
zur Zeit t oder t', (welche beyden letzten Zeiten t u
nur unendlich wenig von einander verschieden sind).

Nimmt man die Bewegung des Lichtes gleichförmi ncte o, a, b in einer geraden Linie liegen, und man aben

$$oa : ab = t - T : t' - t.$$

araus folgt

$$\frac{Sa}{aB} = \frac{oa}{ab}.$$

a überdiess der von den eben genannten Seiten eingeene Winkel $Sao = Bab$ ist, so sind die Dreyecke und Bab ähnlich, oder es ist der Winkel aSo gleich Winkel aBb, das heisst, es ist Bb oder Aa mit OS lel, oder mit andern Worten: der scheinbare Ort BbS' Zeit t ist gleich dem wahren Orte OoS zur Zeit T.

Sey also $\varDelta$ die Distanz des Gestirns von der Erde in n der halben grossen Axe der Erdbahn ausgedrückt, die tägliche Bewegung des Gestirns in Secunden auskt, so ist

$$1 : \varDelta = 493.218 : \theta,$$

las Licht braucht $\theta = 493.218\ \varDelta$ Zeitsecunden, von iestirn zur Erde zu kommen,

erner ist

$$86400 : \theta = m : x,$$

ie Bewegung des Gestirns in dieser Zeit θ ist gleich $\frac{m\theta}{86400} = 0.00571\ m\ \varDelta$, und dieser Werth von x ist

Nimmt die Länge, Breite . . des Gestirns ab, so i
der letzten Gleichung die Grösse m negativ.

Für die Sonne ist $\Delta = 1$ und $m = 3547''3$, also

$$\text{wahre Länge } \odot = \text{scheinb. Länge } \odot + 20''.255$$

wie zuvor.

Unsere Sonnentafeln geben schon diese scheinb
durch die Aberration veränderte Länge der Sonne an.
man also die scheinbare Länge, Breite, Rectascension
eines beweglichen Gestirns oder die Grösse a' zur Zeit t
obachtet, und will man für dieselbe Zeit t die wahre L
oder die Grösse a des Gestirns haben, so ist
$a = a' + 0.00571\, m\, \Delta$ und für dieselbe Zeit t gehört
wahre Länge L der Sonne

$$L = L' + 20''.255,$$

wo L' die für die Zeit t aus den Tafeln berechnete
tabellarische Länge der Sonne bezeichnet.

7. §. Wir wollen nun, zum bequemern Gebr
den Beobachtungen, die bisher betrachteten Änder
welche die Rectascension und die Poldistanz der Fix
durch die Präcession, Nutation und Aberration erfah
zusammenstellen.

Nennt man a und p die mittlere Rectascension und
distanz eines Sterns, wie man sie in den sogenannten St
katalogen verzeichnet findet, und ist eben so a' und p'

[redacted]

$+20.255 \,\mathrm{Cos}\, p \,\mathrm{Sin}\, a \,\mathrm{Sin} \odot$,
$+20.255 (\mathrm{tg}\, e \,\mathrm{Sin}\, p - \mathrm{Cos}\, p \,\mathrm{Sin}\, a) \,\mathrm{Cos}\, e \,\mathrm{Cos} \odot$,
$+0.53 \,\mathrm{Cos}\, a \,\mathrm{Sin}\, 2 \odot$,
$-0.58 \,\mathrm{Sin}\, a \,\mathrm{Cos}\, 2 \odot$,
$+6.68 \,\mathrm{Cos}\, a \,\mathrm{Sin}\, \Omega$,
$-8.98 \,\mathrm{Sin}\, a \,\mathrm{Cos}\, \Omega$.

on diesen beyden Ausdrücken enthalten die zwey er-eilen die Präcession für das Jahr 1835, die mit der d t der seit der Epoche der Tafeln verflossenen Jahre licirt werden muss. Die zweyte und dritte Zeile ent-ie Aberration, und die drey letzten die Nutation. Die e der Ecliptik für 1835 ist $e = 23° 27' 39''$.

x. Man suche den scheinbaren Ort von γ Pegasi für den ay 1827. Für diesen Tag ist die Länge der Sonne 52° 53', und die des aufsteigenden Mondknotens 123° 53'. Der Sternkatalog gibt für den Anfang des Jah-828 den mittleren Ort dieses Sterns

$$a = 1° 5' 52'' 50$$
$$p = 75° 46' 23''.90.$$

Hier ist $t = 1827.37 - 1828 = -0.63$. Man hat daher den vorhergehenden Gleichungen

	$a = 1° 5' 52'' 50$ . . .	$p = 75° 46' 23'' 90$
sion	-29.08	$+ \quad 12.63$
) abhängig. Glieder	-13.05	$+ \quad 9.30$
) abhängig. Glieder	$+12.30$	$- \quad 4.50$
	$a' = 1° 5' 22''.67$	$p' = 75° 46' 41''.33$

ese scheinbare Rectascension a' und Poldistanz p' hatte ern am 15. May 1827, daher auch der an diesem Tage chtete Ort desselben mit diesen Grössen a' und p' ver-n werden muss. (Eine Tafel dieser Reductionen für die glichsten Sterne findet man im VIII. Theile der Anna-er Sternwarte von Wien.)

Vorlesung IX.

Parallaxe.

1. §. Da wir die Gestirne von verschiedenen Pu[illegible]
der Oberfläche der Erde beobachten, so ist es, zur Ve[illegible]
chung dieser Beobachtungen, nothwendig, sie alle auf [illegible]
gemeinschaftlichen Punct, für welchen man den [illegible]
der Erde gewählt hat, zu reduciren. Man nennt [illegible]
schied der Längen, Breiten . . . der Gestirne, [illegible]
einem Punct der Oberfläche und aus dem Mitte[illegible]
Erde gesehen werden, die Parallaxe der Län[illegible]
des Gestirns für den Ort des Beobachters.

Wir wollen die Erde als einen Körper annehmen, [illegible]
durch die Umdrehung einer Ellipse um ihre kleine Axe [illegible]
standen ist. Sey 2 a die grosse, und 2 b die kleine Axe [illegible]
Ellipse und r die Entfernung des Beobachters von dem [illegible]
telpuncte der Erde, φ der Winkel der r mit a und endl[illegible]
der Winkel der Normale des Ellipsoids in dem Orte de[illegible]

$\varphi' - m \operatorname{Sin} 2\varphi' + \frac{m^2}{2} \operatorname{Sin} 4\varphi' - \frac{m^3}{3} \operatorname{Sin} 6\varphi' + ,$

i diese Ausdrücke findet man φ aus der beobachte-
he φ'.

er ist die bekannte Gleichung der Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

nan hat $y = \frac{b^2}{a^2} x \operatorname{tg} \varphi'$,

c

$$x = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{tg}^2 \varphi'}},$$

ch $r^2 = x^2 + y^2 = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg} \varphi' \operatorname{tg} \varphi} . a^2$ oder endlich

$$= a \sqrt{\frac{\operatorname{Cos} \varphi'}{\operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} (\varphi' - \varphi)}} = \sqrt{\frac{a^4 + b^4 \operatorname{tg}^2 \varphi'}{a^2 + b^2 \operatorname{tg}^2 \varphi'}},$$

rch diese Gleichung findet man die Entfernung r des
chters von dem Mittelpuncte der Erde.

Nach den neuesten Bestimmungen ist $a = 6376606$ und
356215 *Meter*, also die Abplattung der Erde

$$\frac{a - b}{b} = \frac{1}{311.72}.$$ Ist also z. B.

φ so findet man	$\varphi - \varphi'$	$\log \frac{r}{a}$
40°	10′50″	9.999429
50	10 51	9.999188
60	9 33	9.998959

Sey ρ die Entfernung des Gestirns von dem Mittel-
der Erde und ρ' von dem Beobachter auf der Ober-
er Erde, und, wie zuvor, r die Entfernung des Be-
rs selbst von dem Mittelpuncte der Erde. Nimmt man
hältnisse der drey Grössen a, r und ρ so an, dass
t

$$\operatorname{Sin} \Pi = \frac{a}{\rho} \text{ und } \operatorname{Sin} \varpi = \frac{r}{\rho},$$

wie man sieht, Π der Winkel, unter welchem aus dem
puncte des Gestirns die halbe grosse Axe a der Erde
n wird, so wie ϖ die aus dem Gestirne gesehene
bare Grösse von r bezeichnet, vorausgesetzt, dass in

beyden Fällen das Gestirn in dem Horizonte des Beo
steht. Man nennt Π die Horizontalparalla
Äquators, und ϖ die Horizontalparallaxe d
obachters, und man hat $\mathrm{Sin}\,\varpi = \frac{r}{a}\,\mathrm{Sin}\,\Pi$.

II. Nennt man eben so Δ den Winkel, unter w
der Halbmesser des Gestirns aus dem Mittelpuncte,
unter welchem er von dem Beobachter auf der Ob
der Erde gesehen wird, so ist $\rho\,\mathrm{Sin}\,\Delta = \rho'\,\mathrm{Sin}\,\Delta'$ od

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta'}{\mathrm{Sin}\,\Delta}.$$

2. §. Es werde nun, wie bey der Aberration, die
oder geocentrische d. h. aus dem Mittelpuncte der Er
hene Lage des Gestirns durch die beyden Winkel
scheinbare oder von der Oberfläche der Erde ge
desselben aber durch a′ u. b′ und endlich die Lage d
ters gegen den Mittelpunct der Erde durch die anal
kel A und B gegeben, so hat man, wie dort, wenn
die in §. 1 gegebenen Gleichungen $\mathrm{Sin}\,\varpi = \frac{r}{\rho}$ und
Rücksicht nimmt, und N einen willkürlichen Winkel se

$$\frac{\mathrm{Sin}\,b'\,\mathrm{Cos}\,(a' - N)}{\mathrm{Sin}\,\Delta'} - \frac{\mathrm{Sin}\,b\,\mathrm{Cos}\,(a - N)}{\mathrm{Sin}\,\Delta}$$

$$+ \frac{\mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Cos}\,(A - N)}{\ldots} = 0$$

Meridian steht, A = o, und man hat, wenn man N = 90° setzt

$$\mathrm{Cotg}\,\omega' = \frac{\mathrm{Sin}\,z\,\mathrm{Cos}\,\omega - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,(\varphi'-\varphi)}{\mathrm{Sin}\,z\,\mathrm{Sin}\,\omega},$$

$$\mathrm{Cotg}\,z' = \frac{(\mathrm{Cos}\,z - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,(\varphi'-\varphi))\,\mathrm{Sin}\,\omega'}{\mathrm{Sin}\,z\,\mathrm{Sin}\,\omega},$$

$$\mathrm{Sin}\,\Delta' = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta\,\mathrm{Sin}\,\omega'\,\mathrm{Sin}\,z'}{\mathrm{Sin}\,z\,\mathrm{Sin}\,\omega}.$$

iese Gleichungen geben also ω' z' aus ω und z. Für $=o$ d. h. für die **kugelförmige** Erde ist $\omega' = \omega$ ie Parallaxe des Azimuts ist Null und

$' = \frac{(\mathrm{Cos}\,z - \mathrm{Sin}\,\varpi)}{\mathrm{Sin}\,z}$ oder annähernd, wenn ϖ nur klein $-z = \varpi\,\mathrm{Sin}\,z'$ und eben so $\Delta' = \Delta(1 + \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,z)$.

Nach den drey letzten Gleichungen kann man z' nur ω und ω' finden, und die Berechnung von Δ' setzt so- ω' als z' bekannt voraus. Man kann aber auch andere drücke finden, welche die scheinbaren Grössen ω' z' und Δ' durch die wahren ω z und Δ geben. Wenn man nämlich drey letzten Gleichungen des §. 2 quadrirt und addirt, so t man sofort

$$\mathrm{Sin}\,\Delta' = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta}{\sqrt{1 + \mathrm{Sin}^2\varpi - 2\,\mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,\psi}},$$

$\psi = \mathrm{Cos}\,z\,\mathrm{Cos}\,(\varphi'-\varphi) + \mathrm{Sin}\,z\,\mathrm{Sin}\,(\varphi'-\varphi)\,\mathrm{Cos}\,\omega$ ist. nnt man eben so Δ', so findet man ω' und z' aus den ungen

$$z'\,\mathrm{Cos}\,(\omega'-N) = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta'}{\mathrm{Sin}\,\Delta}(\mathrm{Sin}\,z\,\mathrm{Cos}\,(\omega - N) - \mathrm{Sin}\,\omega\,\mathrm{Sin}\,(\varphi'-\varphi)\,\mathrm{Cos}\,N),$$

$$z'\,\mathrm{Sin}\,(\omega'-N) = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta'}{\mathrm{Sin}\,\Delta}(\mathrm{Sin}\,z\,\mathrm{Sin}\,(\omega - N) + \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,(\varphi'-\varphi)\,\mathrm{Sin}\,N).$$

Das Verfahren in I führt gleichsam von selbst auf sung der umgekehrten Aufgabe. Ist nämlich aus den aren Beobachtungen die Grösse ω' und z' und Δ' und (da ρ' nicht beobachtet werden kann) aus den Tafeln e $\rho = \frac{r}{\mathrm{Sin}\,\varpi}$ bekannt, so findet man die Grössen ω, auf folgende Art:

Die Summe der Quadrate der drey letzten Gleic
in §. 2 gibt auch

$$\rho^2 = \rho'^2 + r^2 + 2\rho' r \operatorname{Cos}\psi',$$

wenn $\operatorname{Cos}\psi' = \operatorname{Cos} z' \operatorname{Cos}(\varphi' - \varphi) + \operatorname{Sin} z' \operatorname{Sin}(\varphi' - \varphi) \operatorname{Co}$

Löst man diese in Beziehung auf ρ' quadratisch
chung auf, so ist

$$\frac{\rho'}{\rho} = \sqrt{1 - \operatorname{Sin}^2\varpi \operatorname{Sin}^2\psi'} - \operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Cos}\psi' \text{ und}$$

$$\frac{r}{\rho'} = \frac{\operatorname{Sin}\varpi\sqrt{1 - \operatorname{Sin}^2\varpi \operatorname{Sin}^2\psi'} + \operatorname{Sin}^2\varpi \operatorname{Cos}\psi',}{\operatorname{Cos}^2\varpi}$$

wodurch also die Verhältnisse $\frac{\rho'}{\rho}$ und $\frac{r}{\rho'}$ gegeben we

Setzt man dann, analog mit dem Vorhergehend

$\frac{r}{\rho'} = \operatorname{Sin}\varpi'$, so erhält man

$$\operatorname{tg}(\omega - N) = \frac{\operatorname{Sin} z' \operatorname{Sin}(\omega' - N) - \operatorname{Sin}\varpi' \operatorname{Sin}(\varphi' -}{\operatorname{Sin} z' \operatorname{Cos}(\omega' - N) + \operatorname{Sin}\varpi' \operatorname{Sin}(\varphi' - \varphi)}$$

$$\operatorname{Cotg} z = \frac{(\operatorname{Cos} z' + \operatorname{Sin}\varpi' \operatorname{Cos}(\varphi' - \varphi)) \operatorname{Cos}(\omega -}{\operatorname{Sin} z' \operatorname{Cos}(\omega' - N) + \operatorname{Sin}\varpi' \operatorname{Sin}(\varphi' - \varphi) \operatorname{C}}$$

$$\operatorname{Sin}\Delta = \frac{\rho'}{\rho} \operatorname{Sin}\Delta' = \frac{\operatorname{Cos} z - \operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Cos}(\varphi' - \varphi)}{\operatorname{Cos} z'} . \operatorname{Sin}$$

$$= \frac{\operatorname{Cos} z}{\operatorname{Cos} z' + \operatorname{Sin}\varpi' \operatorname{Cos}(\varphi' - \varphi)} . \operatorname{Sin}\Delta'$$

Ex. Sey $\omega = 80°$, $z = 60$, $\varpi = 5°$ und $\Delta = 3°$ g
und die angenommene sehr starke Differenz der beyd

$$\omega = 79° 59' 59''.86$$
$$z = 60° \ 0' \ 0''.08$$
$$\triangle = 3° \ 0' \ 0'' \text{ wie zuvor.}$$

a aber für alle uns bekannten Gestirne die Grösse
n ist, und da sie selbst bey dem Monde, dem uns
Iimmelskörper, nur 1° 1′ 32″ betragen kann, so
theilhaft seyn, die vorhergehenden Probleme durch
izulösen, die nach Potenzen von ϖ fortgehen.
en Gleichungen des §. 2 folgt

$$tg(\omega' - \omega) = \frac{\text{Sin}\,\varpi\,\text{Sin}\,(\varphi' - \varphi)\,\text{Sin}\,\omega}{\text{Sin}\,z - \text{Sin}\,\varpi\,\text{Sin}\,(\varphi' - \varphi)\,\text{Cos}\,\omega}.$$

len wir darauf das bey der Lehre der Aberration
bene Verfahren an, so hat man

$$-\omega = P\,\text{Sin}\,\omega + \tfrac{1}{2}P^2\,\text{Sin}\,2\,\omega + \tfrac{1}{3}P^3\,\text{Sin}\,3\,\omega + \ldots.$$

$$\text{wo } P = \frac{\text{Sin}\,\varpi\,\text{Sin}\,(\varphi' - \varphi)}{\text{Sin}\,z} \text{ ist.}$$

en so geben die allgemeinen Gleichungen des §. 3,
an $N = \frac{\omega' + \omega}{2}$ setzt,

$$= \frac{(\text{Cos}\,z - \text{Sin}\,\varpi\,\text{Cos}\,(\varphi' - \varphi))\,\text{Cos}\,\frac{\omega' - \omega}{2}}{\text{Sin}\,z\,\text{Cos}\,\frac{\omega' - \omega}{2} - \text{Sin}\,\varpi\,\text{Sin}\,(\varphi' - \varphi)\,\text{Cos}\,\frac{\omega' + \omega}{2}}.$$

t man daraus $tg\,(z - z') = \frac{tg\,z - tg\,z'}{1 + tg\,z\,tg\,z'}$,
man

$$tg(z - z') = \frac{\frac{\text{Sin}\,\varpi\,\text{Cos}\,(\varphi' - \varphi)}{\text{Sin}\,\psi}\,\text{Cos}\,(z + \psi)}{1 - \frac{\text{Sin}\,\varpi\,\text{Cos}\,(\varphi' - \varphi)}{\text{Sin}\,\varphi}\,\text{Sin}\,(z + \psi)}$$

n der Kürze wegen setzt

$$g\,\psi = \frac{\text{Cos}\,\frac{\omega' - \omega}{2}}{\text{Cos}\,\frac{\omega' + \omega}{2}}\,\text{Cotg}\,(\varphi' - \varphi),$$

icht man diesen Ausdruck von $tg\,(z - z')$ mit den
gebenen Gleichungen, so erhält man

$$z - z' = Q \operatorname{Cos}(z + \psi) + \tfrac{1}{2} Q^2 \operatorname{Sin} 2(z + \psi) - \tfrac{1}{3} Q^3 \operatorname{Co}$$
$$- \tfrac{1}{4} Q^4 \operatorname{Sin} 4(z + \psi) + ,$$

$$\text{wo } Q = \frac{\operatorname{Sin} \varpi \operatorname{Cos}(\varphi' - \varphi)}{\operatorname{Sin} \psi} \text{ ist.}$$

Kennt man so ω' und z' durch Hülfe der beyder gehenden Reihen, so hat man auch Δ' aus

$$\operatorname{Sin} \Delta' = \operatorname{Sin} \Delta \frac{\operatorname{Sin} \omega' \operatorname{Cos} z'}{\operatorname{Sin} \omega \operatorname{Cos} z}.$$

Ähnliche Reihen könnte man auch für die um Aufgabe finden, bey der wir uns aber hier nicht lä halten wollen.

4. §. Ist in den Gleichungen des §. 2 $a = a$, a' wahre und scheinbare Rectascension des Gestirns, und $b' = p'$ die wahre und scheinbare Poldistanz desselben die Poldistanz des Beobachters $B = 90 - \varphi$ und dem ascension $A = t$, wo t die Sternzeit der Beobachtung

Setzt man dann $N = 0$, so ist

$$\operatorname{tg} a' = \frac{\operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} a - \operatorname{Sin} \varpi \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} t}{\operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} a - \operatorname{Sin} \varpi \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} t},$$

$$\operatorname{Cotg} p' = \frac{(\operatorname{Cos} p - \operatorname{Sin} \varpi \operatorname{Sin} \varphi) \operatorname{Cos} a'}{\operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} a - \operatorname{Sin} \varpi \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} t},$$

$$\operatorname{Sin} \Delta' = \frac{\operatorname{Sin} \Delta \operatorname{Sin} p' \operatorname{Cos} a'}{\operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} a - \operatorname{Sin} \varpi \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} t}.$$

$$p'\mathrm{Cos}(a'-N) = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta'}{\mathrm{Sin}\,\Delta}\,[\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,(a-N)$$
$$-\mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Cos}\,(t-N)],$$
$$p'\mathrm{Sin}(a'-N) = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta'}{\mathrm{Sin}\,\Delta}\,[\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Sin}\,(a-N)$$
$$-\mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,(t-N)],$$

N eine willkürliche Grösse bezeichnet.

II. Für die Auflösung derselben Aufgabe durch Reihen lich hat man

$$-a = P\,\mathrm{Sin}\,(a-t) + \tfrac{1}{2}P^2\,\mathrm{Sin}\,2\,(a-t) + \tfrac{1}{3}P^3\,\mathrm{Sin}\,3\,(a-t) +$$
$$-p' = Q\,\mathrm{Cos}\,(p+\psi) + \frac{Q^2}{2}\,\mathrm{Sin}\,2\,(p+\psi)$$
$$-\tfrac{1}{3}Q^3\,\mathrm{Cos}\,(p+\psi) - \tfrac{1}{4}Q^4\,\mathrm{Sin}\,4\,(p+\psi) + +,$$
$$P = \frac{\mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,\varphi}{\mathrm{Sin}\,p},$$
$$\psi = \frac{\mathrm{Cos}\,\frac{a'-a}{2}}{\mathrm{Cos}\left(t-\frac{a'+a}{2}\right)}\,.\,\mathrm{tg}\,\varphi \text{ und } Q = \frac{\mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,\varphi}{\mathrm{Sin}\,\psi} \text{ ist,}$$

der endlich, wenn man bey der ersten Potenz von ϖ ste-*n bleibt*,

$$a'-a = \frac{\varpi\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,(a-t)}{\mathrm{Sin}\,p} \text{ und}$$
$$p'-p = \varpi\,(\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Sin}\,\varphi - \mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Cos}\,(t-a)$$

5. §. Ist in den allgemeinen Gleichungen des §. 2 $a=\lambda$, $=\lambda'$ die wahre und scheinbare Länge, und $b=\pi$, $b'=\pi'$ wahre und scheinbare Distanz des Gestirns vom Pole der ptik, so sey auch $A=L$ und $B=B$ die Länge und Polanz des Zeniths oder des Punctes des Himmels, nach hem die verlängerte Distanz r des Beobachters von dem elpuncte der Erde gerichtet ist. Setzt man dann $N=o$, hält man

$$\mathrm{tg}\,\lambda' = \frac{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Sin}\,\lambda - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Sin}\,L}{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,\lambda - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Cos}\,L},$$
$$\mathrm{Cotg}\,\pi' = \frac{(\mathrm{Cos}\,\pi - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,B)\,\mathrm{Cos}\,\lambda'}{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,\lambda - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Cos}\,L},$$
$$\mathrm{Sin}\,\Delta' = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta\,\mathrm{Sin}\,\pi'\,\mathrm{Cos}\,\lambda'}{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,\lambda - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Cos}\,L},$$

$$z - z' = Q \operatorname{Cos}(z+\psi) + \tfrac{1}{2}Q^2 \operatorname{Sin} 2(z+\psi) - \tfrac{1}{3}Q^3$$
$$- \tfrac{1}{4}Q^4 \operatorname{Sin} 4(z+\psi) + ,$$

$$\text{wo } Q = \frac{\operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Cos}(\varphi' - \varphi)}{\operatorname{Sin}\psi} \text{ ist.}$$

Kennt man so ω' und z' durch Hülfe der be
gehenden Reihen, so hat man auch Δ' aus

$$\operatorname{Sin}\Delta' = \operatorname{Sin}\Delta \frac{\operatorname{Sin}\omega' \operatorname{Cos} z}{\operatorname{Sin}\omega \operatorname{Cos} z'}.$$

Ähnliche Reihen könnte man auch für die
Aufgabe finden, bey der wir uns aber hier nich
halten wollen.

4. §. Ist in den Gleichungen des §. 2 $a = a$
wahre und scheinbare Rectascension des Gestirn
$b' = p'$ die wahre und scheinbare Poldistanz des
die Poldistanz des Beobachters $B = 90 - \varphi$ und
ascension $A = t$, wo t die Sternzeit der Beobac

Setzt man dann $N = 0$, so ist

$$\operatorname{tg} a' = \frac{\operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} a - \operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Sin} t}{\operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} a - \operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Cos} t}$$

$$\operatorname{Cotg} p' = \frac{(\operatorname{Cos} p - \operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Sin}\varphi) \operatorname{Cos} a'}{\operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} a - \operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Cos}}$$

$$\operatorname{Sin}\Delta' = \frac{\operatorname{Sin}\Delta \operatorname{Sin} p' \operatorname{Cos} a'}{\operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} a - \operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Cos}}$$

$$p'\,\mathrm{Cos}\,(a'-N) = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta'}{\mathrm{Sin}\,\Delta}\,[\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,(a-N)$$
$$-\mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Cos}\,(t-N)],$$
$$p'\,\mathrm{Sin}\,(a'-N) = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta'}{\mathrm{Sin}\,\Delta}\,[\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Sin}\,(a-N)$$
$$-\mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,(t-N)],$$

eine willkürliche Grösse bezeichnet.

II. Für die Auflösung derselben Aufgabe durch Reihen ch hat man

$$= P\,\mathrm{Sin}\,(a-t) + \tfrac{1}{2}\,P^2\,\mathrm{Sin}\,2 \quad + \quad 3\,(a-t) +$$
$$= Q\,\mathrm{Cos}\,(p+\psi) + \frac{Q^2}{2}\,\mathrm{Si}$$
$$-\tfrac{1}{3}\,Q^3\,\mathrm{Cos}\,(p+\psi) - \quad \ldots +,$$
$$= \frac{\mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,\varphi}{\mathrm{Sin}\,p},$$
$$= \frac{\mathrm{Cos}\,\frac{a'-a}{2}}{\mathrm{Cos}\left(t - \frac{a'+a}{2}\right)}\,.\,\mathrm{tg}\,\varphi \text{ und } Q = \quad \mathrm{ist},$$

r endlich, wenn man bey der ersten Potenz von ϖ stebleibt,

$$a' - a = \frac{\varpi\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,(a-t)}{\mathrm{Sin}\,p} \text{ und}$$

$$p' - p = \varpi\,(\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Sin}\,\varphi - \mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Cos}\,(t-a))$$

5. §. Ist in den allgemeinen Gleichungen des §. 2 $a = \lambda$, λ' die wahre und scheinbare Länge, und $b = \pi$, $b' = \pi'$ wahre und scheinbare Distanz des Gestirns vom Pole der ptik, so sey auch $A = L$ und $B = B$ die Länge und Polanz des Zeniths oder des Punctes des Himmels, nach chem die verlängerte Distanz r des Beobachters von dem telpuncte der Erde gerichtet ist. Setzt man dann $N = o$, rhält man

$$\mathrm{tg}\,\lambda' = \frac{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Sin}\,\lambda - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Sin}\,L}{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,\lambda - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Cos}\,L},$$

$$\mathrm{Cotg}\,\pi' = \frac{(\mathrm{Cos}\,\pi - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,B)\,\mathrm{Cos}\,\lambda'}{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,\lambda - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Cos}\,L},$$

$$\mathrm{Sin}\,\Delta' = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta\,\mathrm{Sin}\,\pi'\,\mathrm{Cos}\,\lambda'}{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,\lambda - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Cos}\,L}.$$

Setzt man aber $N = L - 90$, so ist

$$\mathrm{Cotg}\,(L - \lambda') = \frac{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,(L - \lambda) - \mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Sin}\,B}{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Sin}\,(L - \lambda)},$$

$$\mathrm{Cotg}\,\pi' = \frac{(\mathrm{Cos}\,\pi - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,B)\,\mathrm{Sin}\,(L - \lambda')}{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Sin}\,(L - \lambda)},$$

$$\mathrm{Sin}\,\Delta' = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta\,\mathrm{Sin}\,\pi'\,\mathrm{Sin}\,(L - \lambda')}{\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Sin}\,(L - \lambda)} \text{ u. s. w.}$$

I. Auch hat man unmittelbar

$$\mathrm{Sin}\,\Delta' = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta}{\sqrt{1 + \mathrm{Sin}^2\,\varpi - 2\,\mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Cos}\,\psi}},$$

wo $\mathrm{Cos}\,\psi = \mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Cos}\,(\lambda - L) + \mathrm{Cos}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,B$ ist, und dann

$$\mathrm{Sin}\,\pi'\,\mathrm{Cos}\,(\lambda' - N) = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta'}{\mathrm{Sin}\,\Delta}\,[\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,(\lambda - N) - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Cos}\,(L - N)],$$

$$\mathrm{Sin}\,\pi'\,\mathrm{Sin}\,(\lambda' - N) = \frac{\mathrm{Sin}\,\Delta'}{\mathrm{Sin}\,\Delta}\,[\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Sin}\,(\lambda - N) - \mathrm{Sin}\,\varpi\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Sin}\,(L - N)].$$

II. Für die Auflösung dieser Aufgaben durch I aber ist

$$\lambda' - \lambda = P\,\mathrm{Sin}\,(\lambda - L) + \tfrac{1}{2}P^2\,\mathrm{Sin}\,2\,(\lambda - L) + \tfrac{1}{3}P^3\,\mathrm{Sin}\,3\,(\lambda - L) +$$

$$\pi - \pi' = Q\,\mathrm{Cos}\,(\pi + \psi) + \tfrac{1}{2}Q^2\,\mathrm{Sin}\,2\,(\pi + \psi)$$

$$\text{…nB} \cos L = \cos t \cos \varphi$$
$$\text{…in B} \sin L = \sin t \cos \varphi \cos e + \sin \varphi \sin e$$
$$\cos B = -\sin t \cos \varphi \sin e + \sin \varphi \cos e,$$

…ie Schiefe der Ecliptik bezeichnet. Zur Rechnung be-
…r sind folgende Gleichungen (S. 29)

$$tg\, m = \sin t \,\mathrm{Cotg}\, \varphi$$
$$tg\, L = \frac{\sin (m + e)}{\sin m}\, tg\, t,$$
$$\cos B = \frac{\cos (m + e)}{\cos m} \sin \varphi.$$

…. Auch kann man die Berechnung der Grössen L und … übergehen. Substituirt man nämlich die Werthe von …os L, Sin B Sin L und Cos B aus III in den drey er… …eichungen des §. 5, so erhält man, wenn man der …wegen

$$tg\, x = \mathrm{Cotg}\, \varphi \sin t \text{ setzt},$$
$$tg\, \lambda' = \frac{\sin \pi \sin \lambda - \sin \varpi \sin \varphi \sin (e + x) \,\mathrm{Sec}\, x}{\sin \pi \cos \lambda - \sin \varpi \cos \varphi \cos t},$$
$$\mathrm{Cotg}\, \pi' = \frac{[\cos \pi - \sin \varpi \sin \varphi \cos (e + x) \,\mathrm{Sec}\, x] \cos \lambda'}{\sin \pi \cos \lambda - \sin \varpi \cos \varphi \cos t},$$
$$\sin \varDelta = \frac{\sin \triangle \cos \lambda' \sin \pi'}{\sin \pi \cos \lambda - \sin \varpi \cos \varphi \cos t}.$$

…wandelt man in diesen drey Gleichungen die Grös… …und e in a, p und o, so erhält man die drey er… …ichungen des §. 4; und verwandelt man die Grös… …d π in $90 - \omega$ und z, und setzt überdiess $t = 90°$ …-e = φ' so erhält man die drey ersten Gleichungen

…Sey $\lambda = 181° 46' 22''.5$, $\pi = 87° 42' 33''.8$ …$'27''.7$, $e = 23° 28' 0''.8$, $\varDelta = 0° 16' 15''.5$ und …$46' 7''.9$, $\varphi = 49° 53' 43''.9$ gegeben, so findet man … drey letzten Gleichungen

…$1° 48' 5''.4$, $\pi' = 88° 30' 58''.7$ und $\varDelta' = 0° 16'\ 25''.5$

Endlich kann man auch aus der wahren Lage λ, π …ns gegen die Ecliptik unmittelbar die scheinbare … desselben gegen den Äquator ableiten. Da diese … in der Anwendung oft nützlich sind, so wollen …m Beschlusse dieses Gegenstandes aufsuchen.

Aus den drey senkrechten Coordinaten

$$X = \rho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} \lambda, \quad Y = \rho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sin} \lambda, \quad Z = \rho \operatorname{Cos}$$

welche die Lage des Gestirns gegen den Mittelpun Erde in Beziehung auf die Ecliptik bestimmen, wir die Coordinaten X′ Y′ Z′, welche die Lage des Gestir gen den Mittelpunct der Erde in Beziehung auf den Ä bestimmen, durch die Gleichungen finden

$$X' = X$$
$$Y' = Y \operatorname{Cos} e - Z \operatorname{Sin} e$$
$$Z' = Z \operatorname{Cos} e + Y \operatorname{Sin} e.$$

Die Lage des Beobachters gegen den Mittelpu Erde aber wird, ebenfalls in Beziehung auf den Ä durch die den X′ Y′ Z′ parallelen Coordinaten be

$$x = r \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} t, \quad y = r \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} t, \quad z =$$

und daraus folgt unmittelbar für die Bestimmung baren Grössen a′ p′ und ρ′ oder Δ′

$$X' - x = \rho' \operatorname{Sin} p' \operatorname{Cos} a'$$
$$Y' - y = \rho' \operatorname{Sin} p' \operatorname{Sin} a'$$
$$Z' - z = \rho' \operatorname{Cos} p'.$$

Setzt man also der Kürze wegen $\operatorname{tg} u = \operatorname{tg} \pi \operatorname{Sin} \lambda$, hält man

$$\operatorname{tg} a' = \frac{\operatorname{Cos} \pi \operatorname{Sin} (u - e) \operatorname{Sec} u - \operatorname{Sin} \varpi \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} t}{\operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} \lambda - \operatorname{Sin} \varpi \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} t},$$

$[\operatorname{Cos} \pi \operatorname{Cos} (u - e) \operatorname{Sec} u - \operatorname{Sin} \varpi \operatorname{Sin} \varphi] \operatorname{Cos} a'$

Vorlesung X.

Refraction.

Wenn man die die Erde umgebende Atmosphäre
ncentrischen Schichten bestehend annimmt, deren
h einem gewissen Gesetze veränderlich ist, so wird
trahl, wenn er einer dieser Schichten sehr nahe
on derselben in einer Richtung angezogen werden,
f der Oberfläche dieser Schichte in dem Puncte,
em das Licht der Schichte begegnet, senkrecht steht,
e Wirkung der Körper auf das Licht nur in sehr
Entfernungen merkbar ist. Sind also x und y die
ten Coordinaten eines Lichtpunctes, wodurch die
ng desselben von einer jener atmosphärischen
ausgedrückt wird, und nimmt man die Axe der x
nit der die Schichte in dem Einfallspuncte berüh-
bene und die Ebene der x y als diejenige an, wel-
h die Normale der Schichte in dem Berührungs-
d durch die Richtung des Lichtstrahls geht, so hat
h den ersten Gründen der Mechanik, die Glei-

$$\frac{d^2 x}{d t^2} = 0,$$

$$\frac{d^2 y}{d t^2} = P,$$

e Kraft bezeichnet, mit welcher das Licht in der
der y von der Schiefe angezogen wird, und wo dt
ent der Zeit ist. Multiplicirt man die erste dieser
gen durch dx und die zweyte durch dy, so gibt
ne ihre Integrale

$$\frac{dx^2 + dy^2}{dt^2} = 2\int P\,dy + \text{Constant}.$$

wo die Constante die Geschwindigkeit des Lichtes in der Entfernung von der Schichte ausdrückt, in welcher die Wirkung der Schichte auf das Licht noch nicht angefangen, oder für welche $t = o$ ist. Nennt man also c die Geschwindigkeit des Lichts im leeren Raume und v die Geschwindigkeit desselben in irgend einem Puncte der Atmosphäre, so geht die letzte Gleichung in folgende über

$$v^2 = c^2 + 2\int P\,dy.$$

Das Integral $\int P dy$ wird irgend eine Function der Dichte ρ der Luft seyn, daher wir dieses Integral durch $2k\rho$ vorstellen wollen, wo k ein noch zu bestimmender Factor ist, so dass man hat

$$v^2 = c^2 + 4k\rho.$$

Ist nun u das Loth aus dem Mittelpuncte der Erde auf die Tangente der Curve, welche der Lichtpunct in der Atmosphäre beschreibt, so hat man, da sich bekanntlich in allen Bewegungen durch Centralkräfte die Geschwindigkeiten verkehrt, wie die Lothe aus dem Centralpuncte auf die Tangente der Bahn verhalten

$$u = \frac{S}{v} \text{ oder } u = \frac{S}{\sqrt{c^2 + 4k\rho}},$$

wo S eine Constante bezeichnet. Um diese Constante zu bestimmen, sey z die scheinbare oder beobachtete Zenithdistanz des Sterns und a der Halbmesser der Erde, so vorhergehenden Werth von u, so hat man, da

$\frac{2ku d\rho}{c^2(1+\frac{4k\rho}{c^2})}$ ist,

$$-\frac{2k}{c^2}\, d\rho \operatorname{Sin} z.\sqrt{1+\frac{4k}{c^2}}$$

$$\overline{\ldots r\frac{4k\rho}{c^2})\cdot\sqrt{(1+x)^2(1+\frac{4k\rho}{c^2})-(1+\frac{4k}{c^2})\operatorname{Sin}^2 z}},$$

Integral dieses Ausdruckes wird die gesuchte Re- … r geben.

Um diese Gleichung leichter zu integriren, sey … $-s$ und $\frac{2k}{c^2+4k}=\alpha$ oder $\frac{4k}{c^2}=\frac{2\alpha}{1-2\alpha}$, so hat

$$\frac{-\frac{\alpha}{1-2\alpha}\, d\rho \operatorname{Sin} z.\sqrt{1+\frac{2\alpha}{1-2\alpha}}}{\ldots\frac{2\alpha\rho}{1-2\alpha})\sqrt{\frac{1}{(1-s)^2}(1+\frac{2\alpha\rho}{1-2\alpha})-(1+\frac{2\alpha}{1-2\alpha})\operatorname{Sin}^2 z}}$$

…n man Zähler und Nenner durch $(1-s)(1-2\alpha)^{\frac{3}{2}}$ …irt

$$=\frac{-\alpha\, d\rho\,(1-s)\operatorname{Sin} z}{(1-2\alpha+2\alpha\rho)\sqrt{1-2\alpha+2\alpha\rho-(1-s)^2\operatorname{Sin}^2 z}}.$$

then, oder die Grösse $(1 - \alpha)$ nehmen kann. Da
auch s gegen die Einheit sehr klein ist, so wird m
Grössen $\alpha\, s$ und s^2 vernachlässigen können, und dah
der letzten Gleichung die folgende erhalten

$$dr = \frac{-\frac{\alpha}{1-\alpha}\, d\rho \operatorname{Sin} z}{\sqrt{1 - 2\alpha + 2\alpha\rho - (1 - 2s) \operatorname{Sin}^2 z}} \text{ oder endlich}$$

$$dr = \frac{-\frac{\alpha}{1-\alpha}\, d\rho \operatorname{Sin} z}{\sqrt{2s - 2\alpha(1-\rho) + (1 - 2s) \operatorname{Cos}^2 z}}.$$

2. §. Um diesen Ausdruck zu integriren, muss m
erst die Abhängigkeit der Grössen ρ und s oder ma
das Gesetz kennen, nach welchem die Dichte der
sphäre von der Höhe derselben über der Erde a
Allein dieses Gesetz ist noch unbekannt. Nehmen wir
sen an $s = \beta(1 - \rho)$, wo β eine constante Grösse b
nen soll, so wird die letzte Gleichung

$$dr = \frac{-\frac{\alpha\, d\rho}{1-\alpha} \operatorname{Sin} z}{\sqrt{2\beta(1-\rho) - 2\alpha(1-\rho) + [1 - 2\beta(1-\rho)] \operatorname{Cos}^2 z}} \text{ o}$$

$$dr = \frac{-\frac{\alpha\, d\rho}{1-\alpha} \operatorname{Sin} z}{\sqrt{\operatorname{Cos}^2 z + [2\beta \operatorname{Sin}^2 z - 2\alpha](1-\rho)}}.$$

[redacted]

$$r = \frac{\frac{2\alpha}{1-\alpha} \operatorname{Sin} z}{\operatorname{Cos} z + \sqrt{\operatorname{Cos}^2 z + 2\beta \operatorname{Sin}^2 z - 2\alpha}}$$ oder endlich

$$r = \frac{\frac{2\alpha}{(1-\alpha)\operatorname{Sin} 1''} \cdot \operatorname{Sin} z}{\operatorname{Cos} z + \sqrt{2(\beta-\alpha) + (1-2\beta)\operatorname{Cos}^2 z}}.$$

Da nach den Beobachtungen die Grösse β nur klein und e gleich 0.002 ist, so ist $1-2\beta = 0.996$ oder nahe ich der Einheit, und wir werden daher in dem Nenner letzten Ausdruckes um so mehr $(1-2\beta)\operatorname{Cos}^2 z = \operatorname{Cos}^2 z$ tzen können, da für grössere Zenithdistanzen der Einfluss ses Gliedes nur sehr klein ist. Man hat sonach für die ge-chte Refraction r den Ausdruck

$$r = \frac{\frac{2\alpha}{(1-\alpha)\operatorname{Sin} 1''} \cdot \operatorname{Sin} z}{\operatorname{Cos} z + \sqrt{2(\beta-\alpha) + \operatorname{Cos}^2 z}} \quad . \quad . \quad . \quad \text{(I)}$$

Nimmt man nach den neuesten Bestimmungen die Grös-sen $\alpha = 0.00029128$ und $\beta = 0.00229128$, so ist

$$r = \frac{120''.\,2 \operatorname{Sin} z}{\operatorname{Cos} z + \sqrt{0.004 + \operatorname{Cos}^2 z}} \quad . \quad . \quad . \quad \text{(I')}$$

Um diesem Ausdrucke eine zur Rechnung bequemere estalt zu geben, sey $\operatorname{tang}\psi = \frac{\sqrt{0.004}}{\operatorname{Cos} z}$, so ist

$$r = \frac{120''.\,2}{\sqrt{0.004}} \operatorname{Sin} z \operatorname{tang} \frac{\psi}{2} \quad . \quad . \quad . \quad \text{(I'')}$$

nd nach dieser letzten Gleichung ist die Tafel XIX von $z = 0$ bis $z = 85°$ berechnet worden.

3. §. Die letzte Gleichung der S. 103, die wir so eben un-ter der Voraussetzung $s = \beta\,(1-\rho)$ integrirt haben, lässt sich uch noch in dem Falle integriren, wenn man zwischen s und ρ die Bedingungsgleichung aufstellt

$$1 - s = [1 - 2\alpha(1-\rho)]^m,$$

wo m eine willkürliche Grösse ist. Setzt man nämlich der Kürze wegen

$$[1 - 2\alpha(1-\rho)]^{\frac{2m-1}{2}} \cdot \operatorname{Sin} z = \omega,$$

so ge ... Ausdruck mit dem vorherg

$$- \left(\frac{b}{B} - 1\right) . \frac{dr}{db},$$

da

... und $n' = \frac{B}{r} . \frac{dr}{db}$.

... übrig die Werthe von $\frac{dr}{db}$ ...

... Sin z ... oder

... $-\alpha) + \text{Cos}^2 z$

... Sin z $\frac{\left\{\sqrt{2(\beta-\alpha)+\text{Cos}^2 z} - \text{Cos} z\right\}}{2(\beta-\alpha)}$

... dass die Ausdehnung eines Volu
... für jeden Grad Réaumur glei
... man in dem letzten Ausdruck
... Rectascension von r′ zu erhalten, die G

... $\frac{a}{1+mt} . \frac{b}{B}$ und

[redacted]

war aber $\frac{2\alpha}{(1-\alpha)\,\mathrm{Sin}\,1''} = 120'.2$ und

$$\frac{1}{\sqrt{2(\beta-\alpha)}} = \frac{1}{\sqrt{0.004}} = 15.8114;$$

auch

$$\frac{00''.53\,b\,\mathrm{Sin}\,z}{(1+mt)^2 B}\left\{\sqrt{1+mt+(15.8114\,\mathrm{Cos}\,z)^2} - 15.8114\,\mathrm{Cos}\,z\right\},$$

raus folgt,

$$\frac{dr'}{db} = \frac{r'}{b} \text{ und}$$

$$= -\frac{2mr'}{1+mt} + \frac{1900''.53\,mb\,\mathrm{Sin}\,z}{2(1+mt)^2 B\sqrt{1+mt+(15.8114\,\mathrm{Cos}^2 z)^2}},$$

ach, wenn man in diesen Ausdrücken $t=0$ und $b=B$ $'=r$ setzt,

$$= \frac{r}{B} \text{ und } \frac{dr}{dt} = -2mr + \frac{1900''.53\,m\,\mathrm{Sin}\,z}{2\sqrt{1+(15.8114\,\mathrm{Cos}\,z)^2}}.$$

Substituirt man diese Werthe von $\frac{dr}{db}$ und $\frac{dr}{dt}$ in den gefundenen Ausdrücken von n und n', so hat man

$$n = 2 - \frac{950\,\mathrm{Sin}\,z}{r\sqrt{1+(15.8114\,\mathrm{Cos}\,z)^2}} \text{ und } n' = 1,$$

ber wenn r die mittlere Refraction der Tafel für und $t=0$ ist, die wahre Refraction

$$r' = r.\frac{\frac{b}{B}}{(1+mt)^n}.$$

Noch muss bemerkt werden, dass die Höhe b des ers durch die von dem an seiner Scala hängenden, ch die von dem inneren Thermometer abhängen- ction auf die Temperatur des schmelzenden Eises werden muss, indem man die Grösse b durch

$\overline{225\,t'}$, multiplicirt. Ist also $m = 0.00455$, 00225, b die Höhe des Barometers in Par. Zolle lie Höhe des äusseren und inneren Therm. Réaum.

Vergleic

oder mi

rhält m

Es is

u su

I. I

den Bec

Zen

action

nothw

Gr

5325. Kennt man dann für irgend einen gegebenen
Werth von z die Refraction r jener Tafel, so finden
den Werth von A unmittelbar durch die Gleichung
r bequemer durch die Ausdrücke

$$\mathrm{tg}\,\psi = \frac{B}{r}\,\mathrm{Sin}\,z \text{ und } A = -\mathrm{Cos}\,z.\mathrm{tg}\,2\psi.$$

geben die Tafeln für

77° .... R = 244″.07	also auch A = 0.052713	
85	584″.61	0.050941
89	1478″.20	0.044558

stituirt man diese Werthe von A und R nebst
325 in der Gleichung

$$A = a + b\,R + c\,R^2 + d\,R^3,$$

man drey Gleichungen, aus denen man die Werthe
C und D finden wird. Man wird so erhalten

$$B = -0.000000\ 60173$$
$$C = -0\ 000000\ 007138$$
$$D = -0.000000\ 000002412$$

daher ist

$$\begin{aligned} A = -0.05325 &- (0.7794017-7)\,R \\ &- (0.8535765-9)\,R^2 \\ &+ (0.3823773-12)\,R^3 \end{aligned}$$

Factoren von R, R^2, R^3 schon Logarithmen sind.
diesem Werthe von A gibt dann die Gleichung (A)

$$= \frac{A}{\mathrm{Cos}\,z},\quad R = 2166''8\,\mathrm{Sin}\,z.\mathrm{tg}\,\frac{x}{2}\ \ldots\ldots(B).$$

folgende kleine Tafel ist nach den drey letzten Gleichungen berechnet worden.

..A	R nach den vorhergehenden Gleichungen	R nach den Tafeln in Fund. astr.	Differenz
0.053247	5″.04	5″.04	0″.00
0.053243	10.16	10.15	0.01
0.053234	20.97	20.95	0.02
0.053222	33.26	33.22	0.04
0.053205	48.30	48.26	0.04
0.053176	68.54	68.48	0.06
0.053122	99.41	99.34	0 07

z	A	R nach den vorhergehenden Gleichungen	R nach den Tafeln in Fund. astr.	D
70°	0.052990	156″.90	156″.75	….
80	0.052427	315 .10	315 .13	….
81	0.052277	348 .13	348 .14	….
83	0.051818	438 .25	438 .27	….
85	0.050941	584 .57	584 .61	….
87	0.049018	855 11	855 .97	….
89	0 044554	1478 16	1478 .20	….

Man muss noch bemerken, dass diese Tafel der astr. die mittlere Refraction R für b = 27 . 773 Par. Z t = + 7°. 44 Réaumur gibt, und dass Bessel später a nen eigenen Beobachtungen gefunden hat, dass die a lichen Zahlen dieser Tafel durch 1.00328 multiplici den sollen. Bringt man diese Verbesserung an und r man überdiess die Tafel auf b = 28 und t = 0, so ha wenn R die Refraction der Tafel Fund. astr. und r fraction unserer Tafel XIX bezeichnet,

$$r = R.(1.01311)(1.033908)^n,$$

wo man R aus der vorhergehenden Gleichung (B) Nach dieser Formel sind die Refractionen der letzt Grade unserer Tafel berechnet worden. So ist z. B. für Nach Fund. astr. . . . log R = 2.76683 und n = 1.

log r = 2.3286

$r' = 213''.1 = 3' 33''.1.$

I. II. $z = 94° 23' 54''$, $b = 28.75$, $t' = -14°.0$ und 18°.0

z gibt log r = 2.7476 und n = 1.081

b - - - - - - 0.0114 t gibt 0.0372

t' - - - - - - 0.0014

(0.0372) n - 0.0402

log r' = 2.8006

$r' = 631''.9 = 10' 31''.9.$

z.	A	R nach den vorhergehenden Gleichungen	R nach den Tafeln in Fund. astr.	Di…
70°	0.052990	156″.90	156″.75	
80	0.052427	315 .10	315 .13	
81	0.052277	348 .13	348 .14	
83	0.051818	438 .25	438 .27	
85	0.050941	584 .57	584 .61	
87	0.049018	855 11	855 .97	
89	0 044554	1478 16	1478 .20	

Man muss noch bemerken, dass diese Tafel der astr. die mittlere Refraction R für $b = 27.773$ Par. Z $t = +7°.44$ Réaumur gibt, und dass Bessel später a… nen eigenen Beobachtungen gefunden hat, dass … lichen Zahlen dieser Tafel durch 1.00328 mul… den sollen. Bringt man diese Verbesserung an … man überdiess die Tafel auf $b = 28$ und $t = 0$, so … wenn R die Refraction der Tafel Fund. astr. und r… fraction unserer Tafel XIX bezeichnet,

$$r = R.(1.01311)(1.033908)^n,$$

wo man R aus der vorhergehenden Gleichung (B) Nach dieser Formel sind die Refractionen der letzt… Grade unserer Tafel berechnet worden. So ist z. B. für

Nach Fund. astr. . . . $\log R = 2.76683$ und $n = 1$.

Ex. I. Sey $z = 76°45'0''$, $b = 26.7$, $t' = +20$
$+25°$

z gibt $\log r = 2.3989$ und $n = 1.020$

b - - $\log \frac{b}{B} = 9.9794$ t gibt -0.0468

t' - - $\log \frac{1}{1+m't'} = 9.9980$

$(-0.0468)\, n = -0.0477$

$\log r' = 2.3286$

$r' = 213''.1 =$

Ex. II. $z = 84° 23' 54''$, $b =$

$-18°.0$

z gibt $\log r = 2.7476$ u

b - - - - - - 0.0114

t' - - - - - - 0.0014

$(0.0372)\, n$ - 0.0402

$\log r' = 2.8006$

$r' = 631''.9 = 10' 31''.9.$

Vorlesung XI.

Heliocentrischer und geocentrischer Ort der Planeten Kometen.

1. §. Ausser unserer Erde gibt es noch viele Himmelskörper, die sich in elliptischen Bahnen um di ne, die einen der beyden Brennpuncte dieser Ellips nimmt, bewegen, und die unter dem Namen der Pla und Kometen bekannt sind.

Die Puncte, in welchen die Ebene der Bahn de neten oder Kometen die Ecliptik durchschneidet, heiss Knoten der Bahn (S. 75), und zwar der aufste de ☊ (fig. 5) der, von welchem der Planet sich über die tik oder gen Norden erhebt, während der andere ent gesetzte der niedersteigende Knoten ☋ ist. Die Knoten verbindende, durch den Mittelpunct der Son hende Gerade ist die Knotenlinie. Der Winkel der der Bahn mit der Ebene der Ecliptik ist die Neigun Bahn. Die grosse Axe AP der Ellipse heisst auch die denlinie oder die doppelte mittlere Entfern und von ihren beyden Endpuncten ist der P, welche Sonne am nächsten liegt, die Sonnennähe oder da rihelium, der andere entgegengesetzte A aber die nenferne oder das Aphelium. Die Entfernun Periheliums von der Sonne Mittelpunct ist die kürz Distanz FP, die Entfernung FM = r jedes anderen tes M der Bahn von der Sonne Mittelpunct aber ist de dius Vector, so wie der Winkel PFM = v die Anomalie (S. 56) dieses Punctes M.

Sey F♈ die Linie der Frühlingsnachtgleiche, als F♈ und F☊ in der Ebene der Ecliptik liegen, ♈F Länge des aufsteigenden Knotens, die wir künftig du ler Ecliptik, welche letzte wir durch l bezeichnen Der Unterschied l′—l heisst die Reduction. Der des Radius Vectors F M mit der Axe der Ecliptik lie Poldistanz p des Planeten und sein Comple- 90 die Breite desselben. Endlich nennt man noch inkel ☊ F M = u das Argument der Breite und = ω die Distanz des Periheliums vom Knoten. Die g der Bahn gegen die Ecliptik, welche wir durch n men wollen, nehmen wir immer zwischen den Gren- und 180° an, so dass alle Körper, deren Neigung ist, eine rechtläufige Bewegung (von West gen haben, während alle übrigen sich rückläufig oder von st West bewegen.

§. Dieses vorausgesetzt, hat man

s des Periheliums vom Knoten $\omega = \Pi - k$

nt der Breite - - - - $u = v + \omega = v + \Pi - k$

in der Bahn - - - - $l' = u + k = v + \Pi$

ion - - - - - - - - $l' - l = u + k - l$,

n auch für rückläufige Bewegungen $\omega = k - \Pi'$ und $-\Pi + k$ und für die Reduction $u + l - k$ setzen kann. s sphärische Dreyeck aber, welches von den Verlän- n der Linien F ☊, F M und von der Projection der der Ecliptik, gebildet wird, gibt folgende Ausdrücke:

$\operatorname{tg}(l - k) = \operatorname{Cos} n \operatorname{tg} u$

Aber Cos u Sin (l — k) = Sin u Cos (l — k) Cos n

$$\text{Sin } u = \frac{\text{Cos } p}{\text{Sin } n}, \text{ also ist auch}$$

$$\text{Sin}(u + k - l) = \text{tg}\,\frac{n}{2}\,\text{Cos } p\,\text{Cos}(l - k)$$

$$= \text{tg}\,\frac{n}{2}\,\text{Cotg } p\,\text{Cos } u \text{ und eben so}$$

$$\text{Sin}(u + l - k) = \text{Cotg}\,\frac{n}{2}\,\text{Cos } p\,\text{Cos}(l - k)$$

$$= \text{Cotg}\,\frac{n}{2}\,\text{Cotg } p\,\text{Cos } u.$$

Ex. Ist $u = 127^\circ\,5'\,55''$ und $k = 112^\circ\,1'\,30''$ und $n = 2^\circ\,29'\,47''$ so ist $u + k - l = 0^\circ\,1'\,$ $l = 239^\circ\,8'\,59''.2$ und $p = 88^\circ\,0'\,32''.8$.

3. §. Die Gleichungen, welche wir S. 56 für gegeben haben, werden hier auch für die Besti wahren von dem Mittelpuncte der Sonne gese des heliocentrischen Ortes der Planeten und gelten. Ist also T die Umlaufszeit des Planeten Sonne, t die Zeit seit dem Durchgange des Planeten sein Perihelium, a und ae die halbe grosse Axe seiner und die Excentricität derselben, so hat man

$$m = 360\,\frac{t}{T}$$

der Sonne gesehene oder die heliocentrische Länge
stanz der Erde von dem Pole der Ecliptik und R die
ung der Erde von der Sonne.

zeichnet man der Kürze wegen die Projection der
n r, ρ und R auf die Ecliptik durch r', ρ' und R' oder
an $r' = r \operatorname{Sin} p$, $\rho' = \rho \operatorname{Sin} \pi$ und $R' = R \operatorname{Sin} P$, so hat
wie S. 82, wenn N irgend einen willkürlichen Winkel
net, die Gleichungen

$$\rho' \operatorname{Cos}(\lambda - N) = r' \operatorname{Cos}(l - N) - R' \operatorname{Cos}(L - N)$$
$$\rho' \operatorname{Sin}(\lambda - N) = r' \operatorname{Sin}(l - N) - R' \operatorname{Sin}(L - N)$$
$$\rho' \operatorname{Cotg} \pi = r' \operatorname{Cotg} p - R' \operatorname{Cotg} P.$$

Setzt man in diesen Ausdrücken z. B. $N = \frac{1}{2}(l + L)$, so
t man

$$\operatorname{tg}(\lambda - \tfrac{1}{2}(l+L)) = \frac{r' + R'}{r' - R'} \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(l - L),$$
$$\rho' = (r' + R') \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(l - L)}{\operatorname{Sin}(\lambda - \frac{1}{2}(l + L))},$$
$$\operatorname{Cotg} \pi = \frac{r' \operatorname{Cotg} p - R' \operatorname{Cotg} P}{\rho'},$$

urch diese Gleichungen findet man den geocentrischen
π ρ der Planeten aus dem durch die Tafeln gegebenen
ntrischen Orte l p r derselben.

Ex. Sey u = 212° 13' 26".9, log r = 9.668747

... endlich aus λ und π die geocentrisch
... Distanz p von dem Pole des Äquat
... S. 30, wenn $e = 23^\circ\, 27'\, 52''.4$ die
...

$$\alpha = 311^\circ 56' 13''.2 \text{ und } p = 104^\circ 22' 11''.9.$$

... so kann man auch umgekehrt, den hei... u und r des Planeten finden, wenn der g... ρ und der heliocentrische Ort L P R de... Da aber die Grösse ρ nicht durch die Be... unmittelbar gegeben wird, so wollen wir a... bekannten Grössen k und n substituiren. Set... − 90, da die Erde sich immer sehr nahe i... bewegt, so hat man

$$\ldots \operatorname{Cos} u - R \operatorname{Cos}(L - k) = \rho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos}(\lambda - k)$$
$$\ldots \operatorname{Cos} n - R \operatorname{Sin}(L - k) = \rho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sin}(\lambda - k)$$
$$r \operatorname{Sin} u \operatorname{Sin} n = \rho \operatorname{Cos} \pi.$$

Die Division der beyden letzten dieser drey Glei... gibt

$$\frac{r \operatorname{Sin} u \operatorname{Cos} n - R \operatorname{Sin}(L - k)}{r \operatorname{Sin} u \operatorname{Sin} n} = \operatorname{tg} \pi \operatorname{Sin}(\lambda - k) \text{ oder}$$

$$r \operatorname{Sin} u = \frac{R \operatorname{Sin}(L - k)}{\operatorname{Cos} n - \operatorname{Sin} n \operatorname{tg} \pi \operatorname{Sin}(\lambda - k)} \quad \ldots \quad (I)$$

Eben so gibt die Division der ersten und dritten

[redacted]

$$\text{tg}\,u = \frac{\text{Sin}\,A\,\text{tg}\,(L-k)}{\text{Sin}\,(A+n)} \quad \text{und} \quad r = \frac{R\,\text{Sin}\,B\,\text{Sin}\,(L-k)}{\text{Sin}\,(B-n)\,\text{Sin}\,u},$$

nd daher auch $\rho = \frac{R\,\text{Sin}\,B\,\text{Sin}\,(L-k)\,\text{Sin}\,n}{\text{Cos}\,\pi\,\text{Sin}\,(B-n)} = \frac{r\,\text{Sin}\,u\,\text{Sin}\,n}{\text{Cos}\,\pi}$.

Ex. Ist $\lambda = 80°$, $\pi = 80°$, $n = 5°$, $k = 15°$, $L = 60°$ und $= 1$, so findet man $u = 52° 52' 12''.4$, $\log r = 0.208925$ nd $\log \rho = 9.811156$.

I. Wäre nebst den geocentrischen Grössen λ und π und m heliocentrischen Orte der Erde L und P noch aus den hlen der Radius Vector r gegeben, so hätte man die Gleingen

$$r\,\text{Sin}\,p\,\text{Cos}\,l = R\,\text{Sin}\,P\,\text{Cos}\,L + \rho\,\text{Sin}\,\pi\,\text{Cos}\,\lambda$$
$$r\,\text{Sin}\,p\,\text{Sin}\,l = R\,\text{Sin}\,P\,\text{Sin}\,L + \rho\,\text{Sin}\,\pi\,\text{Sin}\,\lambda$$
$$r\,\text{Cos}\,p = R\,\text{Cos}\,P + \rho\,\text{Cos}\,\pi$$

d daraus würde man den heliocentrischen Ort des Planen oder die Grössen l und p auf folgende Art finden.

Quadrirt und addirt man diese drey Gleichungen, und etzt der Kürze wegen

$$\text{Cos}\,\psi = \text{Sin}\,P\,\text{Sin}\,\pi\,\text{Cos}\,(L-\lambda) + \text{Cos}\,P\,\text{Cos}\,\pi,$$

so erhält man

$$r^2 = R^2 + \rho^2 + 2R\rho\,\text{Cos}\,\psi, \text{ also auch}$$

$$\rho = \sqrt{r^2 - R^2\,\text{Sin}^2\,\psi} - R\,\text{Cos}\,\psi.$$

Da so die Grösse ρ bekannt ist, so hat man

$$\text{Cos}\,p = \frac{R\,\text{Cos}\,P + \rho\,\text{Cos}\,\pi}{r},$$

$$\text{Sin}\,l = \frac{R\,\text{Sin}\,P\,\text{Sin}\,L + \rho\,\text{Sin}\,\pi\,\text{Sin}\,\lambda}{r\,\text{Sin}\,p} \text{ und}$$

$$\text{Cos}\,l = \frac{R\,\text{Sin}\,P\,\text{Cos}\,L + \rho\,\text{Sin}\,\pi\,\text{Cos}\,\lambda}{r\,\text{Sin}\,p}.$$

II. Zwischen den Grössen L, l, λ und R′, r′, ρ', den Projectionen von R, r, ρ auf die Ecliptik, haben überhaupt folgende Gleichungen Statt:

$$\left.\begin{array}{l} R'\,\text{Sin}\,(l-L) = \rho'\,\text{Sin}\,(\lambda - l) \\ R'\,\text{Sin}\,(\lambda - L) = r'\,\text{Sin}\,(\lambda - l) \\ \rho'\,\text{Sin}\,(\lambda - L) = r'\,\text{Sin}\,(l - L) \end{array}\right\} \text{ und}$$

$$\left.\begin{array}{l} R'\,\text{Cos}\,(l-L) + \rho'\,\text{Cos}\,(\lambda - l) = r' \\ r'\,\text{Cos}\,(\lambda - l) - R'\,\text{Cos}\,(\lambda - L) = \rho' \\ r'\,\text{Cos}\,(l - L) - \rho'\,\text{Cos}\,(\lambda - L) = R' \end{array}\right\}.$$

Endlich ist in dem ebènen Dreyecke, welches v
drey Seiten R′ r′ und ρ' gebildet wird,

der Winkel zwischen R′ und r′ an der Sonne oder die
mutation $= l - L$

der Winkel zwischen r′ und ρ' an den Planeten oder d
liche Parallaxe $= \lambda - l$

der Winkel zwischen ρ' und R′ an der Erde oder die
tion $= 180 - (\lambda - L)$.

6. §. Um noch zu untersuchen, welchen Einfluss
Änderungen in der heliocentrischen Lage des Planet
die geocentrische Lage desselben haben, und umge
werden wir die drey ersten Gleichungen des §. 4 in
hung auf alle in ihnen enthaltenen Grössen ausser R′
differentiiren. Man erhält so, wenn man $N = o$ setzt,

$$d\rho' = d r' \, \text{Cos}\,(l - \lambda) - r' \, d l \, \text{Sin}\,(l - \lambda)$$

$$d\lambda = \frac{r' d l}{\rho'} \text{Cos}\,(l - \lambda) + \frac{d r'}{\rho'} \text{Sin}\,(l - \lambda)$$

$$d\pi = - \frac{d r'}{\rho'} \text{Sin}^2 \pi \, (\text{Cotg}\, p - \text{Cotg}\, \pi \, \text{Cos}\,(l -$$

$$- \frac{d l}{\rho'} \text{Sin}\, \pi \, \text{Cos}\, \pi \, \text{Sin}\,(l - \lambda)$$

$$+ \frac{r' d p}{\rho'} \cdot \frac{\text{Sin}^2 \pi}{\text{Sin}^2 p}$$

[redacted]

...sion a und Distanz p von dem Pole des Äquators
Entfernung ρ des Planeten von der Erde.

...timmt man zuerst die Lage des Mittelpuncts der Er-
... den der Sonne durch die drey rechtwinkligen Coor-
X, Y, Z, wo X in der Linie der Nachtgleichen und
Äquator liegt, so hat man, wenn e die Schiefe der
... bezeichnet,

$$X = R \operatorname{Sin} P \operatorname{Cos} L$$
$$Y = R \operatorname{Sin} P \operatorname{Sin} L \operatorname{Cos} e - \operatorname{Cos} P \operatorname{Sin} e$$
$$Z = R \operatorname{Sin} P \operatorname{Sin} L \operatorname{Sin} e + \operatorname{Cos} P \operatorname{Cos} e.$$

...eyen nun $x\,y\,z$ die den vorigen parallelen Coordinaten,
... die Lage des Planeten gegen den Mittelpunct der
bestimmen, so dass man hat

$$x - X = \rho \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} a$$
$$y - Y = \rho \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} a$$
$$z - Z = \rho \operatorname{Cos} p.$$

... die Grösse $x\,y\,z$ zu finden, bestimme man anfangs
...e des Planeten gegen die Sonne durch die drey Coor-
$x''\,y''\,z''$, wo x'' in der Knotenlinie der Bahn mit der
und $x''y''$ in der Ecliptik selbst liegen, so ist

$$= r \operatorname{Cos} u,\quad y'' = r \operatorname{Sin} u \operatorname{Cos} n,\quad z'' = r \operatorname{Sin} u \operatorname{Sin} n.$$

...hen aber diese Coordinaten in andere $x'\,y'\,z'$ über,
x' in der Linie der Nachtgleichen, und $x'\,y'$ in der

n der Ebene des Äquators

$= \cdot$

$= \cdot \quad \ldots - z' \operatorname{Sin} e$

$= \cdot \quad \ldots + z' \operatorname{Cos} e.$

... n den letzten Gleichungen d
... n x, x'' . . . so erhält man di
... und e ausgedrückt. Zur bequemere
... diese wollen wir folgende Hülfsgr

$$\ldots = \frac{\ldots k}{\operatorname{Cos} n}, \quad \operatorname{Sin} a = \frac{\operatorname{Cos} k}{\operatorname{Sin} A}, \operatorname{tg} \psi = \frac{t}{C}$$

$$\ldots = \frac{\ldots \operatorname{Cos} e \operatorname{Sin} \psi}{\ldots \operatorname{Cos} (\psi + e)}, \operatorname{Sin} b = \frac{\operatorname{Cos} e \operatorname{Sin} k}{\operatorname{Sin} B},$$

$$\ldots = \frac{\ldots \operatorname{Sin} e \operatorname{Sin} \psi}{\ldots \operatorname{Sin} (\psi + e)}, \operatorname{Sin} c = \frac{\operatorname{Sin} e \operatorname{Sin} k}{\operatorname{Sin} C}.$$

... vorausgesetzt, erhält man die einfac

$$x = r \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (A + u)$$
$$y = r \operatorname{Sin} b \operatorname{Sin} (B + u)$$
$$z = r \operatorname{Sin} c \operatorname{Sin} (C + u).$$

... also die Grössen x y z und X Y Z kem
... gesuchten Werthe von a, p und ρ durcl

raus folgt

$X = 0.9592530 \qquad x = -0.0961018$

$Y = 0.2522046 \qquad y = -0.4056417$

$Z = 0.1094761 \qquad z = -0.2091323$

auch geocentrische Rectascension $a = 211°56'13''.2$

geocentrische Poldistanz $p = 104°22'12''.1$

$\rho = 1.2837618$

S. 118)

§. Das zuletzt angezeigte Verfahren ist besonders dann ortheilhaft, wenn man mehrere geocentrische Orte des Planeten oder Kometen, z. B. für eine Ephemeride zu hnen hat. (Vergl. Calendariographie S. 223 u. ff.)

Von den angeführten Hülfsgrössen sind a, b, c resp. die ungen der Ebene der Planetenbahn gegen die coordinir-Ebenen der yz, xz und xy, und eben so A, B, C die nkel der Knotenlinie der Bahn in der Ecliptik mit den otenlinien der Bahn in denselben coordinirten Ebenen der , xz und xy, wo xy die Ebene des Äquators xz die des lurs der Nachtgleichen und yz die des Colurs der Solsti- ist. Um diess zu zeigen, sey (fig. 2) P der Pol des Äqua- AQ, so wie ♈B die Ecliptik und FDN die Planeten- , also PQR, P♈R und A♈Q resp. die Ebene der yz dxy, und daher auch

$= DQR = ♈BQ = E♈D = 90°$ und eben so

$♈P = ♈B = ♈Q = 90°$ und

$= e, BCN = n, ♈C = k$. Dieses vorausgesetzt, ist

$= a, FC = A, REC = b, EC = B, NDQ = c$ und

$CD = C$,

t man in dem sphärischen Dreyecke BNC

$$- \frac{\mathrm{Cotg}\,k}{\mathrm{Cos}\,n}, \quad \mathrm{Sin}\,a = \frac{\mathrm{Cos}\,k}{\mathrm{Sin}\,A}, \quad \mathrm{Cos}\,a = \mathrm{Sin}\,k\,\mathrm{Sin}\,n,$$

Dreyecke ♈CE

$$\frac{\mathrm{Sin}\,k}{\mathrm{Cos}\,k\,\mathrm{Cos}\,n - \mathrm{Sin}\,n\,\mathrm{tg}\,e}, \quad \mathrm{Sin}\,b = \frac{\mathrm{Sin}\,k\,\mathrm{Cos}\,e}{\mathrm{Sin}\,B},$$

$$\mathrm{Cos}\,b = -\mathrm{Cos}\,n\,\mathrm{Sin}\,e - \mathrm{Cos}\,k\,\mathrm{Sin}\,n\,\mathrm{Cos}\,e,$$

dem Dreyecke C♈D

$$\operatorname{tg} C = \frac{\operatorname{Sin} k}{\operatorname{Cos} k \operatorname{Cos} n + \operatorname{Sin} n \operatorname{Cotg} e}, \quad \operatorname{Sin} c = \frac{\operatorname{Sin} e \operatorname{Sin} k}{\operatorname{Sin} C},$$

$$\operatorname{Cos} c = \operatorname{Cos} n \operatorname{Cos} e - \operatorname{Cos} k \operatorname{Sin} n \operatorname{Sin} e,$$

welche Ausdrücke mit den vorhergehenden übereinsti

Zwischen diesen Grössen A, B, C und a, b, c mehrere Bedingungsgleichungen, die man durch die sung der Dreyecke FER, ♈ED und QND finden Man erhält nämlich

$$\operatorname{Sin}(A-B) \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} b = \operatorname{Cos} c$$
$$\operatorname{Sin}(B-C) \operatorname{Sin} b \operatorname{Sin} c = \operatorname{Cos} a$$
$$\operatorname{Sin}(C-A) \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} c = \operatorname{Cos} b$$

$$\operatorname{Cotg}(A-B) \operatorname{Cotg}(C-A) = \operatorname{Cos}^2 a$$
$$\operatorname{Cotg}(B-C) \operatorname{Cotg}(A-B) = \operatorname{Cos}^2 b$$
$$\operatorname{Cotg}(C-A) \operatorname{Cotg}(B-C) = \operatorname{Cos}^2 c$$

$$\operatorname{Cos}(A-B) = -\operatorname{Cotg} a \operatorname{Cotg} b = \operatorname{Sin}(C-A) \operatorname{Sin}(C-$$
$$\operatorname{Cos}(B-C) = -\operatorname{Cotg} b \operatorname{Cotg} c = \operatorname{Sin}(A-B) \operatorname{Sin}(A-$$
$$\operatorname{Cos}(C-A) = -\operatorname{Cotg} a \operatorname{Cotg} c = \operatorname{Sin}(B-C) \operatorname{Sin}(B-$$

9. §. Addirt man zu den Grössen A, B, C, die des Periheliums weniger der Länge des aufsteigenden tens der Bahn in der Ecliptik, und nennt man die derten Grössen α, β, γ, und bezeichnet man endli halbe grosse Axe der Bahn und ihre Excentricität d und a'e, so wie die wahre Anomalie vom Perihelium

$$z = p \frac{\mathrm{Sin}\,(P+v)}{\mathrm{Cos}^2 \frac{1}{2} v}.$$

hat man für den Kometen von 1827 Länge des Peri-
°58'.2, $k = 149°39'.1$, $n = 54°3'.3$, $e = 23°27'.7$
kleinsten Abstand desselben von der Sonne 0.137499,
h

$$x = 0.12547\,\mathrm{Sin}\,(187°38'.9+v)\,\mathrm{Sec}^2 \tfrac{1}{2} v$$
$$y = 0.06667\,\mathrm{Sin}\,(331°36'.2+v)\,\mathrm{Sec}^2 \tfrac{1}{2} v$$
$$z = 0.13276\,\mathrm{Sin}\,(270°42'.3+v)\,\mathrm{Sec}^2 \tfrac{1}{2} v.$$

se Darstellung der Ausdrücke von xyz ist auch sehr
t, die Änderungen der Coordinaten zu bestimmen,
irgend einer Änderung der Elemente der Bahn ent-
n. So findet man, wenn α, β, γ die vorhergehende Be-
g haben,

$$\left.\begin{aligned} &= x(\mathrm{Cos}\,A\,\mathrm{Cotg}\,a - \mathrm{Sin}\,A\,\mathrm{Cotg}\,a\,\mathrm{Cotg}\,(\alpha+v)) \\ &= y(\mathrm{Cos}\,B\,\mathrm{Cotg}\,b - \mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Cotg}\,b\,\mathrm{Cotg}\,(\beta+v)) \\ &= z(\mathrm{Cos}\,C\,\mathrm{Cotg}\,c - \mathrm{Sin}\,C\,\mathrm{Cotg}\,c\,\mathrm{Cotg}\,(\gamma+v)) \end{aligned}\right\},$$

$$\left.\begin{aligned} &= x\left(\left(\frac{\mathrm{Cos}\,n}{\mathrm{Sin}^2\,a} - 1\right)\mathrm{Cotg}\,(\alpha+v) - \mathrm{Sin}\,n\,\mathrm{Sin}\,A\,\mathrm{Cotg}\,a\right) \\ &= y\left(\left(\frac{\mathrm{Cos}\,c\,\mathrm{Cos}\,e}{\mathrm{Sin}^2\,b} - 1\right)\mathrm{Cotg}\,(\beta+v) \right. \\ &\qquad \left. - \mathrm{Sin}\,n\,\mathrm{Sin}\,B\,\mathrm{Cotg}\,b\right) \\ &= z\left(\left(\frac{\mathrm{Cos}\,b\,\mathrm{Sin}\,e}{\mathrm{Sin}^2\,c} - 1\right)\mathrm{Cotg}\,(\gamma+v) \right. \\ &\qquad \left. - \mathrm{Sin}\,n\,\mathrm{Sin}\,C\,\mathrm{Cotg}\,c\right) \end{aligned}\right\}.$$

ner, wenn a' die halbe grosse Axe und $a'\varepsilon$ die Ex-
ät bezeichnet, und $\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon^2} + \frac{\mathrm{Cos}\,v}{1+\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,v} = \omega$ ist,

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{dx}{da'}\right) &= \frac{x}{a'} \\ \left(\frac{dy}{db'}\right) &= \frac{y}{a'} \\ \left(\frac{dz}{dc'}\right) &= \frac{z}{a'} \end{aligned}\right\} \text{ und } \left.\begin{aligned} \left(\frac{dx}{d\varepsilon}\right) &= -x\omega \\ \left(\frac{dy}{d\varepsilon}\right) &= -y.\omega \\ \left(\frac{dz}{d\varepsilon}\right) &= -z\omega \end{aligned}\right\},$$

welche Ausdrücke sich leicht fortsetzen lassen. Hat m
die vollständigen Werthe von

$$dx = \left(\frac{dx}{dn}\right) dn + \left(\frac{dx}{dk}\right) dk + \left(\frac{dx}{da'}\right) da' +$$

und eben so von dy und dz erhalten, so kann man
und aus den Differentialien der in §. 7 gegebenen Aus
von $x-X$, $y-Y$, $z-Z$ auch die durch jene Änder
der Elemente entstandenen Änderungen der Elemen
geocentrischen Rectascension a und Poldistanz p erh
nämlich:

$$da = \frac{dy \operatorname{Cos} a - dx \operatorname{Sin} a}{\rho \operatorname{Sin} p} \text{ und}$$

$$dp = \frac{dx}{\rho} \operatorname{Cos} a \operatorname{Cos} p + \frac{dy}{\rho} \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} p$$

ie Ausdrücke sich leicht fortsetzen lassen. Hat ma
ollständigen Werthe von

$$dx = \left(\frac{dx}{dn}\right) dn + \left(\frac{dx}{dk}\right) dk + \left(\frac{dx}{da'}\right) da' + .$$

eben so von dy und dz erhalten, so kann man da
us den Differentialien der in §. 7 gegebenen Ausdr
:—X, y—Y, z—Z auch die durch jene Änderu
Elemente entstandenen Änderungen der Elemente
ntrischen Rectascension a und Poldistanz p erhal
ich:

$$da = \frac{dy \operatorname{Cos} a - dx \operatorname{Sin} a}{\rho \operatorname{Sin} p} \text{ und}$$

$$dp = \frac{dx}{\rho} \operatorname{Cos} a \operatorname{Cos} p + \frac{dy}{\rho} \operatorname{Sin} a \operatorname{Co} p - \frac{dz}{\rho} S$$

II. Es ist aber $x = \xi + X = \delta \,\mathrm{Cos}\, \lambda + D \,\mathrm{Cos}\, L$

$$y = v + Y = \delta \,\mathrm{Sin}\, \lambda + D \,\mathrm{Sin}\, L$$
$$z = \zeta + Z = \delta \,\mathrm{Cotg}\, \pi + D \,\mathrm{Cotg}\, P$$

und eben so für x', x'' u. f. Substituirt man diese Ausdrücke in den zwey letzten Systemen von (I) und setzt, da die Erde sich in der Ebene der Ecliptik bewegt, $P = 90$, so erhält man für den Planeten

$$\left.\begin{array}{l} o = f(\delta \,\mathrm{Cos}\, \lambda + D \,\mathrm{Cos}\, L) - f'(\delta \,\mathrm{Cos}\, \lambda' + D' \,\mathrm{Cos}\, L') \\ \qquad + f''(\delta'' \,\mathrm{Cos}\, \lambda'' + D'' \,\mathrm{Cos}\, L'') \\ o = f(\delta \,\mathrm{Sin}\, \lambda + D \,\mathrm{Sin}\, L) - f'(\delta' \,\mathrm{Sin}\, \lambda' + D' \,\mathrm{Sin}\, L') \\ \qquad + f''(\delta'' \,\mathrm{Sin}\, \lambda'' + D'' \,\mathrm{Sin}\, L'') \\ o = f.\delta \,\mathrm{Cotg}\, \pi - f'.\delta' \,\mathrm{Cotg}\, \pi' + f''.\delta'' \,\mathrm{Cotg}\, \pi'' \end{array}\right\} \ldots (A)$$

und eben so für die Erde

$$\left.\begin{array}{l} o = F.D \,\mathrm{Cos}\, L - F' D' \,\mathrm{Cos}\, L' + F'' D'' \,\mathrm{Cos}\, L'' \\ o = F.D \,\mathrm{Sin}\, L - F' D' \,\mathrm{Sin}\, L' + F'' D'' \,\mathrm{Sin}\, L'' \end{array}\right\} \ldots (B)$$

III. Der Abkürzungen wegen wollen wir nun folgende Bezeichnungen einführen

$$\begin{array}{l} a = \mathrm{Cotg}\, \pi \,\mathrm{Sin}\, (\lambda'' - \lambda') - \mathrm{Cotg}\, \pi' \,\mathrm{Sin}\, (\lambda'' - \lambda) \\ \qquad + \mathrm{Cotg}\, \pi'' \,\mathrm{Sin}\, (\lambda' - \lambda) \text{ und} \\ A = \mathrm{Cotg}\, \pi' \,\mathrm{Sin}\, (L - \lambda'') - \mathrm{Cotg}\, \pi'' \,\mathrm{Sin}\, (L - \lambda') \\ B = \mathrm{Cotg}\, \pi'' \,\mathrm{Sin}\, (L - \lambda) - \mathrm{Cotg}\, \pi \,\mathrm{Sin}\, (L - \lambda'') \\ C = \mathrm{Cotg}\, \pi \,\mathrm{Sin}\, (L - \lambda') - \mathrm{Cotg}\, \pi' \,\mathrm{Sin}\, (L - \lambda) \end{array}$$

und geht in diesen drey letzten Ausdrücken

L über in L′ so soll A B C übergehen in A′ B′ C′
L - - - L″ - - - A B C - - - - - - - - A″ B″ C″.

Dieses vorausgesetzt, multiplicire man von den Gleichungen (A) die erste durch $(\mathrm{Sin}\, \lambda' \,\mathrm{Cotg}\, \pi'' - \mathrm{Sin}\, \lambda'' \,\mathrm{Cotg}\, \pi')$, die zweyte durch $(\mathrm{Cos}\, \lambda'' \,\mathrm{Cotg}\, \pi' - \mathrm{Cos}\, \lambda' \,\mathrm{Cotg}\, \pi'')$ und die dritte durch $(\mathrm{Cos}\, \lambda' \,\mathrm{Sin}\, \lambda'' - \mathrm{Cos}\, \lambda'' \,\mathrm{Sin}\, \lambda')$, so gibt die Summe dieser drey Producte

$$o = f(a\delta + A D) - f'.A' D' + f''.A'' D''$$

und eben so erhält man

$$\left.\begin{array}{l} o = f.B D - f'(a\delta' + B' D') + f''.B'' D'' \\ o = f.C D - f'.C' D' + f''(a\delta'' + C'' D'') \end{array}\right\} \ldots (C)$$

und von diesen drey Gleichungen geben z. B. die beyden ...

2. §. Da alle diese Bahnen in Ebenen liegen, w
durch den Mittelpunct der Sonne gehen, so hat man f
Gleichung dieser Ebene, wenn der Anfang der helioc
schen Coordinaten im Mittelpuncte der Sonne liegt,

$$z = Ax + By$$

und eben so für die zweyte und dritte Beobachtung

$$z' = Ax' + By' \text{ und } z'' = Ax'' + By''.$$

Eliminirt man daraus die Grössen A und B, so erhä

$$o = x(y''z' - y'z'') - x'(y''z - yz'') + x''(y'z - yz$$

welche Gleichung also ausdrückt, dass die Bahn des
ten in einer durch den Mittelpunct der Sonne gehender
ne liegt. Diese Gleichung kann auch so geschrieben w

$$o = y(x'z'' - x''z') - y'(xz'' - x''z) + y''(xz' - x'$$
$$o = z(x''y' - x'y'') - z'(x''y - xy'') + z''(x'y - x$$

I. Sind aber f'' f' f die Flächen der ebenen Drey
welche zwischen dem Mittelpuncte der Sonne, den F
$r\,r'\,r''$ und den geradlinigen Sehnen in der 1. 2., in de
und in der 2. 3. Beobachtung enthalten sind, und nen
$a\,b\,c$ die Neigung der Ebene der Bahn gegen die drey
dinirten Ebenen der yz, xz und xy, so hat man für d
jection des Dreyeckes f'' in denselben drey Ebenen

$$f''\operatorname{Cos} a = \tfrac{1}{2}(y'z - yz')$$
$$f''\operatorname{Cos} b = \tfrac{1}{2}(xz' - x'z)$$
$$f''\operatorname{Cos} c = \tfrac{1}{2}(x'y - xy')$$

und ähnliche Ausdrücke erhält man auch für $f'\operatorname{Cos} a$
und $f\operatorname{Cos} a$ . . . Substituirt man sie in den vorhergeh
drey Gleichungen, so ist

$$\left.\begin{aligned} o &= fx - f'x' + f''x'' \\ o &= fy - f'y' + f''y'' \\ o &= fz - f'z' + f''z'' \end{aligned}\right\}$$

und wenn man eben so F'' F' und F die Flächen der g
linigen Dreyecke zwischen dem Mittelpuncte der Sonne
den drey Orten der Erde in der 1. 2., in der 1. 3. und i
2. 3. Beobachtung nennt, so ist eben so

$$\left.\begin{aligned} o &= FX - F'X' + F''X'' \\ o &= FY - F'Y' + F''Y'' \\ o &= FZ - F'Z' + F''Z'' \end{aligned}\right\}.$$

II. Es ist aber $x = \xi + X = \delta \operatorname{Cos} \lambda + D \operatorname{Cos} L$
$$y = v + Y = \delta \operatorname{Sin} \lambda + D \operatorname{Sin} L$$
$$z = \zeta + Z = \delta \operatorname{Cotg} \pi + D \operatorname{Cotg} P$$

eben so für x', x'' u. f. Substituirt man diese Ausdrücke in zwey letzten Systemen von (I) und setzt, da die Erde n der Ebene der Ecliptik bewegt, $P = 90$, so erhält man en Planeten

$$\left.\begin{array}{l} = f(\delta \operatorname{Cos} \lambda + D \operatorname{Cos} L) - f'(\delta' \operatorname{Cos} \lambda' + D' \operatorname{Cos} L') \\ \qquad + f''(\delta'' \operatorname{Cos} \lambda'' + D'' \operatorname{Cos} L'') \\ = f(\delta \operatorname{Sin} \lambda + D \operatorname{Sin} L) - f'(\delta' \operatorname{Sin} \lambda' + D' \operatorname{Sin} L') \\ \qquad + f''(\delta'' \operatorname{Sin} \lambda'' + D'' \operatorname{Sin} L'') \\ = f.\delta \operatorname{Cotg} \pi - f'.\delta' \operatorname{Cotg} \pi' + f''.\delta'' \operatorname{Cotg} \pi'' \end{array}\right\} \ldots (A)$$

eben so für die Erde

$$\left.\begin{array}{l} = F.D \operatorname{Cos} L - F' D' \operatorname{Cos} L' + F'' D'' \operatorname{Cos} L'' \\ = F.D \operatorname{Sin} L - F' D' \operatorname{Sin} L' + F'' D'' \operatorname{Sin} L'' \end{array}\right\} \ldots (B)$$

III. Der Abkürzungen wegen wollen wir nun folgende eichnungen einführen

$$a = \operatorname{Cotg} \pi \operatorname{Sin} (\lambda'' - \lambda') - \operatorname{Cotg} \pi' \operatorname{Sin} (\lambda'' - \lambda)$$
$$+ \operatorname{Cotg} \pi'' \operatorname{Sin} (\lambda' - \lambda) \text{ und}$$
$$A = \operatorname{Cotg} \pi' \operatorname{Sin} (L - \lambda'') - \operatorname{Cotg} \pi'' \operatorname{Sin} (L - \lambda')$$
$$B = \operatorname{Cotg} \pi'' \operatorname{Sin} (L - \lambda) - \operatorname{Cotg} \pi \operatorname{Sin} (L - \lambda'')$$
$$C = \operatorname{Cotg} \pi \operatorname{Sin} (L - \lambda') - \operatorname{Cotg} \pi' \operatorname{Sin} (L - \lambda)$$

eht in diesen drey letzten Ausdrücken

. über in L' so soll $A\,B\,C$ übergehen in $A'\,B'\,C'$
. - - - L'' - - - $A\,B\,C$ - - - - - - - - $A''\,B''\,C''$.

ieses vorausgesetzt, multiplicire man von den Gleien (A) die erste durch $(\operatorname{Sin} \lambda' \operatorname{Cotg} \pi'' - \operatorname{Sin} \lambda'' \operatorname{Cotg} \pi')$, eyte durch $(\operatorname{Cos} \lambda'' \operatorname{Cotg} \pi' - \operatorname{Cos} \lambda' \operatorname{Cotg} \pi'')$ und die durch $(\operatorname{Cos} \lambda' \operatorname{Sin} \lambda'' - \operatorname{Cos} \lambda'' \operatorname{Sin} \lambda')$, so gibt die Summer drey Producte

$$o = f(a\delta + AD) - f'.A'D' + f''.A''D''$$

en so erhält man

$$\left.\begin{array}{l} o = f.BD - f'(a\delta' + B'D') + f''.B''D'' \\ o = f.CD - f'.C'D' + f''(a\delta'' + C''D'') \end{array}\right\} \ldots (C)$$

on diesen drey Gleichungen geben z. B. die beyden

$$= -\frac{A'f'}{B'f} + \frac{(B'A - BA')Df + (B'A'' - B''A')D''f''}{B'(BDf - B'D'f' + B''D''f'')} \cdot \frac{f'}{f};$$

d ähnliche Ausdrücke erhält man auch für $\frac{\delta'}{\delta''}$ und $\frac{\delta''}{\delta}$.

3. §. Ehe wir weiter gehen, wollen wir zuerst den denen Werth von $\frac{\delta}{\delta'}$ näher untersuchen.

Da das Problem, dessen Betrachtung uns hier bes t, für den gegenwärtigen Zustand unserer Analysi wer ist, um eine ganz strenge und directe Auflösung en zu unternehmen, so müssen wir durch irgend ein he angemessene Voraussetzung diese Auflösung zu htern suchen. Eine solche Erleichterung besteht d s wir die zwey Zwischenzeiten der drey Beobachtun r vielmehr die während diesen Zwischenzeiten durch en Bogen $\lambda''-\lambda'$ und $\lambda'-\lambda$ sehr klein annehmen. n wir voraus, dass diese Grössen $\lambda''-\lambda'$, $\lambda'-\lambda$, h die ihnen entsprechenden Grössen $L''-L'$, L' ersten Ordnung seyen, und suchen wir nun, wel dnung die Grössen α, A, B, C, ... und $(AB'-A'$ $B'-A'B'')$.... seyn werden.

I. Sind XYZ die rechtwinkligen Coordinaten eines n, $\xi' \upsilon' \zeta'$ eines zweyten und $\xi'' \upsilon'' \zeta''$ eines dritten Pun Raume, so ist bekanntlich der sechsfache körperliche t der Pyramide, welche zwischen diesen drey Pun d dem gemeinschaftlichen Anfangspuncte dieser Coo en enthalten ist,

$$P = \zeta'(Y\xi'' - X\upsilon'') - \zeta''(Y\xi' - X\upsilon') + Z(\xi'\upsilon'' - \xi''$$

d wenn der erste dieser drey Puncte in der Ebene der t, so ist $Z = 0$, oder

$$6P = \zeta'(Y\xi'' - X\upsilon'') - \zeta''(Y\xi' - X\upsilon').$$

Substituirt man aber die Werthe

$$\begin{aligned} \xi &= \delta \operatorname{Cos} \lambda \text{ und } & X &= D \operatorname{Cos} L \\ \upsilon &= \delta \operatorname{Sin} \lambda & Y &= D \operatorname{Sin} L \\ \zeta &= \delta \operatorname{Cotg} \pi & Z &= D \operatorname{Cotg} P = 0 \end{aligned}$$

dem vorhergehenden Ausdrucke von A, so erhält man

$$= \frac{\zeta'(Y\xi'' - X\upsilon'') - \zeta''(Y\xi' - X\upsilon')}{\delta'\delta''D} = \frac{\zeta'(Y\xi'' - X\upsilon'') - \zeta''(Y\xi' - }{\rho'\rho''R \,.\, \operatorname{Sin}\pi' \operatorname{Sin}\pi'' \operatorname{Sin}}$$

rnels bilden, wenn man die Halbmesser dieser Sphä-
h der Einheit nimmt. So ist also A Sin π' Sin π'' Sin P
dem sechsfachen Volum der Pyramide zwischen der
, der Erde in der I. und dem Planeten in der II. und
obachtung; B Sin π Sin π'' Sin P das sechsfache Volum
ramide zwischen der Sonne, der Erde in der I. und
laneten in der I. und III. Beobachtung u. f.; und eben
endlich auch α Sin π Sin π' Sin π'' das sechsfache Volum
Pyramide zwischen der Sonne und dem Planeten in der
. und III. Beobachtung.

Da wir nun $\lambda'' - \lambda'$, $\lambda' - \lambda$, $L'' - L'$ . . als die Grös-
ler ersten Ordnung angenommen haben, so folgt, dass
die Grössen A, B, C, A' . . als Grössen der ersten
ung zu betrachten seyn werden, während die Grösse
llgemeinen eine Grösse der dritten Ordnung vorstellt.
. Um nun auch zu sehen, zu welcher Ordnung die
icke (A B' — A' B) zu zählen sind, so findet man durch
ution

$$A'B = \text{Cotg}\,\pi''. \left\{ \begin{array}{l} \text{Cotg}\,\pi \,\text{Sin}\,(L'-L)\,\text{Sin}\,(\lambda''-\lambda') \\ -\,\text{Cotg}\,\pi' \text{Sin}\,(L'-L)\,\text{Sin}\,(\lambda''-\lambda) \\ +\,\text{Cotg}\,\pi'' \text{Sin}(L'-L)\,\text{Sin}\,(\lambda'-\lambda) \end{array} \right\}$$

$$AB' - A'B = \alpha\,\text{Cotg}\,\pi\,\text{Sin}\,(L'-L),$$

setzung gemäss, die Zwischenzeiten der drey Beob…
nur klein, so wird man annähernd annehmen kön…
nicht die elliptischen Sectoren, sondern dass die Fläch…
ebenen Dreyecke f f′ f″, welche zwischen diesen Radi…
den geradlinigen Sehnen enthalten sind, den Zeiten p…
tional beschrieben werden, oder dass man hat

$$\frac{f''}{f} = \frac{\theta''}{\theta},\ \frac{f'}{f} = \frac{\theta'}{\theta} \text{ und } \frac{f''}{f'} = \frac{\theta''}{\theta'}.$$

Sehen wir nun zu, welche Folgen diese bloss gen… ten Werthe von $\frac{f''}{f}$ und $\frac{f'}{f}$ auf die daraus zu findenden W… von δ, δ' und δ'' haben können.

IV. Substituirt man diese Ausdrücke von $\frac{f'}{f}$ und $\frac{f''}{f}$ … der ersten der Gleichungen (C), so erhält man

$$\delta = \frac{\theta'}{\theta} \cdot \frac{A'D'}{a} - \frac{\theta''}{\theta} \cdot \frac{A''D''}{a} - \frac{AD}{a};$$

und da in dieser Gleichung, ausser δ, alles bekannt is… könnte man aus ihr den Werth von δ, und eben so aus… beyden andern Gleichungen (C) die Werthe von δ' u… finden, wodurch allerdings schon sehr viel für die Auflö… unserer Aufgabe gewonnen wäre. Allein wir haben ober… sehen, dass die Grössen A′, A″ . . der ersten, und …

Anders aber verhält sich diese Sache, wenn man aus
leichungen (C) nur die Verhältnisse der drey Grös-
, δ'' abzuleiten sucht. So gibt die erste dieser Glei-
, durch die zweyte dividirt, den schon oben ange-
Ausdruck

$$-\frac{A'f'}{B'f}+\frac{(AB'-A'B)Df+(A''B'-A'B'')D''f''}{B'(BDf-B'D'f'+B''D''f'')}\cdot\frac{f'}{f}.$$

aber nach dem Vorhergehenden die Grössen $B\,B'$,
B'' der zweyten, und $(A\,B'-A'B)$, $(A''B'-A'B'')$
ten Ordnung sind, so wird, wenn man in der Sub-
n von $\frac{\theta''}{\theta}$ und $\frac{\theta'}{\theta}$ statt $\frac{f''}{f}$ und $\frac{f'}{f}$ selbst einen Fehler
ten Ordnung begeht, der Ausdruck

$$\frac{(AB'-A'B)\,D\theta+(A''B'-A'B'')D''\theta''}{B'(BD\theta-B'D'\theta'+B''D''\theta'')}\cdot\frac{\theta'}{\theta}$$

noch um eine Grösse der dritten Ordnung fehlerhaft
, während $\frac{A'f'}{B'\theta}$ um eine Grösse der ersten Ordnung feh-
aft ist, so dass man daher in der vorhergehenden Glei-
g den letzten Theil derselben, bey einer ersten Annähe-
ganz weglassen kann, ohne dass dadurch der Fehler
ypothese in dem daraus geschlossenen Werth von $\frac{\delta}{\delta''}$
ssert wird. Wir haben daher zur ersten Bestimmung
rhältnisse der Werthe von δ, δ' und δ'' die unserem
sehr angemessenen einfachen Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}\frac{\delta}{\delta'}&=-\frac{A'f'}{B'f}\\ \frac{\delta'}{\delta''}&=-\frac{B'f''}{C'f'}\\ \frac{\delta''}{\delta}&=+\frac{C'f}{A'f''}\end{aligned}\right\}\ldots.(D)$$

hen man in einer ersten Näherung

$$\frac{f'}{f}=\frac{\theta'}{\theta}\text{ und }\frac{f''}{f'}=\frac{\theta''}{\theta'}$$

wird.

II. Noch muss bemerkt werden, dass man an den Grös-
f f', wenn bereits der Radius Vector r' der mittleren

Beobachtung gegeben ist, eine kleine Verbesserung gen kann.

Ist nämlich $\mu = 0.0172021$ (S. 63), so hat m den ersten Gründen der Mechanik

$$\frac{d^2 x'}{dt^2} + \frac{\mu^2 x'}{r'^3} = 0 \text{ und } \frac{d^2 y'}{dt^2} + \frac{\mu^2 y'}{r'^3} = 0,$$

wo dt das Element der Zeit bezeichnet. Allein aus Taylor'schen Lehrsatze ist auch

$$x = x' - \theta'' . \frac{dx'}{dt} + \frac{\theta''^2}{1.2} . \frac{d^2 x'}{dt^2} - \text{ und}$$

$$x'' = x' + \theta . \frac{dx'}{dt} + \frac{\theta^2}{1.2} . \frac{d^2 x'}{dt^2} +$$

mit den analogen Ausdrücken für $y\,y''$ und $z\,z''$.

Ist also, wie zuvor, c die Neigung der Ebene gegen die Ebene der x y, so hat man

$$2 f \operatorname{Cos} c = x'' y' - x' y'' = \frac{k\theta}{dt}\left(1 - \frac{\mu^2 \theta^2}{6 r'^3}\right)$$

und eben so

$$2 f' \operatorname{Cos} c = x'' y - x y'' = \frac{k}{dt}\left(1 - \frac{\mu^2 \theta'^2}{6 r'^3}\right)$$

$$2 f'' \operatorname{Cos} c = x' y - x y' = \frac{k\theta''}{dt}\left(1 - \frac{\mu^2 \theta''^2}{6 r'^3}\right)$$

wo $k = y' dx' - x' dy'$ ist.

4. §. Nach diesen Vorbereitungen wollen wir n

o ist auch annähernd der zweyte jener Ausdrücke

$$o = BD\theta + B''D''\theta'' - B'D'\theta'\left(1 - \frac{\mu^2\theta\theta''}{2R'^3}\right).$$

I. Eliminirt man aus diesen beyden Gleichungen die Grösse $BD\theta + B''D''\theta''$ und lässt man die höheren Potenzen von μ^2 weg, so erhält man

$$\frac{2a}{\mu^2\theta\theta''B'} + \left(\frac{1}{D'^3} - \frac{1}{r'^3}\right)\frac{D'}{\delta'} = o\ldots.$$

Verbindet man diesen Ausdruck mit dem bekannten

$$r'^2 = D'^2 + \delta'^2\,\mathrm{Cosec}^2\,\pi' + 2D'\delta'\,\mathrm{Cos}\,(L' - \lambda')\ldots.$$

so wird man aus diesen beyden Gleichungen die zwey in ihnen enthaltenen unbekannten Grössen r' und δ' finden können, und dann ist nach den Gleichungen (D)

$$\delta = -\frac{A'\theta'}{B'\theta}.\delta' \text{ und}$$

$$\delta'' = -\frac{C'\theta'}{B'\theta''}.\delta'.$$

II. Kennt man aber δ und δ'', so kennt man auch r und r'', so wie die Coordinaten x y z und x'' y'' z'', welche den heliocentrischen Ort des Planeten in der ersten und dritten Beobachtung angeben. Es ist nämlich

$$r^2 = D^2 + \delta^2\,\mathrm{Cosec}^2\,\pi + 2D\delta\,\mathrm{Cos}\,(L - \lambda)$$
$$r''^2 = D''^2 + \delta''^2\,\mathrm{Cosec}^2\,\pi'' + 2D''\delta''\,\mathrm{Cos}\,(L'' - \lambda'')$$

$$x = \delta\,\mathrm{Cos}\,\lambda + D\,\mathrm{Cos}\,L \text{ und } x'' = \delta''\,\mathrm{Cos}\,\lambda'' + D''\,\mathrm{Cos}\,L''$$
$$y = \delta\,\mathrm{Sin}\,\lambda + D\,\mathrm{Sin}\,L \qquad y'' = \delta''\,\mathrm{Sin}\,\lambda'' + D''\,\mathrm{Sin}\,L''$$
$$z = \delta\,\mathrm{Cotg}\,\pi \qquad z'' = \delta''\,\mathrm{Cotg}\,\pi''.$$

III. Kennt man aber diese Grössen, so wird man auch die Neigung n der Bahn gegen die Ecliptik, die Länge ☊ des aufsteigenden Knotens und endlich die Differenz (u''—u) der beyden heliocentrischen Längen des Planeten in der Bahn, oder, was dasselbe ist, die Differenz der wahren Anomalien oder auch der beyden Argumente der Breite (S. 115) finden können. Es ist nämlich, wie man leicht sieht,

$$x = r\,\mathrm{Cos}\,u\,\mathrm{Cos}\,☊ - r\,\mathrm{Sin}\,u\,\mathrm{Cos}\,n\,\mathrm{Sin}\,☊$$
$$y = r\,\mathrm{Sin}\,u\,\mathrm{Cos}\,n\,\mathrm{Cos}\,☊ + r\,\mathrm{Cos}\,u\,\mathrm{Sin}\,☊ \text{ und}$$
$$z = r\,\mathrm{Sin}\,u\,\mathrm{Sin}\,n.$$

Entwickelt man die ähnlichen Ausdrücke von x″ y″ der zweyten Beobachtung, so erhält man nach einigen ten Transformationen

$$y z'' - y'' z = r r'' \operatorname{Sin}(u'' - u) \operatorname{Sin} n \operatorname{Sin} \Omega$$
$$x z'' - x'' z = r r'' \operatorname{Sin}(u'' - u) \operatorname{Sin} n \operatorname{Cos} \Omega$$
$$x y'' - x'' y = r r'' \operatorname{Sin}(u'' - u) \operatorname{Cos} n.$$

Die zwey ersten dieser Gleichungen geben die Grös und $r r'' \operatorname{Sin}(u'' - u) \operatorname{Sin} n$, also auch, da $r r''$ schon bek ist, die Grösse $\operatorname{Sin}(u'' - u) \operatorname{Sin} n$, und die dritte Gleic gibt $\operatorname{Sin}(u'' - u) \operatorname{Cos} n$, also findet man aus ihnen die Grössen $(u'' - u)$, Ω und n.

5. §. Wir sind also durch das Vorhergehende in Stand gesetzt, aus blossen Beobachtungen von drey geo trischen Längen und Poldistanzen eines Planeten die R Vectores r und r″, und die Differenz der wahren Anoma $u'' - u$ der ersten und dritten Beobachtung wenigstens an hernd zu finden.

Um aber aus diesen drey Stücken, verbunden mit Zwischenzeit $\theta' = t$ der Beobachtungen, die elliptischen mente abzuleiten (denn die beyden bereits gefundenen mente n und Ω beziehen sich nur auf die Lage der El der Bahn), wollen wir zuerst die Differenz der beyden ex trischen Anomalien, die wir e und e″ nennen, suchen.

Sey die bekannte Grösse $\frac{u'' - u}{2} = h$ und die u kannte $\frac{e'' - e}{2} = g$.

Ist aber, wie S. 56, a die halbe grosse Axe und ε Excentricität der Bahn, so ist

$$r = a(1 - \varepsilon \operatorname{Cos} e);$$

also auch

$$r'' + r = 2a\left(1 - \varepsilon \operatorname{Cos} \frac{e'' + e}{2} \operatorname{Cos} g\right).$$

Aus den Gleichungen S. 56 findet man aber, wen die wahre Anomalie bezeichnet,

$$\operatorname{Sin} \frac{v}{2} = \operatorname{Sin} \frac{e}{2} \sqrt{\frac{a(1+\varepsilon)}{r}} \text{ und}$$
$$\operatorname{Cos} \frac{v}{2} = \operatorname{Cos} \frac{e}{2} \sqrt{\frac{a(1-\varepsilon)}{r}},$$

ist auch, da $h = \frac{u'' - u}{2} = \frac{v'' - v}{2}$ ist,

$$\mathrm{Cos}\, h = \mathrm{Cos}\, \frac{v''}{2}\, \mathrm{Cos}\, \frac{v}{2} + \mathrm{Sin}\, \frac{v''}{2}\, \mathrm{Sin}\, \frac{v}{2} \text{ oder}$$

$$\frac{\mathrm{Cos}\, h . \sqrt{r r''}}{a} = \mathrm{Cos}\, g - \varepsilon\, \mathrm{Cos}\, \frac{e'' + e}{2} \quad . \quad . \quad (\mathrm{I}).$$

Substituirt man diesen Werth von $\varepsilon\, \mathrm{Cos}\, \frac{e'' + e}{2}$ in der ...rgehenden Gleichung, so ist

$$\ldots = \frac{\mathrm{Cos}\, h . \sqrt{r r''} \pm \sqrt{r r'' \mathrm{Cos}^2 h + 2 a (2 a - r - r'')}}{2 a} \text{ oder}$$

$$a = \frac{r + r'' - 2\, \mathrm{Cos}\, h\, \mathrm{Cos}\, g . \sqrt{r r''}}{2\, \mathrm{Sin}^2 g} \quad . \quad . \quad (\mathrm{II})$$

Ist aber t die Zwischenzeit zwischen der ersten und letz... Beobachtung und $\mu = 0.0172021$, so ist (S. 56)

$$\frac{\mu t}{a^{\frac{3}{2}}} = e'' - e - \varepsilon (\mathrm{Sin}\, e'' - \mathrm{Sin}\, e) \text{ oder}$$

$$\frac{\mu t}{a^{\frac{3}{2}}} = 2 g - 2 \varepsilon\, \mathrm{Sin}\, g\, \mathrm{Cos}\, \frac{e'' + e}{2},$$

...r, wenn man in dieser Gleichung den Werth von

$$\varepsilon\, \mathrm{Cos}\, \frac{e'' + e}{2}$$

(I) substituirt,

$$\frac{\mu t}{a^{\frac{3}{2}}} = 2 g - \mathrm{Sin}\, 2 g + 2\, \mathrm{Cos}\, h\, \mathrm{Sin}\, g . \sqrt{\frac{r r''}{a^2}},$$

endlich, wenn man auch hier den Werth der Grösse a (II) substituirt,

$$\ldots = \left(l + \mathrm{Sin}^2 \frac{g}{2}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(l + \mathrm{Sin}^2 \frac{g}{2}\right)^{\frac{3}{2}} . \left(\frac{2 g - \mathrm{Sin}\, 2 g}{\mathrm{Sin}^3 g}\right) . \; . \; (\mathrm{III})$$

...der Kürze wegen gesetzt wurde

$$\ldots l = \frac{\sqrt{\frac{r''}{r}} + \sqrt{\frac{r}{r''}}}{2\, \mathrm{Cos}\, h} \text{ und } m = \frac{\mu t}{(2\, \mathrm{Cos}\, h . \sqrt{r r''})^{\frac{3}{2}}}.$$

I. Die Gleichung (III) enthält bloss die unbekannte ...sse $g = \frac{e'' - e}{2}$, und kann daher zur Bestimmung dersel... dienen. Um dieses bequemer zu thun, sey $x = \mathrm{Sin}^2 \frac{1}{2} g$, die Gleichung (III)

$$m = (1+x)^{\frac{1}{2}} + (1+x)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{2g - \mathrm{Sin}\,2g}{\mathrm{Sin}^3 g}\right).$$

Man setze $X = \frac{2g - \mathrm{Sin}\,2g}{\mathrm{Sin}^3 g}$, so ist, wenn man
Ausdruck differentiirt,

$$2(x - x^2)\frac{dX}{dx} = 4 - (3 - 6x)X$$

Setzt man also $X = \frac{4}{3}(1 + \alpha x + \beta x^2 + \gamma x^3 + \ldots)$,
hält man, wenn man diesen Werth von X und sein
rential in der letzten Gleichung substituirt, und die
ren der gleichen Potenzen von x gleich Null setzt,

$$\alpha = \frac{6}{5},\ \beta = \frac{8\alpha}{7},\ \gamma = \frac{10\beta}{9},\ \delta = \frac{12\gamma}{11} \ldots$$

also auch

$$X = \frac{4}{3} + \frac{4.6x}{3.5} + \frac{4.6.8x^2}{3.5.7} + \frac{4.6.8.10x^3}{3.5.7.9} +$$

Setzt man daher wieder

$$X = \frac{1}{\frac{3}{4} - \frac{9}{10}(x - \xi)},$$ so hat man

$$\xi = x - \frac{5}{6} + \frac{10}{9X};$$

und aus diesem letzten Ausdrucke wird man für jeden
nen Werth von x die Grösse ξ leicht finden. Substituirt
nämlich in ihm den vorhergehenden Werth von X,

$$Q = \frac{\ldots}{\frac{1}{9}+y} \quad . \quad . \quad (1)$$

und x aus $x = \frac{m^2}{y^2} - l \quad . \quad . \quad . \quad (2)$

[M]it diesem Werthe von x suche man ξ aus

$$\xi = 0.057143\,x^2 + 0.033016\,x^3 + 0.020542\,x^4 \quad . \quad . \quad (3)$$

[d]amit wieder Q aus $Q = \frac{m^2}{\frac{5}{6}+l+\xi} \quad . \quad . \quad . \quad (4)$

[d]amit wieder y aus (1) und x aus (2), wodurch man ein [v]erbessertes ξ aus (3) erhält, mit welchem man wieder Q aus [(4)] und y aus (1), x aus (2) . . erhält, welches Verfahren [man] so lange fortsetzen wird, bis der neue Werth von ξ [von] dem unmittelbar vorhergehenden nicht weiter verschie[den is]t. Kennt man so endlich den wahren Werth von x, so [ist au]ch g aus der Gleichung $x = \mathrm{Sin}^2 \frac{1}{4} g$ bekannt.

[Um di]e Auflösung der kubischen Gleichung (1) zu erleichtern, [kann] man, wenn man einen ersten genäherten Werth von [y ha]t, aus der Gleichung (1) den Werth von Q für zwey [angen]ommene Werthe von y suchen, zwischen welche jener [erste] genäherte Werth von y fällt.

[U]m dieses durch ein Beyspiel deutlich zu machen sey [v] = 31° 27′ 38″.32, log r = 0.4282792, log r″ = 0.4062033 [und] t′ = 259.88477 Tage, so ist

$m^2 = 9.3530651$ und $l = 0.08635659$.

und mit dem letzten Werthe von Q wieder

$$\text{aus (1)} \ldots \log y^2 = 0.1722303$$
$$(2) \ldots \quad x = 0.06529078$$
$$(3) \ldots \quad \xi = 0.0002532$$

und da dieser Werth von ξ von dem vorhergehenden mehr verschieden ist, so ist $x = \text{Sin}^2 \frac{1}{2} g = 0.06529078$.

Die oben erwähnten zwey Werthe von Q sind hie

Q	log y²
0.245	0.1721887
0.246	0.1727218

wodurch die Auflösung der Gleichung (1) sehr erleid wird.

6. §. Nachdem nun so die Grösse $g = \frac{e' - e}{2}$ gefund ist, hat die Bestimmung der elliptischen Elem weitere Schwierigkeit.

Man findet nämlich die halbe grosse Axe a aus der chung (II) oder aus

$$a = \frac{2(1 + \text{Sin}^2 \frac{1}{2} g) \, \text{Cos}\, h \, . \sqrt{r r''}}{\text{Sin}^2 g}.$$

Den halben Parameter p findet man aus

$$\sqrt{p} = \frac{r r'' . y . \text{Sin}\, 2h}{\mu t},$$

und die Excentricität ϵ aus $\epsilon^2 = 1 - \frac{p}{a}$.

[redacted]

e'.

Endlich ist die mittlere siderische Bewegung während der Zeit t gleich $\frac{\mu t}{a^{\frac{3}{2}}}$, und die mittleren Anomalien des Planeten in den beyden Beobachtungen

$$M = e - \varepsilon \operatorname{Sin} e \text{ und } M' = e' - \varepsilon \operatorname{Sin} e',$$

deren Differenz daher ebenfalls gleich $\frac{\mu t}{a^{\frac{3}{2}}}$ seyn muss.

In unserem Exempel findet man

$$\begin{array}{ll} \log a = 0.4424661 & \log p = 0.4396235 \\ \varepsilon = 0.080768 & \Pi = 146^\circ\, 0'\, 53''.6 \\ v = 289^\circ\, 7'\, 39''.75 & v' = 352^\circ\, 2'\, 56''.39 \\ M = 297^\circ\, 41'\, 35''.65 & M' = 355^\circ\, 15'\, 22''.49 \end{array}$$

die tägliche siderische mittlere Bewegung

$$\frac{\mu}{a^{\frac{3}{2}}} = 769'',6755.$$

. §. Die vorhergehende Auflösung kann nicht als eine genaue gelten, weil ihr die anfängliche bloss genäherte Bestimmung von r' und δ' aus den beyden Gleichungen des zu Grunde liegt.

In der Ausübung, wo man von einem neu entdeckten Himmelskörper anfänglich bloss eine genäherte Kenntniss

1807	mittl. Zeit Paris	geoc. Länge	geoc. Pol
24. April	$9^h\ 5'\ 16''.5$	$\lambda = 174°\ 7'\ 33.2$	$\pi = 88°$ 2
29. April	8 43 42.2	$\lambda' = 173\ 44\ 21.3$	$\pi' = 88$ 4
4. May	8 22 51.2	$\lambda'' = 173\ 33\ 33.0$	$\pi'' = 88$ 5

Für diese Zeiten geben die Sonnentafeln wahre
der $\odot + 20''$.

$$L = 213°\ 42'\ 55''.5 \qquad \log D = 0.0028540$$
$$L' = 218\ 33\ 22.4 \qquad \log D' = 0.0034240$$
$$L'' = 223\ 23\ 15.5 \qquad \log D'' = 0.0039670$$

und daher $\theta = 4.9855208$ Tage
$$\theta' = 9.9705405$$
$$\theta'' = 4.9850197$$

Damit findet man nach §. 3

$\log \alpha = 5.3424727$

$\log A = 7.6214048$, $\log B = 7.9368504''$, $\log C = 7.$
$\log A' = 7.6537430$, $\log B' = 7.9651452''$, $\log C' = 7.$
$\log A'' = 7.6808882$, $\log B'' = 7.9887417''$, $\log C'' = 7.$

Die beyden Gleichungen in §. 4, I. sind also

$$\frac{1}{D'^{3}\delta'} - \frac{D'}{r'^{3}\delta'} - 0.6483616 = 0$$

$$r'^{2} - 1.0158930 - \overline{0.1553219}\,\delta' - \overline{0.0170896}\,\delta'^{2}$$

wo die überstrichenen Zahlen schon Logarithmen sin

[redacted]

genanere Methode der Theor. Mot. Corp. coel. angen, so würde man gefunden haben

o.3480342, also jene Bestimm. zu gross um o . 00080
=o.3463612 o . 00040
=3° 2′ 14″.8 0°.0′ 15″.2

chen wir daher mit diesen verbesserten Angaben die chen Elemente nach §. 5 und 6, so ist

$\frac{u''-u}{2}=\frac{v''-v}{2}=1°31'7''.40$, $t=9.9705405$ und dach §. 5) $l=0.0001766$, $\log m^2=6.5243749$ und

§. 5, II.) $Q=\frac{m^2}{\frac{5}{6}+l}=0.0004012295$

die oben erwähnte kleine Tafel zwischen Q und y ist

Q	$\log y^2$
0.0003	0.0002894
0.0004	0.0003858
0.0005	0.0004821

dass aus dem vorhergehenden Werthe von Q folgt

$$\log y^2=0.00038705,$$

$$x=\frac{m^2}{y^2}-l=0.00015758,$$

es nahe $\xi=0$ gibt, so dass man hat

$$\log x=6.1975011=\log \mathrm{Sin}^2\tfrac{1}{2}g \text{ oder}$$

$$g=\frac{e'-e}{2}=1°\,26'\,18''.66$$

Mit diesem Werthe von g findet man aus §. 6

$$\log a=0.3726028$$
$$\log p=0.3689094$$
$$\varepsilon=0.0920261$$

$=308°\,8'\,27''.13$ also $e=306°\,42'\,8''.47$
$e'=309\;\;34\;\;45.79$

$=303°\,52'\,0''.23$ also $v=302°\,20'\,52''.83$
$v''=305\;\;23\;\;7.63$

Anom. in der I. Beob. $M=310°\,55'\,47''.105$
II. - - $M''=313\;\;38\;\;35.827$

Differenz $2°\;\;42'\,48''.722=9768''.722$

oder mittlere siderische Bewegung in der Zwischenzeit

$$\frac{\mu t}{a^{\frac{3}{2}}} = 9768''.722.$$

Das Argument u der Breite in der ersten Beob.

findet man aus $\text{Cos}\, u = \frac{x\, \text{Cos}\, \Omega + y\, \text{Sin}\, \Omega}{r}$, also mit d

rigen Werthe von x, y, und Ω, da log r = 0.34803

$u = 88° 39' 40''$ und daraus die Länge des Perihel

$\Pi = u - v + \Omega = 248° 36' 57''$.

Addirt man diese Länge des Perihels zur mittleren

malie M der ersten Beobachtung, so erhält man für d

der ersten Beobachtung die mittlere Länge des Plan

der Bahn oder die Epoche gleich

199° 32' 44'' für 1807 April 24.3786631 mittl. Zeit

Wir haben daher folgende Elemente der

mittl. Länge für 1807 April 24.37866 - - - -	
halbe grosse Axe a - - - - - - - - - - -	
halber Parameter p - - - - - - - - - - -	
Excentricität e - - - - - - - - - - - -	0.
Länge des Periheliums Π - - - - - - - -	248°
Länge des aufsteigenden Knotens Ω - - - -	102
Neigung gegen die Ecliptik n - - - - - -	7.
tägliche tropische Bewegung - - - - - - -	979

6. §. Setzt man aber die Bahn des Körpers parabol

voraus, so wird dadurch die Auflösung unseres Pro

... dass daher die Ellipse der Parabel für denselben Pa-
...r um so näher kommt, je grösser die grosse Axe, und
...ner die Excentricität ε ist, und dass endlich dieser
...instimmung beyder Curven in der Nähe des Perihe-
..., wo x sehr klein ist, am grössten seyn wird.

... Ehe wir aber an die Auflösung unserer Aufgabe gehen,
...s gut seyn, zuerst einige Ausdrücke der Parabel zu ent-
...ln, die uns bey jener Auflösung von Nutzen seyn wer-
...

... r den Radius Vector, v die wahre Anomalie
... und p den halben Parameter der Parabel, so
...chung dieser Curve (S. 63)

$$r = \frac{p}{2 \operatorname{Cos}^2 \frac{v}{2}},$$

...zweyte Beobachtung ist also auch

$$r' = \frac{p}{2 \operatorname{Cos}^2 \frac{v'}{2}}.$$

...se beyden Gleichungen geben sofort

$$\sqrt{\frac{r}{r'}} = \frac{\operatorname{Cos} \frac{v'}{2}}{\operatorname{Cos} \frac{v}{2}} \text{ oder}$$

$$\sqrt{\frac{r}{r'}} = \operatorname{Cos} \frac{v'-v}{2} - \operatorname{Sin} \frac{v'-v}{2} \operatorname{tg} \frac{v}{2},$$

$$\sqrt{\frac{2}{p}}\,.\,\mathrm{Cos}\,\frac{v}{2} = \frac{1}{\sqrt{r}},$$

so dass man also durch die beyden letzten Ausdr
Grössen p und v finden kann, wenn man r, r' un
kennt.

II. Für die Ellipse hat man, wenn u die exc
Anomalie bezeichnet (S. 56)

$$\mathrm{Cos}\,v = \frac{a}{r}\,(\mathrm{Cos}\,u - \varepsilon) \text{ und } \mathrm{Sin}\,v = \frac{a}{r}\,\sqrt{1-\varepsilon^2}\,.\,\mathrm{Si}$$

also auch

$$r\,r'\,\mathrm{Cos}\,(v - v') = a^2\,(\varepsilon - \mathrm{Cos}\,u)\,(\varepsilon - \mathrm{Cos}\,u')$$
$$+ a^2\,(1 - \varepsilon^2)\,\mathrm{Sin}\,u'\,\mathrm{Sin}\,u.$$

Nennt man aber k die geradlinige Sehne zwisc
Endpuncten der beyden Radien r und r', so ist

$$k^2 = r^2 + r'^2 - 2\,r\,r'\,\mathrm{Cos}\,(v - v'), \text{ also auch}$$

$$k^2 = 4\,a^2\,\mathrm{Sin}^2\,\frac{u'-u}{2}\,\left(1 - \varepsilon^2\,\mathrm{Cos}^2\,\frac{u'+u}{2}\right) \quad . \; . \; .$$

Es ist aber (S. 63 und 141)

$$\frac{\mu\,t}{a^{\frac{3}{2}}} = u - \varepsilon\,\mathrm{Sin}\,u, \text{ also auch}$$

$$\frac{\mu\,(t'-t)}{a^{\frac{3}{2}}} = u' - u - 2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\frac{u'+u}{2}\,\mathrm{Sin}\,\frac{u'-u}{2} \quad . \; . \; .$$

Endlich ist $\frac{r}{a} = 1 - \varepsilon\,\mathrm{Cos}\,u$ oder

$u'+u \qquad u'-u$

[redacted]

Es ist aber $\operatorname{tg}^2\frac{u'-u}{2}=\frac{1-\operatorname{Cos}(u'-u)}{1+\operatorname{Cos}(u'-u)}$ und

$$\operatorname{Cos}^2\frac{u'-u}{2}=\frac{1+\operatorname{Cos}(u'-u)}{2},$$

also ist auch die erste der Gleichungen (3)

$$0=1-\left(\frac{\gamma+k}{2a}\right)^2-\left(\frac{\gamma-k}{2a}\right)^2$$

$$+2\left(\frac{\gamma+k}{2a}\right)\left(\frac{\gamma-k}{2a}\right)\operatorname{Cos}(u'-u)-\operatorname{Cos}^2(u'-u)$$

oder auch

$$\operatorname{Cos}(u'-u)=\left(\frac{\gamma+k}{2a}\right)\left(\frac{\gamma-k}{2a}\right)$$

$$+\sqrt{\left[1-\left(\frac{\gamma+k}{2a}\right)^2\right].\left[1-\left(\frac{\gamma-k}{2a}\right)^2\right]}$$

Setzt man daher

$$\frac{\gamma+k}{2a}=\operatorname{Cos}\alpha \text{ und } \frac{\gamma-k}{2a}=\operatorname{Cos}\beta\text{, so ist}$$

$$\operatorname{Cos}(u'-u)=\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}\beta+\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sin}\beta=\operatorname{Cos}(\alpha-\beta),$$

und daher

$$u'-u=\beta-\alpha=\operatorname{Arc}\operatorname{Cos}\frac{\gamma-k}{2a}-\operatorname{Arc}\operatorname{Cos}\frac{\gamma+k}{2a};$$

und überdiess

$$\operatorname{tg}\frac{u'-u}{2}=\operatorname{tg}\frac{\beta-\alpha}{2}=\frac{\operatorname{Sin}\beta-\operatorname{Sin}\alpha}{\operatorname{Cos}\beta+\operatorname{Cos}\alpha}$$

$$=\frac{\operatorname{Sin}\operatorname{Arc}\operatorname{Cos}\frac{\gamma-k}{2a}-\operatorname{Sin}\operatorname{Arc}\operatorname{Cos}\frac{\gamma+k}{2a}}{\frac{\gamma-k}{2a}+\frac{\gamma+k}{2a}},$$

daher auch die zweyte der Gleichungen (3)

$$\frac{\mu\theta}{a^{\frac{3}{2}}}=\beta-\alpha-\frac{\gamma}{a}\operatorname{tg}\frac{\beta-\alpha}{2}\text{ oder}$$

$$\frac{\mu\theta}{a^{\frac{3}{2}}}=\operatorname{Arc}\operatorname{Cos}\frac{\gamma-k}{2a}-\operatorname{Arc}\operatorname{Cos}\frac{\gamma+k}{2a}$$

$$-\operatorname{Sin}\operatorname{Arc}\operatorname{Cos}\frac{\gamma-k}{2a}+\operatorname{Sin}\operatorname{Arc}\operatorname{Cos}\frac{\gamma+k}{2a}.$$

I. Um aus dem letzten Ausdrucke von $\frac{\mu\theta}{a^{\frac{3}{2}}}$ für die Ellipse den analogen für die Parabel abzuleiten, wird man in den Werth von a unendlich gross, also

$$\mathrm{Cos}\,\alpha = \frac{\gamma+k}{2a} \text{ und } \mathrm{Cos}\,\beta = \frac{\gamma-k}{2a}$$

gleich der Einheit annehmen, und $\alpha - \mathrm{Sin}\,\alpha = \frac{1}{6}\,\mathrm{Sin}^3\alpha$ se...

Es ist aber $\alpha = \mathrm{Arc\,Cos}\,\frac{\gamma+k}{2a}$ und $\mathrm{Sin}\,\alpha = \mathrm{Sin\,Arc\,Cos}\,\frac{\gamma \ldots}{\ldots}$

also geht die Gleichung $\alpha - \mathrm{Sin}\,\alpha = \frac{1}{6}\,\mathrm{Sin}^3\alpha$ in folgende

$$\mathrm{Arc\,Cos}\,\frac{\gamma+k}{2a} - \mathrm{Sin\,Arc\,Cos}\,\frac{\gamma+k}{2a} =$$

$$= \frac{1}{6}\left(1 - \mathrm{Cos}^2\,\mathrm{Arc\,Cos}\,\frac{\gamma+k}{2a}\right)^{\frac{3}{2}},$$

$$= \frac{1}{6}\left(1 - \left(\frac{\gamma+k}{2a}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}},$$

$$= \frac{1}{6}\left(\frac{r'+r-k}{a}\right)^{\frac{3}{2}};$$

da man nämlich hat $\left(\frac{\gamma+k}{2a}\right)^2 = \left(\frac{2a-r'-r+k}{2a}\right)^2$

$$= \left(1 - \frac{(r'+r-k)}{2a}\right)^2 = 1 - \frac{2(r'+r-k)}{2a} + \frac{(r'+r-k)^2}{4a^2}$$

$$= 1 - \frac{(r'+r-k)}{a}.$$

Ganz eben so findet man auch

$$\mathrm{Arc\,Cos}\,\frac{\gamma-k}{2a} - \mathrm{Sin\,Arc\,Cos}\,\frac{\gamma-k}{2a} = \frac{1}{6}\left(\frac{r'+r+k}{a}\right)^{\frac{3}{2}}$$

und daher hat man für den gesuchten Ausdruck in der

[redacted]

$$r^2 = D^2 + \delta^2 \operatorname{Cosec}^2 \pi + 2 D \delta \operatorname{Cos} (L - \lambda) \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$
$$r''^2 = D''^2 + m^2 \delta^2 \operatorname{Cosec}^2 \pi'' + 2 m D'' \delta \operatorname{Cos} (L'' - \lambda''). \quad (2)$$

nd für die Sehne k zwischen den beyden äussersten Beobchtungen

$$k^2 = (x'' - x)^2 + (y'' - y)^2 + (z'' - z)^2 \text{ oder}$$
$$k^2 = r^2 + r''^2 - 2 m \delta^2 [\operatorname{Cos} (\lambda - \lambda'') + \operatorname{Cotg} \pi \operatorname{Cotg} \pi'']$$
$$- 2 m D \delta \operatorname{Cos} (\lambda'' - L) - 2 D'' \delta \operatorname{Cos} (\lambda - L'')$$
$$- 2 D D'' \operatorname{Cos} (L - L'') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Endlich hat man noch, wenn θ' die Zeit zwischen der rsten und dritten Beobachtung bezeichnet und

$$\mu = 0.017202 \text{ ist,}$$

$$6 \mu \theta' = (r'' + r + k)^{\frac{3}{2}} - (r'' + r - k)^{\frac{3}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Diese vier Gleichungen (1) . . (4) geben (nach S. 57) die Grössen r r'' δ und k, also auch $\delta'' = m \delta$.

II. Daraus findet man die heliocentrischen Längen l l'' in der Ecliptik und die heliocentrischen Poldistanzen p p'' durch folgende Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} r \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} (L - l) &= \delta \operatorname{Cos} (L - \lambda) + D \\ r \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} (L - l) &= \delta \operatorname{Sin} (L - \lambda) \\ r \operatorname{Cos} p &= \delta \operatorname{Cotg} \pi \end{aligned}\right\},$$

und durch

$$\left.\begin{aligned} r'' \operatorname{Sin} p'' \operatorname{Cos} (L'' - l'') &= \delta'' \operatorname{Cos} (L'' - \lambda'') + D'' \\ r'' \operatorname{Sin} p'' \operatorname{Sin} (L'' - l'') &= \delta'' \operatorname{Sin} (L'' - \lambda'') \\ r'' \operatorname{Cos} p'' &= \delta'' \operatorname{Cotg} \pi'' \end{aligned}\right\}.$$

Ist $l'' < l$, so ist der Komet retrograd. Die Übereinstimmung der hier erhaltenen Werthe von r und r'' mit denen in (I) wird zur Prüfung der Rechnung dienen.

III. Nennt man dann ☊ die Länge des aufsteigenden Knotens der Bahn in der Ecliptik und n die Neigung derselben gegen die Ecliptik, so ist

$$\operatorname{tg} n \operatorname{Sin} (l - ☊) = \pm \operatorname{Cotg} p$$
$$\operatorname{tg} n \operatorname{Sin} (l'' - ☊) = \pm \operatorname{Cotg} p'' \text{ oder}$$
$$\operatorname{tg} n \operatorname{Sin} (l - ☊) = \pm \operatorname{Cotg} p$$
$$\operatorname{tg} n \operatorname{Cos} (l - ☊) = \frac{\pm \operatorname{Cotg} p'' \mp \operatorname{Cotg} p \operatorname{Cos} (l'' - l)}{\operatorname{Sin} (l'' - l)}$$

das untere Zeichen, wenn die Bewegung des Kometen rückgängig (von Ost gen West) ist.

IV. Sind dann u und u″ die Argumente der Breite den beyden äussersten Beobachtungen, so ist

$$\operatorname{tg} u = \frac{\operatorname{tg}(l - \Omega)}{\operatorname{Cos} n},\ \operatorname{tg} u'' = \frac{\operatorname{tg}(l'' - \Omega)}{\operatorname{Cos} n},$$

wo u und u″ in demselben Quadranten mit $(l - \Omega)$ $(l'' - \Omega)$ genommen werden müssen. Also kennt man $u'' - u = v'' - v$ oder die Differenz der beyden wahren A malien.

V. Ist dann Π die Länge des Periheliums und v wahre Anomalie in der ersten Beobachtung, so ist

$$v = u + \Omega - \Pi, \text{ also auch (S. 146)}$$

$$\sqrt{\frac{2}{p}} \cdot \operatorname{Cos} \frac{u + \Omega - \Pi}{2} = \frac{1}{\sqrt{r}},$$

$$\sqrt{\frac{2}{p}} \cdot \operatorname{Sin} \frac{u + \Omega - \Pi}{2} = \frac{\operatorname{Cotg} \frac{v'' - v}{2}}{\sqrt{r}} - \frac{1}{\operatorname{Sin} \frac{v'' - v}{2} \sqrt{r''}}$$

aus welchen beyden Gleichungen man Π und den halb Parameter p findet.

VI. Endlich ist die Zeit T des Durchgangs des Kom ten durch das Perihelium

$$T = \text{Zeit der I. Beob.} \mp \frac{p^{\frac{3}{2}}}{2\mu}\left(\operatorname{tg}\frac{v}{2} + \tfrac{1}{3}\operatorname{tg}^3\frac{v}{2}\right) \text{ oder}$$

$$T = \text{Zeit der III. Beob.} \mp \frac{p^{\frac{3}{2}}}{2\mu}\left(\operatorname{tg}\frac{v''}{2} + \tfrac{1}{3}\operatorname{tg}^3\frac{v''}{2}\right)$$

die oberen Zeichen, wenn bey directer Bewegung $u + \Omega >$ oder wenn bey retrograder Bewegung $u + \Omega <$

Die Übereinstimmung beyder Werthe von T wird z Prüfung der ganzen Rechnung dienen.

Ex. An dem zweyten Kometen von 1813 hat man fo gende Beobachtungen in Göttingen gemacht:

1813	mittl. Zeit Göttingen	scheinb. R.	scheinb. Poldistan
April 7.	13ʰ 12′ 2″	271° 7′ 19″.3	84° 25′ 23″.3
14.	13 7 36	266 44 5.5	90 33 0.8
21.	14 23 0	256 39 19.3	102 57 56.0

Sucht man daraus nach S. 29 die Länge λ und die Di stanz π des Kometen von dem Pol der Ecliptik, so ist

..7.55002 $\lambda = 271^\circ 16' 38''$ $\pi = 60\ 58\ 0$
14.54694 $\lambda' = 266\ 27\ 22$ $\pi' = 67\ 7\ 42$
21.59931 $\lambda'' = 256\ 48\ 8$ $\pi'' = 80\ 6\ 48$

dieselben Zeiten hat man

$L = 197^\circ 47' 41''$ $\log D = 0.00091$
$L' = 204\ 38\ 45$ $\log D' = 0.00175$
$L'' = 211\ 31\ 25$ $\log D'' = 0.00260$

mit findet man

...... $\log m = 9.75799$
$\log \delta = 9.80364$ $\log r = 0.13900$
$\log \delta' = 9.56163$ $\log r'' = 0.11070$

)... $l = 225^\circ 4' 22''$ $l'' = 223^\circ\ 6' 55''$
$p = 75\ 8\ 21$ $p'' = 87\ 10\ 32$
$\log r = 0.13896$ $\log r'' = 0.11068$

nd der Komet ist retrograd

II)...... $\Omega = 42^\circ 40' 8''$
$n = 81\ 1\ 3$

V)....... $u = 195^\circ\ 2' 59''$
$u'' = 182\ 51\ 24$

)....... $\pi = 197^\circ 37' 51''$
$\log p = 0.38572$

)...... $T = 7.550 + 41.968 = 49.518$
$T = 21.590 + 27.918 = 49.517$

tel Zeit des Perihels 49.5175 April
30
19.5175 May.

ir haben daher für die gesuchten Elemente

Durchgangs durch das Perihel 1813 den	19.5175 May
les Perihels	197°37′51
les aufsteigenden Knotens	42 40 8
. . . .	81 1 3
Parameter	2.43063

Bewegung retrograd.

§. Einfacher wird die Auflösung dieses Problems, an die Bahn des Planeten als kreisförmig voraussef.

Ist a der Halbmesser dieses Kreises und substi die Werthe von

$$x = \rho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} \lambda + R \operatorname{Cos} L$$
$$y = \rho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sin} \lambda + R \operatorname{Sin} L$$
$$z = \rho \operatorname{Cos} \pi$$

in der Gleichung $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$,

so erhält man

$$\rho = \sqrt{a^2 - (R^2 - A^2)} - A;$$

wo $A = R \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} (L - \lambda)$ ist.

Eben so erhält man für eine zweyte Beobachtu

$$\rho' = \sqrt{a^2 - (R'^2 - A'^2)} - A',$$

wo $A' = R' \operatorname{Sin} \pi' \operatorname{Cos} (L' - \lambda')$ ist.

Heisst wieder k die Sehne, welche die Endpu Halbmesser in den beyden Beobachtungen verbind

$$k^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2 \text{ oder}$$
$$k^2 = 2a^2 - 2\rho\rho' (\operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sin} \pi' \operatorname{Cos} (\lambda - \lambda') + \operatorname{Cos} \pi \operatorname{C}$$
$$- 2\rho R' \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} (L' - \lambda)$$
$$- 2\rho' R \operatorname{Sin} \pi' \operatorname{Cos} (L - \lambda')$$
$$- 2RR' \operatorname{Cos} (L - L').$$

Ferner hat man für die Fläche s des Kreissectors z den beyden Beobachtungen

$$s = a^2 \operatorname{Arc} \operatorname{Sin} \frac{k}{2a};$$

[redacted]

...det man in einer ersten Hypothese mit einem angenom-...en Werthe von a die Grössen m m' ρ ρ' und k aus den ...ichungen

$$\mathrm{Sin}\, m = \tfrac{1}{a}\sqrt{R^2 - A^2} \qquad \mathrm{Sin}\, m' = \tfrac{1}{a}\sqrt{R'^2 - A'^2},$$

$$\rho = a\,\mathrm{Cos}\, m - A \qquad \rho' = a\,\mathrm{Cos}\, m' - A'$$

$$= 2a^2 - 2\rho\rho'\frac{\mathrm{Cos}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,(C-\pi')}{\mathrm{Cos}\, C} - B\rho - B'\rho'$$

$$- 2RR'\,\mathrm{Cos}\,(L - L'),$$

...l wenn der so gefundene W...h von k der Gleichung

$$\frac{k}{2a} - \mathrm{Sin}\,\frac{\mu t}{2a^{\frac{3}{2}}} = 0$$

...ht genügt, so wiederholt ma... mit einem zweyten Werthe ...a die Berechnung von m m' ρ ρ' k, wodurch man end-... nach der bekannten Me...hode (S. 57) den wahren ...rth von a, welcher der l...en Gleichung entspricht, ...det.

Kennt man so a, ρ und ρ', so findet man die heliocen-...sche Länge und Breite aus

$$\mathrm{Cos}\, p = \frac{\varepsilon}{a}\mathrm{Cos}\,\pi \qquad \mathrm{Sin}\,(L - l) = \frac{\rho\,\mathrm{Sin}\,\pi}{a\,\mathrm{Sin}\, p}\mathrm{Sin}\,(L - \lambda),$$

$$\mathrm{Cos}\, p' = \frac{\varepsilon'}{a}\mathrm{Cos}\,\pi' \qquad \mathrm{Sin}\,(L' - l') = \frac{\rho'\,\mathrm{Sin}\,\pi'}{a\,\mathrm{Sin}\, p'}\mathrm{Sin}\,(L' - \lambda'),$$

daraus die Länge ☊ des aufsteigenden Knotens und die ...ung n der Bahn durch die Gleichungen

$$\mathrm{tg}\, n\, \mathrm{Sin}\,(l - ☊) = \mathrm{Cotg}\, p,$$

$$\mathrm{tg}\, n\, \mathrm{Cos}\,(l - ☊) = \frac{\mathrm{Cotg}\, p' - \mathrm{Cotg}\, p\,\mathrm{Cos}\,(l' - l)}{\mathrm{Sin}\,(l' - l)}.$$

Ex. Wenden wir diese Auflösung auf die zwey ersten ... gegebenen Beobachtungen der Vesta vom 24. und ... April 1807 an, so hat man

$$t = 4.9850197$$

$$\log A = 9.8807012 \qquad \log B = 0.1492157$$

$$\log A' = 9.8457471 \qquad \log B' = 0.1797447$$

$$C = 78^\circ\, 22'\, 34''.97$$

$$\log\sqrt{R^2 - A^2} = 9.8197078 \qquad \log\sqrt{R'^2 - A'^2} = 9.8598422$$

$$\log\frac{2\,\mathrm{Cos}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,(C - \pi')}{\mathrm{Cos}\, C} = 0.3010147 \text{ und}$$

$$2RR'\,\mathrm{Cos}\,(L - L') = 2.0218832.$$

Ist dann in einer ersten Hypothese $a = 2$, so finde

$$m = 19^\circ 16' 34''.8 \qquad m' = 21^\circ 13' 42''.2$$
$$\log \rho = 0.0523367 \qquad \log \rho' = 0.0656700$$
$$k^2 = 0.0035973$$
$$\log \frac{k}{2a} = 8.1759283$$
$$\log \mathrm{Sin} \frac{\mu t}{2a^{\frac{3}{2}}} = 8.1806569$$
$$\text{Fehler } 0.0047286.$$

Ist für eine zweyte Hypothese $a = 2.2$, so ist

$$m = 17^\circ 27' 51''.85 \qquad m' = 19^\circ 13' 6''.14$$
$$\log \rho = 0.1267106 \qquad \log \rho' = 0.1387286$$
$$k^2 = 0.0033423$$
$$\log \frac{k}{2a} = 8.1185700$$
$$\log \mathrm{Sin} \frac{\mu t}{2a^{\frac{3}{2}}} = 8.1185717$$
$$\text{Fehler } 0.0000017$$

Daraus folgt verbessertes $a = 2.2000755$ und

$$\log \rho = 0.1267373, \quad \log \rho' = 0.1387549.$$

Mit diesen Werthen von a, ρ und ρ' erhält

$$l = 191^\circ 12' 39''.1 \qquad l' = 192^\circ 43' 38''.9$$
$$p = 82\ 57\ 26.1 \qquad p' = 82\ 56\ 26.9$$
$$n = 7^\circ 4' 45''$$
$$\Omega = 107^\circ 3' 17''.8.$$

Die Neigung ist (vergl. S. 144) genau genug, die tenlinie aber weicht von der wahren beträchtlich ab. das Argument der Breite nahe an 90° ist, wo sich der ten nicht genau bestimmen lässt.

11. §. Setzt man endlich für sehr nahe Beobachtu in einer ersten noch unvollkommenen Näherung, die des Kometen als geradlinig voraus, so wird man die S gebrauchten Grössen f, f′, f″ als die Flächen der gera gen Dreyecke betrachten, welche zwischen der Ta der Bahn d. h. zwischen der Bahn selbst und den B der drey Beobachtungen enthalten sind, und da alle Dreyecke eine gemeinschaftliche Höhe haben, weil il

...schaftlicher Scheitel in dem Mittelpuncte der Sonne ..., so werden sich die Flächen dieser Dreyecke wie ihre ...dlinien verhalten. Da aber die Bewegung in einer gera... Linie während einer kurzen Zeit als gleichförmig voraus... ...st werden kann, so verhalten sich diese Grundlinien, ... auch jene Flächen, wie die Zwischenzeiten θ, θ', θ'' der ...bachtungen. Behält man daher die oben S. 129 eingeführ... ...Bezeichnungen bey, so erhält man δ und δ'' sofort aus ... beyden Gleichungen

$$\delta = \frac{\theta'}{\theta} \cdot \frac{A'D'}{a} - \frac{\theta''}{\theta} \cdot \frac{A''D''}{a} - \frac{AD}{a},$$

$$\delta'' = \frac{\theta C'}{\theta'' A'} \cdot \delta.$$

Kennt man so δ und δ'', so hat man

$x = \delta \operatorname{Cos} \lambda + D \operatorname{Cos} L$ und $x'' = \delta'' \operatorname{Cos} \lambda'' + D'' \operatorname{Cos} L''$
$y = \delta \operatorname{Sin} \lambda + D \operatorname{Sin} L$ $\quad y'' = \delta'' \operatorname{Sin} \lambda'' + D'' \operatorname{Sin} L''$
$z = \delta \operatorname{Cotg} \varkappa$ $\quad z'' = \delta'' \operatorname{Cotg} \varkappa''$

und daraus erhält man Ω und n durch die drey letzten Glei... ...chungen des §. 4, III.

Ex. Wenden wir dieses auf die S. 142 gegebenen drey ...obachtungen der Vesta an, so hat man mit den bereits ... angeführten Werthen von A, A', A'' und C'

$\log \delta = 0.1690281$ und $\log \delta'' = 0.1910246$;

... folgt

$x = -2.30534$ $\quad x'' = -2.27607$
$y = -0.40769$ $\quad y'' = -0.51908$
$\log z = 9.48225$ $\quad \log z'' = 9.48012$

$$y''z - yz'' = -0.05442$$
$$xz'' - x''z = -0.00545$$
$$xy'' - x''y = +0.26873$$

also $\Omega = 99^\circ\, 0'\, 13''$ und $n = 7^\circ\, 23'\, 22''$.

§. Noch muss bemerkt werden, dass die geocentri... ...obachtungen, wie sie von den Astronomen gewöhn... ...gegeben werden, in Rectascension und Declination ...ückt und bloss von der Refraction corrigirt sind. Man ...er diese Beobachtungen (nach S. 29) zuerst mit der ...eren Schiefe der Ecliptik (S. 77) auf Länge λ und ... $\varkappa$ von dem Pole der Ecliptik bringen. Zu dieser

Länge λ wird man die Grösse $+16''.78 \sin ☊ ☾$ setze
sie von der Nutation (S. 75) zu befreyen. Die Nutati
Poldistanz π ist Null. Zu den aus den Sonnentafeln g
menen Längen der Erde aber, wo man die N
(Taf. XIV) ganz weglässt, wird man die constante Abe
$+20''.255$ (S. 88) setzen, und diese Grössen

$$\lambda + 16''78 \sin ☊ ☾ \text{ und } L + 20''255$$

sind es, die man in den vorhergehenden Ausdrücken
den Zeichen λ und L versteht. Eigentlich sollten die
sen λ, π und L noch von der Aberration und der P
befreyt werden; da aber dazu die Kenntniss der Entfe
des Körpers von der Erde gehört, die hier noch
ist, so wird man bey einer ersten genäherten
stimmung die zwey letzten Correctionen bequem
gehen. Ist aber, aus vorhergehenden Rechnun
ein genäherter Werth von ρ bekannt, so wird
beobachteten Länge oder Poldistanz, um sie von
tion zu befreyen, noch die Grösse $+0.00571\, m\rho$ hi
wo m die tägliche Zunahme der Länge oder der
in Secunden ausgedrückt ist. (S. 87.) Um eben so
achteten Orte des Planeten von der Parallaxe zu
wird man der beobachteten Länge die Grösse

$$+\varpi \frac{\sin B \sin (L - \lambda)}{\sin \pi}$$

und der beobachteten Poldistanz die Grösse *ierung der schon nahe bekannten Elemente.*

)ie, in der vorhergehenden Vorlesung aus drey
hen Beobachtungen erhaltenen Elemente der Bahn
Allgemeinen aus drey Ursachen noch einer oft
deutenden Verbesserung fähig seyn. Denn erstens
e Beobachtungen selbst, wie alle Menschenwerke,
t fehlerfrey seyn, zweytens werden diese Fehler bey
i Zwischenzeiten der Beobachtungen (und solche
nan eben der Schwierigkeit der Auflösung wegen
en) einen desto grösseren Einfluss auf die daraus
n Elemente haben, je kleiner diese Zwischenzei-
sind, und endlich drittens ist die oben gegebene
des Problems, wie wir gesehen haben, nicht di-
streng, sondern nur genähert, und daher aus die-
le wieder neuen Fehlern ausgesetzt.

ich zuerst die möglich sichersten Beobachtungen
fen, berechne man mit den aus Vorl. XII. schon
.ten Elementen die geocentrischen Orte für meh-
ander folgende Beobachtungszeiten, so wird man
chiede dieser berechneten und der in der That
n Orte in dem Laufe mehrerer Tage als constant

so wird $\Delta = \frac{\delta + \delta' + \delta'' +}{\text{Anzahl der Beob.}}$ der wahrscheinliche Fehl
jeden einzelnen dieser aus den Elementen berechnet
centrischen Orte seyn, und man wird daher für die
geocentrischen Längen oder Poldistanzen für die er-
wähnten Zeiten annehmen

$$a + \delta - \Delta \text{ für die Zeit } t$$
$$a' + \delta' - \Delta \quad - \; - \; - \quad t'$$
$$a'' + \delta'' - \Delta \quad - \; - \; - \quad t'' \text{ u. f.}$$

und die auf diese Art corrigirten Beobachtungen wi
den nun folgenden Untersuchungen zu Grunde le
durch daher die erste der oben angeführten Fe
so viel möglich, vermieden wird.

2. §. Um aber auch den Folgen der zwey
lerquellen zu begegnen, wollen wir zuerst dr
sehr entfernte und nach §. 1 bereits verbesserte
gen zu Grunde legen.

Für die beyden äussersten Beobachtungen su
den bereits nahe bekannten Elementen die curtir
zen des Planeten von der Erde oder die Grössen δ

Mit diesen Werthen von δ und δ'' findet man l
aus

$$r \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos}(L - l) = \delta \operatorname{Cos}(L - \lambda) + D$$
$$r \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin}(L - l) = \delta \operatorname{Sin}(L - \lambda)$$
$$r \operatorname{Cos} p = \delta \operatorname{Cotg} \pi$$

ıahren mit andern Werthen von δ und δ", die
nd δ" nennen wollen (wo also die curtirte Di-
ritten Beobachtung dieselbe, wie in der ersten
), und suche mit diesen aus $\delta + d\delta$ und δ'' ab-
nenten wieder den geocentrischen Ort $M + dM$.
en so suche man endlich noch in einer dritten
t den Grössen δ und $\delta'' + d\delta''$ die Elemente und
eocentrischen Ort $M + dM''$.
die Grössen $d\delta$, $d\delta''$, dM und dM'' nur klein
ı, so kann man annehmen, dass in einer vierten
für welche man jene curtirten Distanzen gleich

$$\delta + x.d\delta \text{ und } \delta'' + y.d\delta''$$

r aus dieser Annahme berechnete geocentrische
tten Beobachtung gleich

$$M + x.dM + y.dM''.$$

t daher N der in der That **beobachtete** geo-
t dieser dritten Beobachtung, so hat man

$$M + x.dM + y.dM'' = N,$$

ıl die geocentrische Länge, als auch die geo-
ldistanz eine solche Gleichung gibt, so wird
en beyden Gleichungen die Werthe von x und y,
wahren curtirten Poldistanzen der zwey äusser-
ungen oder $\delta + x.d\delta$ und $\delta'' + y.d\delta''$ finden

so wird
jeden einzeln
centrischen
geocentrische
wähnten Zei
a
a'
a
und die au
den nun fo
durch daher
so viel mög
2. §.
erquellen
sehr entfer
gen zu Gr
Für
den berei
zen des
Mit
aus

und e
aus

und

$$\left(\frac{d\lambda}{dr}\right)=\frac{\left(\frac{dy}{dr}\right)\operatorname{Cos}(\lambda-k)-\left(\frac{dx}{dr}\right)\operatorname{Sin}(\lambda-k)}{\rho\operatorname{Sin}\pi}$$
$$=\frac{\operatorname{Sin}u\operatorname{Cos}n\operatorname{Cos}(\lambda-k)-\operatorname{Cos}u\operatorname{Sin}(\lambda-k)}{\rho\operatorname{Sin}\pi}.$$

Setzt man der Kürze wegen

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{\operatorname{tg}(\lambda-k)}{\operatorname{Cos}n},$$

[illegible]st

$$\left(\frac{d\lambda}{dr}\right)=-\frac{\operatorname{Sin}(\lambda-\text{[illegible]}}{\rho\operatorname{Sin}\text{[illegible]}}$$

eben so erhält man

$$\left(\frac{d\lambda}{du}\right)=\frac{r\operatorname{Sin}(\lambda-k)\text{[illegible]}}{\rho\operatorname{Sin}\pi\text{[illegible]}},$$
$$\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)=1+\frac{R\operatorname{Cos}(L\text{[illegible]})}{\rho\operatorname{Sin}\text{[illegible]}}\text{ und}$$
$$\left(\frac{d\lambda}{dn}\right)=-\frac{r\operatorname{Sin}u\operatorname{Sin}\text{[illegible]}k)}{\rho\text{[illegible]}}.$$

Eben so ist ferner

$$\left(\frac{d\pi}{dr}\right)=\frac{R\operatorname{Cos}\pi\operatorname{Cos}(L-\lambda)}{r\rho},$$

[illegible] wenn $\operatorname{tg}\psi=\operatorname{Sin}(\lambda-k)\operatorname{tg}n$ ist,

$$\left(\frac{d\pi}{du}\right)=-\frac{r}{\rho}\operatorname{Sin}n\operatorname{Cos}(\lambda-k)\operatorname{Cos}(\varphi-u)\operatorname{Sin}(\psi+\pi)$$
$$+\frac{r}{\rho}\operatorname{Sin}(\varphi-u)\operatorname{Cos}(\psi+\pi),$$
$$\left(\frac{d\pi}{dk}\right)=-\frac{R}{\rho}\operatorname{Cos}\pi\operatorname{Sin}(L-\lambda),$$
$$\left(\frac{d\pi}{dn}\right)=-\frac{r\operatorname{Sin}u\operatorname{Cos}n\operatorname{Sin}(\psi+\pi)}{\rho\operatorname{Cos}\psi}.$$

Man hat daher

$$d\lambda=\left(\frac{d\lambda}{dr}\right)dr+\left(\frac{d\lambda}{du}\right)du$$
$$+\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)dk+\left(\frac{d\lambda}{dn}\right)dn\text{ und}$$
$$d\pi=\left(\frac{d\pi}{dr}\right)dr+\left(\frac{d\pi}{du}\right)du$$
$$+\left(\frac{d\pi}{dk}\right)dk+\left(\frac{d\pi}{dn}\right)dn$$

In diesen Gleichungen müssen noch die Grössen dr und

geocentrischen Orte einer dritten, vierten, fünften Beo-
tung, die M, M′, M″ . . heissen sollen, und sind eb-
die berechneten geocentrischen Orte in der zweyten H-
these

$$M+dM,\ M+dM_{,},\ M+dM_{,,}\ \ldots$$

und in der dritten Hypothese

$$M+dM'',\ M+dM''_{,},\ M+dM''_{,,},\ \ldots$$

so hat man, wenn $N, N_{,}, N_{,,}$ . . . die in der That be-
teten Orte sind, für die geocentrischen Längen sowo-
auch für die Breiten folgende Gleichungen

$$M+x\,dM+y\,dM''=N$$
$$M+x\,dM_{,}+y\,dM''_{,}=N_{,}$$
$$M+x\,dM_{,,}+y\,dM''_{,,}=N_{,,}\ \ldots$$

deren Anzahl 2 n ist, wenn die Anzahl der Beobachtu-
selbst gleich n ist, und aus diesen Gleichungen wird
dann nach den bekannten Methoden die wahrscheinlic-
Werthe der beyden Grössen x und y bestimmen.

3. §. Suchen wir nun die Änderungen, welche
Fehler der Elemente der Bahn in der geocentrischen
und Breite der Planeten hervorbringen.

Behält man die früher angenommenen Bezeichn-
bey, wo u das Argument der Breite und k die Länge de-
steigenden Knotens ist, so hat man (S. 118)

$$x-X=\rho\,\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Cos}\,(\lambda-k)=r\,\mathrm{Cos}\,u-R\,\mathrm{Cos}\,(L-k)$$
$$y-Y=\rho\,\mathrm{Sin}\,\pi\,\mathrm{Sin}\,(\lambda-k)=r\,\mathrm{Sin}\,u\,\mathrm{Cos}\,n-R\,\mathrm{Sin}\,(L$$
$$z-Z=\rho\,\mathrm{Cos}\,\pi\qquad\qquad =r\,\mathrm{Sin}\,u\,\mathrm{Sin}\,n.$$

Differentiirt man die ersten Ausdrücke von x
y—Y, z—Z in Beziehung auf λ—k, π und ρ, so
man, wenn man d ρ eliminirt,

$$d(\lambda-k)=\frac{dy\,\mathrm{Cos}\,(\lambda-k)-dx\,\mathrm{Sin}\,(\lambda-k)}{\rho\,\mathrm{Sin}\,\pi},$$

$$d\pi=\frac{dx}{\rho}\,\mathrm{Cos}\,(\lambda-k)\,\mathrm{Cos}\,\pi+\frac{dy}{\rho}\,\mathrm{Sin}\,(\lambda-k)\,\mathrm{Cos}\,\pi-\frac{dz}{\rho}$$

Nimmt man also den Ort der Erde als fehlerfrey
so hängen die Coordinaten x y z bloss von den vier Grö-
u, r, n und k ab, und wir werden daher die partiellen
ferentialien dieser Coordinaten in Beziehung auf diese
Grössen zu nehmen haben. Es ist aber

$$) = \frac{\left(\frac{dy}{dr}\right) \operatorname{Cos}(\lambda - k) - \left(\frac{dx}{dr}\right) \operatorname{Sin}(\lambda - k)}{\rho \operatorname{Sin} \pi}$$

$$= \frac{\operatorname{Sin} u \operatorname{Cos} n \operatorname{Cos}(\lambda - k) - \operatorname{Cos} u \operatorname{Sin}(\lambda - k)}{\rho \operatorname{Sin} \pi}.$$

etzt man der Kürze wegen

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{tg}(\lambda - k)}{\operatorname{Cos} n},$$

$$\left(\frac{d\lambda}{dr}\right) = -\frac{\operatorname{Sin}(\lambda - k) \operatorname{Sin}(\varphi - u)}{\rho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sin} \varphi};$$

eben so erhält man

$$\left(\frac{d\lambda}{du}\right) = \frac{r \operatorname{Sin}(\lambda - k) \operatorname{Cos}(\varphi - u)}{\rho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sin} \varphi},$$

$$\left(\frac{d\lambda}{dk}\right) = 1 + \frac{R \operatorname{Cos}(L - \lambda)}{\rho \operatorname{Sin} \pi} \text{ und}$$

$$\left(\frac{d\lambda}{dn}\right) = -\frac{r \operatorname{Sin} u \operatorname{Sin} n \operatorname{Cos}(\lambda - k)}{\rho \operatorname{Sin} \pi}.$$

Eben so ist ferner

$$\left(\frac{d\pi}{dr}\right) = \frac{R \operatorname{Cos} \pi \operatorname{Cos}(L - \lambda)}{r \rho},$$

d wenn $\operatorname{tg} \psi = \operatorname{Sin}(\lambda - k) \operatorname{tg} n$ ist,

$$\left(\frac{d\pi}{du}\right) = -\frac{r}{\rho} \operatorname{Sin} n \operatorname{Cos}(\lambda - k) \operatorname{Cos}(\varphi - u) \operatorname{Sin}(\psi + \pi)$$

$$+ \frac{r}{\rho} \operatorname{Sin}(\varphi - u) \operatorname{Cos}(\psi + \pi),$$

$$\left(\frac{d\pi}{dk}\right) = -\frac{R}{\rho} \operatorname{Cos} \pi \operatorname{Sin}(L - \lambda),$$

$$\left(\frac{d\pi}{dn}\right) = -\frac{r \operatorname{Sin} u \operatorname{Cos} n \operatorname{Sin}(\psi + \pi)}{\rho \operatorname{Cos} \psi}.$$

Man hat daher

$$d\lambda = \left(\frac{d\lambda}{dr}\right) dr + \left(\frac{d\lambda}{du}\right) du$$

$$+ \left(\frac{d\lambda}{dk}\right) dk + \left(\frac{d\lambda}{dn}\right) dn \text{ und}$$

$$d\pi = \left(\frac{d\pi}{dr}\right) dr + \left(\frac{d\pi}{du}\right) du$$

$$+ \left(\frac{d\pi}{dk}\right) dk + \left(\frac{d\pi}{dn}\right) dn$$

In diesen Gleichungen müssen [illegible] d u durch die Variationen der Elemente der Bahn : drückt werden. Ist a die halbe grosse Axe, aε die Exc citӓt, v und m die wahre und mittlere Anomalie, Π die ge des Periheliums, θ die tägliche Bewegung des Plane mittlerer Länge, M diese mittlere Länge selbst für eine Epoche, die t Tage vor der gegenwärtigen Beobac vorausgeht, (folgt die Epoche der Beobachtung nach, t negativ) so hat man, da

$\theta . a^{\frac{3}{2}} = 0.017202$ ist, $da = -\frac{2\,a\,d\theta}{3\theta}$ und überdiess

$$u = v + \Pi - k, \text{ also auch } du = dv + d\Pi - dk$$
$$m = M + t\theta - \Pi \;----\; dm = dM + t.d\theta - d$$

Allein die Grössen d v und d r haben wir schon

(S. 57) durch dm, dε und $da = -\frac{2\,a\,d\theta}{3\theta}$ ausgedrück

Setzt man nämlich

$$P = \frac{a\,\varepsilon \operatorname{Sin} v}{\sqrt{1-\varepsilon^2}},\quad Q = \frac{a^2}{r^2}\sqrt{1-\varepsilon^2},$$

$$R = \frac{(2 + \varepsilon \operatorname{Cos} v) \operatorname{Sin} v}{1-\varepsilon^2} \text{ und } S = a \operatorname{Cos} v, \text{ so ist}$$

$$dr = -\frac{2r}{3\theta}.d\theta + P.dm - S.d\varepsilon,$$
$$dv = Q.dm + R.d\varepsilon, \text{ also auch}$$
$$du = Q.dm + R\,d\varepsilon + d\Pi - dk \text{ oder}$$

$$+\left[\left(\frac{d\lambda}{dk}\right)-\left(\frac{d\lambda}{du}\right)\right]dk$$
$$+\left(\frac{d\lambda}{dn}\right)dn,$$

eben so

$$d\pi=\left[Pt\left(\frac{d\pi}{dr}\right)+Qt\left(\frac{d\pi}{du}\right)-\frac{2r}{3\theta}\left(\frac{d\pi}{dr}\right)\right]d\theta$$
$$+\left[P\left(\frac{d\pi}{dr}\right)+Q\left(\frac{d\pi}{d\ldots}\right)\right]dM$$
$$+\left[\left(\frac{d\pi}{du}\right)(1-Q)-\ldots$$
$$+\left[R\left(\frac{d\pi}{du}\right)-S\left(\frac{d\ldots}{d\ldots}\right)\ldots$$
$$+\left[\left(\frac{d\pi}{dk}\right)-\left(\frac{d\pi}{du}\right)\right]\ldots$$
$$+\left(\frac{d\pi}{dn}\right)dn.$$

4. §. Ist der Planet mit de[r S]onne in Opposition, d. h. ist $l=\lambda=L$, so werden die vorhergehenden Ausdrücke einfacher. Bezeichnet nämlich wieder p die heliocentrische Poldistanz des Planeten, so ist überhaupt

$$\frac{r}{\rho}=\frac{\text{Cos}\,\pi}{\text{Cos}\,p} \text{ und für die Opposition } \frac{R}{\rho}=\frac{\text{Sin}\,(p-\pi)}{\text{Cos}\,p}.$$

Berücksichtiget man aber die Gleichungen zwischen u, l—k und n, die wir Vorles. XI., §. 2 gegeben haben, so [sieh]t man, dass φ gleich dem Argumente u der Breite, und $\psi=90-p$ ist, und dass man hat

$$\left(\frac{d\lambda}{dr}\right)=0 \qquad \left(\frac{d\lambda}{dk}\right)=\text{Cotg}\,\pi\,\text{tg}\,p,$$

$$\left(\frac{d\lambda}{du}\right)=\frac{2\,\text{Cotg}\,\pi\,\text{Cos}\,n}{\text{Sin}\,2p} \qquad \left(\frac{d\lambda}{dn}\right)=-\text{Cotg}\,\pi\,\text{Cos}\,(l-k) \text{ und}$$

$$\left(\frac{d\pi}{dr}\right)=\frac{\text{Sin}\,(p-\pi)\,\text{Cos}\,\pi}{r\,\text{Cos}\,p},$$

$$\left(\frac{d\pi}{du}\right)=-\frac{\text{Cos}\,(p-\pi)\,\text{Cos}\,\pi\,\text{Cos}\,n\,\text{Cotg}\,(l-k)}{\text{Sin}\,p},$$

$$\left(\frac{d\pi}{dk}\right)=0,$$

$$\left(\frac{d\pi}{dn}\right)=\left(\frac{d\pi}{du}\right)\frac{\text{tg}\,(l-k)}{\text{Sin}\,n}.$$

Man hat daher für Oppositionen

$$d\lambda = \frac{2 \operatorname{Cotg} \pi \operatorname{Cos} n}{\operatorname{Sin} 2p} \{Q t . d\theta + Q . dM + (1 - Q) d\Pi + F$$

$$+ \frac{2 \operatorname{Cotg} \pi \operatorname{Cos} n}{\operatorname{Sin} 2p} \{(\operatorname{Sin}^2 p - \operatorname{Cos} n) dk - \operatorname{Cos} p \operatorname{Cos} u .$$

und

$$d\pi = \left(\frac{2r}{3\theta} . C - E t\right) d\theta - E . dM + (E - D) d\Pi,$$

$$+ (CS - DR) d\varepsilon + D . dk - \frac{D \operatorname{tg}(l - k)}{\operatorname{Sin} n} . dn,$$

$$\text{wo } C = \frac{\operatorname{Cos} \pi \operatorname{Sin}(\pi - p)}{r \operatorname{Cos} p},$$

$$D = \frac{\operatorname{Cos} \pi \operatorname{Cos}(\pi - p) \operatorname{Cos} n \operatorname{Cotg}(l - k)}{\operatorname{Sin} p} \text{ und}$$

$$E = CP + DQ \text{ ist.}$$

Verwandelt man in den letzten Ausdrücken die Gr

$l = \lambda$ in A

$p = \pi$ in P

n in e

und k in Null,

so erhält man die Ausdrücke für die Veränderung der R cension dA und der Poldistanz dP der Sonne, die einer Änderung dM, $d\Pi$, $d\varepsilon$ . . . der Elemente der bahn entspringen. Vergleicht man aber bloss die beobac Länge L der Sonne mit der aus den Sonnentafeln berec ten Sonnenlänge, so hat man zur Correction der Elen der Erdbahn die einzige Gleichung

$$dL = Q t . d\theta + Q dM + (1 - Q) d\Pi + R d\varepsilon.$$

WEYTE ABT

Beobacht en.

estimmung der Zeit durch Beobachtungen.

Das einfachste Mittel zur Zeitbestimmung geben respondirenden, d. h. die auf beyden Seiten dians gleich grossen Höhen eines Gestirns. Da näm-leichen Höhen auch gleiche, bloss in ihren Zeichen gesetzte Stundenwinkel gehören, (S. 46 §. 4) so wird le zwischen den beyden Beobachtungszeiten auch die Zeit der Culmination des Gestirns seyn.

[illegible] man z. B. von einem Gestirn, dessen scheinbare [illegible]ssion, Nutation und Aberration veränderte) Rect-[illegible] $a = 5^h\, 40'\, 10''$ ist, zwey gleiche Höhen beobachtet,

[illegible]te vor der Culmination um	3^h	$17'$	$20''$	Uhrzeit
[illegible]yte nach der Culmin. um	7	26	30	
so ist	10	43	50	
Mittel T=	5	21	55	Uhrz. d. Culmin
a=	5	40	10	
x=+		18	15	Correction der

Uhr gegen Sternzeit um $5^h\, 21'\, 55''$ Uhrzeit.

[illegible]te man eben so von der Sonne zwey gleiche Höhen [illegible]tet, die erste Morgens um $20^h\, 40'\, 12''$ Uhrzeit

die zweyte Abends um 3 [illegible]

n der Uhr gegen mittlere Zeit $x = -3' 21''$, und ist e
ir denselben wahren Mittag die Rectascension der w
onne $4^h 35' 5''$, so ist die Correction der Uhr gegen St
$= + 4^h 34' 20''$.

Ian sieht, dass man zu diesen Bestimmungen we
clination des beobachteten Gestirns, noch die Polh
obachtungsortes, noch auch die absoluten Höhen se
nen braucht, und dass man bloss von der Gleichh
yden Höhen und von dem gleichförmigen Gang
ersichert seyn muss. Beobachtungsfehler zu vermeid
lie unvermeidlichen wenigstens zu vermindern, w
uf beyden Seiten des Meridians mehrere Hö
n.

§. Das Vorhergehende setzt voraus, dass die Pol
während der beyden Beobachtungen dieselbe ble
s war (S. 27)

$$\text{Cos}\, z = \text{Sin}\, \varphi\, \text{Cos}\, p + \text{Cos}\, \varphi\, \text{Sin}\, p\, \text{Cos}\, s$$

z, s und φ die Zenithdistanz und den Stundenwin
rns und die Polhöhe des Beobachtungsortes bezei
ifferentiirt man diesen Ausdruck in Beziehung auf
so erhält man

$$d s = d p \left(\text{Cotg}\, s\, \text{Cotg}\, p - \frac{\text{tg}\, \varphi}{\text{Sin}\, s}\right).$$

also p die Poldistanz der Sonne in der ersten, und
letzten Beobachtung, und ist T, wie zuvor, das M
beyden Beobachtungszeiten, so ist die verbesse
der Culmination

$$T + \frac{(p' - p)}{30} \left(\frac{\text{tg}\, \varphi}{\text{Sin}\, s} - \text{Cotg}\, s\, \text{Cotg}\, \frac{p' + p}{2}\right),$$

n Stundenwinkel der letzten Beobachtung bezeichn
ie Änderung der Poldistanz in einem Tage, und θ d
wischenzeit der Beobachtungen in Stunden d
it ausgedrückt, so ist

$$24 : \Delta = \theta : p' - p$$

ch

$$p' - p = \frac{\Delta\, \theta}{24},$$

Ausdruck für $p' < p$ negativ wird.

Man findet die **tägliche** Änderung der Poldistanz der ...ne aus folgender Tafel, deren Argument die wahre Län... der Sonne ist.

⊙	dp	⊙	dp	⊙	dp	⊙	dp
	— 23.70	90°	0′.00	180°	23′.43	270°	0′.00
	— 23.50	96	2.60	186	23.40	276	— 2.77
	— 23.09	102	5.14	192	23.16	282	— 5.50
	— 22.47	108	7.61	198	22.69	288	— 8.13
	— 21.63	114	9.96	204	21.99	294	— 10.62
[illegible]	— 20.57	120	12.16	210	21.07	300	— 12.95
[illegible]	— 19.31	126	14.19	216	19.90	306	— 15.07
[illegible]	— 17.85	132	16.04	222	18.50	312	— 16.97
[illegible]	— 16.16	138	17.69	228	16.85	318	— 18.65
54	— 14.28	144	19.14	234	14.97	324	— 20.08
60	— 12.25	150	20.38	240	12.88	330	— 21.27
66	— 10.00	156	21.40	246	10.57	336	— 22.22
[illegible]	— 7.63	162	22.23	252	8.10	342	— 22.93
[illegible]	— 5.15	168	22.84	258	5.48	348	— 23.41
[illegible]	— 2.60	174	23.24	264	2.77	354	— 23.66
						360	— 23.70

Ex. Den 10. May 1828 wurden in Wien folgende corre-...pondirende Sonnenhöhen genommen:

U h r z e i t

Morgens	Abends	Mittel
$20^h\,44'\,14''.2$	$4^h\,18'\,11''.0$	$0^h\,31'\,12''.6$
20 47 32 .3	4 14 53 . 7	0 31 13 . 0
20 50 44 . 0	4 11 40 . 8	0 31 12 . 4

Mittel $T = 0^h\,31'\,12.67$

Die Zwischenzeit der beyden mittleren Beobachtungen $t = 7^h.456$ und die tägliche Abnahme der Poldistanz

$\Delta = 938''.5$ also $\frac{p'-p}{30} = -9''.719$ und $\varphi = 48°\,12'\,35''$

so wie $s = 4^h\,14'\,53''.7 - 0^h\,31\,12''.7 = 3^h\,43'\,41''$
$= 55°\,55'\,15''$.

Endlich ist $\frac{p'+p}{2}$ oder die Poldistanz der Sonne tag gleich 72° 19′. Man hat daher

$$\frac{p'-p}{30} \cdot \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{Sin} s} = -13.12$$

$$-\frac{p'-p}{30} \cdot \operatorname{Cotg} s \operatorname{Cotg} \frac{p'+p}{2} = +\ 2.11$$

$$\text{Correction} = -11''.01$$

$$T = 0^h 31' 12.67$$

Verbesserte Uhrzeit des Mittags $= 0^h 31'\ 1''.66$

Mittlere Zeit im wahren Mittag $= 23\ 56\ 10\ .\ 0$

Correction der Uhr gen mittl. Zeit $x = -34' 51''.66$

Es ist für sich klar, dass man durch densel druck auch die verbesserte Mitternacht findet, wen ersten Beobachtungen Abends und die correspondi folgenden Morgen nimmt. Da die Grössen p und Länge der Sonne abhängen, so lässt sich der Ausdr

$$\frac{\Delta \cdot \theta}{(24)(30)} \left(\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{Sin} s} - \operatorname{Cotg} s \operatorname{Cotg} p\right)$$

in zwey Tafeln bringen, deren Argument die Lä Sonne und die Zwischenzeit θ ist, und von welchen ste die Werthe von $\frac{\Delta}{720} \cdot \frac{\theta}{\operatorname{Sin} s}$ und die andere die von $\frac{\Delta\theta}{720} \cdot \operatorname{Cotg} s \operatorname{Cotg} p$ gibt, wodurch die Berechn

$90 - \varphi$ die Äquatorhöhe bezeichnet.

las beobachtete Gestirn die Sonne, so ist auch $\frac{1}{15}$ s
bar die wahre Zeit der Beobachtung. Für Fixsterne
ss noch die Rectascension a derselben bekannt seyn,
(s + a) die gesuchte Sternzeit der Beobachtung gibt,
nach S. 37 in mittlere Zeit verwandeln, und so
mit Stern- oder mit mittlerer Zeit vergleichen kann.
den vorhergehenden Ausdrücken sind a und p die
nbare Rectascension und Poldistanz des Gestirns,
durch Präcession, Nutation und Aberration bereits
ist sind. Die beobachtete Zenithdistanz aber muss zu-
von den (durch andere Beobachtungen bekannten) Feh-
s Instrumentes befreyt, und um die Refraction (S. 110)
ert, und endlich um die Höhenparallaxe (S. 93) ver-
t werden. Hat das Gestirn einen merklichen Durch-
, so beobachtet man sicherer den Rand als den
nct desselben. Ist dann Z die von den Fehlern des
entes befreyte Zenithdistanz und r die Refraction für
inbare Zenithdistanz Z, so wie π die Höhenparallaxe
er Halbmesser des Gestirns, so ist

$$z = Z + r - \pi \pm h$$

e Zeichen von h, wenn der obere Rand des Gestirns
tet wurde.

Polhöhe $\varphi = 48° 12' 35''$
Poldistanz der Sonne im Mittag $85° 53' 13''$,
Tägliche Vermehrung $0° 23' 0''$.

$$\begin{array}{rl} \text{Es ist daher } Z = & 48° 33' 21'' \\ \text{wahre Refraction } + & 1\ 14.0 \\ \text{Höhenparallaxe } - & 6.7 \\ \text{Halbmesser } + & 15\ 55.9 \\ \hline z = & 48° 50' 24''2 \end{array}$$

Wenn der Stand der Uhr schon nahe bekannt is[t] wird man für die daraus ebenfalls schon nahe bekannte re Zeit der Beobachtung die Poldistanz p der Sonne fin[den] und daraus mittelst der vorhergehenden Gleichungen Werth von s bestimmen. Ist aber dieser Stand der Uhr unbekannt, so kann man für p die Poldistanz der Sonne den wahren Mittag dieses Tages, also $p = 85° 53' 13''$ neh[men]. Mit diesem Werthe von p und den vorhergehenden Wer[then] von φ und z findet man

$$\log \operatorname{Sin} \frac{s}{2} = 9.3272638$$

$$\frac{s}{2} = 12° 15' 58''.2$$

$$s = 24° 31' 56''.4 \text{ in Bogen}$$

$$s = 1^h 38' 7''.76 \text{ in Zeit.}$$

Dieser Werth von s ist aber selbst nur genähert, nicht für die noch unbekannte Zeit der Beobachtung ge[fun]den werden konnte. Da aber, nach dem Vorhergehend[en] die Poldistanz der Sonne in $1^h 38' 7''.76$ um $0° 1' 34''$ wäc[hst], so ist der wahre Werth von $p = 85° 54' 47''$ und damit die obige Gleichung

$$\log \operatorname{Sin} \frac{s}{2} = 9.3261057, \text{ also}$$

$$s = 1^h 37' 51''.84 \text{ in Zeit,}$$

und dieses ist die wahre Zeit der Beobachtung, also Corr[ec]tion der Uhr gen wahre Zeit $x = + 3' 41''.84$.

Es ist ferner die Zeitgleichung im wahren Mittag
des 12. Sept. $0^h 3' 53''.1$ die mittl. Zeit kleiner
13. - - - 0 4 14.0

also ist für die gefundene wahre Zeit der Beobachtung

$$\begin{array}{rr}
\text{mittl. Zeit} & 1^h\,33'\,57''\,32 \\
\text{Acceleration} & +\,15.40 \\
\text{Rectascension} \odot \text{ im Mittag} & 11\;\;25\;\;44.60 \\
\hline
\text{gesuchte Sternzeit} & 12^h\,59'\,57''.32
\end{array}$$

ber Corr. der Uhr gen Sternzeit $x = +11^h\ 25'\ 47''.32$.
aber den Stand der Uhr gegen eine dieser drey Zeiten
lich schon sehr nahe kennt, so kann man gleich an-
it dem sehr nahen Werth von p die Grösse s berech-
durch die zweyte Berechnung von s überflüssig wird.
I. Ex. Einfacher wird die Auflösung für Fixsterne. Den
1761 um $10^h\ 36'\ 25''$ Uhrzeit wurde in Alexan-
beobachtet

$$\begin{array}{rr}
\text{Zenitdistanz von } \alpha \text{ Tauri} & 61^h\ 27'\ 30'' \\
\text{Fehler des Instruments} & -\quad 3\quad 0 \\
\hline
 & 61\ \ 24\ \ 30 \\
\text{Refraction} & +\quad 1\ \ 44.2 \\
\hline
 & z = 61\ \ 26\ \ 14.2
\end{array}$$

s Sterns scheinbarer Ort für diesen Tag ist
$a = 4^h\,22'\,16''.35$ und $p = 73°\,59'\,20''.35$
Polhöhe $\varphi = 31°\ 12'\ 13''$. Mit diesen Grössen gibt
ergehende Gleichung

$$s = 65°\,56'\,13''.93 = 19^h\,36'\,15''.074$$
$$a = 4\ \ 22\ \ 16.350$$

Es ist aber Sternzeit	$23^h\,58'\,31''.424$
Rectasc. der ⊙ im mittleren Mittag	13 20 43.926
	10 37 47.498
	— 1 44.485
mittlere Zeit der Beobachtung	10 36 3.013
Uhrzeit	10 36 25.0
Corr. der Uhr gen mittl. Zeit	x = — 21.987

4. §. Der grösseren Sicherheit wegen, wird m
hier **mehrere** Beobachtungen der Zeitbestimmung
de legen. Folgen diese in kleineren Intervallen von
bis sechs Zeitminuten auf einander, so wird ma
zwey oder je drey auf einander folgenden Zenith
und Beobachtungszeiten das Mittel nehmen, und
Mittel der Zenithdistanzen als eine einzige Beobach
hen, die zur Zeit des Mittels jener drey oder vier
tungszeiten gemacht worden ist. Diess setzt voraus,
die Höhen des Gestirns mit der Zeit **gleichförmi**
eine Voraussetzung, die bey kürzeren Intervallen
meisten Fällen ohne Nachtheil angenommen werd

Will man genauer verfahren, so wird man jene
teten Zenithdistanzen auf eine gemeinschaftliche Zeit r
und zwar am bequemsten auf die Zeit T, der Mitte
ner Beobachtungszeiten. Sind t, t', t''... die einzelnen
tungszeiten, also $T = \frac{t + t' + t'' + \ldots}{\ldots}$, wo N die

leichung des §. 3 suchen wird.

Auch kann man diese Art der Zeitbestimmung zur
ung bequemer machen, wenn man für mehrere will-
h gewählte Stundenwinkel die scheinbare (durch Re-
n und Parallaxe veränderte) Zenithdistanz z' des Ge-
durch Rechnung bestimmt, und dann das Instrument
iese Zenithdistanz stellt und abwartet, bis das Gestirn
n Faden des Fernrohres erscheint, wo dann die Uhr-
der Beobachtung, mit dem anfangs angenommenen
denwinkel verglichen, sofort die Correction der Uhr gibt.
Man sucht nämlich für den gewählten Stundenwinkel
e Zenithdistanz z durch die Gleichungen

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{Cos} s \operatorname{Cotg} \varphi,$$

$$\operatorname{Cos} z = \frac{\operatorname{Sin} \varphi}{\operatorname{Cos} x} \operatorname{Cos} (x - p).$$

st dann z' die Zenithdistanz des oberen Sonnenrandes,

$$z - \text{Halbmesser} \odot - \text{Refraction} + \text{Höhenparallaxe},$$

e Refraction nicht für die scheinbare sondern für die
Zenithdistanz z — Halbmesser ⊙ gesucht werden
Wäre z. B. diese wahre Zenithdistanz gleich 68° 30',
die Tafel die Refraction 2' 31".5, also die scheinbare
distanz 68° 27' 28".5 und mit dieser letzten findet man
Tafel die wahre, in der letzten Gleichung anzuwen-

Orte des Himmels sie vortheilhaft zur Bestimmung der
sind, wollen wir die Gleichung

$$\mathrm{Cos}\, z = \mathrm{Sin}\, \varphi\, \mathrm{Cos}\, p + \mathrm{Cos}\, \varphi\, \mathrm{Sin}\, p\, \mathrm{Cos}\, s$$

in Beziehung auf alle in ihr enthaltenen Grössen differe-
ren. Man erhält, wenn v der Winkel des Declinations-
dem Vertikalkreise und ω das Azimut ist,

$$ds = \frac{dz - dp\, \mathrm{Cos}\, v - d\varphi\, \mathrm{Cos}\, \omega}{\mathrm{Sin}\, v\, \mathrm{Sin}\, p} \text{ oder}$$

$$ds = \frac{dz - dp\, \mathrm{Cos}\, v - d\varphi\, \mathrm{Cos}\, \omega}{\mathrm{Sin}\, \omega\, \mathrm{Cos}\, \varphi}.$$

Diese Gleichungen zeigen, dass man alle dem Pol
hen Gestirne, für die Sin p klein ist, zur Zeitbestimm
vermeiden müsse, weil der geringste Fehler in z, p od
schon einen sehr beträchtlichen Fehler in der gesuc
Grösse s hervorbringen kann. Eben so müssen die
Äquator näheren Sterne, die allein zur Zeitbestimm
schicklich sind, nicht in der Nähe des Meridians, wo S
sehr klein ist, sondern so weit als möglich von dem M
dian, am besten in ihrem ersten Vertikalkreise, wo ω g
90° oder gleich 270° ist, gewählt werden. Je grösser
gens die Polhöhe des Beobachtungsortes, desto missl
ist die Zeitbestimmung durch Höhenbeobachtungen, und
ter dem Pole ist sie ganz unbrauchbar, weil dort Cos φ
ist, und weil für die Bewohner des Poles die Gestirne
Höhe nicht mehr ändern.

6. §. Die letzte Bemerkung macht eine Methode n
wendig, auch in höheren Breiten die Sonne, die sich
sonders auf Reisen zur Zeitbestimmung vorzüglich eig
auf eine andere Art zu denselben Zwecken anzuwenden.
wollen dazu die Distanzen der Sonne von irgend einem
ner Lage nach bekannten terrestrischen Objecte wählen.

Sey Ω und Z das als bekannt vorausgesetzte Azimut
die Zenithdistanz des terrestrischen Gegenstandes z. B. e
entfernten Thurmspitze. Daraus findet man den Stundenw
kel S und die Poldistanz P desselben Gegenstandes du
folgende Ausdrücke, wo $\psi = 90 - \varphi$ die Äquatorhöhe
Beobachters bezeichnet:

$$\mathrm{tg}\, x = \frac{\mathrm{Sin}\, \frac{1}{2}(\psi - Z)}{\mathrm{Sin}\, \frac{1}{2}(\psi + Z)}\, \mathrm{tg}\, \tfrac{1}{2}\, \Omega,$$

$$\text{Sin} \tfrac{1}{2} P = \frac{\text{Sin} \tfrac{1}{2} (\phi + Z)}{\text{Cos}\, z} \text{Cos} \tfrac{1}{2} \Omega,$$

$$\text{Sin}\, S = \frac{\text{Sin}\, \Omega\, \text{Sin}\, Z}{\text{Sin}\, P}.$$

Hat man nun die Distanz $\varDelta$ eines bekannten Gestirns n dem irdischen Objecte beobachtet, so findet man den tundenwinkel s des Gestirns, dessen Poldistanz p ist, durch e oben S. 171 gegebene analoge Gleichung

$$\text{Sin} \tfrac{1}{2} (s - S) = \sqrt{\frac{\text{Sin} \tfrac{1}{2} (\Delta + P - p)\, \text{Sin} \tfrac{1}{2} (\Delta + p - P)}{\text{Sin}\, P\, \text{Sin}\, p}}.$$

Ist $\tfrac{1}{2}(s - S)$ nahe an 90°, so wird man besser den bekannten ähnlichen Ausdruck von $\text{Cos} \tfrac{1}{2} (s - S)$ zur Bestimmung von s wählen.

Noch ist es nöthig, auf die Refraction des irdischen Objects sowohl, als des Gestirns Rücksicht zu nehmen. Die irdische Strahlenbrechung ist aber viel zu ungewiss und ihre Variation, besonders wenn das Object nicht zu weit entfernt ist, viel zu gering, um sie nicht in den meisten Fällen vernachlässigen zu können. Man wird daher die Grössen S und P im Allgemeinen als constant annehmen. Die Refraction des Gestirns, oder vielmehr die Wirkung dieser Refraction auf die Distanz $\varDelta$ kann auf folgende Art berücksichtiget werden.

Nennt man in dem sphärischen Dreyecke zwischen dem Zenithe, dem Gestirne und dem Objecte den Winkel an dem Gestirne O, so ist (S. 4)

$$\frac{d\Delta}{dz} = \text{Cos}\, O;$$

das heisst

$$d\varDelta = dz \frac{(\text{Cos}\, Z - \text{Cos}\, \Delta\, \text{Cos}\, z)}{\text{Sin}\, \Delta\, \text{Sin}\, z},$$

der endlich, da Z nahe gleich 90° ist,

$$d\varDelta = -dz \,.\, \text{Cotg}\, \varDelta\, \text{Cotg}\, z,$$

wo dz die durch die Tafeln gegebene Refraction für die Zenithdistanz z ist.

Ex. Sey $\phi = 39° 3' 43''$, $\Omega = 35° 47' 4''$ und Z = 90° 24′ 28″ so hat man S = 43° 4′ 31″.5 und P = 12 ... 8.

Um die Uhrzeit 21^h 15′ 40″ am 1 ... 1801 hat

I.

man die Distanz des Mittelpuncts der Sonne von die
jecte $\varDelta = 78° \; 9' \; 38''$ beobachtet. Man suche die Co
der Uhr.

Die um dieselbe Zeit beobachtete oder auch dur
nung gefundene Zenithdistanz der Sonne ist $z = 74$
also auch $d\varDelta = -11''.4$ und daher die wahre Dista

$$\varDelta = 78° \; 9' \; 26''.6.$$

Die wahre Poldistanz der Sonne aber ist

$$p = 104° \; 7' \; 14''.7,$$

woraus folgt:

$$\frac{s-S}{2} = -42° \; 15' \; 51''.9$$

$$\frac{S}{2} = 21 \; 32 \; 15.75$$

$$\frac{s}{2} = -20 \; 43 \; 36.15$$

$$s = -41 \; 27 \; 12.30$$

$$\text{oder in Zeit } s = 21^h \; 14' \; 11''.18$$

$$\text{Uhrzeit } \quad 21 \; 15 \; 40$$

$$\text{Correction der Uhr } x = - \quad 1 \; 28.88$$

7. §. Das Vorhergehende setzt das Azimut des ir
Objects als gegeben voraus. Es kann aber schon hier l
werden, dass man die Grössen S und P eines terres
Objectes, auch ohne Ω und Z zu kennen, ebenfalls a

e, und p p' die Poldistanzen der Gestirne sind. Wur-
selbe Gestirn zweymal beobachtet, so ist $p'=p$.
(fig. 8) Z das Zenith, N der Pol und A das terre-
Object, S und S' das Gestirn, also
S, $ZNS=s$, $ZNS'=s'$ und $ANS=x$, so wie
$=x'$.

rde in der vorhergehenden Annahme der Werth von
wählt, so ist $S=s+x$ und auch $S=s'+x'$. Ist aber
haft, und ist dP der noch unbekannte Fehler von P,
man, da in dem Dreyecke NSA die zwey Seiten p
onstant sind (Einl. S. 4; II.)

$$dx = dP \frac{\text{Cotg}\,\omega}{\text{Sin}\,P}, \quad \text{und } dx' = dP \frac{\text{Cotg}\,\omega'}{\text{Sin}\,P},$$

d ω' die Winkel an A sind, so dass man hat

$$\text{Sin}\,\omega = \frac{\text{Sin}\,p\,\text{Sin}\,x}{\text{Sin}\,\Delta}, \quad \text{und Sin}\,\omega' = \frac{\text{Sin}\,p'\,\text{Sin}\,x'}{\text{Sin}\,\Delta'};$$

n sind die wahren Werthe von S

$$= s + x + dP.\frac{\text{Cotg}\,\omega}{\text{Sin}\,P} \text{ und } S = s' + x' + dP.\frac{\text{Cotg}\,\omega'}{\text{Sin}\,P}.$$

tzt man beyde einander gleich, so findet man den
von dP, da $s'-s=t$ gleich der gegebenen Zwi-
it der Beobachtungen ist.

n wird daher so verfahren: man suche zuerst die
ω und A durch die Gleichungen

$$\text{Sin}\,\omega = \frac{\text{Sin}\,p\,\text{Sin}\,x}{\text{Sin}\,\Delta}, \qquad A = \frac{\text{Cotg}\,\omega}{\text{Sin}\,P} \text{ und eben so}$$

$$\text{Sin}\,\omega' = \frac{\text{Sin}\,p'\,\text{Sin}\,x'}{\text{Sin}\,\Delta'}, \qquad A' = \frac{\text{Cotg}\,\omega'}{\text{Sin}\,P},$$

an dP aus

$$dP = \frac{x - x' - t}{A - A'},$$

wahre Poldistanz $P' = P + dP$, so wie endlich den
Werth von

$$s - S = x - A.dP \text{ oder}$$
$$s' - S = x' - A'.dP.$$

Ex. Uhrzeit	wahre Distanz
$2^h\,2'\,10''$	$\Delta = 52°\,14'\,19''.52$
18 2 10	$\Delta' = 90\quad 0\quad 0''.00$

$p = 45°$ und P nahe $= 89°\,56'$.

Da aus andern Beobachtungen bekannt war, d
Uhr in beyden Beobachtungen um 1′ 40″ accelerirte,
die Stundenwinkel $s = 2^h\,0'\,30'' = 30°\,7'\,30''$ westlich u
$s = 18^h\,0'\,30'' = -89°\,52'\,30''$ östlich

Wir erhalten also

$$\tfrac{1}{2}x = 15°\,3'\,59''.47 \qquad \tfrac{1}{2}x' = -45°\,2'\,0''.0$$
$$\omega = 26\;40\;50 \qquad \omega' = -45\;0\;0$$
$$A = 1.98996 \qquad A' = -1$$

und daher $dP = \frac{718.94}{2.98996} = 240''.4514$;

also auch wahres $P' = 89°\,56' + dP = 90°\,0'\,0''.45$

$$A\,dP = 7'\,58''.49,$$
$$A'\,dP = -4'\,0''\,45 \text{ und}$$
$$s - S = \;\;30°\,0'\,0''.45$$
$$s' - S = -89\;59\;59.55$$

oder wahres $S = 0°\,7'\,29''.55$

Man hätte aber in diesem bloss fingirten Beyspi
den sollen $P = 90°\,0'\,0''$ und $S = 0°\,7'\,30''$.

Um zu sehen, in welchen Fällen man die Grössen
S mit Schärfe bestimmen kann, hat man in dem Dr
SNA, wenn SNA = S − s und p constant ist (Einl.

$$d\Delta = dP \operatorname{Cos}\omega,$$

und wenn p und P constant ist,

$$d\Delta = dS \operatorname{Sin} P \operatorname{Sin}\omega;$$

also ist auch

$$d\Delta = dP \operatorname{Cos}\omega + dS \operatorname{Sin} P \operatorname{Sin}\omega,$$

und eben so $d\Delta' = dP \operatorname{Cos}\omega' + dS \operatorname{Sin} P \operatorname{Sin}\omega'$,

und aus diesen beyden Gleichungen folgt sofort

$$\left.\begin{aligned} dP &= \frac{d\Delta \operatorname{Sin}\omega' - d\Delta' \operatorname{Sin}\omega}{\operatorname{Sin}(\omega' - \omega)} \\ dS &= \frac{d\Delta \operatorname{Cos}\omega' - d\Delta' \operatorname{Cos}\omega}{\operatorname{Sin} P \operatorname{Sin}(\omega' - \omega)} \end{aligned}\right\},$$

also die Bestimmung von P und S desto sicherer, je
$(\omega' - \omega)$ an 90 oder 270° und je näher P an 90° ist.

8. §. Das einfachste und zugleich sicherste Mit
Zeitbestimmung ist das Mittagsrohr, d. h. ein Fe
welches sich auf einer horizontalen Axe in der Ebene d
ridians bewegt. Wir werden unten sehen, wie man di
ler dieses Instrumentes und ihren Einfluss auf die Be

ungen finden kann. Hier wollen wir es von diesen Fehlern frey voraussetzen, und bloss bemerken, dass man die Uhrzeiten des Durchgangs der Sterne durch den im Brennpuncte des Fernrohrs vertikal gestellten Faden beobachtet, wo dann der Unterschied dieser Uhrzeit von der bekannten Sternzeit oder mittleren Zeit der Culmination dieses Gestirns die Correction der Uhr gibt.

Wenn die Uhr nach Sternzeit geht, so ist die Correction x der Uhr sofort gleich $x = a - t$, wo a die scheinbare Rectascension des Sterns für den Beobachtungstag und t die Uhrzeit der Beobachtung ist.

Geht aber die Uhr nach mittlerer Zeit, so wird man die Sternzeit der Culmination, die (S. 25) immer gleich der scheinbaren Rectascension a ist, zuerst nach S. 37 in die mittlere Zeit m der Culmination verwandeln, und dann ist die Correction der Uhr gegen mittlere Zeit $x = m - t$.

Ex. I. Den 15. December 1828 wurden in Wien an einer Sternuhr folgende Culminationen mit dem Mittagsrohre beobachtet.

	Uhrzeit t	scheinb. Rectasc. a
α Pegasi	22^h 57′ 10″. 75	22^h 56′ 14″. 89
α Androm.	0 0 30 . 22	23 59 34 . 40
α Arietis	1 58 30 . 06	1 57 34 . 21

Daraus folgt

α Pegasi Correction der Uhr $x = a - t = -55''.86$
α Androm. - - - - - - - - - - - - -55.82
α Arietis - - - - - - - - - - - - - -55.85

Im Mittel $x = -55''.84$ um $0^h\ 18'.7$ Uhrzeit.

Ex. II. Den 10. März 1828 wurden eben da folgende Culminationen an einer mittleren Uhr beobachtet:

	Uhrzeit t	scheinb. Rectasc. a
α Orionis	6^h 32′ 4″. 35	5^h 45′ 53″. 02
β Gemin.	8 9 33 . 71	7 23 38 . 41
α Hydrae	10 4 46 . 63	9 19 10 . 20

Die Rectascension A der mittleren Sonne für den mittleren Mittag Wiens am 10. März ist $A = 23^h\ 12'\ 20''.80$.

Man hat daher für α Orionis (S. 38)

Sternzeit $5^h\ 45'\ 53''.02$
$A = 23\ 12\ 20.80$

$6\ 33\ 32.22$
Acceleration $-\ 1\ 4.48$

$m = 6\ 32\ 27.74$ mittlere Zeit

und eben so findet man für

α Gemin. $m = 8^h 9' 57''.12$
α Hydrae $m = 10\ 5\ 10.00$

Es ist daher die Correction x der Uhr aus

α Orionis $x = m - t = + 23''.39$
α Gemin. - - - - - - 23.41
α Hydrae - - - - - - 23.37

Im Mittel $x = + 23''.39$ für $8^h\ 15'.6$ Uhrzeit.

Kennt man eben so den Werth von x für irg... Stunde der vorhergehenden oder nachfolgenden ... wird man dadurch jede beobachtete Uhrzeit in Ste... mittlere Zeit verwandeln können.

I. Man sieht, wie viel bequemer eine nach Stern... hende Uhr, als eine mittlere Uhr ist, aus welcher U... auch jetzt auf allen Sternwarten die Sternuhren all... im Gebrauche sind.

II. Die so erlangte Kenntniss des Werthes von ... zugleich das Mittel geben, die Rectascensionen der an ... Tagen an dem Mittagsrohre beobachteten Planeten ...

$$
\begin{array}{lr}
 & A = 17^h\,40'\,12''.60 \\
\text{Sternzeit } a = & 16\ 35\ \ 9.65 \\
\hline
 & 22\ 54\ 57.05 \\
\text{Acceleration} & 3\ 45.26 \\
\hline
\text{[...]achte mittlere Zeit d Beob. } ☿ = & 22\ 51\ 11.79
\end{array}
$$

9. §. Wenn man aber mit keinem Mittagsrohre versehen [...]t, so kann man die Zeitbestimmung, nach Olbers Vor-[...]hlag, durch die Beobachtung der Verschwindung der Fix-[...]rne hinter senkrechten terrestrischen Gegenständen erhal-[...]. Dass dieser Gegenstand eine bestimmte Entfernung von [...]m Beobachter und eine beträchtliche Höhe haben, und dass [...] Beobachter sein nur schwach vergrösserndes Fernrohr [...]mer in dieselbe Lage z. B. in denselben Winkel seines [...]sters bringen soll, ist für sich klar.

Kennt man nämlich durch eine der vorhergehenden Be-[...]chtungen die Sternzeit der Verschwindung eines Sterns [...]ter dem terrestrischen Gegenstande für irgend einen ersten [...], so wird der Stern, so lange sich seine Lage am Himmel [...]t ändert, auch alle folgende Tage um dieselbe Sternzeit [...]hwinden. Gebraucht man aber eine mittlere Uhr, so wird [...]ern jeden folgenden Tag um $0^h\,3'\,55''.908$ mittlere Zeit verschwinden.

[...] fand Olbers die Correction der nach mittlerer Zeit [...]en Uhr aus correspondirenden Sonnenhöhen (S. 169) [...] September 1800 gleich $x = + 8'\,57''.6$. An demselben [...]eobachtete er die Verschwindung von δ Coronae um [...] $20''.7$ Uhrzeit, also um $11^h\,23'\,18''.3$ mittlerer Zeit, [...]raus findet sich die Sternzeit der Verschwindung [...] gleich $22^h\,26'\,21''.78$.

[...]n 12. September wurde die Verschwindung beobachtet [...] $49'\,21''$. Die Acceleration der Fixsterne für sechs Tage [...] $55''.908) = 23'\,35''.4$; man hat daher

$$
\begin{array}{rl}
11\ 23'\,18''.3 & \\
23\ 35.4 & \\
\hline
10\ 59\ 42.9 & \text{mittlerer Zeit den 12. September} \\
10\ 49\ 21.0 & \text{Uhrzeit} \\
\hline
+\ 10\ 21.9 & \text{Correction der Uhr.}
\end{array}
$$

Um nicht immer von demselben Sterne abz
kann man noch mehrere andere zu verschiedenen
der Nacht beobachten, und aus der bereits bekannten
der Verschwindung von δ Coronae und dem Unt
der Beobachtungszeiten, die Sternzeiten der Versch
gen der übrigen Sterne ableiten.

I. Um das Azimut ω des Sterns und den Winl
nes Declinationskreises mit dem Vertikalkreise zu
hat man für den 6. September 1800

δ Coronae scheinbare Rectasc. $a = 15^h\,41'\,13''$.
scheinbare Poldistanz $p = 63°\,18'\,29''$.

Daher ist der Stundenwinkel s des Sterns zur Z
Verschwindung $s = 22^h\,26'\,21''.78 - a = 6^h\,45'\,8''.20$
Bogen $s = 101°\,17'\,3''$. Aus s, p und der Polhöhe $\varphi =$
findet man (S. 27) das Azimut des Sterns zur Ze
Verschwindung $\omega = 64°\,56'\,21''.4$ und den Winkel v

Ist dann nach einiger Zeit, wenn sich die I
Sterns ändert, die neue scheinbare Rectascension a'
Poldistanz p', so ist die neue Sternzeit der Versch

gleich der alten $+ (\alpha' - \alpha) + \frac{1}{15}(p' - p) \cdot \frac{\tan v}{\sin p}$. So
für den 6. September 1801 für δ Coronae $a' = 15^h\,41'$
und $p' = 63°\,18'\,42''.2$, also $a' - a = +2''.80$ und

gleich $+13''.2$ und daher $\frac{1}{15}(p' - p)\frac{\mathrm{tg}\, v}{\sin p} = 0''.76$, a

[redacted]

Um vor allem zu sehen, in welcher Gegend des
… man die Gestirne zur vortheilhaftesten Bestimmung
…öhe wählen soll, hat man, wenn man die Glei-

$$\text{Cos}\, z = \text{Sin}\, \varphi\, \text{Cos}\, p + \text{Cos}\, \varphi\, \text{Sin}\, p\, \text{Cos}\, s$$

…ung auf alle in ihr enthaltenen Grössen differentiirt,

$$d\varphi = \frac{dz}{\text{Cos}\, \omega} - dp\, \frac{\text{Cos}\, v}{\text{Cos}\, \omega} - ds\, \frac{\text{Cos}\, \varphi\, \text{Sin}\, \omega}{\text{Cos}\, \omega},$$

…Azimut und v der Winkel des Vertikalkreises mit
…nationskreise ist. Aus dieser Gleichung folgt im
…isen, dass die Polhöhe am sichersten aus Beobach-
…n der Nähe des Meridians, wo nahe $\omega = 0$ oder 180
…nden wird.

… werden uns also zuvörderst auf die in dem Meri-
…bst beobachteten Zenithdistanzen beschränken, um
…ie Polhöhe abzuleiten.

Hat man die Zenithdistanz z des oberen Sonnenran-
…Meridian beobachtet, so ist die verbesserte Zenithdi-
…des Mittelpuncts derselben

+ Fehl. d. Instr. + Refr. ± Halbm. ☉ — Höhenparallaxe

Zenithdistanz des obern Sonnenrandes $z = 32° 23' 38''.72$ obachtet, Barometer $b = 27''.5$, äusseres Therm. R. $t = 20$ inneres Therm. Réaum. $t' = +18°.0$, Poldistanz der So $p = 74° 27' 58''$, Halbmesser der Sonne $15' 48''.80$. $\log r = 0.00571$, Fehler des Instruments (der sogena Collimationsfehler) $+ 36''.52$.

Wir haben daher

beob. Zenith des obern Randes	$z = 32° 23' 38'' 72$
Instr. Fehler	$+ 36.52$
	$32\ 24\ 15.24$
wahre Refraction	$+ 34.76$
Halbmesser	$+ 15\ 48.80$
Höhenparallaxe	$- 5.6$
	$z' = 32\ 40\ 33.18$
	$p = 74\ 27\ 58$
	$\psi = 41\ 47\ 24.8$
Polhöhe	$\varphi = 90 - \psi = 48° 12' 35''.1$

Hat man statt der Sonne einen Fixstern beobachtet, fällt die Berücksichtigung des Halbmessers und der Höhenparallaxe weg.

Dass man auf dieselbe Weise, wenn die Äquatorhöhe bereits aus andern Beobachtungen bekannt ist, die Poldistanz $p = \psi + z'$ des beobachteten Gestirns finden könne, ist sich klar. So wurde an demselben Tage beobachtet

α Lyrae	$z = 9° 33' 44''.61$
Collimationsfehler	$+ 36.52$
	$9\ 34\ 21.13$
Refraction	$+ 10.10$
	$z' = 9\ 34\ 31.23$
Äquatorhöhe von Wien	$\psi = 41\ 47\ 25.00$
	$p = 51\ 21\ 56.23$

und diess ist die scheinbare Poldistanz von α Lyrae für den 10. August 1828. Um sie auf die mittlere Poldistanz P für den Anfang des Jahres 1829 zu bringen, wird man die Aberration und die beyden Nutationen, so wie die Präcession (S. mit verkehrten Zeichen zu dem vorhergehenden Werthe von p hinzusetzen. Es ist aber den 10. August 1828 Länge

$\odot = 137°.7$ und Länge des Mondknotens $\Omega\,☾ = 199°.9$
ie jährliche Änderung der Poldistanz $= -2''.96$.

Wir haben daher

inb. Poldistanz 10. August 1828	p =		51° 21′ 56″. 23
Aberration und Solarnutation		+	11 . 99
Lunarnutation		+	8 . 70
Präcession		−	1 . 10
	P =		51° 22′ 15″. 82

re Poldistanz für 1829.0

. §. Ist z die beobachtete und von dem Fehler des Inents und der Refraction befreyte Zenithdistanz, so hat wenn man die Grössen z, p und ψ immer positiv t (S. 47),

Culminationen auf der Südseite des Zeniths $\psi = p - z$
auf der Nordseite des Zeniths für untere
Culminationen - - - - - - - - $\psi = z - p$
für obere Culminationen - - - - - $\psi = z + p$

Nennt man also a den constanten Fehler des Instru- für die Refraction und endlich $\mathfrak{z}$ die an dem Instruabgelesene Zenithdistanz, so ist

ür die Südseite - - - $\psi = p - \mathfrak{z} - a - r \ldots\ldots$ I
r untere Culminationen $\psi = \mathfrak{z}' + a + r' - p' \ldots\ldots$ II
nd für obere Culminationen $\psi = p'' + \mathfrak{z}'' + a + r'' \ldots\ldots$ III

e halbe Summe von I und II oder von I und III gibt

$$\left.\begin{aligned} &= \tfrac{1}{2}(\mathfrak{z}' - \mathfrak{z}) - \tfrac{1}{2}(p' - p) + \tfrac{1}{2}(r' - r) \\ &= \tfrac{1}{2}(\mathfrak{z}'' - \mathfrak{z}) + \tfrac{1}{2}(p'' + p) + \tfrac{1}{2}(r'' - r) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots(A)$$

zwey letzten Gleichungen zeigen, wie man die wahhe ohne Kenntniss der Grösse a finden kann. Wählt beyden Sterne so, dass ihre Zenithdistanzen $\mathfrak{z}'\,\mathfrak{z}$ oder gleich sind, so braucht man nur die Differenzen actionen $r' - r$ oder $r'' - r$ zu kennen, und diese zen kann man immer mit grosser Sicherheit aus jeern Refractionstafeln nehmen, wenn gleich die ab-Werthe von r und r′ noch vielleicht einer beträchtlirbesserung bedürfen.

se Methode, die Polhöhe aus zwey nahe in gleicher m Norden und Süden vom Zenithe culminirenden

Sternen zu bestimmen ist zuerst von Horrebow vorg…
gen worden. Sie ist, wie man sieht, von dem Fehler a d…
struments unabhängig, und setzt bloss die Kenntniss de…
renz der beyden, einander nahe gleichen Refraction…
dafür die genaue Kenntniss der beyden Poldistanzen v…
Der Fehler a kann dann zwar aus denselben Beobachtun…
funden werden, da die halben Differenzen der Gleich…
I, II und I, III geben

$$a = \tfrac{1}{2}(p' + p) - \tfrac{1}{2}(z' + z) - \tfrac{1}{2}(r' + r) \text{ oder}$$
$$a = -\tfrac{1}{2}(p'' - p) - \tfrac{1}{2}(z'' + z) - \tfrac{1}{2}(r'' + r),$$

aber nicht mit derselben Sicherheit, da hier die Ken…
der absoluten Refractionen und der Poldistanzen vor…
setzt wird.

Die Summe der Gleichungen II und III gibt

$$\psi = \tfrac{1}{2}(z'' + z') + \tfrac{1}{2}(p'' - p') + \tfrac{1}{2}(r'' + r) + a$$

eine zur Bestimmung von ψ nur dann vortheilhafte…
chung, wenn die beyden absoluten Refractionen un…
Fehler des Instrumentes genau bekannt sind. Hat man…
selben Stern über und unter dem Pole beobachtet, …
$p'' = p'$ und daher

$$\psi = \tfrac{1}{2}(z'' + z') + \tfrac{1}{2}(r'' + r) + a \ldots\ldots (B)$$

woraus man die Polhöhe des Beobachtungsortes ohne K…
niss der Poldistanzen der Sterne finden kann, wenn r r…
a genau bekannt ist.

4. §. Die Gleichungen (A) zeigen, dass man die P…
he unabhängig von dem Fehler a des Instrumentes fi…
wenn man zwey Sterne von bekannter Poldistanz au…
beyden entgegengesetzten Seiten des Zeniths beobachtet…
die Gleichung (B) zeigt, dass man die Polhöhe unabh…
von der Poldistanz des Sterns finden kann, wenn man…
selben Stern über und unter dem Pole beobachtet.

Um beyde Vortheile zu vereinigen, wird man dah…
nen dem Pole nahen Stern in seinen beyden Culminati…
und zwar sowohl in der gewöhnlichen senkrechten Lag…
Kreises, als auch in der um 180 im Azimute geänd…
Stellung desselben beobachten. Man hat nämlich, da …
die Umwendung des Kreises der Fehler a sein Zeichen…
dert, für die obere Culmination, wenn die geth…
Seite des Kreises z. B. gegen Ost gerichtet ist, oder

Kreis Ost . . . $\psi = z + a + r + p \ldots (1)$

West . . . $\psi = z' - a + r + p \ldots (2)$

ben so für die untere Culmination

Kreis Ost . . . $\psi = z'' + a + r' - p \ldots (3)$

West . . . $\psi = z''' - a + r' - p \ldots (4)$

)ie Summe dieser vier Gleichungen gibt

$$\psi = \tfrac{1}{4}(z''' + z'' + z' + z) + \tfrac{1}{2}(r' + r) \ldots (a)$$

ie Summe der 1. und 3., weniger der 2. und 4. Glei- g gibt

$$a = \tfrac{1}{4}(z''' - z'') + \tfrac{1}{4}(z' - z) \ldots\ldots (b)$$

urch die beyden letzten Gleichungen erhält man die n Werthe von ψ und a ohne Kenntniss der Poldistanz Gestirns, die vielmehr durch diese Gleichungen (1)... elbst gegeben wird. So gibt die Gleichung (1)

$$p = \psi - z - a - r,$$

wenn man die beyden vorhergehenden Werthe von ψ d a substituirt,

$$p = \tfrac{1}{2}(z'' - z) + \tfrac{1}{2}(r' - r),$$

nd eben so gibt die Gleichung (2)

$$p = \tfrac{1}{2}(z''' - z') + \tfrac{1}{2}(r' - r),$$

o im Mittel

$$p = \tfrac{1}{4}(z''' + z'') - \tfrac{1}{4}(z' + z) + \tfrac{1}{2}(r' - r) \ldots (c)$$

I. Diese Ausdrücke setzen voraus, dass alle vier Beob- ungen an einem einzigen Tag gemacht worden sind, il sonst die Werthe von r in (1) und (2) so wie die von n (3) und (4) wegen der Constitution der Atmosphäre und Werthe von p wegen der Präcession u. f. an verschiedenen gen auch verschiedene Werthe erhalten würden. Es wird er vortheilhafter seyn, die einzelnen Beobachtungen eines en Tages für sich zu reduciren, und die Resultate dieser luctionen zur Bestimmung von ψ sowohl, als auch von ren Elementen der Rechnung zu benützen. Nehmen wir 1 an, dass nebst der gesuchten Äquatorhöhe ψ auch noch der Rechnung zu Grunde gelegte Poldistanz p sowohl die mittlere Refraction r einer kleinen Verbesserung be- fen. Sey der wahre Werth der Poldistanz gleich $p + dp$, d der der wahren Refraction $r + dr$. Nimmt man bloss auf n vorzüglichsten Coefficienten der Refraction Rücksicht,

so ist (S. 110) $r = A.M.\mathrm{tg}\,z$, wo M der von dem Barom
und Thermometer abhängige Factor, oder wo

$$M = \frac{b}{B(1+mt)^n}\ (\text{S. } 109),$$

und nahe $A = 58''$ ist. Nehmen wir diesen Coefficients
der mittleren Refraction um die Grösse dA zu klein an
ist die wahre Refraction gleich $(A + dA)\, M.\mathrm{tang}\,z$, und
her die Correction der den Rechnungen zu Grunde ge
mittleren Refraction $dA.M\,\mathrm{tang}\,z$.

Sind daher wieder z und z' die mit umgew
Kreise beobachteten Zenithdistanzen in der oberen,
z''' in der unteren Culmination, und setzt man der
wegen

$$N = \frac{\zeta + \zeta'}{2} + r + p, \text{ und}$$

$$N' = \frac{\zeta'' + \zeta'''}{2} + r' - p',$$

wo r und p die den Rechnungen zu Grunde gelegte
tion und Poldistanz in der oberen, und r', p' in der
Culmination sind, so hat man

$$\varphi = N + dp + M\ \mathrm{tg}\,z\,.\,dA, \text{ und}$$

$$\varphi = N' - dp + M'\ \mathrm{tg}\,z'\,.\,dA,$$

also auch, wenn man beyde Werthe von φ einander
setzt,

$$0 = N - N' + 2dp + (M\ \mathrm{tg}\,z - M'\ \mathrm{tg}\,z')\,.\,dA,$$

und dieses ist eine der Bedingungsgleichungen, welche
für jede doppelte Beobachtung der oberen und unteren
mination findet, und aus denen man dann durch d
kannte Verfahren die gesuchten Correctionen dp un
der mittleren Poldistanz und der mittleren Refracti
wie die wahre Äquatorhöhe φ ableiten wird.

Um dieses durch ein Beyspiel deutlich zu mac
wollen wir folgende Beobachtungen des Polarsternes
Wien wählen:

18[illegible]	Kreis	Zenithdistanz	Mittel	Refraction	Poldistanz	
Obere Culmination						
Dec. 5	Ost	40° 11′ 11.″3	40° 10′ 37.″1	51.″7	1° 35′ 55.″0	41° 47′ 23.″8 = A
	West	10 2.9				
7	Ost	40 11 10.6	40 10 36.3	53.1	54.5	23.9
	West	10 2.0				
10	Ost	40 11 12.45	40 10 38.2	51.8	53.7	23.7
	West	10 3.95				
Untere Culmination						
Dec. 5	Ost	43 22 57.6	43 22 23.4	58.0	1 35 54.8	41 47 26.6 = A′
	West	21 49.2				
7	Ost	43 22 57.02	43 22 22.7	58.7	54.6	26.8
	West	21 48.38				
10	Ost	43 22 56.7	43 22 22.5	58.5	54.1	26.9
	West	21 48.3				

Die geringe Übereinstimmung der aus den oberen u den unteren Culminationen gefundenen Äquatorhöhen dass p oder A unrichtig angenommen wurde. Da ab Zenithdistanzen des Polarsternes in seinen beyden Culm nen nur wenig verschieden sind, so ist der Factor (M M′ tg z′) des letzten Gliedes unserer Bedingungsgleich sehr klein, und dieser Stern daher zur Bestimmung v nicht geschickt, da man zu dieser Absicht einen a Stern wählen müsste, der in seiner oberen Culminatio durch das Zenith und in seiner unteren nahe durc Horizont geht.

Unsere Bedingungsgleichung ist daher

$$o = N - N' + 2dp,$$

das heisst, wenn man die Differenzen der 1.4, der 2. der 3.6 Beobachtung nimmt,

$$o = -2.8 + 2dp$$
$$o = -2.9 + 2dp$$
$$o = -3.2 + 2dp.$$

Im Mittel aus allen drey Beobachtungspaaren

$$o = -2.966 + 2dp,$$
$$\text{oder } dp = +1.''48.$$

Die angenommene mittlere Poldistanz des Sterne daher um 1.″48 vergrössert werden, und dann sir Werthe der h seyn, den Fehler a des Instrumentes auch unabhängig dieser Gleichzeitigkeit der Beobachtungen zu erhalten. Zu diesem Zwecke wird man die Zenithdistanzen eines dem nahen Sternes unmittelbar auf einander in beyden Lagen Kreises beobachten. Ist dann dt die gegebene halbe Zwischenzeit dieser zwey Beobachtungen, und dz die gesuchte rung der Zenithdistanz in dieser Zeit dt, und endlich

$$m = \frac{\text{Sin } p \text{ Sin } \varphi}{\text{Sin } z} \cdot \text{Sin } t,$$

die Äquatorhöhe und t der Stundenwinkel des Sternes o hat man (S. 49)

$= 900\, m . dt + \frac{1}{2}(900)^2 (m \text{ Cotg } t - m^2 \text{ Cotg } z) \text{ Sin } 1.'' dt^2,$

dt in Zeitminuten, und dz in Raumsecunden ausgedrückt ist. Dieser Werth von dz an die beyden beobachteten Zenithdistanzen mit verkehrten Zeichen angebracht, gibt gleichzeitige Zenithdistanzen, deren halbe Differenz daher der gesuchte Collimationsfehler ist. Steht der Stern nahe am Pol, so wird man, wenn anders die Zwischenzeit dt nicht zu gross ist, das zweyte in dt^2 multiplicirte Glied der Reduction dz immer weglassen können.

Ex. Den 22. August 1821 wurden in Wien folgende Zenithdistanzen des Polarsternes beobachtet.

	Sternzeit.	Beobacht. Zenithdistanz.
Kreis Ost:	18ʰ 57′ 11.″2	40° 0′ 39.″0
	58 1.3	40 0 17.0
	58 48.5	39 59 54.5
Kreis West:	19 1 23.9	43 34 23.0
	2 31.1	43 33 52.0
	3 20.3	43 33 30.0

Die Änderung der Zenithdistanz in einer Zeitminute ist dem Vorhergehenden

$$dZ = 900 \frac{\text{Sin } p \text{ Sin } \varphi}{\text{Sin } z} \cdot \text{Sin } t,$$

ar aber p = 1° 38′, und wenn wir alle Beobachtungen das Mittel T = 19ʰ 0′ 12.″7 aller sechs Beobachtungs- reduciren, so ist

T =	19ʰ 0′ 12.″7
scheinbare Rectascension	0 57 38.5
Stundenwinkel t =	18ʰ 2′ 34.″2

also auch dZ = — 25.″6.

Die Differenz der ersten Beobachtungszeit von

$$0^h\ 3'\ 1.''5 = 3.'025, \text{ und}$$

$$3.025\, dZ = -77.''4,$$

und diese letzte Grösse von der ersten beobachtete distanz abgezogen, gibt

$$39°\ 59'\ 21.''6$$

für die Zenithdistanz, welche man zur Zeit T b haben würde. Behandelt man eben so alle sechs tungen, so erhält man

die Zenithdistanz für die Zeit T

Kreis Ost:	39°	59'	21.''6	Mittel: 39° 59' 2(
			20.9	
			18.6	
Kreis West:	43°	34'	53.''4	Mittel: 43° 34' 51
			51.1	
			50.0	

Die halbe Summe dieser Mittel gibt die wahr distanz für die Zeit T der Mitte

$$\frac{z'+z}{2} = 41°\ 47'\ 5.''935,$$

und ihre halbe Differenz gibt den gesuchten Colli fehler des Instrumentes

$$\frac{z'-z}{2} = 1°\ 47'\ 45.''565,$$

Differenz jeder dieser zwey Beobachtungszeiten
Mittel T ist

$2' \; 12.''4 = 2'.207$, und wie zuvor
$dZ = -25.''6$, also auch
$2.207 \, dZ = -56.''5$,

er

$40^\circ \; 0' \; 16.''8$	$43^\circ \; 33' \; 55.''0$
-56.5	$+56.5$
$39^\circ \; 59' \; 20.''3$	$z' = 43^\circ \; 34' \; 51.''5$

der

$$\frac{z'+z}{2} = 41^\circ \; 47' \; 5.''9, \text{ und}$$

$$\frac{z'-z}{2} = 1^\circ \; 47' \; 45.''6 \text{ wie zuvor.}$$

Da die Zenithdistanz z von t abhängt, wie die ng $\mathrm{Cos}\, z = \mathrm{Sin}\, \psi \, \mathrm{Sin}\, p \, \mathrm{Cos}\, t + \mathrm{Cos}\, \psi \, \mathrm{Cos}\, p$ zeigt, so an für den Polarstern eine kleine Tafel entwerfen, welche die Änderung dZ der Zenithdistanz für eine ute mit dem blossen Argumente t gibt, in welcher gleich auf die kleine Änderung von p für mehrere ücksicht genommen werden kann.

Ist man von der Beständigkeit dieses Collimations- durch längere Zeit versichert, so kann man mehrere auch auf beyden Seiten des Zeniths, durch einige und dann in den folgenden Tagen wieder dieselben mit umgewendetem Instrumente im Meridian beob- wo dann die halbe Differenz der Mittel beyder tungsarten desselben Sternes immer einen mittleren des Collimationsfehlers für die Periode dieser Beob- en gibt.

. Wie man in II. den Collimationsfehler des Instru- in Beziehung auf das Zenith, oder wie man den n Zenithpunct des Instrumentes durch Beobach- derselben Culminationen eines Sternes, aber mit ndetem Instrumente, gefunden hat, so kann man ohne das Instrument umzukehren, durch Beobach- der Zenithdistanzen desselben Circumpolarsternes in oberen und unteren Culmination, den wahren Pol- des Instrumentes bestimmen. Bringt man dann die-

sen Collimationsfehler des Instrumentes in Beziehung
den Pol an die beobachteten oberen und unteren Culminati
mit verkehrten Zeichen an, so erhält man sofort die wa
Poldistanzen der beobachteten Gestirne. Dass man in II.
III. die beobachteten Zenithdistanzen zuerst von der Re
tion befreyen muss, ist für sich klar, so wie, dass ma
wahre Polhöhe durch das Verfahren in II., aber nicht d
das in III. erhalten kann.

6. §. Um die mittägige Zenithdistanz, und also auch
daraus folgende Polhöhe mit grösserer Schärfe zu erha
beobachtet mán das Gestirn mehr als einmal nahe
und nach der Zeit seiner Culmination. Da aber diese B
achtungen nur in der Nähe des Meridians, nicht im
Meridian selbst gemacht werden können, so müssen sie
erst alle auf den Meridian, oder auf die eigentlich
Zenithdistanz reducirt werden.

Man könnte diese Reduction dz einer in der N
Culmination beobachteten Zenithdistanz auf die mi
Zenithdistanz unmittelbar durch die Seite 49 gegebene
wicklung finden. Setzt man nämlich a.a.O. den Stu
winkel t = o, so ist auch m = o und

$$n = \frac{\text{Sin}\, p\, \text{Sin}\, \psi}{\text{Sin}\, z},$$

und daher die gesuchte Reduction

$$\omega=(a-b)+\frac{(a-b)^2\,tg\,a}{1.2}-\frac{(a-b)^3}{1.2.3}-\frac{(a-b)^4\,tg\,a}{1.2.3.4}$$
$$+\frac{(a-b)^5}{1.2.3.4.5}+\frac{(a-b)^6\,tg\,a}{1.2.3.4.5.6}-,$$

und wenn man diese Reihe umkehrt,

$$a-b=\omega-\frac{\omega^2}{1.2}tg\,a+\frac{\omega^3}{1.2.3}(1+3\,tg^2 a)-\frac{\omega^4}{1.2.3.4}(9\,tg\,a+15\,tg^3 a)$$
$$+\frac{\omega^5}{1.2.3.4.5}(105\,tg^4 a+90\,tg^2 a+9)$$
$$-\frac{\omega^6}{1.2.3.4.5.6}(945\,tg^5 a+1050\,tg^3 a+225\,tg\,a)+.$$

Es ist aber überhaupt

$$\operatorname{Cos} z=\operatorname{Cos} p\operatorname{Cos}\psi+\operatorname{Sin} p\operatorname{Sin}\psi\operatorname{Cos} t.$$

Ist nun z' und p' die Zenith- und Poldistanz des Sternes im Mittag, und $z'-z=dz$, also auch $z=p'-\psi-dz$, so wird die vorhergehende Gleichung

$$\operatorname{Cos}(p'-\psi-dz)=\operatorname{Cos} p\operatorname{Cos}\psi+\operatorname{Sin} p\operatorname{Sin}\psi\operatorname{Cos} t,$$

oder auch

$$\operatorname{Cos}(p'-\psi-dz)=\operatorname{Cos}(p-\psi)-2\operatorname{Sin} p\operatorname{Sin}\psi\operatorname{Sin}^2\frac{t}{2},$$

oder endlich $$\frac{\operatorname{Cos}(p-\psi)-\operatorname{Cos}(p'-\psi-dz)}{\operatorname{Sin}(p-\psi)}=2\frac{\operatorname{Sin} p\operatorname{Sin}\psi\operatorname{Sin}^2\frac{t}{2}}{\operatorname{Sin}(p-\psi)}.$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit dem vorhergehenden

$$\frac{\operatorname{Sin} a-\operatorname{Sin} b}{\operatorname{Cos} a}=\omega,$$

so erhält man

$$a=90°-(p-\psi),\ b=90°-(p'-\psi-dz),\text{ und}$$
$$\omega=2\,n\operatorname{Sin}^2\frac{t}{2},\text{ wenn}$$
$$n=\frac{\operatorname{Sin} p\operatorname{Sin}\psi}{\operatorname{Sin}(p-\psi)}\text{ ist.}$$

Substituirt man diese Werthe in der oben entwickelten Reihe für $a-b$, so hat man

$$dz=p'-p-\frac{2\,n\operatorname{Sin}^2\frac{t}{2}}{\operatorname{Sin} 1''}+\frac{2\,n^2}{\operatorname{Sin} 1''}\operatorname{Cotg}(p-\psi)\operatorname{Sin}^4\frac{t}{2}$$
$$-\frac{4\,n^3}{\operatorname{Sin} 1''}(\tfrac{1}{3}+\operatorname{Cotg}^2(p-\psi)).\operatorname{Sin}^6\frac{t}{2}+,$$

und diess ist die gesuchte Reduction dz. Substituirt man ihr für $\mathrm{Sin}^2 \frac{t}{2}$ seinen Werth

$$\frac{dt^2}{4} - \frac{dt^4}{48} + \frac{dt^6}{1440} - $$

so erhält man die zuerst für dz gegebene Reihe wieder.

Dieser Ausdruck von dz gilt unmittelbar für Culminationen auf der Südseite des Zeniths. Auf der Nordseite w[...] man für obere Culminationen die Grösse z negativ, [...] für untere Culminationen z sowohl als p negativ setzen.

Lässt man aber die Grössen z und p immer pos[...] seyn, so hat man für Culminationen auf der Südseite [...] Zeniths

$$n = \frac{\mathrm{Sin}\, p\ \mathrm{Sin}\, \psi}{\mathrm{Sin}\,(p-\psi)},$$

$$dz = p' - p - \frac{2n}{\mathrm{Sin}\, 1''}\mathrm{Sin}^2 \frac{t}{2} + \frac{2n^2}{\mathrm{Sin}\, 1''}\mathrm{Cotg}\,(p-\psi).\, \mathrm{Sin}^4 \frac{t}{2},$$

für obere Culminationen

$$n = \frac{\mathrm{Sin}\, p\ \mathrm{Sin}\, \psi}{\mathrm{Sin}\,(\psi - p)},$$

$$dz = -\frac{2n}{\mathrm{Sin}\, 1''}\mathrm{Sin}^2 \frac{t}{2} - \frac{2n^2}{\mathrm{Sin}\, 1''}\mathrm{Cotg}\,(p-\psi)\, \mathrm{Sin}^4 \frac{t}{2},$$

und für untere Culminationen

$$n = \frac{\mathrm{Sin}\, p\ \mathrm{Sin}\, \psi}{\mathrm{Sin}\,(p+\psi)},$$

einem Fehler in den drey Grössen t, p und ψ ent-
Setzt man also

$$dz = -2\,\frac{\operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} \psi \operatorname{Sin}^2 \frac{t}{2}}{\operatorname{Sin}(p-\psi) \operatorname{Sin} 1''},$$

lt man für einen fehlerhaften Stundenwinkel

$$d^2 z = dz . dt . \operatorname{Cotg} \frac{t}{2},$$

e fehlerhafte Poldistanz

$$d^2 z = \frac{dz^2 . dp \operatorname{Sin} 1''}{2 \operatorname{Sin}^2 p \operatorname{Sin}^2 \frac{t}{2}},$$

r eine fehlerhafte vorausgesetzte Polhöhe

$$d^2 z = \frac{dz^2 . d\psi \operatorname{Sin} 1''}{2 \operatorname{Sin}^2 \psi \operatorname{Sin}^2 \frac{t}{2}}.$$

Man sieht daraus, dass man vorzüglich für eine gute
estimmung Sorge tragen muss, da Cotg $\frac{t}{2}$ sehr gross
en Fehler der Zeitbestimmung unschädlich zu machen,
man zu beyden Seiten des Meridians in nahe gleichen
nungen von demselben gleich viel Beobachtungen neh-
weil die Grösse Cotg $\frac{t}{2}$ nach der Culmination ihr
ändert. Solche Gestirne endlich, für welche p nahe
ψ ist, müssen ganz vermieden werden, weil für sie
en vorhergehenden Ausdrücken von $d^2 z$ gemein-
the Factor dz zu gross wird, aus welcher Ursache
berhaupt alle zu grossen Stundenwinkel vermieden
sollen.

Bey Fixsternen fällt das erste Glied $p' - p$ der Reduc-
g.

Stundenwinkel t jeder einzelnen Beobachtung sind
renz der Uhrzeit der Culmination (die also bekannt
ss), und der Uhrzeit der Beobachtung. Diess setzt
dass die Uhr zwischen zwey nächsten Culminationen
irnes genau vier und zwanzig Stunden gebe. Ist a
che Acceleration der Uhr in Secunden gegen die
Gestirnes (für Retardationen ist a negativ), so muss

Grösse x, also auch die mittägige Höhe $H + x$ bloss aus Differenz h von zwey Circummeridianhöhen und der renz t der beyden Uhrzeiten, und zwar ohne alle vorhende Zeitbestimmung. Will man sich auch noch von vorläufigen Kenntniss der Polhöhe (die man zur Berechnung A oder k brauchte) unabhängig machen, so wird aus den drey Gleichungen (I) die beyden Grössen θ und miniren, wodurch man erhält

$$x = \frac{(M' t' - M t)^2}{4 t t' (t' - t)(M' - M)} \quad . \; . \; . \; (III)$$

$M = t h'$ und $M' = t' h$ ist, und dieser Ausdruck enthält die Differenzen der beobachteten Höhen und der Uhr. Man wird ihn einfacher machen, wenn man, was er in der Gewalt des Beobachters steht, zwey der drey n gleich gross annimmt. Sind z. B. die beyden ersten n gleich gross, so ist

$$x = \frac{h'.\, t^2}{4 t' (t - t')}.$$

Man wird sogleich sehen, dass diese Ausdrücke, besonders für Circumpolarsterne, selbst bey beträchtlichen Stundenwinkeln noch sehr brauchbare Resultate geben, und es daher hinreichend ist, die Uhrzeit der Culmination beynahe zu kennen; eine Kenntniss, die man sich übrileicht durch die Beobachtungen selbst erwerben kann, man mit dem Instrumente das Gestirn so lange ver-, bis die Höhenänderungen desselben sehr klein werden. dieser Ursache wird diess Verfahren zu Breitenbestimmungen auf der See sehr anwendbar seyn.

Ex. I. Den 1. August 1803 wurden in Seeberg folgende hen des Mittelpunctes der Sonne genommen:

	Beob. Höhen	Uhrzeiten
I.	56° 51′ 59″.9	23h 44′ 3″
II.	57 1 9.6	49 13
III.	9 20.6	55 8
IV.	14 57.8	24 0 58
V.	18 8.8	6 51
VI.	17 8.1	18 20
VII.	12 13.2	24 57

Daraus wurde, nach der Methode des §. 6 die mittägige,

von Refraction und Parallaxe noch nicht befreyte Höh
Sonne gleich 57° 18′ 53″. 4 gefunden. (Mon. Corresp. V
Seite 13.)

Wendet man aber die Gleichung (II) auf je zwe
ser Beobachtungen an, so hat man, wenn die vorh
Äquatorhöhe $\psi = 39° 3'. 54''$ und die Poldistanz $p = 71° 4$
gesetzt wird, $A = 0.036262$, und damit gibt die Beobac

II. und VI.	III. und IV.
$t = 29.117$	$t = 5.833$
$h = 15.975$	$h = 5.620$
$k = 30.743$	$k = 1.234$
$x = 17.748$	$x = 9.518$

also mittägige Höhe

$$H + x = 57° 18' 54.''5 \quad - - \quad H + x = 57° 18' 51.''7$$

Wendet man aber auf dieselben Beobachtungen die
chung (III) an, so erhält man

	II. IV. VI.	III. IV. V.	I. IV. VII.
$M =$	187.64	51. 30	342. 10
$M' =$	401.86	65. 87	939. 27
$x =$	17.712	9.535	26.859
$H + x =$	57° 18′ 52.″3	- - 57° 18′ 52.″7	- - 57° 18′ 51.

Immer noch sehr brauchbare Resultate, besonder
Beobachtungen zur See (da die einzelnen Beobachtung
ler mit Sextanten oft zehn und mehr Secunden betragen)
schon die Stundenwinkel dieser Beobachtungen bis au
Zeitminuten gehen, und man daher die Uhrzeit des Mi
nur bis auf eine halbe Stunde zu kennen braucht.

Ex. II. An demselben Orte sind den 10. Jänner 1804
gende Beobachtungen des Polarsterns in der Nähe seiner
tern Culmination gemacht worden.

	Beob. Höhen	Uhrzeiten
I.	- - 49° 22′ 38″. 7	11ʰ 11′ 19″
II.	- - - - 17 49.1	11 41 44
III.	- - - - 15 32.7	12 1 48
IV.	- - - - 13 10.6	12 47 13
V.	- - - - 13 9.3	12 52 54
VI.	- - - - 13 26.0	13 9 4
VII.	- - - - 15 32.7	13 42 10
VIII.	- - - - 17 49.1	14 2 14
IX.	- - - - 22 38.7	14 32 39

Die Poldistanz des Sterns war $p = 1° 43' 50''$ und die vorläufige Äquatorhöhe $\psi = 39° 3' 54''$ und daher $A = -0.000953$. — Daraus wurde nach der Methode des §. 6 die mittägige Höhe des Polarsterns gleich $49° 13' 9''.3$ gefunden.

Die Gleichung (II) aber gibt

III. VII.	III. VI.
$h = 0$	-2.112
$k = 9.601$	-4.313
$x = 2.400$	-2.393
$H + x = 49° 13' 8''.7$ - -	$49° 13' 9''.1$.

Die Gleichung (III) endlich gibt

II. IV. VIII.	I. IV. IX.
$t = 65.483$	95.900
$t' = 140.500$	201.333
$h = -4.642$	-9.468
$h' = 0$	0
$x = -4.665$	-9.489
$H + x = 49° 13' 9''.4$ - -	$49° 13' 9''.4$.

also die Abweichungen von der wahren mittägigen Höhe $H+x = 49° 13' 9''.3$ sehr klein, obschon die Stundenwinkel bis $1^h 40'$ und ihre Differenzen bis $3^h 21'$ gehen. Es ist übrigens klar, dass man, wie die Gleichung (III) zeigt, solche Beobachtungen vermeiden muss, für welche die Zwischenzeiten zu klein, oder in welchen die Differenzen der Zeiten sich nahe wie die Differenzen der Höhen verhalten, weil in dem ersten Falle nahe $t' - t = 0$ und in dem zweyten $M' = M$ ist.

8. §. Ein dem vorhergehenden ähnliches Verfahren kann man endlich auch anwenden, um durch blosse beobachtete Differenzen der Azimute und der Höhen, ganz ohne Hülfe einer Uhr, die Polhöhe zu bestimmen. Sind nämlich die wieder in der Nähe der Culmination an dem Instrumente abgelesenen Azimute θ, $\theta + a$ und $\theta + a'$ und die dazu gehörenden Höhen H, $H+h$ und $H+h'$, und sind dieselben Grössen für den Meridian selbst $\theta + \alpha$ und $H+x$, so hat man

$$x = A\alpha^2$$
$$x - h = A(\alpha - a)^2$$
$$x - h' = A(\alpha - a')^2$$

wo $A = \frac{\operatorname{Sin}\psi \operatorname{Sin}(p-\psi)}{2 \operatorname{Sin} p} \operatorname{Sin} 1''$ für die Südseite des Ze

und für die Nordseite bey oberer Culmination

$$A = -\frac{\operatorname{Sin}\psi \operatorname{Sin}(p-\psi)}{2 \operatorname{Sin} p} \operatorname{Sin} 1''$$

und bey unterer Culmination

$$A = -\frac{\operatorname{Sin}\psi \operatorname{Sin}(p+\psi)}{2 \operatorname{Sin} p} \operatorname{Sin} 1'' \text{ ist.}$$

Hat man also z. B. nur zwey Beobachtungen, so f
man die Grösse x, von welcher die Polhöhe unmitt
abhängt, durch die Gleichung

$$x = \frac{(h+k)^2}{4k}, \text{ wo } k = A a^2 \text{ ist.}$$

Hat man aber drey Beobachtungen, so ist

$$x = \frac{(M'a' - Ma)^2}{4 a a' (a' - a)(M' - M)},$$

wo $M = a h'$ und $M' = a' h$ ist. Durch den letzten Aus
findet man die Polhöhe bloss durch die Differenzen d
dem Instrumente gelesenen Azimute und Höhen, ohne
Azimute und Höhen selbst, ohne die Lage des Meri
und ohne die Zeit des Mittags zu kennen.

9. §. Es wurde oben (§. 1) gezeigt, dass die Polhöh
sichersten aus Beobachtungen nahe an dem Meridian
leitet wird. Allein wenn die Poldistanz des Gestirns

Stundenwinkel 0^h 2^h 4^h 6^h

der Fehler $d\varphi$ seyn $0''.0$ $0''.2$ $0''.4$ $0''.5$,

d φ noch immer kleiner, als die nur zu gewöhnlichen bachtungsfehler selbst an unsern vorzüglichen Instrunten. Auch wird man den von einer nicht ganz genauen bestimmung entspringenden Fehler $d\varphi$ vermeiden kön-, wenn man auf der andern Seite des Meridians in glei-r Entfernung von ihm eine zweyte Beobachtung nimmt, welche Sin t dieselbe Grösse aber mit entgegengesetzten chen ist. Daraus folgt also, dass man die dem Pole nahen ne in jedem Puncte ihres Parallelkreises mit nahe glei-r Sicherheit zur Breitenbestimmung anwenden kann.

Sey also z die beobachtete, von dem Collimationsfeh- und der Refraction befreyte Zenithdistanz eines solchen ns, dessen scheinbare Poldistanz p und Stundenwinkel t , so findet man die Äquatorhöhe ψ aus den Gleichungen

$$\operatorname{tang} \alpha = \operatorname{tang} p \operatorname{Cos} t,$$

$$\operatorname{Cos}(\psi - \alpha) = \frac{\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} z}{\operatorname{Cos} p}.$$

Um die Berechnung dieser Ausdrücke durch Logarithmen mit sieben Decimalstellen zu vermeiden, kann man ψ eine Reihe entwickeln, die nach den Potenzen der kleinen Grösse p fortgeht. Zu diesem Zwecke sey $x = \psi - z$, so ist

$$\operatorname{Cos} z - \operatorname{Cos} p \operatorname{Cos}(z + x) - \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin}(z + x) \operatorname{Cos} t = 0.$$

Löst man in dieser Gleichung Sin (z+x) und Cos (z+x) , und setzt

$$\operatorname{Sin} x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \text{ und } \operatorname{Cos} x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}},$$

erhält man

$$\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + 2a \operatorname{tg} \frac{x}{2} = b,$$

glich $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = -a + \sqrt{a^2 + b^2}$

$$= -a + a\left(1 + \tfrac{1}{2}\frac{b}{a^2} - \tfrac{1}{8}\frac{b^2}{a^4} + \tfrac{1}{16}\frac{b^3}{a^6} - \ldots\right)$$

$$= \tfrac{1}{2}\frac{b}{a} - \tfrac{1}{8}\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{1}{a} + \tfrac{1}{16}\frac{b^3}{a^3}\cdot\frac{1}{a^2} - \ldots,$$

wo der Kürze wegen gesetzt wurde

$$a = \frac{\text{Cos}\,p\,\text{Sin}\,z - \text{Sin}\,p\,\text{Cos}\,z\,\text{Cos}\,t}{\text{Cos}\,z + \text{Cos}\,p\,\text{Cos}\,z + \text{Sin}\,p\,\text{Sin}\,z\,\text{Cos}\,t},$$

$$\text{und } b = \frac{\text{Sin}\,p\,\text{Sin}\,z\,\text{Cos}\,t - \text{Cos}\,z + \text{Cos}\,p\,\text{Cos}\,z}{\text{Cos}\,z + \text{Cos}\,p\,\text{Cos}\,z + \text{Sin}\,p\,\text{Sin}\,z\,\text{Cos}\,t}.$$

$$\text{Demnach ist } \tfrac{1}{2}\frac{b}{a} = \frac{\text{Sin}\,p\,\text{Sin}\,z\,\text{Cos}\,t - \text{Cos}\,z + \text{Cos}\,p\,\text{Cos}\,z}{2\,(\text{Cos}\,p\,\text{Sin}\,z - \text{Sin}\,p\,\text{Cos}\,z\,\text{Cos}\,t)}$$

$$= \tfrac{1}{2}\,\text{Sin}\,p\,\text{Cos}\,t + \tfrac{1}{4}\,\text{Sin}^2 p\,\text{Cotg}\,z\,(1 - 2\,\text{Sin}^2 t)$$

$$+ \tfrac{1}{8}\,\text{Sin}^3 p\,\text{Cos}\,t\,[\text{Cosec}^2 z - 2\,\text{Cotg}^2 z\,\text{Sin}^2 t],$$

wenn man die vierte und die höhern Potenzen von p nachlässigt; ferner

$$-\tfrac{1}{8}\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{1}{a} = -\tfrac{1}{8}[\text{Sin}^2 p\,\text{Cos}^2 t + \text{Sin}^3 p\,\text{Cos}\,t\,\text{Cotg}\,z(1 - 2\,\text{Sin}^2$$

$$\times [2\,\text{Cotg}\,z + \text{Sin}\,p\,\text{Cos}\,t\,(1 + 2\,\text{Cotg}^2 z)...]$$

$$= -\tfrac{1}{4}\,\text{Sin}^2 p\,\text{Cotg}\,z\,\text{Cos}^2 t$$

$$- \tfrac{1}{8}\,\text{Sin}^3 p\,[\text{Cos}^3 t + 2\,\text{Cotg}^2 z\,\text{Cos}\,t\,(2 - 3\,\text{Sin}^2 t)];$$

$$\text{und} + \tfrac{1}{16}\frac{b^3}{a^3}\cdot\frac{1}{a^3} = + \tfrac{1}{4}\,\text{Sin}^3 p\,\text{Cos}^3 t\,\text{Cotg}^2 z.$$

Addirt man diese Ausdrücke, so erhält man

$$\text{tg}\,\frac{x}{2} = \tfrac{1}{2}\,\text{Sin}\,p\,\text{Cos}\,t - \tfrac{1}{4}\,\text{Sin}^2 p\,\text{Sin}^2 t\,\text{Cotg}\,z,$$

$$+ \tfrac{1}{8}\,\text{Sin}^3 p\,\text{Cos}\,t\,(1 + \text{Sin}^2 t),$$

und daraus durch eine einfache Verwandlung

[redacted]

$$\text{Cotg}(\psi - x) = \frac{\text{Cotg}\,\psi + \text{tg}\,x}{1 - \text{Cotg}\,\psi\,\text{tg}\,x}$$

$$= \text{Cotg}\,\psi + \frac{x}{\text{Sin}^2\psi};$$

durch p^2 multiplicirt wird, so kann man die fol-
ieder der Entwicklung von Cotg z weglassen, wenn
er die vierten Potenzen von x oder p vernachlässigt.
er auch

$$\text{otg}\,z = \text{Cotg}\,\psi + \frac{p\,\text{Cos}\,t}{\text{Sin}^2\psi};$$

man diesen Werth von Cotg z in (A) substituirt,
nan

$$x = p\,\text{Cos}\,t - \tfrac{1}{2}p^2\,\text{Sin}^2 t\,\text{Cotg}\,\psi\,\text{Sin}\,1''$$
$$+ \tfrac{1}{3}p^3\,\text{Sin}^2 t\,\text{Cos}\,t\,\text{Sin}^2 1''$$
$$- \tfrac{1}{2}p^3\,\frac{\text{Sin}^2 t\,\text{Cos}\,t\,.\,\text{Sin}^2 1''}{\text{Sin}^2\psi}\;\ldots.(B)$$

an also eine Tafel, welche für jeden Werth von
me S der drey letzten Glieder dieser Gleichung
ist

$$\psi = z + x \text{ oder}$$
$$\psi = z + p\,\text{Cos}\,t + S.$$

Venn man mehrere auf einander folgende Zenith-
beobachtet, so wird man das Mittel derselben als
distanz ansehen können, welche zur Zeit der Mitte
achtungszeiten Statt hatte, vorausgesetzt, dass die
Beobachtungen nicht in zu grossen Intervallen auf
folgen, und dass man daher die Änderungen der
anzen den Änderungen der Zeit proportional an-
ann, eine Voraussetzung, die meistens in der Macht
chters stehen wird.
man aber auch weiter entfernte Beobachtungen ver-
der hat man diese Beobachtungen mit einem Mul-
skreise gemacht, so kann man so verfahren.
$z, z', z'' \ldots$ die beobachteten Zenithdistanzen und
ihre Stundenwinkel und N die Anzahl der Beobach-
Die arithmetischen Mittel dieser Grössen seyen

$$= \frac{z + z' + z'' + }{N} \text{ und } T = \frac{t + t' + t'' + }{N},$$

und endlich $\mathfrak{z}$ diejenige Zenithdistanz, welche zu dem B
T der Stundenwinkel oder zu der Mitte der sämmtlichen
obachtungszeiten gehört.

Ist dann $m = \frac{\text{Sin } p \text{ Sin } \psi}{\text{Sin } Z} . \text{Sin } T$ und $n = m \text{ Cotg } T$

so hat man (S. 49) für die erste Beobachtung

$$\mathfrak{z} = z + m(T - t) + (n - m^2 \text{ Cotg } z) \frac{(T - t)^2}{2} \text{Sin } 1'',$$

oder wenn man $T - t = \theta$ setzt,

$$\mathfrak{z} = z + m\theta + (n - m^2 \text{ Cotg } z) . \frac{\theta^2}{2} \text{Sin } 1'',$$

und eben so

$$\mathfrak{z} = z' + m\theta' + (n - m^2 \text{ Cotg } z) . \frac{\theta'^2}{2} \text{Sin } 1'',$$

$$\mathfrak{z} = z'' + m\theta'' + (n - m^2 \text{ Cotg } z) . \frac{\theta''^2}{2} \text{Sin } 1''$$

wo $\theta = T - t$, $\theta' = T - t'$, $\theta'' = T - t''$ ... oder wo θ, ...
die Unterschiede der einzelnen Beobachtungszeiten vom
Mittel aller dieser Zeiten sind.

Addirt man diese Gleichungen, und bemerkt man,
nach der Bedeutung der Grössen $\theta, \theta', \theta''$ . .

$$\theta + \theta' + \theta'' + \ldots = 0 \text{ ist},$$

so erhält man

$$N\mathfrak{z} = z + z' + z'' + \ldots$$

Sin 1''

[redacted]

$x = p \,\mathrm{Cos}\, t - \frac{1}{2} p^2 \,\mathrm{Sin}^2 t \,\mathrm{Cotg}\, z \,\mathrm{Sin}\, 1'' + \frac{1}{3} p^3 \,\mathrm{Sin}^2 t \,\mathrm{Cos}\, t \,.\, \mathrm{Sin}^2 1''$,

und man hat

$$\psi = z + x, \text{ wie zuvor.}$$

Allein in den meisten Fällen wird man, wie bereits oben erinnert wurde, $z = Z$ setzen können, weil die Grösse

$$(n - m^2 \,\mathrm{Cotg}\, z) \,.\, \Sigma \frac{2 \,\mathrm{Sin}^2 \frac{\theta}{2}}{\mathrm{Sin}\, 1''}$$

für dem Pole nahe Sterne sehr klein ist, wenn man nicht die Beobachtungszeiten zu unmässig ausdehnt.

Ex. Den 22. August 1821 wurde in Wien die von dem Collimationsfehler befreyte Zenithdistanz des Polarsterns $z = 41^\circ 47' 5''.9$ um $19^h\, 0'\, 12''.7$ Sternzeit beobachtet. Die scheinbare Rectascension des Sterns war $0^h 57' 10''.0$ und die scheinbare Poldistanz $p = 1^\circ 37' 40''$.

Es ist daher Stundenwinkel $t =$ Sternzeit — Rectascension $= 18^h 3' 2''.7$ oder $t = 270^\circ 45' 40''.5$. Mit dem genäherten Werthe $\psi = 41^\circ 47' 30''$ findet man

$$\begin{aligned} S = {} & \tfrac{1}{2} p^2 \,\mathrm{Sin}^2 t \,\mathrm{Cotg}\, \psi \,\mathrm{Sin}\, 1'' \\ & - \tfrac{1}{3} p^3 \,\mathrm{Sin}^2 t \,\mathrm{Cos}\, t \,\mathrm{Sin}^2 1'' \\ & + \tfrac{1}{2} p^3 \frac{\mathrm{Sin}^2 t \,\mathrm{Cos}\, t \,\mathrm{Sin}^2 1''}{\mathrm{Sin}^2 \psi}, \end{aligned}$$

oder $S = 93''.01$.

Wir haben daher $\psi = z + \text{Refr.} + p \,\mathrm{Cos}\, t - S$,

und es ist	$z =$	$41^\circ 47' 5''.90$
	Refr.	$+ \quad 34.30$
	$p \,\mathrm{Cos}\, t$	$+\, 1\ 17.98$
	S	$-\, 1\ 33.01$
	$\psi =$	$41^\circ 47' 25''.17$
gesuchte Polhöhe		$48\ 12\ 34.83.$

10. §. Die Polhöhe kann auch auf eine sehr einfache Art durch zwey Sterne gefunden werden, von welchen man gleich zu beyden Seiten des Meridians in gleichen, übrigens unbekannten Zenithdistanzen beobachtet. Seyen t und t' die Uhrzeiten der vor- und nachmittägigen Beobachtung des ersten Sterns, dessen Poldistanz p ist, und dieselben Grössen für den zweyten Stern τ, τ' und p'. Ist ferner T die Zeit

der Uhr zwischen zwey nächsten Culminationen der
sterne, so sind

$$s=(t'-t)\frac{180}{T}\ \text{und}\ s'=(\tau'-\tau)\frac{180}{T}$$

die Stundenwinkel der zwey beobachteten Sterne, und w
z die ihnen gemeinschaftliche, unbekannte Zenithdistanz
ser Sterne bezeichnet, so hat man

$$\text{Cos}\, z=\text{Cos}\,\psi\,\text{Cos}\,p+\text{Sin}\,\psi\,\text{Sin}\,p\,\text{Cos}\,s\ \text{und}$$
$$\text{Cos}\, z=\text{Cos}\,\psi\,\text{Cos}\,p'+\text{Sin}\,\psi\,\text{Sin}\,p'\,\text{Cos}\,s'.$$

Die Differenz dieser beyden Gleichungen gibt

$$\text{tg}\,\psi=\frac{\text{Cos}\,p'-\text{Cos}\,p}{\text{Sin}\,p\,\text{Cos}\,s-\text{Sin}\,p'\,\text{Cos}\,s'}.$$

Man sieht, dass diese Bestimmung der Polhöhe un
hängig ist von der Kenntniss der Refraction und des Co
mationsfehlers, dass aber die Poldistanzen der Sterne
nau bekannt, und überdiess sehr von einander verschie
seyn müssen, damit geringe Fehler in s oder p keinen n
theiligen Einfluss auf den gesuchten Werth von ψ äuss

11. §. Noch muss hier der Breitenbestimmung mit
des Mittagsrohres erwähnt werden. Vorausgesetzt, dass
Drehungsaxe dieses Instrumentes horizontal und dass
optische Axe des Rohres auf dieser Drehungsaxe senkr
ist, stelle man das Instrument so, dass die Drehungs
nahe in der Ebene des Meridians liege, und dass daher
Fernrohr einen Vertikalkreis beschreibe, der nahe durch
Ost- und Westpunct des Horizonts geht, also auch die Pa
lelkreise aller Sterne, die zwischen dem Äquator und d
Zenithe culminiren, zweymal durchschneide. (M. s. A
Nachr. Vol. III. und VI.)

Seyen T und T' die Uhrzeiten der Durchgänge ei
Sterns durch den senkrechten Faden des Rohres und τ,
ihre Correctionen zur Sternzeit, alle diese Grössen in G
den, Minuten und Secunden ausgedrückt. Ist dann a un
die scheinbare Rectascension und Poldistanz des Sterns,
sind die beyden Stundenwinkel desselben (die östlichen
gativ genommen) $t=T+\tau-a$ und $t'=T'+\tau'-a$. Die
vorausgesetzt, hat man für die beyden Beobachtungen

…chaftliche Cotangente des Azimuts den doppelten Aus-

$$\frac{\ldots\text{in p Sin}\,\varphi - \text{Cos p Cos}\,\varphi}{\text{Sin p Sin t}} = \frac{\text{Cos t}'\,\text{Sin p Sin}\,\varphi - \text{Cos p Cos}\,\varphi}{\text{Sin p Sin t}'},$$

…s sofort folgt

$$\text{tg}\,\varphi\,(\text{Cotg t} - \text{Cotg t}') = \frac{\text{Cotg p}}{\text{Sin t}} - \frac{\text{Cotg p}}{\text{Sin t}'},$$

$$\ldots\text{g}\,\varphi = \frac{\text{Cotg p}\,(\text{Sin t}' - \text{Sin t})}{\text{Sin}\,(\text{t}' - \text{t})}$$

$$= \frac{\text{Cotg p Cos}\,\frac{\text{t}'+\text{t}}{2}}{\text{Cos}\,\frac{\text{t}'-\text{t}}{2}}, \text{ od… auch}$$

$$\text{tg}\,\varphi = \frac{\text{Cotg p Cos}\,\tfrac{1}{2}(\text{T}'+\tau' \ldots -\tau - 2\,\text{a})}{\text{Cos}\,\tfrac{1}{2}(\text{T}'+\tau' \ldots -\tau)} \quad \ldots \quad (A)$$

…iese Gleichung gibt die ge… te Polhöhe.

Um zu sehen, welchen Ei… ss die Fehler von a, p, d τ auf die Bestimmung von φ haben, differentiire man Gleichung

$$\text{tg}\,\varphi = \frac{\text{Cotg p Cos}\,\frac{\text{t}'+\text{t}}{2}}{\text{Cos}\,\frac{\text{t}'-\text{t}}{2}}; \text{ so erhält man}$$

$$d\varphi = -d\,p\,\frac{\text{Cos}^2\varphi}{\text{Sin}^2\,p} \cdot \frac{\text{Cos}\,\frac{\text{t}'+\text{t}}{2}}{\text{Cos}\,\frac{\text{t}'-\text{t}}{2}}$$

$$-\tfrac{1}{2}\,d.(\text{t}'+\text{t})\,\text{Cos}^2\varphi\,\text{Cotg p}\,\frac{\text{Sin}\,\frac{\text{t}'+\text{t}}{2}}{\text{Cos}\,\frac{\text{t}'-\text{t}}{2}}$$

$$+\tfrac{1}{2}\,d.(\text{t}'-\text{t})\,\text{Cos}^2\varphi\,\frac{\text{Cotg p Cos}\,\frac{\text{t}'+\text{t}}{2}}{\text{Cos}\,\frac{\text{t}'-\text{t}}{2}} \cdot \text{tg}\,\frac{\text{t}'-\text{t}}{2}$$

$$= -d\,p\,\frac{\text{Cos}^2\varphi}{\text{Sin}^2\,p} \cdot \frac{\text{tg}\,\varphi}{\text{Cotg p}} - \tfrac{1}{2}\,d.(\text{t}'+\text{t})\,\text{Cos}^2\varphi\,\text{tg}\,\varphi\,\text{tg}\,\frac{\text{t}'+\text{t}}{2}$$

$$+\tfrac{1}{2}\,d.(\text{t}'-\text{t})\,\text{Cos}^2\varphi\,\text{tg}\,\varphi\,\text{tg}\,\frac{\text{t}'-\text{t}}{2}.$$

Es ist aber $d.(t'+t) = d\tau' + d\tau - 2da$,
und $d.(t'-t) = d\tau' - d\tau$;

demnach ist der Factor von $da = \frac{1}{2} \operatorname{Sin} 2\varphi \operatorname{tg} \frac{t'+t}{2}$,

der von $dp = -\frac{\operatorname{Sin} 2\varphi}{\operatorname{Sin} 2p}$,

der von $d\tau = -\frac{1}{4} \operatorname{Sin} 2\varphi \left(\operatorname{tg} \frac{t'+t}{2} + \operatorname{tg} \frac{t'-t}{2}\right)$

$$= -\frac{1}{4} \frac{\operatorname{Sin} 2\varphi \operatorname{Sin} t'}{\operatorname{Cos} \frac{t'+t}{2} \operatorname{Cos} \frac{t'-t}{2}} = -\frac{1}{2} \frac{\operatorname{Sin} 2\varphi \operatorname{Sin} t'}{\operatorname{Cos} t' + \operatorname{Cos} t}$$

endlich der von $d\tau' = -\frac{1}{4} \operatorname{Sin} 2\varphi \left(\operatorname{tg} \frac{t'+t}{2} - \operatorname{tg} \frac{t'-t}{2}\right)$

$$= -\frac{1}{2} \frac{\operatorname{Sin} 2\varphi \operatorname{Sin} t}{\operatorname{Cos} t' + \operatorname{Cos} t}.$$

Nimmt man alles diess zusammen, so ist

$$d\varphi = \frac{1}{2} da \operatorname{Sin} 2\varphi \operatorname{tg} \frac{t'+t}{2} - dp . \frac{\operatorname{Sin} 2\varphi}{\operatorname{Sin} 2p}$$

$$- \frac{1}{2} d\tau . \frac{\operatorname{Sin} 2\varphi \operatorname{Sin} t'}{\operatorname{Cos} t' + \operatorname{Cos} t} - \frac{1}{2} d\tau' . \frac{\operatorname{Sin} 2\varphi \operatorname{Sin} t}{\operatorname{Cos} t' + \operatorname{Cos} t} \,..$$

Setzt man voraus, dass das Instrument etwa bis auf [redacted] wenn die beyden Endcylinder der Axe ungleiche messer haben, oder wenn das Fernrohr oder die Axe kleinen Biegung ausgesetzt ist, nur muss dann an den den Tagen die Beobachtung mit umgekehrter Axe holt, und aus beyden Beobachtungen das Mittel der : φ genommen werden.

Beobachtet man zwey verschiedene Sterne, den einen und den andern westlich vom Meridian, so wird dem zweyten Theile der ersten der vorhergehenden ngen p' statt p setzen, wodurch man erhält

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\operatorname{Cotg} p \operatorname{Sin} t' - \operatorname{Cotg} p' \operatorname{Sin} t}{\operatorname{Sin}(t'-t)} \text{ oder}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\operatorname{Cotg} p \operatorname{Sin}(T'+\tau'-a') - \operatorname{Cotg} p' \operatorname{Sin}(T+\tau-a)}{\operatorname{Sin}((T'+\tau'-a')-(T+\tau-a))}$$

enn man also mit dem nahe senkrecht auf den Meridian stellten Mittagsrohre einen Stern auf der einen Seite idians beobachtet hat, kann man sogleich einen zwey- der andern Seite durchgehen lassen. Die Sternzeit T Zenithdistanz z dieser Sterne, die man zur Stellung res braucht, findet man aus den Gleichungen

$$-a) = \operatorname{Cotg}\varphi \operatorname{Cotg} p \text{ und } \operatorname{Cos}(T'-a') = \operatorname{Cotg}\varphi \operatorname{Cotg} p'$$

$$\operatorname{Cos} z = \frac{\operatorname{Cos} p}{\operatorname{Sin}\varphi}, \qquad \operatorname{Cos} z' = \frac{\operatorname{Cos} p'}{\operatorname{Sin}\varphi}.$$

bracht wird. Dreht man dann das Fernrohr im Hori
um 90°, so wird man damit, nach dem in (I) gezeigter
ren, auch die Polhöhe bestimmen, wo man, der grö
cherheit wegen, zwey Sternenpaare mit umgewen
tationsaxe des Fernrohrs beobachten kann. Ist das
stark genug, etwa von 18 Zoll Focallänge, so wird m
auch Vergleichungen des Mondes mit benachbarten
im Meridian und selbst Finsternisse beobachten, oder
graphische Länge des Beobachtungsortes bestimmen
daher ein solches kleines Mittagsfernrohr sich vorzü
astronomische Reisen eignet.

Auf Reisen oder auf der See, wo man den Stand oft nicht mit Genauigkeit kennt, und auch, ihn zu n, nicht immer Zeit und Gelegenheit hat, wird eine wünschenswerth, Zeit und Breite zugleich zu n. Die Auflösung dieser Aufgabe ist schwer, wenn ich die für die Schiffer nöthige Einfachheit und ben soll.

P der Pol des Äquators und Z das Zenith, und ist ter Stern in A und einige Zeit darauf ein anderer chtet worden, so soll man aus den beyden Zenith- $ZA = z$, $ZB = z'$ und der gegebenen Zwischenzeit en Beobachtungen die Äquatorhöhe $PZ = \phi$ und lenwinkel $ZPA = t$ des ersten Sterns zur Zeit der er- achtung finden.

p die gegebene scheinbare Rectascension und Pol- es ersten, und α' p' des zweyten Sterns, und T, T' hte Sternzeit der beyden Beobachtungen, so sind enwinkel der Sterne $T - \alpha = t$ und $T' - \alpha' = t'$, und ifferenz $t - t' = (\alpha' - \alpha) - (T' - T)$ ist eine be- rösse, da $\alpha' - \alpha$ bekannt und auch $T' - T$, oder eit der Zwischenzeit beyder Beobachtungen gege-

Seiten bekannt, also wird auch der Winkel Z A B u her auch ZAP = ZAB — PAB gefunden. Endlich s dem Dreyecke P Z A die beyden Seiten P A = p und Z und der eingeschlossene Winkel Z A P bekannt, also auch daraus der Winkel APZ = t und die Seite PZ = funden werden.

Allein diese Auflösung dreyer sphärischer Dreyec für die Ausübung beschwerlich. Wir wollen daher wie sich diese Betrachtungen durch die Analyse verein lassen. (Berl. Jahrb. 1812.)

Es ist, wenn z und z′ die beyden beobachteten Z distanzen sind,

$$\cos z = \cos p \cos \psi + \sin p \sin \psi \cos t \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$\cos z' = \cos p' \cos \psi + \sin p' \sin \psi \cos (t - \theta) \quad . \quad (2)$$

Aber es ist auch

$$(\cos p \cos \psi + \sin p \sin \psi \cos t)^2$$
$$+ (\sin p \cos \psi - \cos p \sin \psi \cos t)^2$$
$$= \cos^2 \psi + \sin^2 \psi \cos^2 t,$$

und daher wird die Gleichung (1)

$$(\sin p \cos \psi - \cos p \sin \psi \cos t)^2 + \sin^2 \psi \sin^2 t - \sin^2 \ldots$$

Ist also $\cos c = \dfrac{\sin p \cos \psi - \cos p \sin \psi \cos t}{\sin z}$, so i

$$\sin t \sin \psi = \sin z \sin c,$$

und wenn man in der vorletzten Gleichung den Werth

$$\frac{\cos z - \cos p \cos \psi}{\sin p \cos t}$$

für $\sin \psi$ aus (1) substituirt, oder auch, wenn man in selben Gleichung den Werth

$$\frac{\cos z - \sin p \sin \psi \cos t}{\cos p}$$

für $\cos \psi$ substituirt, so erhält man

$$\cos \psi = \cos p \cos z + \sin p \sin z \cos c \text{ oder}$$
$$\cos t \sin \psi = \sin p \cos z - \cos p \sin z \cos c.$$

Die Gleichung (2) gibt ferner

$$\cos z' = \cos p' \cos \psi + \cos \theta \sin p' \sin \psi \cos t$$
$$+ \sin \theta \sin p' \sin \psi \sin t$$

und, wenn man in dieser Gleichung die vorhergeben Werthe von $\cos \psi$, $\cos t \sin \psi$ und $\sin t \sin \psi$ substituirt,

$$\text{tg a} = \frac{\text{Sin}\,\theta\,\text{Sin p}'}{\text{Sin p Cos p}' - \text{Cos p Sin p}'\,\text{Cos}\,\theta} \cdot \cdot \cdot (3)$$

hält man

Cos z Cos p Cos p' — Cos z Cos θ Sin p Sin p'
Sin z Sin θ Sin p' (Cos c Cotg a + Sin c).

an daher a — c = b, so ist

$$\frac{\text{Sin a (Cos z}' - \text{Cos z Cos p Cos p}' - \text{Cos z Cos}\,\theta\,\text{Sin p Sin p}')}{\text{Sin z Sin}\,\theta\,\text{Sin p}'} \quad (4)$$

n aber so die Werthe von a und b gefunden, so auch c = a — b, und sonach t durch die Glei-

$$\text{tg t} = \frac{\text{Sin z Sin c}}{\text{Sin p Cos z} - \text{Cos p Sin z Cos c}} \cdot \cdot \cdot (5)$$

= α + t oder die Sternzeit der ersten Beobachtung mit der Uhrzeit dieser Beobachtung verglichen, en Stand der Uhr gibt. Die Äquatorhöhe ψ end- nan durch die Gleichung

$$\frac{\text{Sin t}}{\text{Sin z Sin c}}\,(\text{Cos p Cos z} + \text{Sin p Sin z Cos c}). \; . \; .(6)$$

eichungen (3) bis (6) enthalten die Auflösung un- be. Man kann sie durch Einführung dreyer Hülfs- , C etwas bequemer machen.

sey $\text{tg A} = \frac{\text{Cotg p}'}{\text{Cos}\,\theta}$,

$$\text{tg a} = -\frac{\text{Cos A tg}\,\theta}{\text{Cos (A + p)}},$$

$$\text{tg C} = \frac{\text{Sin A Cos z}'}{\text{Cos z Cos p}'\,\text{Sin (A + p)}},$$

$$\text{b} = \frac{\text{Cos a Cotg z Sin (45}^\circ - \text{C)}\,.\,\sqrt{2}}{\text{Cos C Cotg (A + p)}},$$

$$\text{B} = \frac{\text{Cotg z}}{\text{Cos (a — b)}},$$

n

$$\text{tg t} = \frac{\text{Sin B tg (a — b)}}{\text{Sin (p — B)}},$$

$\text{tg}\,\psi = \text{Cos t . Cotang (p — B)}.$

809 den 17. May wurde in Göttingen beobachtet:

	Uhrzeit	Zenithdistanz	
α Bootis	$16^h\ 8'\ 25''$	$39°\ 55'\ 0''$	im Westen vom
α Aquilae	16 37 49	56 25 0	im Osten vom

$$39°\ 55'\ 0'' \qquad 56°\ 25'\ 0''$$
$$\text{Collfr.} + 32.5 \qquad + 32.5$$
$$\text{Refr.} + 48.8 \qquad + 1\ 27.5$$
$$z = 39°\ 56'\ 21''.3 \qquad z' = 56°\ 27'\ 0''.0$$

Für die scheinbaren Orte beyder Sterne hat m

$$\alpha = 211°\ 44'\ 54''.88 \qquad p = 69°\ 49'\ 3''.98$$
$$\alpha' = 295\ 22\ 17.50 \qquad p' = 81\ 37\ 24.55$$
$$T' - T = 0^h\ 29'\ 24'' = 7°\ 21'\ 0''$$
$$\theta = 76°\ 16'\ 22''.62.$$

Wir haben daher

$$A = 31°\ 49'\ 14''.13$$
$$a = 86\ 40\ 51.11$$
$$b = 56\ 2\ 46.29$$
$$B = 35\ 46\ 13.27$$
$$t = 31\ 43\ 42.45$$
$$T = t + \alpha = 16^h\ 13'\ 54.49$$
$$\text{Uhrzeit}\ 16\ 8\ 25$$
$$\text{Corr. der Uhr}\ x = +\ 5'\ 29''.49$$

[redacted]

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{Cos}\tfrac{1}{2}t &= \sqrt{\frac{\mathrm{Sin}\frac{p+x+z}{2}\,\mathrm{Sin}\frac{p+x-z}{2}}{\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Sin}\,x}}\\ \mathrm{Cos}\tfrac{1}{2}t' &= \sqrt{\frac{\mathrm{Sin}\frac{p'+x+z'}{2}\,\mathrm{Sin}\frac{p'+x-z'}{2}}{\mathrm{Sin}\,p'\,\mathrm{Sin}\,x}}\end{aligned}\right\}.$$

Wär x gut gewählt, so ist

$$T = \alpha + t = \alpha + t' + \theta \text{ und}$$
$$T' = \alpha' + t' = \alpha' + t - \theta,$$

, wie zuvor, $\theta = (\alpha' - \alpha) - (T' - T)$ eine bekannte Grös-
ist.

Ist aber x fehlerhaft, so werden auch diese beyden für
und T' gegebenen Ausdrücke nicht gleich seyn. Man su-
dann, nur in Minuten, die Azimute ω, ω' aus den
ichungen

$$\mathrm{Sin}\,\omega = \frac{\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Sin}\,t}{\mathrm{Sin}\,z}, \qquad \mathrm{Sin}\,\omega' = \frac{\mathrm{Sin}\,p'\,\mathrm{Sin}\,t'}{\mathrm{Sin}\,z'} \text{ und}$$

$$A = \frac{\mathrm{Cotg}\,\omega}{\mathrm{Sin}\,x}, \qquad A' = \frac{\mathrm{Cotg}\,\omega'}{\mathrm{Sin}\,x}.$$

Ist dann dx der gesuchte Fehler in dem oben angenom-
Werthe von x, so ist

$$dt = A\,dx \text{ und } dt' = A'\,dx$$

daher die verbesserten Werthe von T und T'

$$T = \alpha + t + A\,dx = \alpha + t' + \theta + A'\,dx \text{ und}$$
$$T' = \alpha' + t' + A'dx = \alpha' + t - \theta + A\,dx,$$

aus beyden folgt

$$dx = \frac{t' - t + \theta}{A - A'},$$

auch die wahre Äquatorhöhe $\psi = x + dx$.

Ex. Für das vorhergehende Beyspiel hat man, wenn
$x = 38° 28' 10''$ setzt,

$$t = 31° 44' 3''.34 \text{ und } t' = -44° 32' 57''.02;$$
$$\text{aber } \omega = 50° 15'.9 \qquad \omega' = -56° 23'.09$$
$$A = 1.3362 \qquad A' = -1.0686$$

$$\text{also } dx = -\frac{37.74}{2.4048} = -15''.693,$$

e Äquatorhöhe $\psi = x + dx = 38° 27' 54''.3$, wie zuvor.

Weiter ist

$$T = 243°\,28'\,37''.25 = 16^h\,13'\,54''.48$$
Uhrzeit $16\;\;8\;25.\,0$

Corr. der Uhr gegen Sternzeit $+\;\;5\;29.48$

oder $T' = 250°\,49'\,37''.25 = 16^h\,43'\,18''.48$

Uhrzeit $16\;37\;49.\,0$

Corr. der Uhr $+\;\;5\;29.48$ wie

Hätte man anfangs die hypothetische Äquat
$x = 38°\,18'\,0''$ also gegen 10 Minuten zu klein angenomm
hätte man gefunden

$t = 31°\,30'\,20''$	$t' = -44°\,22'\;\;0''$
$\omega = 49\;\;49\;\;18$	$\omega' = -56\;\;\;6\;\;23$
$A = 1.36245$	$A' = -1.08395$

$$dx = \frac{t' - t + \theta}{A - A'} = \frac{1442.62}{2.44640} = 589.''7 = 0°\,9'$$

also wahre Äquatorhöhe $\psi = x + dx = 38°\,27'\,49''.7$ nur
5″ zu klein.

$T = \alpha + t + A\,dx = 243°\,28'\,38''.3 = 16^h\,13'\,54''.5$

Uhrzeit $16\;\;8\;\;25.\,0$

Corr. der Uhr $+\;\;5\;\;29.\,5$ wie

Sollte aber, bey einem anfangs zu fehlerhaft an
menen Werthe zon x, der gefundene Werth von ψ
nem x zu verschieden seyn, so würde man die Re
mit diesem neuen verbesserten Werthe von x wieder

3. §. Setzt man die Poldistanzen p und p′ ei
gleich, oder beobachtet man denselben Stern zw
so hat man, wenn man die beyden Gleichungen

$$\cos z = \cos p \cos \psi + \sin p \sin \psi \cos t$$
$$\cos z' = \cos p \cos \psi + \sin p \sin \psi \cos t'$$

subtrahirt, folgenden Ausdruck

$$\sin \tfrac{1}{2}(t' + t) \sin \tfrac{1}{2}(t' - t) = \frac{\sin \frac{1}{2}(z' + z) \sin \frac{1}{2}(z' - z)}{\sin p \sin \psi}\;.$$

Liegen die beyden Zenithdistanzen auf derselbe
auf entgegengesetzten Seiten des Meridians, so ist im
Falle $\frac{1}{2}(t' - t)$ und im zweyten $\frac{1}{2}(t' + t)$, nämlich di
Zwischenzeit der Beobachtungen, bekannt, also wi
auch in beyden Fällen aus der Gleichung (I) die
t sowohl als t′ finden, wenn ψ bekannt ist.

an aber für ψ nur einen genäherten Werth ange-
o werden auch die Werthe von t und t' nicht der
gemäss seyn; allein die erste der beyden vorher-
Gleichungen gibt

$$—\psi) = \mathrm{Cos}\, z + 2\, \mathrm{Sin}\, p\, \mathrm{Sin}\, \psi\, \mathrm{Sin}^2 \frac{t}{2},$$

folgt, dass, wenn die erste Zenithdistanz z nahe
eridian genommen wurde, also t nur klein ist,
von ψ das letzte Glied dieser Gleichung nur un-
dern wird, und dass man daher, des oben erwähn-
gen Werthes von ψ und t ungeachtet, doch die wah-
höhe ψ' nahe genug aus der Gleichung finden wird

$$\left.\begin{array}{l} —\psi') = \mathrm{Cos}\, z + 2\, \mathrm{Sin}\, p\, \mathrm{Sin}\, \psi\, \mathrm{Sin}^2 \frac{t}{2} \\ \text{us} \\ —\psi') = \mathrm{Cos}\, z' + 2\, \mathrm{Sin}\, p\, \mathrm{Sin}\, \psi\, \mathrm{Sin}^2 \frac{t'}{2} \end{array}\right\} \ldots (\mathrm{II})$$

weyte Zenithdistanz z' nahe an dem Meridian ge-
orden ist. Kennt man aber so den wahren Werth
wird man ihn statt ψ in der Gleichung (I) substi-
l dadurch auch die Zeitbestimmung, oder die
t und t' verbessern.

Uhrzeit	Z. D. Mittelp. der Sonne
$^h5' 12''$	$z = 27° 38' 10''.2$
21 30	$z' = 48\ 36\ 40\ .5$

Beobachtungen wurden auf der Westseite des
und die erste nahe an demselben gemacht. Die
Poldistanz ist $p = 69° 24' 32''$ und die angenomme-
höhe $\psi = 41° 50'$.

also $\frac{t'-t}{2} = 1^h 38' 9'' = 24° 32' 15''$

$$\log \frac{\mathrm{Sin}\, \frac{1}{2}(z'+z)\, \mathrm{Sin}\, \frac{1}{2}(z'-z)}{\mathrm{Sin}\, p\, \mathrm{Sin}\, \frac{1}{2}(t'-t)} = 9.4609838$$

$$\log \mathrm{Sin}\, \psi = 9.8241037$$

$$\log \mathrm{Sin}\, \frac{t'+t}{2} = 9.6368801$$

$$\text{also } \frac{t'+t}{2} = 25^\circ\, 40'\, 58''.7$$

$$\text{es war } \frac{t'-t}{2} = \underline{24\ \ 32\ \ 15.0}$$

$$\text{also } t = \ \ 1\ \ 8.43.7$$

Damit gibt die Gleichung (II)

$$2 \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} \psi \operatorname{Sin}^2 \frac{t}{2} = 0.0001248$$

$$\operatorname{Cos} z = \underline{0.8859110}$$

$$\operatorname{Cos}(p-\psi') = 0.8860358$$

$$p-\psi' = 27^\circ\, 37'\, 14''.6$$

$$p = \underline{69\ \ 24\ \ 32.0}$$

$$\text{verbesserte Äquatorhöhe } \psi' = 41\ \ 47\ \ 17.4$$

Geht man mit diesem Werthe von ψ' wieder
chung (I) zurück, so ist

$$\text{wie zuvor, } 9.4609838$$

$$\log \operatorname{Sin} \psi' = \underline{9.8237210}$$

$$\operatorname{Sin} \frac{t'+t}{2} = 9.6372628$$

$$\frac{t'+t}{2} = 25^\circ\, 42'\, 26''.1$$

$$\frac{t'-t}{2} = \underline{24\ \ 32\ \ 15.0}$$

[redacted]

n Beobachtungen (die, wie die Gleichung (1) zeigt, werden müssen) die Poldistanzen in beyden Beobn gleich setzt, so kann dadurch die gesuchte Äquar oft beträchtlich fehlerhaft werden. Es scheint daieite 202 gegebene Verfahren, aus zwey oder drey in : des Meridians genommenen Zenithdistanzen, unabeynahe von allen andern Vorkenntnissen, die Breite mmen, für Seefahrer vorzüglich empfehlungswerth Wie man aber, wenn die Breite bekannt ist, die st durch eine einzelne Zenithdistanz in der Nähe n Vertikalkreises finden kann, ist aus dem Vorhern Seite 170 bekannt.

rigens würde es nicht schwer seyn, auch auf die e Änderung der Poldistanz der Sonne Rücksicht zu

.

ltiplicirt man nämlich von den beyden anfänglichen ngen des §. 3, nachdem man in der zweyten p' statt t hat, die erste durch Sin p' und die zweyte durch gibt ihre Differenz

$$s\,z \text{ Sin } p' - \text{Cos } z' \text{ Sin } p = \text{Cos } \psi \text{ Sin } (p' - p)$$
$$+ \text{Sin } p \text{ Sin } p' \text{ Sin } \psi (\text{Cos } t - \text{Cos } t').$$

:t man in dem ersten Gliede dieser Gleichung

$$p' = \text{Cos } z \text{ Sin } (p + p' - p) = \text{Cos } z \text{ Sin } p \text{ Cos } (p' - p)$$
$$\text{Cos } z \text{ Cos } p \text{ Sin } (p' - p, \text{ und } \text{Cos } (p' - p) = 1,.$$

4. §. Wir wollen nun noch sehen, wie man aus beobachteten g l e i c h e n Zenithdistanzen dreyer versch ner Sterne die beyden Grössen ψ und t finden kann.

Sind $\alpha\,\alpha'\,\alpha''$ die scheinbaren Rectascensionen, und p die Poldistanzen dieser Sterne, und $\theta\,\theta'\,\theta''$ die Uhrzeiten Beobachtungen, so hat man, wenn k die Correction (A leration) der Uhr gegen Sternzeit ist, für die Stundenwi der Sterne die Ausdrücke

$$\theta - k - \alpha,\quad \theta' - k - \alpha',\quad \theta'' - k - \alpha'',$$

also auch, wenn man der Kürze wegen

$$\theta - \alpha = \tau,\quad \theta' - \alpha' = \tau',\quad \text{und } \theta'' - \alpha'' = \tau'' \text{ setzt,}$$

$$\text{Cos}\,z = \text{Cos}\,p\ \text{Cos}\,\psi + \text{Sin}\,p\ \text{Sin}\,\psi\,\text{Cos}\,(\tau - k),$$

$$\text{Cos}\,z = \text{Cos}\,p'\ \text{Cos}\,\psi + \text{Sin}\,p'\ \text{Sin}\,\psi\,\text{Cos}\,(\tau' - k),$$

$$\text{Cos}\,z = \text{Cos}\,p''\ \text{Cos}\,\psi + \text{Sin}\,p''\,\text{Sin}\,\psi\,\text{Cos}\,(\tau'' - k).$$

Die Differenz der beyden ersten dieser Gleich

$$\text{Cotg}\,\psi = \text{Cos}\,\frac{\tau' - \tau}{2}\ \text{Cotg}\,\frac{p + p'}{2}\ \text{Cos}\left(\frac{\tau' + \tau}{2}\right.$$

$$+ \text{Sin}\,\frac{\tau' - \tau}{2}\ \text{Cotg}\,\frac{p - p'}{2}\ \text{Sin}\left(\frac{\tau' + \tau}{2}\right.$$

Ist daher

$$A\,\text{Sin}\,B = \text{Sin}\,\frac{\tau' - \tau}{2}\,\text{Cotg}\,\frac{p - p'}{2},$$

$$A\,\text{Cos}\,B = \text{Cos}\,\frac{\tau' - \tau}{2}\,\text{Cotg}\,\frac{p + p'}{2},\ \text{und } C = \frac{\tau' + \tau}{2}$$

so ist die letzte Gleichung

$$\text{Cotg}\,\psi = A\,\text{Cos}\,(C - k) \ldots\ldots (\mathrm{I}).$$

ich

$$(A'-A)\,\mathrm{Cos}\left(\frac{C+C'}{2}-k\right)\mathrm{Cos}\,\frac{C'-C}{2}$$

$$(A'+A)\,\mathrm{Sin}\left(\frac{C+C'}{2}-k\right)\,\mathrm{Sin}\,\frac{C'-C}{2}.$$

man also

$$\frac{A}{A'}=\mathrm{tg}\,x\text{, und}$$

$$5^\circ-x)\,\mathrm{Cotg}\,\frac{C'-C}{2}=\mathrm{tg}\,y,$$

so ist $\frac{A'-A}{A'+A}=\mathrm{tg}\,(45^\circ-x)$, und daher

$$k=\tfrac{1}{2}(C'+C)-y\,.......(\mathrm{III}).$$

Gleichung (I) oder (II) gibt die Äquatorhöhe,) die gesuchte Correction der Uhr.

chnet man dann mit diesen Werthen von ψ und k der drey ersten Gleichungen die wahre Höhe Z dieser Werth von Z mit der beobachteten Zenith-verglichen den Collimationsfehler oder den Thei-er des Instrumentes, oder die wahre Refraction, als der zu suchenden unbekannten Grössen. Bey der der Sterne hat man vorzüglich darauf zu sehen, Azimute derselben so verschieden als möglich sind. on. Corr. 1808 October und 1809 Jän.)

1808 den 27. August wurde in Göttingen unter der haftlichen Zenithdistanz 37° 20′ 32.″5 beobachtet

Andromedae zur Uhrzeit	21ʰ 33′ 26″
Urs. min.	21 47 30
Lyrae	22 5 21

scheinbaren Positionen dieser Sterne sind

	Rectascension	Poldistanz
dromedae	23ʰ 58′ 33.″33	61° 57′ 45.″2
s. min.	0 55 4.70	1 42 54.3
rae	18 30 28.96	51 22 53 4

t

$\tau=21^h\ 34'\ 52.''67=323^\circ\ 43'\ 10.''0$

$\tau'=20\ \ 52\ \ 25.30=313\ \ 6\ \ 19.5$

$\tau''=\ 3\ \ 34\ \ 52.04=\ 53\ \ 43\ \ 0.6$

log A = 0.2072029 log A′ = 0.8836657
B = 354° 19′ 22.″04 B′ = 266° 30′ 5
C = —35 54 37.27 C′ = —77 47 4
x = 11 53 41.28 y = —59 35 1
k = + 2° 44′ 1.″20 = 0^h 10′ 56.″08
(Acceleration der Uhr)
C — k = —38° 38′ 38.″47
C′ — k = —80 31 50.95, also
φ = 38° 28′ 8.″49.

Mit diesen Werthen von φ und k findet man a
drey ersten Gleichungen

z =	37°	22′	38.
Refraction			42.
wahre Zenithdistanz	37	21	56.
beobachtete Zenithdistanz	37	20	52.
bekannter Collimationsfehler		1	45.
wahre beobachtete Zenithdistanz	37	22	1
also Theilungsfehler			2

Bestimmung der geographischen Länge.

§. Wenn man die Ortszeit (wahre, mittlere oder
it) kennt, welche zwey Orte der Oberfläche der Erde
aselben Augenblicke zählen, so ist die Differenz
Ortszeiten auch sofort die Differenz der geographi-
ängen dieser Orte. Beobachtet man also an beyden
ine solche Erscheinung, die für beyde in demselben
icke Statt hat, z. B. Mondesfinsternisse, Ein- und
te der Jupiterssatelliten, Feuersignale u. s. w., und ist
ection der Uhr oder die Zeitbestimmung an beyden
bekannt, so ist dadurch auch die Längendifferenz
rte gegeben.

: Mondesfinsternisse geben wenig Genauigkeit, da
tten der Erde auf dem Monde nur sehr unvollkom-
renzt erscheint. Etwas genauer sind die Beobachtungen
und Austritte der Flecken des Mondes in und aus
atten. Auch die Jupiterssatelliten gewähren nicht die
hte Übereinstimmung, selbst wenn man nur die bey-
Jupiter nächsten, als die zu diesem Zwecke taug-
und von ihnen nahe gleich viel Ein- als Austritte,
an an beyden Orten mit nahe gleich starken Fern-

man diese Erscheinungen für alle Orte, wo sie sichtbar si
als tautochron betrachten. Durch Verbindung mehrerer
cher Signale lässt sich diese Art der Längenbestimmung s
weit fortführen. Dass eine genaue Zeitbestimmung an
beyden Endpuncten dieser Signalkette erfordert wird,
für sich klar. Man theile eine gerade Linie AG in
Puncten B, C, D, E, F in sechs Theile, wo A und G
beyden Endpuncte der Kette, und B, D, F drey Berge
zeichnen, auf welchen man die Signale geben soll, und
die Zwischenorte C und E so gelegen sind, dass man
C die Signale von B und D, und eben so in E die Sign
von D und F sehen kann. Drücken die Grössen AB, B
CD... zugleich die noch unbekannten Längendifferen
a, b, c... der Orte A und B, B und C, C und D... a
und sind t, t' und t'' die Ortszeiten, zu welchen die Sign
auf den drey Bergen B, D und F gegeben werden, so s
der erste Ort A das erste Signal in B um die Zeit $t-a$
seines Ortes; der dritte Ort C aber sieht dasselbe Signal i
um die Zeit $t+b=\theta'$ seines Ortes. Eben so wird das zw
Signal in D von dem Orte C um $t'-c=\theta''$

E um $t'+d=\theta'''$

und das dritte Signal in F von dem Orte E um $t''-e=$

G um $t''+f=$

gesehen.

Es ist aber die gesuchte Längendifferenz der bey
äussersten Puncte

$$L=AB=(a+b)+(c+d)+(e+f),$$

das heisst, wenn man die vorhergehenden Werthe
a, b, c... substituirt,

$$L=(\theta'-\theta)+(\theta'''-\theta'')+(\theta^{v}-\theta^{iv}),$$

oder endlich

$$L=\theta^{v}-(\theta^{iv}-\theta''')-(\theta''-\theta')-\theta,$$

und dieser Ausdruck zeigt, dass man an den inneren Be
achtungsstationen C und E nur den Gang, aber nicht
Stand der Uhr zu kennen braucht, dass aber an den b
den Endpuncten A und G der Signalkette eine genaue Z
bestimmung unerlässlich ist. Den blo... ang der U
während den Signalen aber kann m... rte C
finden ... Vollend

nung die Zwischenzeiten der verschiedenen in B und F gegebenen Signale von den beyden Hauptbeobachtern in A und G gegeben werden, so dass also in den Zwischenstationen C und E nur überhaupt ein gleichförmiger Gang der Uhr vorausgesetzt wird. Beyspiele dieser Längenbestimmungen findet man in den ersten Bänden der Annalen der Wiener Sternwarte.

2. §. Die grosse Vollkommenheit, mit welcher jetzt tragbare Uhren (Chronometer) verfertiget werden, setzt uns in den Stand, die Zeit eines Ortes unmittelbar mit der eines anderen zu vergleichen. Ein Beyspiel wird den Gebrauch derselben deutlich machen.

Den 29. May 1786 fand Zach die Correction seines Chronometers gegen die mittlere Zeit in London im Mittag dieses Tages gleich $x = + 2.''1$ (die Uhr zu wenig), und aus den Beobachtungen der vorhergehenden Tage fand er, dass diese Uhr täglich $0.''1715$ gegen mittlere Zeit zurückblieb. Den 27. Junius kam er mit derselben auf der Sternwarte Seeberg an, und fand daselbst aus correspondirenden Höhen die Uhrzeit des Chronometers am 27. Junius im wahren Mittage Seebergs $T = 23^h\ 19'\ 3.''40$.

Allein die mittlere Zeit im wahren Mittage Londons für den 27. Junius ist (aus den Tafeln oder den Ephemeriden) gleich $0^h\ 2'\ 34.''\ 3$

Es war aber $x = \quad - 2.\ 1$

In 29 Tagen Verspätung der Uhr $(0.1715)\ 29 = \quad - 4.97$

also am 27. Junius Uhrzeit des Chronometers im wahren Mittage Londons $T' = 0\ \ 2\ \ 27.23$

woraus sofort die Längendifferenz zwischen London und Seeberg folgt

$$T' - T = 0^h\ 43'\ 23.''83.$$

3. §. Da die Rectascension des Mondes sich so schnell ändert (bis 15° in einem Tage), so werden diese Rectascensionen zur Zeit seiner Culmination in zwey verschiedenen Meridianen selbst verschieden seyn, und ein Mittel geben, die Längendifferenz der Beobachtungsorte zu bestimmen.

Sey t der durch Beobachtung der Culminationen gefundene Unterschied der wahren Rectascension des Mondrandes, und eines nahen Fixsternes (positiv genommen, wenn die

Rectascension des Mondes grösser ist, als die des
an dem westlichen Beobachtungsorte, und τ dasselbe
östlichen Ort, beyde in Zeitsecunden ausgedrückt
Grössen t und τ drücken also den Rectascensionsunt
des Mondes und des Sternes, und zwar zur Ze
Culmination des Mondes an den beyden Or
Man muss aber diese Rectascensionsunterschiede n
die Zeit der Culmination des Mondes, sondern für
der Culmination des Sternes nehmen. Da nämlich d
ascension des Fixsternes während der Zwischenz
nicht ändert, so culminirt der Fixstern an dem we
Orte um eben so viel (in Sternzeit) später, als an d
lichen, wie viel die Längendifferenz beyder Orte
und daher wird die Rectascension des Mondes zur
Culmination des Fixsternes an dem westlichen Orte
seyn, als zur Zeit seiner Culmination an dem östlich
eine Grösse, die der Längendifferenz beyder Orte
tional ist.

Sey also b in Bogensecunden die Änderung de
ascension des Mondes in einer Stunde Sternzeit, se
den Augenblick der Culmination des Sternes jen
ascensionsdifferenz in Zeitsecunden

$$t - \frac{b\,t}{15 \cdot 60^2} \text{ für den einen Ort, und}$$

$$\tau - \frac{b\,\tau}{\quad} \text{ für den anderen,}$$

Nimmt man auf die Verschiedenheit der scheinbaren [Mon]desshalbmesser in beyden Beobachtungen Rücksicht, so [ist] r und p der wahre Halbmesser und die wahre Poldistanz [des] Mondes an dem ersten oder westlichen, und ρ π an dem [öst]lichen Orte, so hat man

$$a = t - \tau \mp \tfrac{1}{15}\left(\frac{r}{\text{Sin p}} - \frac{\rho}{\text{Sin}\,\pi}\right) \ldots\ldots (\text{I}),$$

[da]s untere Zeichen, wenn der westliche, das obere, wenn [de]r östliche Mondesrand beobachtet wurde.

Ist ferner überhaupt b in Bogensecunden die Änderung [de]r Rectascension des Mondes in einer Stunde einer ge[wiss]en Zeit, und m das Verhältniss der Stunde dieser Zeit [zu]r Stunde der Sternzeit, so ist

$$x = 15\,(3600)\,\frac{a\,m}{b} - a \ldots\ldots (\text{II}).$$

Ist z. B. b die Bewegung des Mondes in einer Stunde Sternzeit, so ist, wie oben, m = 1. Ist aber b die Bewegung des Mondes in einer Stunde mittlerer Zeit, so ist m = 1.00274 u. s. w., und die beyden Gleichungen (I) und (II) geben den gesuchten Längenunterschied der beyden Beobachtungsorte.

Ex. Man beobachtete die Sternzeiten der Culmination des Mondes

in Gotha	13^h	$47'$	$32.''45$	in Manheim	13^h	$47'$	$53.''0$
α Virginis	13	14	17.87		13	14	17.2
		33	14.58			33	35.8

also $t - \tau = a = 21.''22$.

Die Änderung der Rectascension des Mondes in einer Stunde Sternzeit ist $0°\,34'\,44.''998$, also $b = 2084.''998$ und m = 1, und daher gibt die Gleichung (II)

$$x = \frac{15\,(3600)\,(21.22)}{2084.998} - 21.22 = 528.''36 = 0^h\;8'\;48.''36.$$

4. §. Da besonders zur See die Gelegenheit, die geographische Länge zu bestimmen, nicht oft genug gegeben werden kann, so hat man zu dieser Absicht sehr vortheilhaft die Beobachtungen der Distanzen des Mondes von Sternen vorgeschlagen.

Die astronomischen Ephemeriden enthalten nämlich die Distanzen des Mondes von der Sonne, von den göss-

Wir haben daher

$$\Delta = D + 957.4 + 900.0 = 68° \;\; 7' \;\; 47''$$
$$h' = 22° \;\; 42' \;\; 37'' \qquad H' = 55° \;\; 43' \;\; 54''$$
$$h = h' - \text{Refr} + p' = 22° \;\; 40' \;\; 29''$$
$$H = H' - \text{Refr} + P' = 56° \;\; 13' \;\; 45''.$$

Mit diesen fünf Grössen findet man aus der ersten der ...chungen I

$$\log M = 9.9955246$$
$$\log N = 9.4570226$$
$$A = 43° \;\; 31' \;\; 55'', \text{ und}$$
$$\Delta = 68° \;\; 5' \;\; 11''$$

...hte geocentrische Distanz der Mittelpuncte.

In den Ephemeriden findet man aber

...e Zeit Paris	Distanz der Mittelpuncte
$18^h \; 0'$	$68° \; 45' \; 50''$
21 0	67 24 28

$$\text{Daher ist } x = \frac{(0° \; 40' \; 39'')3^h}{1° \; 21' \; 22''} = 1^h \; 29' \; 55.''6$$

	18		
...re Zeit Paris	19	29	55.6
...hre Zeit Seeberg	20	3	29.2
...uchte Längendifferenz	0	33	33.6

III. Das vorhergehende Verfahren hat noch die Unbe...mlichkeit, dass es nebst der Beobachtung der Distanz D ... noch wenigstens zwey beobachtete Höhen der Sonne ... des Mondes voraussetzt. Man wird aber die vier letzten ...bachtungen umgehen, wenn man die Werthe von h h' ... H H' unmittelbar durch Rechnung sucht, was um ...ichter ist, da man diese Grössen nicht mit der äusser... Schärfe braucht. Ist nämlich t der Stundenwinkel, p ... Poldistanz, und ψ die Äquatorhöhe, so hat man

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{Cos} t \operatorname{tg} \psi, \text{ und}$$

$$\operatorname{Sin} h = \frac{\operatorname{Cos} \psi \operatorname{Cos}(p - x)}{\operatorname{Cos} x},$$

wenn man so h kennt, so ist die scheinbare Höhe des ...lpunctes der Sonne $h' = h + \text{Refr} - p'$.

Ganz eben so wird man anch für den Mond verfahren. ... Stundenwinkel t der Sonne ist bekanntlich gleich der ...ren Zeit der Beobachtung, und da man hat

$$t + \text{Rectasc} \odot = \text{Rectasc} \, ☾ + \text{Stundenw} \, ☾,$$

das obere Zeichen für die äusseren, das untere für die
ren Berührungen beyder Körper.

Diese Gleichung lässt sich auch so ausdrücken

$$\mathrm{Sin}^2 \frac{r \pm \rho}{2} = \mathrm{Sin}^2 \frac{p - \pi}{2} + \mathrm{Sin}\, p\ \mathrm{Sin}\, \pi\ \mathrm{Sin}^2 \frac{a -}{}$$

oder da $r \pm \rho$, $p - \pi$ und $a - \alpha$ nur kleine Grössen
wenn man der Kürze wegen $\mathrm{Sin}\, p\, \mathrm{Sin}\, \pi = \mathrm{Sin}\, P$ setzt

$$(r \pm \rho)^2 = (p - \pi)^2 + (a - \alpha)^2\, \mathrm{Sin}^2 P,$$

und diese Gleichung muss Statt haben, wenn alle v
gehenden Elemente a, p, r, α, π, ρ, und auch die obe
ausgesetzte Länge t des Beobachtungsortes richtig sind

Nehmen wir nun an, dass die Grössen a, p, r
fehlerhaft, und dass die wahren Werthe derselben a-
$p + dp$, $r + dr$ und $t + dt$ sind, wo da, dp, dr, dt
kannte Grössen bezeichnen, die wir suchen sollen.

Nach dieser Voraussetzung wird also die vorherge
Gleichung in folgende übergehen

$$(r + dr \pm \rho)^2 = (p + dp - \pi - g dt)^2 + (a + da - \alpha - f dt)^2.$$

oder, wenn man die zweyten Potenzen von da, dp, d
dt weglässt,

$$\begin{aligned}(r \pm \rho)^2 + 2(r \pm \rho)\, dr = (p - \pi)^2 &+ 2(p - \pi)(dp - g dt\\ &+ (a - \alpha)^2\, \mathrm{Sin}^2 P\\ &+ 2(a - \alpha)(da - f dt)\, \mathrm{S}\end{aligned}$$

Setzt man aber

$$\mathrm{tg}\, \omega = \frac{p - \pi}{\ldots}, \text{ und } \Delta = \frac{(a - \alpha)\, \mathrm{Sin}\, P}{\ldots}$$

at man an demselben Orte die beyden inneren und n Berührungen beobachtet, so hat man vier Gleichun- der Form

$$M = A\,dt + B\,da + C\,dp + D\,dr,$$

lchen man daher die vier Grössen dt, da, dp und dr Elimination finden wird. Hat man an dem einen ur zwey Beobachtungen, so hat man zwey Gleichun-), deren Differenz eine Gleichung der Form

$$M = A\,da + B\,dp + C\,dr$$

ben so geben zwey Beobachtungen an zwey anderen die analogen Gleichungen

$$M' = A'\,da + B'\,dp + C'\,dr, \text{ und}$$

$$M'' = A''\,da + B''\,dp + C''\,dr,$$

s den drey letzten Gleichungen findet man die Werthe a, dp und dr. Kennt man aber diese Werthe, so gibt r Gleichungen (I) den Werth dt für den einen, und dt für die beyden anderen Beobachtungsorte u. s. w. lte der Fehler dt der vorausgesetzten Längendiffe- u gross seyn, um die Quadrate desselben vernach- gen zu können, so müsste man mit dem durch das Vor- gehende gefundenen verbesserten t die Rechnung wieder- n. Auch hat man, wenn man das Quadrat von dt noch rücksichtigen will, statt (I) folgende Bedingungsgleichung

$$\frac{\ldots(r \pm \rho)^2}{\ldots\Delta} + (f^2 \operatorname{Sin}^2 P + g^2)\frac{dt^2}{2\Delta} - (f \operatorname{Sin} P \operatorname{Cos}\omega + g \operatorname{Sin}\omega)\,dt$$

$$+ da.\operatorname{Sin} P \operatorname{Cos}\omega + dp.\operatorname{Sin}\omega - (r' \pm \rho)\frac{dr}{\Delta} = 0.$$

l. Den 8. August 1798 wurde in Leipzig beobachtet

nge Eintritt in den Mondesrand	13^h	$35'$	$17.''5$
Austritt aus dem Mondesrand	14	19	31.3

r Zeit Leipzig.

e sonst schon sehr nahe bekannte Meridiandiffe- on Leipzig und Paris ist $t = 0^h\ 40'\ 7.''5$. Aus den des Mondes und den Parallaxengleichungen Seite 90 nan für die mittlere Pariser Zeit

	12^h	$55'$	$10.''0$ ..	13^h	$39'$	$23.''8$
are Länge des ☾	$96°$	$51'$	$45.''2$	$97°$	$20'$	$1.''0$
are Poldistanz des ☾	87	52	17.5	87	47	27.9
arer Halbmesser des ☾	0	16	5.8	0	16	7.9

wobey vorausgesetzt wurde Polhöhe: 51° 10′ 11″, und
zontalparallaxe des ☾ für Leipzig 0° 58′ 46.″8..0° 58′

Aus der scheinbaren (durch Präcession, Aberration,
Nutation veränderten) Rectascension und Declination
Sternes findet man für den Tag der Beobachtung dessen

scheinbare Länge $\alpha = 97^\circ\ 7'\ 5.''2$
scheinbare Poldistanz $\pi = 87\ 57\ 11.9$
Halbmesser $\rho = 0.$

Die Differenz der zwey Poldistanzen des Mond
— 4′ 49.″6, für die Zwischenzeit

$$0^h\ 44'\ 13.''8 = 0^h.73717,$$

also ist die stündliche Änderung der scheinbaren Pold
des Mondes

$$= -\frac{289.''6}{0.73717} = -393'',$$

und daher

$$g = -\frac{393}{3600} = -0.10916,$$

und eben so

$$f = +\frac{2301}{3600} = +0.63916.$$

Wir haben daher für den Eintritt des Sterns,
$t = 0^h\ 40'\ 7.''5$ gesetzt wird,

$$a - \alpha = -920.''0 \qquad p - \pi = -294.''4$$
$$P = 87^\circ\ 55', \quad \omega = 17^\circ\ 45'\ 20'', \quad \Delta = -965.''4$$
$$r + \rho = 965.''8,$$

[redacted]

oben angenommene Poldistanz des Mondes muss ergrössert werden, um die wahre Poldistanz des i erhalten, und eben so muss die oben angenom-gendifferenz $t = 0^h\ 40'\ 7.''5$ um $2.''0$ Zeitsecun-ssert werden, so dass die wahre Länge Leipzigs gleich $0^h\ 40'\ 9.''5$ ist. Hätte man dp und da gleich usgesetzt, so gäben jene beyden Bedingungs-n

$$0.4 = 0.5\ldots\ lt$$
$$2.7 = 0.5\ldots\ lt$$

Im Mittel $1.5 = 0.58\ldots\ lt$,

$2.''67$ nahe wie zuvor.

Vorlesung V.

Bestimmung des Azimuts, der Schiefe der Ecliptik u. …

1. §. Es wurde bereits oben (Seite 178) gezeigt, … man aus zwey beobachteten Distanzen eines Gestirnes … einem terrestrischen Objecte die Lage des letzteren … den Äquator, oder auch gegen den Horizont finden … Wir wollen nun sehen, wie man auch aus einer ein… Distanz Δ eines Gestirnes von dem Objecte das A… des letzten bestimmen kann.

Ist nämlich t der bekannte Stundenwinkel des G… nes zur Zeit der beobachteten Distanz, so findet ma… Azimut ω des Gestirnes, und die Zenithdistanz z d… ben durch die Gleichungen

$$\mathrm{tg}\, m = \mathrm{Cos}\, t\, \mathrm{tg}\, \psi, \quad \text{oder} \quad \mathrm{tg}\, n = \frac{\mathrm{Cotg}\, p}{\mathrm{Cos}\, t},$$

[redacted]

Distanz des Gestirnes von dem Objecte, so findet man der Gleichung

$$\text{Sin}\,\frac{\Delta'}{2}=\sqrt{\frac{\text{Sin}\,\frac{\Delta+z'-Z}{2}\,\text{Sin}\,\frac{\Delta-z'+Z}{2}}{\text{Sin}\,z'\,\text{Sin}\,Z}}.$$

t $\frac{1}{2}\Delta'$ nahe an 90°, so wird man besser den ähnlichen ck für $\text{Cos}\,\frac{\Delta'}{2}$ wählen. Kennt man aber so das t ω des Gestirnes, und die horizontale Distanz Δ' des es von dem Objecte, so ist das gesuchte Azimut des s gleich der Summe oder Differenz der Grössen Δ'.

Setzt man in dem Dreyecke zwischen dem Pol, dem und dem Gestirn die Seiten ψ und z constant, so er- an

$$d\,\omega = d\,t.\,\frac{\text{Sin}\,p}{\text{Sin}\,z\,\text{Cos}\,\psi},$$

le Winkel des Declinationskreises mit dem Vertikal- st. Setzt man eben so in dem Dreyecke zwischen , Gestirn und dem Objecte die Seiten Z und z' con- so erhält man

$$d\,\Delta = d\,\Delta'\,\text{Sin}\,z'\,\text{Sin}\,u,$$

der Winkel an dem Gestirn, also

$$\text{Sin}\,u\,\text{Sin}\,\Delta = \text{Sin}\,Z\,\text{Sin}\,\Delta',$$

aher

$$d\,\Delta' = \frac{d\,\Delta\,\text{Sin}\,\Delta}{\text{Sin}\,z'\,\text{Sin}\,Z\,\text{Sin}\,\Delta'}$$

yde Ausdrücke für $d\,\omega$ und $d\,\Delta'$ zeigen, dass man, Beobachtungsfehler $d\,t$ in der Zeitbestimmung, in der gemessenen Distanz unschädlich zu machen, stirn nahe an dem Horizonte, wo Sin z nahe gleich heit ist, beobachten soll.

. Sey die wahre Zeit $5^h\ 17'\ 26.''8$ der beobachteten $\Delta = 78°\ 28'\ 3''$ des Mittelpunctes der Sonne von Objecte,

und $\psi = 46°\ 52'\ 58''$, $p = 93°\ 17'\ 16''$

$z = 79°\ 21'\ 42''$, $m = 11°\ 9'\ 11.''9$,

Refraction = 8′ 57.″5, Höhenparallaxe = 8.″ …
bare Zenithdistanz des Mittelpunctes der Sonne

$$z' = 84^\circ\ 22'\ 56.''2, \text{ und}$$
$$\omega = 80^\circ\ 17'\ 36.''4.$$

Die Zenithdistanz des Objectes sey

$$Z = 88^\circ\ 46'\ 0'', \text{ so ist}$$
$$\Delta' = 78^\circ\ 33'\ 3.''4,$$

und daher das gesuchte Azimut des Objectes

$$\omega - \Delta' = 1^\circ\ 44'\ 33.''0.$$

2. §. Wenn man das Azimut eines Objectes … Schärfe verlangt, so wird man, statt des Sextant… diesem Zwecke mehr angemessenen Theodoliten … und mit diesen unmittelbar die horizontale … des Gestirnes von dem Objecte messen, und a… benen Beobachtungszeit, wie zuvor, das Azimut … stirnes durch Rechnung ableiten, wo dann wied… me oder Differenz von Δ' und ω das gesuchte … Objectes seyn wird. Hat man mehrere solcher … Distanzen gemessen, oder multiplicirt der Th… wird man mit ihnen auf eine ähnliche Art, wie … verfahren.

Auch zu den Azimutalbeobachtungen eign… sonders die Beobachtungen des Polarsternes in ir… Puncte seines Parallels. Man hat für das Azimut

$$\operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} t - \operatorname{Cotg} p \operatorname{Cos} \varphi$$

Dieses vorausgesetzt, wird man also, analog mit S. 210, n verfahren.

Sey A das arithmetische Mittel der beobachteten Uhr-zeiten, und B das Mittel aller auf dem Instrumente gelesener Azimutalwinkel des Sternes. Vor und nach diesen Winkel-beobachtungen des Sternes bringe man den vertikalen Faden des Instrumentes auf das irdische Object, und nenne C den gelesenen Azimutalwinkel des Objectes.

Die Uhrzeit A bringt man (durch die bekannte Correc-tion der Uhr) auf Sternzeit, so ist der Stundenwinkel t der Mitte der Beobachtungen t = Sternzeit — scheinbare Rect-ascension.

Mit diesen Werthen von t suche man ω und $\frac{d^2\omega}{dt^2}$ aus den Gleichungen

$$\omega = -p\,\frac{\operatorname{Sin} t}{\operatorname{Cos}\varphi} - \frac{p^2\,\operatorname{tg}\varphi}{2\operatorname{Cos}\varphi}\operatorname{Sin} 2t.\operatorname{Sin} 1'', \text{ und}$$

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} = \frac{p\operatorname{Sin} t\operatorname{Sin} 1''}{\operatorname{Cos}\varphi} + \frac{2p^2\operatorname{tg}\varphi\operatorname{Sin} 2t\operatorname{Sin}^2 1''}{\operatorname{Cos}\varphi},$$

so ist das Azimut ω' des Sternes zur Zeit A gleich

$$\omega' = \omega + \frac{1}{N}\cdot\frac{d\omega^2}{dt^2}.\Sigma\,\frac{2\operatorname{Sin}^2\frac{\theta}{2}}{\operatorname{Sin} 1''},$$

wo N die Anzahl der Beobachtungen, und $\theta, \theta', \theta''$. die Differenzen der Uhrzeit der 1, 2, 3 Beobachtung von dem Mittel A der sämmtlichen Uhrzeiten, und wo endlich Σ das bekannte Summenzeichen ist.

Die Grösse ω' mit der Grösse B — C verglichen, gibt dann das gesuchte Azimut des irdischen Gegenstandes.

Ex. Den 1. April 1817 wurde in Mailand beobachtet:

	Uhrzeit		horizontaler Kreis
	6ʰ 45′ 28.″		173° 6′ 11.″9
	50 48		173 6 15.1
	54 48		173 6 18.4
A =	6 50 21.3	B =	173 6 15.1
Correction der Uhr	— 2 27.0	C =	115 42 53.3
Sternzeit	6 47 54.3	B — C =	57 23 21.8
scheinbare Rectascension	0 55 21.1		
t =	5ʰ 52 33.2		
	88° 8 18.0		

scheinbare Poldistanz $p = 1^\circ\ 40'\ 3.''6$

$$\frac{p \operatorname{Sin} t}{\operatorname{Cos} \varphi} = -8555.''9$$

$$\frac{p^2 \operatorname{tg} \varphi \operatorname{Sin} 2t \operatorname{Sin} 1''}{2 \operatorname{Cos} \varphi} = -\quad 8.2$$

$$\omega = -8564.1 = -\quad 2^\circ\ 22'\ 44.''1$$

$$\frac{d^2 \omega}{N\, d t^2} \cdot \Sigma \frac{2 \operatorname{Sin}^2 \theta}{\operatorname{Sin} 1''} = \qquad + \quad 1.2$$

	-2	22	42.9
	180		
	177	37	17.1
B—C =	57	23	21.8
Azimut des Objectes	120	13	55.3

$$\theta \ldots\ldots\ldots \frac{2 \operatorname{Sin}^2 \frac{\theta}{2}}{\operatorname{Sin} 1''}$$

0^h	4'	53''	46.''8
0	27		0.4
4	27		38.9

$\varphi = 45^\circ\ 28'$

$$\frac{d^2 \omega}{d t^2} = 0.0415.$$

3. §. Ist so das Azimut eines irdischen Objectes ge bestimmt, so ist dadurch auch die Richtung der Mittagsli des Beobachtungsortes gegeben. Diese Richtung der Mitta linie kann man auch unmittelbar durch einen Theodoli

Das einfachste und sicherste Mittel, die Mittagslinie
rosse Distanzen zu bestimmen, gibt das Mittagsrohr,
welchem weiter unten gehandelt werden wird. Ein an-
Verfahren s. m. Mor. Corr. 1801 u. 1803.

§. Da die **Schiefe der Ecliptik** eines der wich-
n Elemente der praktischen Astronomie ist, so ver-
ihre Beobachtung eine besondere Rücksicht.

Man beobachtet zu diesem Zwecke mehrere Tage vor
nach dem Solstitium die mittägige Zenithdistanz der
(nach Seite 186). Es sey α die mittägige Rectascen-
der Sonne für diesen Tag, δ ihre Declination, φ die
ihe, e die Schiefe der Ecliptik, so ist die beobachtete
hdistanz $z = \varphi \mp \delta$, und die Meridian-Zenithdistanz
eit des Solstitiums $Z = \varphi \mp e$ (das obere Zeichen für das
mer-, das untere für das Winter-Solstitium), also die
ction der beobachteten Zenithdistanz z auf das Solstitium

$$dz = \pm z \mp Z = e - \delta.$$

Es ist aber (Seite 31) $\operatorname{tg}\delta = \operatorname{tg} e \operatorname{Sin} \alpha$, woraus nach
folgt

$$dz = \theta^2 \operatorname{Sin} 2e - \frac{\theta^4}{2} \operatorname{Sin} 4e + \frac{\theta^6}{3} \operatorname{Sin} 6e - \frac{\theta^8}{4} \operatorname{Sin} 8e +,$$

$\theta = \operatorname{tg} \frac{90° - \alpha}{2}$, und e die schon nahe bekannte Schiefe
Ecliptik bezeichnet. Dieses vorausgesetzt, hat man für
des Solstitiums die wahre Schiefe der Ecliptik

im Sommer $e' = \varphi - (z - dz)$,
und im Winter $e' = (z + dz) - \varphi$.

Man erhält so eben so viele Werthe von e', als man
achtungen hat. Das Mittel aus allen gibt dann die ge-
wahre Schiefe E, und daraus folgt (Seite 75) die
re Schiefe $E - 8.''98 \operatorname{Cos} \Omega\ ☾$.

Ex. Im Jahre 1818 wurden folgende, bereits (nach
199) auf den Meridian reducirte Zenithdistanzen des
punctes der Sonne erhalten

Juny	19	z =	24°	2′	45.″16
	20		24	1	51.46
	24		24	2	25.54.

Nimmt man $e = 23° \; 27' \; 55''$, so ist

$$dz = 5.17806\,\theta^2 - 5.01241\,\theta^4 + 4.53812\,\theta^6,$$

wo die numerischen Coefficienten schon Logarithmen
Daraus erhält man für die Beobachtung des

		Solstitial-Zenithdistanz	
Juny 19	dz = 1′ 27.″31	z — dz =	24° 1′ 1
20	0 33.91		24 1 1
24	1 8.25		24 1 1
		Mittel z — dz =	24 1 1
		Polhöhe φ =	47 29 1
		wahre Schiefe e′ =	23 27 5

Den 22. Juny ist ☊ ☾ = 35° 58′, also 8.98 Cos ☊ ☾ =
und daher mittlere Schiefe E = 23° 27′ 47.″28.

5. §. Nicht minder wichtig ist die Bestimmung
ersten absoluten Rectascension irgend eines Sterns,
welcher sich dann die Rectascensionen aller übrigen
blosse Beobachtungen der Rectascensions-Differenzen
ten lassen.

Zu diesem Zwecke wird man zuerst die Culminati
mehrerer Sterne wiederholt an dem Mittagsrohre beob
ten, wodurch man also die Rectascensions-Differen
derselben mit aller Schärfe erhält. Nimmt man nun
Rectascension A eines dieser Sterne, aus den Beobachtu
anderer, als gegeben an, so sind dadurch auch die Re
censionen aller übrigen Sterne gegeben. Ist aber diese R
ascension A des ersten Sternes, wie wir annehmen wol
um die unbekannte Grösse dA zu klein, so werden
die Rectascensionen aller übrigen Sterne (da wir ihre Re
censions-Differenzen schon als genau betrachten könn
um dieselbe Grösse dA zu klein, oder der gemeinschaft
Fehler des ganzen Catalogs dieser Sterne wird gleich
seyn.

Hat man nun an mehreren Tagen einen oder me
jener Sterne und zugleich die Sonne an dem Mittagsr
und überdiess auch die Zenithdistanz Z der Sonne an e
Kreise beobachtet, so geben erstens die Beobachtu
des Mittagsrohres (wenn man die Rectascensionen jener S
aus dem Cataloge nimmt) die Rectascension der Sonne
wir α nennen wollen, und die also auch um denselben

ein seyn wird. Aus dieser Rectascension α, und ren Schiefe e der Ecliptik findet man die Pol- Sonne durch die Gleichung

$$\mathrm{Cotg}\, p = \mathrm{Sin}\, \alpha\, \mathrm{tg}\, e.$$

ψ die Äquatorhöhe, so findet man aus dem so nten p auch die Zenithdistanz z der Sonne durch g

$$z = p - \psi.$$

er, wie wir voraussetzen wollen, die Grössen ht ganz genau bekannt, und sind die wahren selben $p + dp$ und $\psi + d\psi$, so hat man

$$z = p + dp - \psi - d\psi.$$

lie vorhergehende Gleichung $\mathrm{Cotg}\, p = \mathrm{Sin}\, \alpha\, \mathrm{tg}\, e$

$$= d\alpha\, \mathrm{Cos}\, \alpha\, \mathrm{tg}\, e + \frac{de\, \mathrm{Sin}\, \alpha}{\mathrm{Cos}^2 e}, \text{ oder}$$

gt, $d\alpha = dA$ ist,

$$= \frac{dA\, \mathrm{Sin}\, 2p}{2\, \mathrm{tg}\, \alpha} + \frac{de\, \mathrm{Sin}\, 2p}{\mathrm{Sin}\, 2e},$$

der vorhergehende Ausdruck von z in den ergeht

$$-\psi - d\psi - \frac{dA\, \mathrm{Sin}\, 2p}{2\, \mathrm{tg}\, \alpha} - de \frac{\mathrm{Sin}\, 2p}{\mathrm{Sin}\, 2e}.$$

enithdistanz z ist also aus den Beobachtungen tagsrohre durch Rechnung abgeleitet worden. nselben Tage wurde auch zweytens die unmit- hdistanz Z der Sonne durch Höhenbeobachtung ise gefunden, und da $Z = z$ seyn muss, wenn obachtungen richtig sind, so hat man

$$p - \psi) + d\psi + \frac{dA\, \mathrm{Sin}\, 2p}{2\, \mathrm{tg}\, \alpha} + de \frac{\mathrm{Sin}\, 2p}{\mathrm{Sin}\, 2e},$$

t die Bedingungsgleichung, deren man so viele nan Tage hat, an welchen die Sonne an beyden n beobachtet worden ist, und aus welchen man lie Methode der kleinsten Quadrate die Grössen d den gesuchten Fehler dA der Rectascension, e wahre Rectascension aller beobachteten Sterne l.

6. §. Da uns eine umständliche Auseinandersetz dieser Methode hier zu weit führen würde, so wollen nur das Nothwendigste davon ohne Beweise kurz zus menstellen.

I. Es sey aus einer Anzahl von Beobachtungen die rection x einer schon nahe bekannten Grösse zu bestimm von welcher die unmittelbar durch die Beobachtu gegebene Grösse eine Function ist, deren Werth sich einer Beobachtung zur andern ändert. A sey der durch R nung gefundene genäherte Werth dieser Function, wel der ersten Beobachtung entspricht, $A+ax$ der verbes Werth derselben, wobey vorausgesetzt wird, dass die gesu Correction x so klein sey, dass man die höheren Pote derselben vernachlässigen könne; B sey der durch die B achtung gegebene Werth derselben Function, und der Un schied $B-A$ zwischen dem durch Beobachtung und durch Rechnung gefundenen Werthe sey $=\delta$. Für die zw Beobachtung werden dieselben Grössen durch $A_{,}$, $a_{,}$, $B_{,}$ bezeichnet, für die dritte durch $A_{,,}$, $a_{,,}$, $B_{,,}$, $\delta_{,,}$ u. s. überhaupt für die $(n+1)$ te durch A_{n}, a_{n}, B_{n}, δ_{n}.

Werden die Beobachtungen als fehlerfrey vorausges so erhält man aus der ersten Beobachtung die Gleichung

$$B=A+ax, \text{ oder } o=ax-\delta,$$

und eben so aus der zweyten

$$B_{,}=A_{,}+a_{,}x, \text{ oder } o=a_{,}x-\delta_{,},$$

aus der dritten

$$B_{,,}=A_{,,}+a_{,,}x, \text{ oder } o=a_{,,}x-\delta_{,,}$$

und so weiter, wo die Grössen A, B, $A_{,}$, $B_{,}$ u. s. w., od δ, $\delta_{,}$ u. s. w., so wie die Factoren a, $a_{,}$ u. s. w. bekan sind. Jede dieser Gleichungen gibt die gesuchte Correction aber wegen der Unvollkommenheit der Beobachtungen we den die so erhaltenen Werthe von x nicht identisch sey Es kommt nun darauf an, den wahrscheinlichsten Wert von x zu finden.

Bezeichnen ε, $\varepsilon_{,}$, $\varepsilon_{,,}$ .... ε_{n} u. s. w. die unbekannte Fehler der ersten, zweyten, dritten....$(n+1)$ten u. s. w Beobachtung, so ist eigentlich

$$B+\varepsilon=A+a\,x, \text{ oder } \varepsilon=a\,x-\delta,$$

$$B_{,}+\varepsilon_{,}=A_{,}+a_{,}x, \text{ oder } \varepsilon_{,}=a_{,}x+\delta_{,} \text{ u. s. w.}$$

Unter der Voraussetzung, dass die Wahrscheinlichkeit desselben Fehlers bey allen Beobachtungen gleich gross sey, und dass zugleich die positiven und negativen Fehler gleich wahrscheinlich seyen, lässt sich durch die Wahrscheinlichkeits-Theorie beweisen, dass man den von den Beobachtungsfehlern unabhängigsten Werth von x erhält, wenn man setzt

$$o = x\,\Sigma a^2_n - \Sigma a_n\,\delta_n\text{, oder}$$

$$x = \frac{\Sigma a_n\,\delta_n}{\Sigma a^2_n} \ldots\ldots (A),$$

$$\text{wo } \Sigma a^2_n = a^2_{,} + a^2 + a^2_{,} + \ldots\ldots,$$

$$\text{und } \Sigma a_n\,\delta_n = a\,\delta + a_{,}\,\delta_{,} + a_{,}\,\delta_{,} + \ldots\ldots \text{ ist.}$$

Bestimmt man x so, dass die Summe der Quadrate der Fehler der Beobachtungen ein Minimum, oder dass

$$\frac{d.\,\Sigma\varepsilon^2_n}{dx} = o$$

wird, so hat man, da

$$\varepsilon^2_n = (a_n x - \delta_n)^2 \text{ ist,}$$

$$\Sigma(a_n x - \delta_n)\,a_n = o\text{, oder}$$

$$x\,\Sigma a^2_n - \Sigma a_n\,\delta_n = o,$$

welches wieder die vorige Gleichung ist. Desswegen heisst dies Verfahren die Methode der kleinsten Quadrate.

II. Hat man den Werth von x auf die angegebene vortheilhafteste Art bestimmt, so wird die Wahrscheinlichkeit, dass der in Beziehung auf diesen Werth zu befürchtende Fehler zwischen den Grenzen $\pm u$ liege, ausgedrückt durch

$$\frac{\sqrt{\Sigma a^2_n}}{h\sqrt{\pi}} \int e^{-\frac{u^2\,\Sigma a^2_n}{4h^2}}\, du \ldots\ldots (B),$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen, $\pi = 3.1415926..$, und das Integral von $u = o$ anzunehmen ist. Setzt man

$$u = \frac{2hr}{\sqrt{\Sigma a^2_n}},$$

so ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler zwischen

$$\pm \frac{2hr}{\sqrt{\Sigma a^2_n}} \text{ falle,}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2}.dr \ldots\ldots (C),$$

und der mittlere zu befürchtende Fehler, in dem Sinne, in welchem Laplace in seiner Théorie analytique des Probab., Livre II. Chap. IV., diesen Ausdruck gebraucht, d. h. Summe der Producte jedes Fehlers in seine Wahrsch-lichkeit, ist

$$= \pm \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty u e^{-r^2} . dr = \pm \frac{2h}{\sqrt{\pi \Sigma a^2_n}} \int_0^\infty r e^{-r^2} . dr,$$

$$\text{d. h.} = \pm \frac{h}{\sqrt{\pi \Sigma a^2_n}} \ldots\ldots (D).$$

In diesen Ausdrücken hängt der Factor h eigentlich dem Gesetze der Wahrscheinlichkeit der Fehler jeder Beobachtung ab, welches gewöhnlich unbekannt ist. Wird nämlich die Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler einer Beobachtung zwischen $\varDelta$ und $\varDelta + d\varDelta$ falle, durch $\varphi\varDelta . d\varDelta$ ausgedrückt, so ist

$$h^2 = \tfrac{1}{2} \int \varDelta^2 \varphi \varDelta . d\varDelta,$$

das Integral zwischen den Grenzen der möglichen Fehler einer Beobachtung genommen. Man kann aber auch h aus den Beobachtungen selbst bestimmen, vorausgesetzt, dass diese zahlreich sind. Es ist nämlich nahe

$$2 s h^2 = \Sigma \varepsilon^2_n \ldots\ldots (E),$$

wo s die Anzahl der Beobachtungen, und ε_n den Werth bezeichnet, den $a_n x - \delta_n$ erhält, wenn man darin für x seinen Werth aus der Gleichung (A) setzt; demnach ist

$$h^2 = \frac{\Sigma \varepsilon^2_n}{\ldots} = \frac{\Sigma a^2_n \Sigma \delta^2_n - (\Sigma a_n \delta_n)^2}{\ldots},$$

n sind, endlich je grösser die Factoren a, a_1, a_2 und sind.

Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler zwischen den $\pm u$ liege, ist

$$=2\sqrt{\frac{p}{\pi}}\int e^{-pu^2}du \ldots\ldots (G),$$

gral wieder von u=o an genommen.

r die Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler zwischen

alle, ist

$$=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-r^2}dr \ldots\ldots (H);$$

elben Wahrscheinlichkeit sind also die Fehler den vurzeln der Gewichte umgekehrt proportional.

Integral $\int_0^r e^{-r^2}dr$ lässt sich für kleine Werthe herungsweise durch folgende Reihen ausdrücken:

$$+\frac{1}{1.2}\cdot\frac{r^5}{5}-\frac{1}{1.2.3}\cdot\frac{r^7}{7}+\frac{1}{1.2.3.4}\cdot\frac{r^9}{9}-\ldots,$$

$$r.e^{-r^2}\left(1+\frac{2r^2}{1.3}+\frac{(2r^2)^2}{1.3.5}+\frac{(2r^2)^3}{1.3.5.7}+\ldots\right).$$

grössere Werthe von r kann man setzen, da

$$\int_0^\infty e^{-r^2}dr=\tfrac{1}{2}\sqrt{\pi} \text{ ist,}$$

$$\int_0^r e^{-r^2}dr=\frac{1}{2}\sqrt{\pi}-\int_r^\infty e^{-r^2}dr,$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\pi}-\frac{e^{-r^2}}{2r}.R,$$

$$\text{wo } R=1-\frac{1}{2r^2}+\frac{1.3}{2^2r^4}-\frac{1.3.5}{2^3r^6}+\ldots,$$

$$\text{oder }=\cfrac{1}{1+\cfrac{q}{1+\cfrac{2q}{1+\cfrac{3q}{1+\cfrac{4q}{1+\ldots}}}}}$$

n $q=\frac{1}{2r^2}$ gesetzt wird.

Die Brüche, zwischen deren je zwey [illegible] genden der Werth dieses Kettenbruches enthalten [illegible]

$$\frac{1}{1},\ \frac{1}{1+q},\ \frac{1+5q}{1+6q+3q^2},\ \frac{1+9q+6q^2}{1+10q+15q^2}\ \text{u. s. w.}$$

Der Ausdruck $\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^r e^{-r^2}\,dr$ wird $=\frac{1}{2}$ für

$$r = 0.4769363,$$

also ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler zwi den Grenzen $\pm u$ liege, $=\frac{1}{2}$, oder der Wahrschein des Gegentheiles gleich für

$$u = \frac{0.4769363}{\sqrt{p}} \ldots\ldots(K),\ \text{oder für}$$

$$u = 0.4769363\sqrt{\frac{2\Sigma\varepsilon^2_n}{s\Sigma a^2_n}} = 0.6744897\sqrt{\frac{\Sigma\varepsilon^2_n}{s\Sigma a^2_n}} \ldots$$

diesen Werth von u wollen wir den wahrscheinliche des Resultates nennen, und durch ρ bezeichnen.

Für $r=1$ wird $\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^r e^{-r^2}\,dr = 0.8427008,$

die Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler zwischen $\pm\frac{1}{\sqrt{p}}$

$$= 0.8427008.$$

Eben so ist die Wahrscheinlichkeit, dass der zwischen den Grenzen $\pm u$ liege,

$$= \frac{6}{10}\ \text{für}\ u = \frac{0.5951161}{\sqrt{p}} = 1.247790\,\rho,$$

Hat man eine grosse Anzahl von Beobachtungen in mehrere Gruppen getheilt, und für den Werth der gesuchten Grösse die partiellen Resultate x, x', x" u. s. w.,
mit den Gewichten P, P', P" u. s. w.
erhalten, so ist das Resultat aus der Gesammtheit der Beobachtungen

$$X = \frac{xP + x'P' + x''P'' + \ldots}{P + P' + P'' + \ldots} \ldots\ldots(N),$$

und das Gewicht desselben

$$= P + P' + P'' + \ldots\ldots$$

Man bemerkt hier die Analogie mit der Theorie des Schwerpunctes.

Setzt man den Grad der Genauigkeit mehrerer Bestimmungen den gleich wahrscheinlichen Fehlern derselben umgekehrt proportional, so ist der Grad der Genauigkeit der Quadratwurzel des Gewichtes proportional. Wird also bey den partiellen Resultaten x, x', x"...... der Grad der Genauigkeit respective durch c, c, c"...... ausgedrückt, so ist das Endresultat

$$X = \frac{c^2 x + c'^2 x' + c''^2 x'' + \ldots}{c^2 + c'^2 + c''^2 + \ldots} \ldots\ldots(O),$$

und die Präcision desselben

$$= \sqrt{c^2 + c'^2 + c''^2 + \ldots}$$

Ist das Gewicht P, oder die Präcision c für alle partielle Resultate gleich, so ist das Endresultat

$$= \frac{x + x' + x'' + \ldots}{N},$$

(wo N die Anzahl der partiellen Resultate bezeichnet), das heisst, das arithmetische Mittel aus den partiellen Resultaten, und das Gewicht desselben ist $= P.N$, also der Anzahl N der partiellen Resultate proportional.

Die Präcision desselben ist $= c\sqrt{N}$, also der Quadratwurzel von N proportional; folglich ist dann der zu befürchtende Fehler bey gleicher Wahrscheinlichkeit der Quadratwurzel von N umgekehrt proportional.

Sind drey Elemente zu bestimmen, so ist das Ge

$$\text{für } x = \frac{s}{2\Sigma\varepsilon^2_n} \cdot \frac{M}{N} \ldots\ldots (X),$$

$$\text{wo } M = \Sigma a^2_n . \Sigma b^2_n . \Sigma c^2_n - \Sigma a^2_n (\Sigma a_n b_n)^2 - \Sigma b^2_n (\Sigma$$

$$- \Sigma c^2_n (\Sigma a_n b_n)^2 + 2 \Sigma a_n b_n \Sigma a_n c_n \Sigma b_n c_n,$$

$$\text{und } N = \Sigma b^2_n c^2_n - (\Sigma b_n c_n)^2,$$

und wo $\varepsilon_n = a_n x + b_n y + c_n z - \delta_n$ ist, wenn m x, y, z ihre durch die Methode der kleinsten Quadr fundenen Werthe setzt.

Wenn man in dem Ausdrucke des Gewichtes a statt b, und b statt a setzt, so erhält man das G von y; setzt man a statt c, und c statt a, so erhält m Gewicht von z.

Eine allgemeine Methode zur Bestimmung des G tes bey einer grösseren Anzahl von gesuchten Grös Laplace in dem ersten Supplement à la Théorie anal des Probabilités gegeben.

Hat man P gefunden, so gelten allgemein die Gl gen (G), (H), (K), (M) u. s. w. Bey derselben Anzal Beobachtungen ist P desto kleiner, je grösser die Anz zu bestimmenden Elemente ist.

Beyspiel. Aus 129 Beobachtungen wurden z stimmung von zwey Elementen nach der Methode der sten Quadrate folgende Endgleichungen gefunden:

Daraus folgt (nach M) mittlerer zu befürchtender Fehler

für $x = \pm \frac{1}{2\sqrt{\pi P}} = \pm 0.02817$, und für $y = \pm 0.0008156$,

(nach K) wahrscheinlicher Fehler

für $x = \pm \frac{0.476936}{\sqrt{P}} = \pm 0.04762$, und für $y = \pm 0.0013789$.

Setzt man $r = \frac{\sqrt{P}}{100}$, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler von y zwischen den Grenzen $\pm \frac{1}{100}$ liege (nach H).

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^r e^{-r^2}\, dr = 1 - \frac{e^{-r^2}}{r\sqrt{\pi}} \cdot R = 1 - 0.000001,$$

$$\text{oder nahe } = \frac{1000000}{1000001},$$

oder es ist eine Million gegen 1 zu wetten, dass der Fehler von y kleiner als $\frac{1}{100}$ sey.

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler von x zwischen $\pm \frac{1}{5}$ falle,

$$\text{ist} = \frac{2508}{2509},$$

und die Wahrscheinlichkeit, dass er zwischen $\pm \frac{1}{5}$ falle,

$$\text{ist} = \frac{215.6}{216.6}.$$

V. Gauss hat in der Theoria motus corporum coelestium Lib. II. Sect. III., und in der Zeitschrift für Astron. Band I. No. XII ein bestimmtes Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Beobachtungsfehler angenommen, indem er

$$\varphi \Delta = \frac{H}{\sqrt{\pi}} e^{-H^2 \Delta^2} \quad \ldots\ldots (Y)$$

voraussetzte, und hat unter dieser Voraussetzung das Verhältniss der Präcision der nach der Methode der kleinsten Quadrate gefundenen Resultate zu der Präcision der einzelnen Beobachtungen, und die Genauigkeit der Beobachtungen selbst, oder den wahrscheinlichen Fehler jeder Beobachtung bestimmt. Auf eine andere Art hat er diese Gegenstände in seiner Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae behandelt.

Nimmt man das angeführte Gesetz (Y) der Wahrsch-
lichkeit der Beobachtungsfehler an, so ist der wahrsch-
liche Fehler einer Beobachtung

$$v = \frac{0.4769363}{H},$$

d. h. die Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler zwischen
Grenzen $\pm \frac{0.4769}{H}$ falle, ist $= \frac{1}{2}$, oder der Wahrschein-
keit des Gegentheiles gleich. Es kommt nun darauf an,
Werth von H zu bestimmen. Bezeichnet $\Sigma \epsilon^2_n$ die Sum-
der Quadrate der Fehler, die bey s wirklich gemach-
Beobachtungen begangen worden sind (diese Fehler s-
streng genommen, nicht bekannt; in der Praxis setzt
dafür die Differenzen der durch die einzelnen Beobach-
gen gegebenen Werthe von den aus der Gesammtheit
Beobachtungen nach der vortheilhaftesten Methode d-
Rechnung gefundenen), so ist der wahrscheinlichste W-
von H

$$= \sqrt{\frac{s}{2 \Sigma \epsilon^2_n}},$$

also der wahrscheinlichste Werth von v, den wir durch
bezeichnen wollen,

$$= 0.6744897 \sqrt{\frac{\Sigma \epsilon^2_n}{s}} \ldots\ldots (Z).$$

von s Beobachtungfehlern, sondern nur di
ser Fehler selbst, alle positiv genommen,
icht, so kann man setzen

$$V = 0.8453473 \frac{\Sigma \varepsilon_n}{s};$$

rscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von v
on

$$= V\left(1 \mp \frac{0.5095841}{\sqrt{s}}\right).$$

s Verhältniss der Genaui h die Methode
insten Quadrate erhaltene zu der G
r einzelnen Beobachtung
orp. coel. p. 219, Theor
am: Es sey

$$-\Sigma a_n \delta_n + x \Sigma a^2_n \quad + y \quad + z \Sigma a_n c_n + \ldots,$$
$$-\Sigma b_n \delta_n + x \Sigma b_n a_n + y \quad + z \Sigma b_n c_n + \ldots,$$
$$-\Sigma c_n \delta_n + x \Sigma c_n a_n + y \quad + z \Sigma c^2_n \quad + \ldots.$$

weiter.

welcher Gleichungen so viele sind, als unbekannte
x, y, z...., so kann man aus ihnen durch Elimi-
die Werthe von x, y, z.... durch X, Y, Z.... aus-
zu finden, wodurch man andere Gleichungen erhält
r Form:

$$= L + A X + B Y + C Z + \ldots,$$
$$= L' + A' X + B' Y + C' Z + \ldots,$$
$$= L'' + A'' X + B'' Y + C'' Z + \ldots \text{ u. s. w.};$$

d (nach Nro. IV, wo X, Y, Z = o gesetzt wurden)
rscheinlichsten Werthe von x, y, z....

$$x = L$$
$$y = L'$$
$$z = L'' \text{ u. s. w.};$$

Präcision dieser Werthe, die der einzelnen Beob-
n zur Einheit angenommen, ist

$$\left.\begin{array}{l} \text{für } x = \frac{1}{\sqrt{A}} \\ \text{für } y = \frac{1}{\sqrt{B'}} \\ \text{für } z = \frac{1}{\sqrt{C''}} \end{array}\right\} \ldots\ldots \text{(BB) u. s. w.}$$

nauigkeit einer Beobachtung oder
Gauss dem mittleren Fehler, das
Quadrat des mittleren Fehlers umge

Kennt man eine bedeutende An
ander unabhängiger Fehler, die wirk
so kann man daraus einen genähert
zu befürchtenden Fehlers m finden,
der $\Sigma \varepsilon^2_n$ die Summe der Quadrate d
zahl derselben, so ist nahe

$$m^2 = \frac{\Sigma \varepsilon^2_n}{s}, \ldots\ldots (($$

welche Gleichung mit der Gleichung
tisch ist; und der mittlere bey dies
fürchtende Fehler in Beziehung auf d

$$= \sqrt{\frac{n^4 - m^4}{s}}, \ldots\ldots ($$

$$\text{wo } n^4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^4 \varphi \Delta . d$$

Um die Genauigkeit der Bestim
Massen beurtheilen zu können, wir
in Betreff der Function $\varphi \Delta$ annehmen
z. B. die obige Hypothese (Y) an, so i

$$m^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^2 \varphi \Delta . d\Delta = \frac{H}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{für } x = m\sqrt{A}, \\ \text{für } y = m\sqrt{B'}, \\ \text{für } z = m\sqrt{C''}, \\ \quad\text{u. s. w.,} \end{array}\right\} \ldots\ldots (GG)$$

Gewichte der Bestimmungen von x, y, z .... sind $\frac{1}{C''}$ ...., das Gewicht einer jeden Beobachtung setzt.

dem obigen Beyspiele ist (nach CC) $m^2 = 241.05$, r mittlere Fehler der Beobachtungen $m = 15.526$, r mittlere bey der Bestimmung von m^2 zu befürchtenden Fehler ist (nach EE) $= m^2 \sqrt{\frac{2}{129}} = 30.015$.

an ist (nach GG) der mittlere Fehler

$$\text{für } x = \frac{15.526}{220} = 0.07057,$$

$$\text{für } y = \frac{15.526}{7594.7} = 0.002044.$$

man wieder $\varphi\Delta = \frac{H}{\sqrt{\pi}} e^{-H^2\Delta^2}$, so verhält sich wahrscheinliche Fehler zum mittlern Fehler

$$= 0.6744897 : 1.$$

unserem Beyspiele ist also der wahrscheinliche Fehler Beobachtung $= 0.6745 \times 15.526 = 10.472$ wie oben; hrscheinliche Fehler

$$\left.\begin{array}{l} x = 0.6745 \times 0.0706 \;\;\; = 0.0476 \\ y = 0.6745 \times 0.002044 = 0.001379 \end{array}\right\} \text{wie oben.}$$

d die Beobachtungen, deren Fehler $\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ ..... nnt, von verschiedener Güte, und ist das Verhält- r Genauigkeit derselben bekannt, so kann man die Fehler derselben auf folgende Art finden:

sey ε der Fehler einer Beobachtung von der Art, für der mittlere zu befürchtende Fehler $= m$ ist; man die Factoren α_1, α_2 u. s. w. den relativen Gewichten der htungen, zu denen die Fehler ε_1; ε_2 u. s. w. gehören; das Gewicht der Beobachtung, deren Fehler ε ist; setzt; so ist der genäherte Werth von m^2

$$= \frac{\varepsilon^2 + \alpha_1\varepsilon_1^2 + \alpha_2\varepsilon_2^2 + \ldots}{s}, \ldots\ldots (HH),$$

II. Auf diese Weise findet man also aus jeder beob-
teten Differenz der Rectascension und Declination des Fl-
ckens seine heliocentrische Länge l und Poldistanz p,
damit die Gleichung

$$x \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} l + y \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} l + z - \operatorname{Cos} p = o,$$

in welcher die drey Grössen x, y und z noch unbekannt
Eben so geben noch zwey andere Beobachtungen des
Fleckens

$$x \operatorname{Sin} p' \operatorname{Cos} l' + y \operatorname{Sin} p' \operatorname{Sin} l' + z - \operatorname{Cos} p' = o$$
$$x \operatorname{Sin} p'' \operatorname{Cos} l'' + y \operatorname{Sin} p'' \operatorname{Sin} l'' + z - \operatorname{Cos} p'' = o,$$

und aus diesen drey Gleichungen wird man die Werthe
x, y und z durch Elimination finden. Nennt man
die Neigung des Sonnen-Äquators gegen die Ecliptik,
k die Länge des aufsteigenden Knotens des Sonnen-Äqua-
tors in der Ecliptik und endlich Π die constante helio-
trische Distanz des Fleckens von dem Pole des Son-
Äquators; so ist

$$\operatorname{tg} n = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$\operatorname{tg} k = -\frac{x}{y} \text{ und}$$

$$\operatorname{Cos} \Pi = z \operatorname{Cos} n;$$

und dadurch ist die Lage der Rotationsaxe des Flecken
wie der Ort desselben auf der Oberfläche der Sonne

n man die bereits bekannte Grösse
os l + y Sin p Sin l + z — Cos p gleich A setzt,
+ dx Sin p Cos l + dy Sin p Sin l + dz = o
die gesuchte Bedingungsgleichung dieser Beobach-
Man wird solcher Gleichungen so viele erhalten,
Beobachtungen hat, und dann aus ihnen durch die
gegebene Methode der kleinsten Quadrate die
nlichsten Werthe von dx, dy und dz bestimmen.

Vorlesung VI.

Bestimmung der Entfernungen der Himmelskörper von der Erde.

1. §. Wenn man die Lage eines der Erde nahen G
stirns gegen die unendlich entfernten Fixsterne aus zw
gegebenen Puncten der Oberfläche der Erde beobachtet,
lässt sich daraus die Entfernung des Gestirns von dem M
telpuncte der Erde bestimmen.

Sey L (Fig. 9) das Gestirn, B und B' die beyden Be
achter, deren Normalen ZB, Z'B' verlängert den Äquat
CA der Erde unter den Winkeln $BbA = \varphi$, $B'b'A = \varphi'$ u
die Linie CL unter den Winkeln $B\beta L = y$, $B'\beta'L =$

[redacted]

$\mathrm{Sin}\, x = \frac{r}{R} \mathrm{Sin}\,(z - w)$ und $\mathrm{Sin}\,(m - x) = \frac{r'}{R} \mathrm{Sin}\,(z' - w')$,

und beyder Gleichungen Division gibt

$$\mathrm{tg}\, x = \frac{r\, \mathrm{Sin}\,(z - u)\, \mathrm{Sin}\, m}{r'\, \mathrm{Sin}\,(z' - w') + r\, \mathrm{Sin}\,(z - w)\, \mathrm{Cos}\, m},$$

$$\mathrm{tg}\, x' = \frac{r'\, \mathrm{Sin}\,(z' - w')\, \mathrm{Sin}\, m}{r\, \mathrm{Sin}\,(z - w) + r'\, \mathrm{Sin}\,(z' - w')\, \mathrm{Cos}\, m},$$

und dann findet man R durc … ung

$$R = \frac{r\, \mathrm{Sin}\,(z - w)}{\mathrm{Sin}\, x} \text{ ode } \ldots \frac{\ldots\, \mathrm{Sin}\,(z' - w')}{\mathrm{Sin}\,(m - x)}.$$

Ist dann ϖ die Horiz … e des … dem Äquator und A der Hal …

Sin …

oder sehr nahe, da m nur k …

$$\varpi = \frac{\ldots}{r'\, \mathrm{Sin}\,(z' - w') + r\, \mathrm{Sin}\,(z - w)}.$$

Dieser Ausdruck setzt voraus, dass die Beobachter auf verschiedenen Seiten des Äquators stehen. Sind sie auf derselben Seite, so ist

$$m = x' - x = (z' - z) - (\varphi' - \varphi),$$

$$\mathrm{tg}\, x = \frac{r\, \mathrm{Sin}\,(z - w)\, \mathrm{Sin}\, m}{r'\, \mathrm{Sin}\,(z' - w') - r\, \mathrm{Sin}\,(z - w)\, \mathrm{Cos}\, m} \text{ und}$$

$$\varpi = \frac{A}{R} = \frac{A\, x}{r\, \mathrm{Sin}\,(z - w)} = \frac{A\, m}{r'\, \mathrm{Sin}\,(z' - w') - r\, \mathrm{Sin}\,(z - w)}.$$

Liegen die beyden Beobachtungsorte nicht genau in demselben Meridian, wie bisher vorausgesetzt wurde, so wird man, da die Beobachtungen nicht mehr gleichzeitig sind, der Änderung der Declination des Gestirns während der Zeit zwischen beyden Beobachtungen Rechnung tragen. Durch dieses Verfahren hat Lacaille am Vorgebirge der guten Hoffnung mit Lalande in Berlin die Parallaxe des Mondes und des Mars bestimmt.

2. §. Für den Mond kann man, da er der Erde so nahe ist, seine Parallaxe auch aus den Beobachtungen eines und desselben Ortes ableiten. Ist nämlich a und p die wahre Rectascension und Poldistanz des Mondes, und a' die schein-

bare, durch die Parallaxe verminderte Rectascension d
selben, A die Sternzeit der Beobachtung, φ die geocentri
Polhöhe (S. 90) und r die Entfernung des Beobachters
dem Mittelpuncte der Erde, der Halbmesser des Äqua
als Einheit vorausgesetzt, so ist (S. 97)

$$a - a' = \varpi r \operatorname{Sin}(A - a') \frac{\operatorname{Cos}\varphi}{\operatorname{Sin} p},$$

wo ϖ die Horizontalparallaxe am Äquator bezeichnet.

Ist also

$$r \operatorname{Sin}(A - a') \frac{\operatorname{Cos}\varphi}{\operatorname{Sin} p} = b \text{ und } a - a' = da,$$

so ist $da = b\varpi$ und eben so für eine zweyte Beobacht
$da' = b'.\varpi$, also auch

$$\varpi = \frac{da' - da}{b' - b} \cdots\cdots (I).$$

Man sucht nämlich in zwey Beobachtungen, die auf e
gegengesetzten Seiten des Meridians in grossen Entfern
gen von demselben gemacht worden sind, die Differenz
Rectascension des Mondes von einem oder mehreren il
nahen Fixsternen, woraus man die scheinbaren Re
ascensionen des Mondes erhält, deren Differenz m' se
soll. Aus den Mondestafeln aber findet man die Bewegu
des Mondes in Rectascension für die Zwischenzeit der B

Ist T die Ortszeit des beobachteten Ein- oder Austritts der Venus und t die östliche Länge des Beobachtungsortes von Paris, so suche man für die Pariser-Zeit $(T - t)$ der Beobachtung die wahre geocentrische Rectascension a und Poldistanz p der Venus mit ihren stündlichen Änderungen Da und Dp, sammt ihrem Halbmesser r und ihrer Horizontalparallaxe x. Für die Sonne seyen dieselben Grössen $\alpha\ \pi\ \rho$ und ξ.

Ist s der Stundenwinke [illegible] Sonne und φ die geocentrische Polhöhe des Beobach[illegible]s, und

$$B = \frac{\operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Sin} s}{\operatorname{Sin}\pi} \text{ [illegible]}$$

$$-C = \operatorname{Sin}\varphi \operatorname{Sin}\pi \text{ [illegible] } \operatorname{Cos}\pi \operatorname{Cos} s,$$

so ist für dieselbe Zeit T — [illegible] S. 97)
die Differenz der scheinbaren [illegible]sion $A' = a - \alpha - Bq$,
die Differenz der scheinbaren [illegible]nz $P' = p - \pi - Cq$,
wo der Kürze wegen $q = x -$ [illegible]

Ferner ist die relative wahre Bewegung der Venus in einer Secunde in Rectascension und Poldistanz

$$f = \frac{Da - D\alpha}{3600} \text{ und } g = \frac{Dp - D\pi}{3600},$$

wenn Da, Dp u. s. w. die stündlichen Veränderungen der wahren Rectascension und Poldistanz bezeichnen.

Will man daraus die scheinbare relative Bewegung der Venus f' und g' während einer Secunde ableiten, so ist

$$f' = f - 0.000072\, q \frac{\operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Cos} s}{\operatorname{Sin} p} \text{ und}$$

$$g' = g + 0.000072\, q \operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Cos} p \operatorname{Sin} s.$$

Nimmt man aber an, dass die bisher gebrauchten Grössen t, a, p und r noch um die unbekannten Correctionen dt, da, dp und dr zu klein sind, so hat man (wie S. 240)

$$(a - \alpha - Bq + da - f'dt)^2 \operatorname{Sin}^2\pi + (p - \pi - Cq + dp - g'dt)^2$$
$$= [(\rho + d\rho) \pm (r' + dr)]^2 \ldots (I)$$

das obere Zeichen für die äussere Berührung der Ränder.

Setzt man der Kürze wegen

$$(a - \alpha)^2 \operatorname{Sin}^2 p + (p - \pi)^2 = \Delta^2 \text{ oder}$$

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{p - \pi}{(a - \alpha)\operatorname{Sin} p} \text{ und } \Delta = (a - \alpha)\frac{\operatorname{Sin} p}{\operatorname{Cos}\omega},$$

ür Rectascension $(x-\varepsilon)\dfrac{\operatorname{Cos}\varphi\operatorname{Sin}s}{\operatorname{Sin}\pi}=b\xi$,

ür Poldistanz

$$(x-\varepsilon)(\operatorname{Sin}\varphi\operatorname{Sin}\pi-\operatorname{Cos}\varphi\operatorname{Cos}\pi\operatorname{Cos}s)=-c\varepsilon,$$

ad daher für dieselbe Zeit die Differenz der

scheinbaren Rectascension $A'=a-\alpha-b\varepsilon$,

scheinbaren Poldistanz $P'=p-\pi-c\varepsilon$.

Dieses vorausgesetzt, wird die Gleichung (I), wenn man in sie noch die unbekannte Correction $d\xi$ der Sonnenparallaxe aufnimmt, oder $\xi+d\varepsilon$ statt ε setzt,

$(a-\alpha-b\varepsilon-b($ ... $-f\,dt)^2\operatorname{Sin}^2\pi$

$+(p-\pi-c\varepsilon-$ ... $dp-g\,dt)^2$

$=[(\rho+d\rho)\pm(r$ ... , oder

$(A'-b\,d\varepsilon+da-f\,dt)^2\operatorname{Sin}$ ... $-c\,d\varepsilon+dp-g\,dt)^2$

$=[(\rho+d\rho)$ ... $d\,r)]^2$

wo man statt $\operatorname{Sin}^2\pi$ etwas g ... $\operatorname{Sin}^2\dfrac{p+\pi}{2}$ setzen kann.

Lässt man die zweyten ... tenzen von dt, da, $d\varepsilon$.... weg, und setzt der Kürze wegen

$$S^2=A'^2\operatorname{Sin}^2\pi+P'^2 \text{ und } h=\frac{1}{A'f\operatorname{Sin}^2\pi+P'g},$$

so geht die letzte Gleichung in folgende über

$$\frac{dt}{h}=S^2+2A'\operatorname{Sin}^2\pi\,da+2P'dp-2(A'b\operatorname{Sin}^2\pi+P'c)d\varepsilon$$

$$-(\rho\pm r)^2-2S\,d(\rho\pm r),\text{ oder da nahe}$$

$$S^2-(\rho\pm r)^2=[S+(\rho\pm r)].[S-(\rho\pm r)]=2S[S-(\rho\pm r)]\text{ ist},$$

$$dt+hS[(\rho\pm r)-S]=h\,A'\operatorname{Sin}^2\pi.da+h\,P'.dp$$

$$-h(A'b\operatorname{Sin}^2\pi+P'c).d\varepsilon-h\,S\,d.(\rho\pm r)\ldots.(II),$$

ad diess ist die zweyte Form der Bedingungsgleichung, die f jede einzelne Beobachtung entwickelt werden soll. In r kann man $dt=0$ setzen, wenn man die Rechnung für Zeit der Beobachtung gemacht hat, und die Differenz der eridiane bereits genau kennt. Man kann aber auch, wenn Länge des Ortes bekannt ist, und mehrere Beobachtungen selben Ein- oder Austrittes von verschiedenen Beobachtern demselben Orte gemacht wurden, die vorhergehende chnung, z. B. für das Mittel aller Beobachtungszeiten chen, und dann in der letzten Gleichung $dt=T-T'$ zen, wo T die Zeit der Berechnung, und T' die Zeit der rklichen Beobachtung ist.

man die vorhergehende Gleichung, i … Potenzen an dt, da weglässt, so …

$$
= dt(f \sin \pi \cos \omega + g \sin \omega)
$$
$$
+ q(B \sin \pi \cos \omega + C \sin \omega)
$$
$$
- da \sin \pi \cos \omega
$$
$$
- dp \sin \omega
$$
$$
\pm (d\rho \pm dr) \frac{(\rho \pm r)}{\Delta},
$$

… gesuchte Bedingungsgleichung, we … Beobachtung entwickelt wird. Ist die L … genau bekannt, so ist $dt = o$, … Gleichungen zwischen q, da, … Beobachtungen hat. Entwickelt … dieser Correctionen, so erhält … $q = x - \xi$. Indem man so die I … Parallaxen erhält, hat man zugle… elliptischen Bewegung der Sonne … Verhältniss $q = \frac{\pi}{\xi}$ der beyden Pa… diese Parallaxen selbst durch die G…

$$
= \frac{\xi q'}{q' - 1}, \text{ und } \xi = \frac{q}{q' - 1}.
$$

e Zeit Paris 20ʰ 33′ 40″
eit Paris 1 33 26.2
eit des Ortes 2 37 46.2 = 39° 26′ 33″
′ 14′ 21″ = 74 14 21
35 5 s = −34 47 48
= −10′ 19.″08 b ε = −10.″86
= +12 22.68 c ε = +16.37

$A' = a - \alpha - b\,\varepsilon = -608.''22$

$P' = p - \pi - c\,\varepsilon =$

$\log A' \cos \frac{p+\pi}{2} = 2.749$

$\log P' = 2.861$

$S = 918.''0$

$(\rho - r) - S = -0.23$

$A' f \cos^2 \frac{p+\pi}{2} = 36.215$

$P' g = 12.226$

$\frac{1}{h} = 48.4419,$

oder $\log h = 8.31478.$

Dividirt man die vorhergehenden Werthe von $b\,\varepsilon$ und
durch $\varepsilon = 8.56$, so erhält man

$\log b = 0.10329\,n$, und $\log c = 0.28168$

$h S[(\rho - r) - \rho] = -0.23\,h S = -4.4$

$T = 21^h\ 38'\ 0''$

$T' = 21\ \ 38\ \ 3.3$

$dt = -3.3$ 3.3

$dt + h S[(\rho - r) - S] =$ 7.7

$A' b \cos^2 \frac{p+\pi}{2} = 13.578$ $\log h = 8.31478$

$h P' c = 28.687$ $\log S = 2.96286$

Factor von $d\,\varepsilon = +\ 42.265$ 1.27764

Factor von $d(\rho - r) = +\ 18.954$

$\log A' \sin^2 \frac{p+\pi}{2} = 2.71463\,n$, $\log P' = 2.86112$

$\log h = 8.31478$, $\log h = 8.31478$

1.02941 1.17590

Factor von $d a = -\ 10.699$ Factor von $d p = +\ 14.998$

Ex. Für den Durchgang der Venus den 5. Junim Jahre 1761 hat man aus den Tafeln

mittlere Zeit Paris	Sonne		Venus	
	α	π	a	p
14^h	$74^\circ\ 11'\ 52.''8$	$67^\circ\ 19'\ 27.''3$	$74^\circ\ 29'\ 4.''3$	$67^\circ\ 25'$ 1
17^h	19 36.4	18 40.9	24 13.2	27 1
20^h	27 20.1	17 54.7	19 22.2	29 4

$\left.\begin{array}{ll} \text{log Rad. Vect.} & ☉ = 0.006661 \\ \text{log Distanz} & ♀ ♁ = 9.461078 \end{array}\right\}$ für 17^h

wahrer Halbmesser $☉ = \rho = 946.''8$

$♀ = r = 29.''0$

Horizontalparallaxe der Sonne für die mittlere Entfern derselben von der Erde $8.''56$, also für den 5. Jun $\varepsilon = 8.''4297$, und $x = 29.''6068$, und $x - \varepsilon = 21.''1771$.

Noch ist

$\left.\begin{array}{l} \log f = 8.844425n \\ \log g = 8.227387 \end{array}\right\}$ für die Zeit der Eintritte,

$\left.\begin{array}{l} \log f = 8.844270n \\ \log g = 8.226170 \end{array}\right\}$ für die Zeit der Austritte.

Beobachtungen.

Am Vorgebirge der guten Hoffnung

Austritt innere Berührung $21^h\ 38'\ 3.''3$ mittlerer Zeit

re Zeit Paris 20^h 33′ 40″
zeit Paris 1 33 26.2
eit des Ortes 2 37 46.2 $= 39°\ 26'\ 33''$
° 14′ 21″ $= 74\ \ 14\ \ 21$
35 5 $s = -34\ \ 47\ \ 48$
$= -10'\ 19.''08$ $b\varepsilon = -10.''86$
$= +12\ \ 22.68$ $c\varepsilon = +16.37$

$$A' = a - \alpha - b\varepsilon = -608.''22$$
$$P' = p - \pi - c\varepsilon = +726.''31$$

$$\log A' \operatorname{Cos} \frac{p+\pi}{2} = 2.74935\,n$$
$$\log P' = 2.86112$$
$$S = 918.''045$$
$$(\rho - r) - S = -0.23$$
$$A' f \operatorname{Cos}^2 \frac{p+\pi}{2} = 36.2158$$
$$P' g = 12.2261$$
$$\frac{1}{h} = 48.4419,$$
oder $\log h = 8.31478.$

Dividirt man die vorhergehenden Werthe von $b\varepsilon$ und
urch $\varepsilon = 8.56$, so erhält man

$$\log b = 0.10329\,n, \text{ und } \log c = 0.28168$$
$$hS[(\rho - r) - \rho] = -0.23\,hS = -4.4$$
$$T = 21^h\ 38'\ 0''$$
$$T' = 21\ \ 38\ \ 3.3$$
$$dt = -3.3 \qquad 3.3$$
$$dt + hS[(\rho - r) - S] = \qquad 7.7$$
$$A' b \operatorname{Cos}^2 \frac{p+\pi}{2} = 13.578 \quad \log h = 8.31478$$
$$hP'c = 28.687 \quad \log S = 2.96286$$
actor von $d\varepsilon = +42.265$ $\qquad 1.27764$

Factor von $d(\rho - r) = +18.954$

$$\log A' \operatorname{Sin}^2 \frac{p+\pi}{2} = 2.71463\,n, \log P' = 2.86112$$
$$\log h = 8.31478, \quad \log h = 8.31478$$
$$1.02941 \qquad 1.17590$$
tor von $da = -10.699$ Factor von $dp = +14.998$

absolute Parallaxe ϖ, während im Gegentheile die P
da der Rectascension oft beträchtlich grösser als ϖ
kann, dass es also auch vortheilhafter ist, die Beob
gen der Rectascension zur Bestimmung der Parallax
nehmen. Wählt man ein solches Sternpaar, die in
Rectascension a und a' nahe um 180° verschieden sind
nimmt man die Parallaxe da für beyde Sterne gleich
an, so wird durch die erste Beobachtung dieser Ster
Rectascension des einen gleich a + da, und des a
gleich a' — da, also beyder Differenz gleich $\Delta = a - a' +$
Nach einem halben Jahre aber werden die beobac
Rectascensionen dieser Sterne a — da und a' + da,
beyder Differenz $\Delta' = a - a' - 2da$ seyn, wodurch
daher

$$\Delta - \Delta' = 4da,$$

oder die doppelte Summe beyder Parallaxen erhält, die
leicht für unsere Instrumente merkbar ist, wenn auc
einfachen Parallaxen dieser Sterne selbst nicht mehr u
schieden werden können. Zu diesem Zwecke wird man
die beyden Sterne in jenen beyden Jahreszeiten beobac
wo die Parallaxen ihrer Rectascensionen den grössten
tiven oder negativen Werth haben, d. h. wie aus den G
chungen für da folgt, wenn a gleich 90 + A, oder g
270 + A ist.

auf die Polhöhe $90° - p$, so sehen alle Orte der
lche über dem Horizonte des Globus sind, den
r Finsterniss, während dieser Anfang allen übri-
der Erde unsichtbar ist. Eben so kann man die
reise der Erde finden, in welchen alle Orte ein-
n sind, die den Anfang der totalen, oder das Ende
len Finsterniss u. s. w. sehen.

ür die Mondesfinsterniss des 3. Novembers 1827
re Zeit Wien der Opposition in Länge $6^h\ 17'\ 14''$
nd für diese Zeit ist
ge des Monds und der Sonne

$$a = \alpha = 40°\ 33'\ 4'',$$

des Monds

$$p = 90°\ 28'\ 59'',\quad \pi = 90°,$$

$$\left.\begin{array}{l} 2'\ 54'',\ d\pi = 0 \\ = 0°\ 28'\ 48'' \end{array}\right\}\ \text{stündliche Änderungen},$$

$$11'' \qquad x = 55'\ 43'',$$

$$6.''6 \qquad \varepsilon = 0'\ 9'',\ \text{also}$$

$$R = x + \varepsilon - \mu = 39.''75.$$

den Erfahrungen soll man diesen Werth von R
sechzigsten Theil vergrössern, um ihn mit den
ngen übereinstimmender zu machen, daher ver-
Werth von $R = 40.'412$, und $R + m = 55.'59$.
r ist $n = 5°\ 45'$, $e = -28.'83$, und $h = 0.03455$,
also $(\pi - p)\,h\,\mathrm{Sin}\,n = -0^h.1003$.
er Mitte der Finsterniss

$$\theta = t - 0^h.1003 = 6^h\ 11'\ 13''$$

Wien,
$= 0$ ist $U = 58°\ 45'$, und $h\,e\,\mathrm{tg}\,U = 1^h\ 38'\ 11''$,
g der partiellen Finsterniss $4^h\ 32'\ 42''$
\- - - - - - - - - - $7\ \ 49\ \ 44$,
Finsterniss $R + m - e = 26.'72$, oder der Mond
den $\frac{26 \cdot 72}{2\,m} = 0.88$sten Theil seines Durchmessers
Diese Finsterniss ist daher bloss partiell, daher
$= 2$ der Werth von U unmöglich ist.

u finden, ob diese Finsterniss für Wien sichtbar
net man mit der Declination $-15°\ 5'$ der Sonne
Tag die Zeit des Sonnenunterganges $4^h\ 50'$, und

da nach dem Vorhergehenden die Zeit des A
sterniss vor $4^h\ 50'$ fällt, so ist der Mond zur Z
der Finsterniss für Wien noch nicht aufgegan
dieser Anfang in Wien nicht sichtbar, aber v
und das Ende der Finsterniss. Für Lissabon
Tage die Sonne um $5^h\ 10'$ unter, und da
$1^h\ 42'$ westlich von Wien liegt, so ist der A
sterniss um $2^h\ 51'$, und das Ende um $6^h\ 8'$
also sieht diese Stadt nur die letzten Ersc
Finsterniss. Überhaupt ist diese Finsterniss
östlichen Europa und Afrika, und auf alle
Meeres sichtbar, während für das westlic
Amerika der Mond erst während der Fi

2. §. Auf eine ähnliche Art wird ma
finsternisse verfahren, wenn man d
selben bloss für die Erde im Allgem
Sonnenfinsterniss entsteht, wenn de
Sonne und die Erde tritt, und uns
Sonne entzieht, so hat man wieder
renz der Poldistanzen beyder Gest
junction (wo $a = \alpha$ ist) bezeichnet
vorhergehenden Bedeutungen hab

$$\operatorname{tg} n = \frac{d\pi - dp}{(da - d\alpha) \operatorname{Sin} \pi}, \text{ u}$$

hat daher für die Zeit der Mitte der Fins

$$\Theta = t \pm (\pi - p) h \operatorname{Sin} n,$$

e Zeit T, wo von der Sonne ein Theil verfinstert ch zu ihrem Halbmesser verhält, wie N zu 1,

$$T = \Theta \pm h e \operatorname{tg} U$$

wo $\operatorname{Cos} U = \frac{e}{m + (1 - N)\mu + x - \xi}$ ist.

den Anfang und das Ende der partiellen Finster- $N = 0$, für die totale i =2; für die centrale $\frac{+\mu}{\mu}$ oder $\operatorname{Cos} U = \frac{e}{x + \xi}$ w. Ist $m < \mu$, so ist die sterniss eigentlich ringf .

Für die grosse Sonnen[illegible]rniss des 9. Octobers man

	re Zeit Paris					
				12^h		
hre Länge	195°	1	57".4	159°	33′	48".1
α	194	6	10.2	194	19	56.7
π	96	2	6.9	96	7	50.7
μ		16	3.05		16	3.05
ξ			8.81			8.81
hre Länge	193°	50′	57".5	196°	47′	50".3
Pol d. Ecliptik	89	37	36.9	89	21	40.5
a	192	53	21.1	195	43	29.7
p	95	7	24.9	96	0	55.7
m		14	41.2		14	41.2
x		53	54.1		55	55.1

Schiefe der Ecliptik 23° 27′ 22".5.

Is folgen die stündlichen Änderungen

$$d a = 28' \; 21''.433 \quad d p = +8' \; 55''.13$$

$$d \alpha = 2' \; 17.75 \quad d \pi = +0 \; 57.3.$$

Conjunction in Rectascension

$$8^h \; 47' \; 38''.688$$

iese Zeit $a - \alpha = 194° \; 12' \; 35''.06$

$$p = 95 \; 30 \; 29.3$$

$$\pi = 96 \; 4 \; 47.1$$

Zeit $+ 0^h \; 12' \; 32'' =$ wahre Zeit.

vorausgesetzt erhält man

$17° \, 4' \, 24''$, $\log e = 1.515677$ und $\log h = 8.566653$

Zeit der Mitte der Finsterniss $\Theta = 9^h\, 9' 55''$ mittlere Zeit I
$N = 0$ gibt $U = 67^\circ\, 10' 14''$ für die partielle Finstern
$N = \frac{m+\mu}{\mu}$ gibt $U = 52\ 25\ 23$ für die centrale Finstern
$N = 2 \ldots$ gibt $U = 51\ 16\ 0$ für die totale Finsterniss

	Anfang	End
Also auch für die partielle Finst.	$6^h\ 17'\ 38''$ - -	$12^h\ 2$
„ „ „ centrale Finst.	7 35 41 - -	10 44
„ „ „ totale Finst.	7 31 53 - -	10 47

und da $m < \mu$, so ist die totale Finsterniss ringförmig.

I. Da eine Sonnenfinsterniss für irgend einen Or Erde nur dann entstehen kann, wenn die scheinbare stanz der Mittelpuncte der Sonne und des Mondes kl als $m + \mu$ ist, und da der geocentrische Abstand dieser telpuncte durch die Parallaxe höchstens um $x - \xi$ ver dert werden kann, so ist eine Sonnenfinsterniss nur möglich, wenn zur Zeit der Conjunction der geocentr Abstand der Mittelpuncte der Sonne und des Monds, die wahre Breite des Monds, kleiner ist als $m + \mu + x$ oder wenn die Entfernung u des Monds, und daher der Sonne, von einem der Mondsknoten kleiner ist, die durch die Gleichung gegebene:

$$\operatorname{Sin} u = \frac{\operatorname{Sin}(m + \mu + x - \xi)}{\operatorname{Sin} n}$$

(wo n die Neigung der Mondsbahn gegen die Ecli bezeichnet, s. S. 115). Da die Grössen m, μ, x, ξ veränderlich sind, so ändern sich auch die Grenzen Möglichkeit einer Sonnenfinsterniss. Ist zur Zeit der C junction u kleiner als $15^\circ\, 24'$, so ist eine Sonnenfinster gewiss; ist u grösser als $18^\circ\, 22'$, so ist sie unmöglich; u zwischen diesen Grenzen, so muss man durch gena Rechnung untersuchen, ob die Breite des Monds zur der Conjunction kleiner ist als $m + \mu + x - \xi$.

Eben so kann eine Mondsfinsterniss nur dann Statt den, wenn zur Zeit der Opposition die geocentrische stanz der Mittelpuncte des Monds und des Schattenschni oder (da die Schattenaxe in der Ecliptik liegt) die B te des Monds kleiner ist als die Summe ihrer von

henen Halbmesser, d. h. (nach §. 1.) kleiner als
+m, oder wenn Sin u kleiner ist als

$$\frac{\text{Sin}(x+\xi-\mu+m)}{\text{Sin}\, n}.$$

it der Conjunction der Abstand des Monds von ei-
r Knoten, oder der Abstand der Sonne von dem
liegenden Knoten, kleiner als $9^\circ\ 31'$, so hat ge-
Mondsfinsterniss Statt; ist aber dieser Abstand
$12^\circ\ 4'$, so ist keine Mondsfinsterniss möglich.

Wir wollen nun über den Weg, welchen der
n des Monds bey einer Sonnenfinster-
f der Oberfläche der Erde zurücklegt,
ungen anstellen.

mmt man zuerst die Lage des Mittelpuncts des
gen den der Erde durch drey rechtwinkelige Coor-
, $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{z}$, von denen $\mathfrak{x}$ in der Durchschnittslinie des
skreises der Sonne mit dem Äquator, und $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{v}$
ne des Äquators liegen, so ist

$$\mathfrak{x} = r \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} (a - \alpha)$$
$$\mathfrak{v} = r \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} (a - \alpha)$$
$$\mathfrak{z} = r \operatorname{Cos} p.$$

man nun durch die vorige Axe der $\mathfrak{v}$ eine andere
welche gegen den Äquator um $90^\circ - \pi$, d. h. um
nation der Sonne, geneigt ist, und nimmt man
ler y wieder die vorige Axe der $\mathfrak{v}$, die Axe der x
en Ebene darauf senkrecht, und die Axe der z auf
ene senkrecht, so wird die Ebene, welche durch
der $\mathfrak{x}$ und x geht, auf der Axe der y oder $\mathfrak{v}$, und
h auf dem Äquator senkrecht, und wird also
ationskreis der Sonne seyn; die Axe der x wird
xe der $\mathfrak{x}$ einen Winkel $= 90^\circ - \pi$ machen, und
er nach dem Mittelpuncte der Sonne gehen; die
r y z wird auf der die Mittelpuncte der Erde und
e verbindenden geraden Linie senkrecht, und y
dem Äquator parallel seyn.

hat man für die neuen Coordinaten, welche die
Monds gegen die Erde bestimmen, die Ausdrücke:

$$x = \mathfrak{x} \operatorname{Sin} \pi + \mathfrak{z} \operatorname{Cos} \pi,$$
$$y = \mathfrak{y},$$
$$z = \mathfrak{z} \operatorname{Sin} \pi - \mathfrak{x} \operatorname{Cos} \pi;$$
oder
$$x = r\,[\operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos}(a - \alpha) + \operatorname{Cos} p \operatorname{Cos} \pi],$$
$$y = r \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin}(a - \alpha),$$
$$z = r\,[\operatorname{Cos} p \operatorname{Sin} \pi - \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} \pi \operatorname{Cos}(a - \alpha)].$$

Bestimmt man eben so die Lage des Beobachters an Oberfläche der Erde gegen den Mittelpunct derselben drey den x, y, z parallelen Coordinaten X, Y, Z, un zeichnet R die Entfernung des Beobachtungsortes vom telpunct der Erde, φ die geocentrische Polhöhe, s den denwinkel der Sonne, so hat man die den vorigen an Ausdrücke:

$$X = R\,(\operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} s + \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} \pi),$$
$$Y = R \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} s,$$
$$Z = R\,(\operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Sin} \pi - \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} \pi \operatorname{Cos} s).$$

Wir wollen nun (Fig. 11) durch den Mittelpunct Mondes in der Nähe der Conjunction eine Ebene senk auf die gerade Linie TS legen, welche die Mittelp T, S der Erde und der Sonne mit einander verbindet. Ebene werde von der geraden Linie S T in C, und vo den Mittelpunct der Sonne und den Beobachtungsort bindenden geraden Linie in B getroffen; die geraden L A C F, a B f in dieser Ebene seyen mit dem Äquato rallel, und L F, B E, D C auf jenen senkrecht.

:F. FL, sind offenbar die vorigen Coordinaten y, z, s ist

$$y = \frac{\text{Sin}(a-\alpha)\,\text{Sin}\,p}{\text{Sin}\,1''},$$

$$z = \frac{\text{Cos}\,p\,\text{Sin}\,\pi - \text{Sin}\,p\,\text{Cos}\,\pi\,\text{Cos}(a-\alpha)}{\text{Sin}\,1''},$$ oder nahe

$$y = (a-\alpha)\,\text{Sin}\,p,$$

$$z = (\pi - p) - \frac{1}{4}(a-\alpha)^2\,\text{Sin}\,1''\,\text{Sin}\,2\pi,$$

wenn man das Quadrat von $a-\alpha$ vernachlässigt,

$$z = \pi - p;$$

iese Coordinaten kann m[illegible] jede gegebene Pariser erechnen. Nimmt man an [illegible] der Mond einige Zeit rch in unserer Projectio[illegible]ne eine gerade Linie beschreibe, so findet ma[illegible]u Winkel $LAF = n$ aus Gleichung

$$\text{tg}\,n = \frac{z'}{y'},$$

[illegible] zwey Paare von Coordinaten y, z und y', z' für [illegible]nommene Zeiten berechnet hat. Nennt man dann $=P$, so wird seyn

$$P = z - y\,\text{tg}\,n = z' - y'\,\text{tg}\,n.$$

CE, EB aber werden sich zu den vorigen Coordinaten Y, Z lten, wie $SC : ST - X$, oder nahe $= SC : ST = x - \varepsilon : x$; ach wird man haben, da $R = r\,\text{Sin}\,x = x$ ist,

$$CE = (x-\varepsilon)\,\text{Cos}\,\varphi\,\text{Sin}\,s$$

$$EB = (x-\varepsilon)(\text{Sin}\,\varphi\,\text{Sin}\,\pi - \text{Cos}\,\varphi\,\text{Cos}\,\pi\,\text{Cos}\,s).$$

[illegible] §. Dieses vorausgesetzt, wollen wir die Lage des uf der Oberfläche der Erde suchen, der zu einer geen Pariser Zeit eine gegebene Distanz Δ der Mittele der Sonne und des Mondes als grösste Phase sieht.

Die grösste Phase einer Finsterniss für einen Ort der hat dann Statt, wenn die an diesem Ort gesehene Di-$\Delta = BL'$ am kleinsten ist. Für diesen Fall ist offenbar Winkel $BL'A$ ein rechter, und, wenn $L'f'F'$ auf AC echt ist, $BL'F' = n$, also $EF' = Bf' = \Delta\,\text{Sin}\,n$, und $= \Delta\,\text{Cos}\,n$; nun ist

$$CE = CF' + F'E = y + \Delta\,\text{Sin}\,n,$$

$$BE = LF' - L'f' = z - \Delta\,\text{Cos}\,n.$$

Vermittelst dieser Ausdrücke findet man CE, EB, wenn man für die gegebene Pariser Zeit y, z nebst n berec[hnen] kann.

Es ist aber auch (nach §. 3.)

$$CE = (x - \xi) \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} s,$$

und $EB = (x - \xi)(\operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Sin} \varkappa - \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} \varkappa \operatorname{Cos} s)$,

oder, wenn man $\frac{CE}{x-\xi}$ durch Y', und $\frac{EB}{x-\xi}$ durch Z' [be]zeichnet,

$$Y' = \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} s, \text{ daher } \operatorname{Cos} s = \sqrt{1 - \frac{Y'^2}{\operatorname{Cos}^2 \varphi}},$$

und $Z' = \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Sin} \varkappa - \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} \varkappa \operatorname{Cos} s$,

woraus folgt

$$(\operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Sin} \varkappa - Z')^2 = \operatorname{Cos}^2 \varkappa (1 - \operatorname{Sin}^2 \varphi - Y'^2),$$

$$\text{daher } \operatorname{Sin} \varphi = Z' \operatorname{Sin} \varkappa + \operatorname{Cos} \varkappa \sqrt{1 - Y'^2 - Z'^2}.$$

So findet man die gesuchte Polhöhe des Ortes.

Ist so φ bekannt, so erhält man s aus der Gleich[ung]

$$\operatorname{Sin} s = \frac{Y'}{\operatorname{Cos} \varphi}.$$

So findet man die wahre Zeit des Ortes, welche mit [der ge]gebenen Pariser Zeit verglichen, die gesuchte geogra[phische] Länge des Ortes gibt.

I. Wir haben also die Gleichungen:

$$Y' = \frac{y + \Delta \operatorname{Sin} n}{x - \xi},$$

$$tg\,\psi = \frac{1}{\mathrm{Cos}\,B}\sqrt{\mathrm{Sin}\,(B+A)\,\mathrm{Sin}\,(B-A)}.$$

man so A, B, ψ, so ist

$$\mathrm{Sin}\,\varphi = \frac{\mathrm{Cos}\,B\,\mathrm{Sin}\,(\pi+\psi)}{\mathrm{Cos}\,\psi}, \text{ und}$$

$$\mathrm{Sin}\,s = \frac{\mathrm{Sin}\,A}{\mathrm{Cos}\,\varphi}.$$

nmerkung. Bisher wurde vorausgesetzt, dass L' h von B liege, oder dass für den Ort der Erde die auf der Nordseite verfinstert werde; für den entgegen-en Fall muss man Δ negativ setzen.

I. Setzt man in diesen Ausdrücken

$$\Delta = m + (1 - N)\mu,$$

ält man die Orte der Oberfläche der Erde, welche zu gegebenen Pariser Zeit eine Verfinsterung eines Theils onne, der sich zu ihrem Halbmesser verhält, wie N : 1, össte Phase der Finsterniss sehen, oder man erhält diesem Werthe von Δ entsprechenden Weg des Mond-ttens auf der Oberfläche der Erde, und zwar die süd-oder nördliche Grenze dieses Weges, je nachdem man Δ tiv oder negativ nimmt. So gibt N = o oder $\Delta = \pm(m+\mu)$ Orte der Erde, welche nur eine äussere Berührung Ränder der Sonne und des Mondes sehen, oder gibt die beyden äussersten Grenzen des Schattenweges. gibt alle Orte, welche eine centrale Finsterniss sehen, den Weg der Schattenaxe; $\Delta = m - \mu$ gibt die Orte neren Berührungen der beyden Ränder u. s. w.

§. Wir wollen nun noch die Orte der Erde suchen, die Finsterniss zuerst und zuletzt sehen.

in solcher Ort liegt in der geraden Linie, welche die nd die Sonne auf der einen Seite, und den Mond auf dern Seite berührt. Für ihn sind also Sonne und Mond izont, (denn die Horizontallinie berührt einen Son-d und einen Mondrand), woraus (nach S. 40) folgt

$$\mathrm{Cos}\,s = -\,tg\,\varphi\,\mathrm{Cotg}\,\pi;$$

e Mittelpuncte der Sonne und des Mondes liegen in r Vertikalebene (die Erde als sphärisch angenommen), ie geraden Linien SC, SB, SL liegen in einer , und ihre Durchschnittspuncte C, B, L, mit unserer

Projectionsebene liegen daher in einer geraden Li
scheinbare Distanz Δ der Mittelpuncte oder B L ist
Anfang oder das Ende der Finsterniss $= m + \mu$, d
centrische Distanz D oder C L $= m + \mu + x - \varepsilon$;
$= S C \operatorname{tg} \varepsilon = x - \varepsilon$. Zieht man C G senkrecht auf
ist der Winkel D C G $= n$, also C G $= P \operatorname{Cos} n$, und
wenn man den Winkel C L G $= \omega$ nennt,

$$\operatorname{Sin} \omega = \frac{P \operatorname{Cos} n}{D}.$$

Da der Winkel B C E $= \omega + n$ ist, so ist

$$B E = (x - \varepsilon) \operatorname{Sin} (\omega + n).$$

Es war aber auch (nach §. 3.)

$$B E = (x - \varepsilon) (\operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Sin} \pi - \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} \pi \operatorname{Cos} s),$$

oder, wenn man für Cos s seinen Werth $= - \operatorname{tg} \varphi$
substituirt,

$$B E = (x - \varepsilon) \frac{\operatorname{Sin} \varphi}{\operatorname{Sin} \pi},$$

welchen Ausdruck man auch einfacher so findet: die
T C D ist der Declinationskreis der Sonne, denn sie ist
geraden Linie A C, und folglich auf dem Äquator sen
und geht durch den Mittelpunct S der Sonne; die
T C B ist der Vertikalkreis der Sonne, also ist der
B C D dem Winkel ν zwischen dem Declinationskreis u
Vertikalkreis der Sonne gleich, mithin B E $= (x - \varepsilon$
d. i. (nach S. 26, wenn man dort $z = 90°$ setzt),

[redacted]

ariser Zeit derselben Erscheinung verglichen, die ge-
Länge des Ortes gibt, welcher den Anfang der Fin-
ss zuerst oder das Ende derselben zuletzt sieht. Es ist
dass auf diese Art beyde Orte zugleich gefunden wer-
da Sin ω einen doppelten Werth von ω gibt. Diesel-
Gleichungen geben auch die beyden Orte, welche die
rale Finsterniss zuerst oder zuletzt sehen, wenn man
$x - \xi$ setzt.

Noch kann bemerkt werd[illegible] s man die Pariser Zeit
Erscheinungen auch unm[illegible] r aus den Gleichungen

$$y = D \text{ Cos } [illegible]),$$
$$z = D \text{ Sin } [illegible]),$$

Hülfe des §. 2 ableiten ka[illegible] ch diese Gleichungen
man nämlich, da D, [illegible] sind, die
the von y und z. Hat man d[illegible] afel, welche
e Werthe für jede Stunde Pa[illegible] t während der Dauer
Finsterniss gibt, so kann m[illegible] daraus durch Interpolation
Pariser Zeit der Erscheinungen finden.

In unserem Beyspiele (S. 289) ist, wenn
$D = m + \mu + x - \xi$ und $P = 1940''$ gesetzt wird,

$$\text{Sin } \omega = \frac{P \text{ Cos } n}{D}, \quad \text{also } \omega = \left.\begin{matrix} 158^\circ\ 32'\ 31'' \\ \text{oder } 21\ \ 27\ \ 29 \end{matrix}\right\}$$

Partielle Finsterniss

Anfang			Ende
$= 58^\circ\ 17'\ 8''$	Polhöhe	$\varphi =$	$4^\circ\ 21'\ 10''$
$= 6^h\ 19'\ 9''$	wahre Ortszeit	$s =$	$17^h\ 58'\ 8''$
$6\ 30\ 10$	wahre Pariser Zeit		$12\ 14\ 44$
$= -\ 0^h\ 11'\ 1''$	westl. Länge v. Paris	$\lambda = +$	$5^h\ 44'$ östl. L.

Eben so gibt

$$\text{Sin } \omega = \frac{P \text{ Cos } n}{x - \xi} \text{ den Werth } \omega = \left.\begin{matrix} 144^\circ\ 54'\ 37'' \\ \text{oder } 35\ \ 5\ \ 23 \end{matrix}\right\}$$

und daher

Centrale Finsterniss

Anfang			Ende
$\varphi = 51^\circ\ 45'\ 35''$		$\varphi =$	$17^\circ\ 54'\ 14''$
$s = 18\ 30\ 58$		$s =$	$18^h\ 7\ 55''$
$\lambda = -\ 1^h\ 17$	westlich	$\lambda = +$	$7^h\ 11'$ östlich.

Um den ganzen Schattenweg nach §. 5. I zu bestin
hat man zuerst die kleine Tafel

Mittlere Zeit Paris	$\frac{(a-\alpha)\,\mathrm{Sin}\,\pi}{x}$	$\frac{\pi-p}{x}$
$6^h\ 0'$	$-\ 1.345$	$+\ 1.013$
8 0	$-\ 0.382$	$+\ 0.719$
10 0	$+\ 0.580$	$+\ 0.423$
12 0	$+\ 1.540$	$+\ 0.126$

Ferner ist

$$\frac{m+\mu}{x}\,\mathrm{Sin}\,n = -\ 0.167$$

$$\frac{m+\mu}{x}\,\mathrm{Cos}\,n = +\ 0.545,$$

für die Südseite für die Nordseite

$$Y = \frac{(a-\alpha)\,\mathrm{Sin}\,\pi + \Delta\,\mathrm{Sin}\,n}{x} \qquad Y = \frac{(a-\alpha)\,\mathrm{Sin}\,\pi - \Delta\,\mathrm{Sin}\,n}{x}$$

$$Z = \frac{(\pi-p) - \Delta\,\mathrm{Cos}\,n}{x} \qquad Z = \frac{(\pi-p) + \Delta\,\mathrm{Cos}\,n}{x},$$

wo $\varDelta = 0$ den Weg des centralen Schattens, $\varDelta =$
die südliche und nördliche Grenze des vollen Schi
$\varDelta = m + \mu$ die südliche und nördliche Grenze des
schattens u. s. gibt.

Man findet so den Weg der Schattenaxe oder des [redacted]

Um noch einige Puncte des Schattenweges anzugeben, wählt man für die südliche Grenze des Halbschattens

mittlere Zeit Paris	Breite	Länge von Paris
$8^h\ 0'$	$+5°\ 11'$ nördlich	$+1^h\ 33'$ östlich
9 0	$-4\ 17$ südlich	$+2\ 31$
10 0	$-11\ 21$	$+3\ 27$
11 0	$-18\ 46$	$+5\ 30$

Für die Orte, welche die Hälfte der Sonne als grösste Phase der Verfinsterung sehen, hat man

mittlere Zeit Paris	auf der Südseite des centralen Schattens Breite	Länge	mittlere Zeit Paris	auf der Nordseite des centralen Schattens Breite	Länge
$7^h\ 15'$	$+33°\ 39'$	$-1^h\ 0'$	$8^h\ 12'$	$+72°\ 4'$	$+0^h\ 49'$
8 0	21 31	$+1\ 47$	8 30	60 47	2 50
9 0	11 33	$+2\ 51$	9 0	51 55	3 13
10 0	3 39	$+3\ 46$	10 0	43 44	6 13
11 0	0 8	$+5\ 58$	10 10	41 48	7 18

und diese Angaben reichen hin, den Weg des Schattens nach seiner ganzen Ausdehnung auf einer Karte zu verzeichnen.

6. §. Um eben so die Erscheinungen des Durchganges eines der unteren Planeten von der Sonne für alle Puncte der Oberfläche der Erde zu finden, wollen wir zuerst, wie oben Seite 288 bey den Sonnenfinsternissen, diese Erscheinungen für die Erde überhaupt suchen.

Ist nämlich wieder a, p, m, x die Rectascension, Poldistanz, Halbmesser und Horizontalparallaxe der Venus für die Zeit der geocentrischen Conjunction in Rectascension, und $\mathfrak{a}$, π, μ, ξ dieselben Grössen für die Sonne zu derselben Zeit, und $d\mathfrak{a}$, $d\alpha$, so wie dp, $d\pi$ die stündlichen Bewegungen beyder Gestirne in Rectascension und Poldistanz, so hat man für jede gegebene Zeit t nach der Conjunction

$$(f\,t \operatorname{Sin} \pi)^2 + (\pi - p + g\,t)^2 = \Delta^2,$$

$$\text{wo } f = \frac{d\mathfrak{a} - d\alpha}{3600}, \text{ und } g = \frac{d\pi - dp}{3600},$$

und Δ die scheinbare Distanz der Mittelpuncte beyder

Gestirne für die Zeit t bezeichnet (t in Secunden au
drückt).

Ist daher wieder

$$\operatorname{tg} n = \frac{g}{f \operatorname{Sin} \pi},$$

so hat man

$$t = -(\pi - p)\frac{\operatorname{Sin}^2 n}{g} \pm \frac{\operatorname{Sin} n}{g}\sqrt{\varDelta^2 - (\pi - p)^2 \operatorname{Cos}^2}$$

Setzt man in diesen Ausdrücken $\varDelta = \mu \pm m$, so er man die Zeiten der äusseren und inneren Berührungen Ränder, wie sie aus dem Mittelpuncte der Erde gese werden. Setzt man aber $\varDelta = \mu \pm m + (x - \varepsilon)$, so er man die Zeiten der äusseren und inneren Berührungen, sie zuerst und zuletzt von der Oberfläche der Erde sehen werden.

I. Um aber diejenigen Orte der Oberfläche der Erd finden, welche den Eintritt von allen zuerst und zu sehen, wird man, wie Seite 295, bemerken, dass di Orten die Sonne eben auf- oder untergeht. Nennt daher wieder $P = \pi - p$ die Differenz der Poldistanzen Zeit der Conjunction, φ die Polhöhe, und s den Stund winkel der Sonne, so hat man (wie Seite 296)

$$\operatorname{Sin} \omega = \frac{P \operatorname{Cos} n}{D},$$

[redacted]

tl. Z. Par.	Sonne α	π	Venus geoc. a	p
	74° 11′ 53″	67° 19′ 27″	74° 29′ 4″	67° 25′ 12″
	74 19 36	67 18 41	74 24 13	67 27 27
	74 27 20	67 17 55	74 19 22	67 29 43

$\mu = 947''$ $\quad\quad \varepsilon = 8.''4$

$m = 29$ $\quad\quad x = 29.6$

hre Zeit = mittlerer Zeit + 1′ 52″.

Daraus folgt

njunction in Rectascensior 2.″4 mittl. Zeit Paris

d für diese Zeit $a = \alpha =$ 26.″2

$p =$ 16.9

$\pi =$ 24.1

$P = \pi -$ 592.″8,

es auch

mittlere Zeit Paris	$(a-\alpha)$	$(a-\alpha)\,\mathrm{Sin}\,\pi$	$(\pi - p)$
14^h	−1031″	−951″	−345″
17	− 277	−256	−526
20	+ 478	+441	−708

$da = -97.''0 \quad\quad d\alpha = +154.''5$

$dp = +45.2 \quad\quad d\pi = -\ 15.3$

$$f = \frac{da - d\alpha}{3600} = -0.06986,$$

$$g = \frac{d\pi - dp}{3600} = -0.016805,$$

für $\mathrm{Sin}\,\pi$ im Mittel $\mathrm{Sin}\,\frac{\pi + p}{2} = \mathrm{Sin}\ 67°\ 23'$ angenommen rde.

Es ist daher die Neigung der relativen Bahn

$$n = +14°\ 36'\ 22'',$$

$$\text{nd } t = -(\pi - p)\frac{\mathrm{Sin}^2 n}{g} \pm \frac{\mathrm{Sin}\,n}{g}\sqrt{\Delta^2 - (\pi - p)^2\,\mathrm{Cos}^2 n},$$

$$\text{der } t = -2243.''2 \mp 15.00581\sqrt{\Delta^2 - 329065.}$$

Diess vorausgesetzt, hat man für den Mittelpunct Erde, äussere Berührung der Ränder

$\Delta = \mu + m = 976$ gibt $t = -\ 3^h 54' 52''$, und $+\ 2^h 40' 6''$

Conjunction	18 6 2		18 6 2
Eintritt	14 11 10	Austritt	20 46 8

ul-re Zeit Paris.

Für die Oberfläche der Erde aber, und die in
Berührungen der Ränder hat man

$$D = \mu + m + (x - \varepsilon) = 997.''2, \text{ gibt}$$

	$t = -\ 4^h$	$1'$	$25''$,	und	$+\ 2^h 4$
	18	6	2		18
erster Eintritt	14	4	37	letzter Austritt	20 5

mittlere Zeit Paris

für den Ort A, für den

Eben so gibt

$$D = \mu + m - (x - \varepsilon) = 955''$$

	$t = -\ 3^h$	$48'$	$20''$,	und	$+\ 2^h 5$
	18	6	2		18
letzter Eintritt	14	17	42	erster Austritt	20 5

mittlerer Zeit Paris

für den Ort a, für den

Die Differenz der beyden Eintritte, oder auch de
den Austritte für die Oberfläche der Erde gibt $\theta = 0^h$

und $\frac{\theta}{2} = 6.54$ Zeitminuten.

Für diese Orte aber erhält man nach I.

$$\left.\begin{aligned} \text{Sin}\,\omega &= -\frac{592.8\,\text{Cos}\,n}{D} \\ \text{Sin}\,\varphi &= \text{Sin}\,67^\circ\,23'\,\text{Sin}\,(\omega + n) \\ \text{Cos}\,s &= -\,\text{Cotg}\,67^\circ\,23'\,\text{tang}\,\varphi. \end{aligned}\right\}$$

7. §. Es ist nun noch übrig, die Erscheinungen einer enfinsterniss, wie sie für einen **gegebenen Ort der** e Statt hat, durch Rechnung voraus zu bestimmen.

Man suche für zwey Zeiten T und T', die den nur bey- bekannten Ortszeiten des Anfanges und des Endes der terniss nahe liegen, die **scheinbaren**, d. h. von der llaxe veränderten Orte des Mondes und der Sonne. Seyen p, m die scheinbare Rectascension und Poldistanz, der scheinbare Halbmesser des Mondes für die Zeit T, a' p' m' für die Zeit T'. Für die Sonne seyen dieselben issen α, π, μ, und α', π', μ'. Sey ferner

$$A = (a - \alpha) \text{ Sin } \pi, \text{ und } A' = (a' - \alpha') \text{ Sin } \pi'$$
$$D = \pi - p, \qquad D' = \pi' - p',$$

hat man für die relative stündliche Bewegung in schein- er Rectascension und Poldistanz die Ausdrücke

$$f = \frac{A' - A}{T' - T}, \text{ und } g = \frac{D' - D}{T' - T}.$$

Setzt man dann T + t die verbesserte Zeit des An- fangs, und T' + t' die verbesserte Zeit des Endes der Fin- sterniss, so findet man diese Verbesserungen t und t' durch die Gleichungen

$$(m \pm \mu)^2 = (A + f t)^2 + (D + g t)^2, \text{ und}$$
$$(m' \pm \mu')^2 = (A' + f t')^2 + (D' + g t')^2.$$

Jede dieser beyden Gleichungen gibt eigentlich zwey erthe von t oder t', und man wird von ihnen den **klei-** ren nehmen, da, nach der Voraussetzung, die Zeiten nd T' schon nahe richtig sind. Hat man keine vorläufige ntniss der Zeiten T und T', so wird man dafür eine kürliche Zeit, z. B. von einer oder zwey Stunden vor nach der Conjunction nehmen, und wenn die Correc- n t, t' zu gross werden, die Rechnung mit den verbesser- Werthen von T und T' wiederholen. Dass man statt den ascensionen und Poldistanzen a α p π auch die Längen Ecliptik-Poldistanzen beyder Gestirne nehmen, und dass bey der Sonne die Wirkung der Parallaxe ohne merk- n Fehler ganz vernachlässigen kann, ist für sich klar.

Die vorhergehende Methode ist genau, aber umständ- wegen der vorläufigen Berechnung der scheinbaren Orte zwey Zeiten. Da man sich aber bey Rechnungen dieser

Art nur mit genäherten Resultaten begnügt, so wird
folgendes Verfahren vorziehen.

Man suche also für eine dem Anfange der Fi
für diesen Ort nahe Ortszeit T die wahre Rectascen
Poldistanz a p des Mondes und α π der Sonne. Ist
Horizontalparallaxe des Mondes, so hat man für die
renz der scheinbaren Rectascensionen und Poldistanz
genäherten Ausdrücke (Seite 97)

$$A = (a - \alpha) \operatorname{Sin} \pi - x \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} s,$$

$$D = (\pi - p) - x \operatorname{Sin} \pi \frac{\operatorname{Sin} (\varphi - \omega)}{\operatorname{Cos} \omega},$$

$$\text{wo } \operatorname{tg} \omega = \operatorname{Cotg} \pi \operatorname{Cos} s,$$

und wo s der Stundenwinkel der Sonne, so wie φ die
centrische Polhöhe des Ortes bezeichnet.

Für eine Zeit von θ Stunden später seyen diese Gr
A' und D', und endlich

$$f = \frac{A' - A}{\theta}, \text{ und } g = \frac{D' - D}{\theta}.$$

Nennt man dann die verbesserte Ortszeit T + t, s
det man die Correction t aus der Gleichung

$$(m \pm \mu)^2 = (A + f t)^2 + (D + g t)^2, \text{ oder aus}$$

$$(f^2 + g^2) t^2 + 2 (A f + D g) t = (m \pm \mu)^2 - A^2 - D^2,$$

und von dem so erhaltenen doppelten Werthe von t g
der eine für den Anfang, und der andere für das End
partiellen Finsterniss, wenn man das obere, oder der

dann $a - \alpha$ und $\pi - p$ die Differenz der scheinbaren
nsionen und Poldistanzen zur Zeit des Anfanges
Endes der Finsterniss, und u der Winkel des Decli-
reises mit der Linie, welche die Mittelpuncte beyder
verbindet, so ist

$$\mathrm{Cos}\, u = \frac{\pi - p}{m + \mu}, \text{ oder}$$

$$\mathrm{Sin}\, u = \frac{(a - \alpha)\, \mathrm{Sin}\, \pi}{m + \mu},$$

Winkel ν und u, wenn sie positiv sind, vom Decli-
kreise der Sonne gegen Osten gezählt werden; und
er gesuchte Winkel W des Vertikalkreises der Sonne
die Mittelpuncte verbindenden geraden Linie,

$$W = u - \nu,$$

gesuchte Berührungspunct östlich oder westlich von
heitelkreise liegt, wenn W positiv oder negativ ist.
enden wir dieses auf die Sonnenfinsterniss des 9. Oc-
847 an, deren Elemente wir oben (Seite 289) gege-
ben, und suchen wir die Erscheinungen dieser Fin-
ss, wie sie für Wien Statt haben wird, so ist

g beynahe	Ende	
25′	9^h 25′	mittlerer Zeit Paris
56.2	0 56.2	
21.2	10 21.2	mittlerer Zeit Wien
+12.5	12 5	Zeitgleichung
33.7	10 33.7	wahrer Zeit Wien,

ch

$s = -\ 4^h\ 26.'3 \qquad s = -\ 1^h\ 26.'3$

$\quad -66^\circ\ 34.'5 \qquad -21^\circ\ 34.'5.$

r diese zwey Zeiten ist

$a = 193^\circ\ 5'\ 10''$		$194^\circ\ 30'\ 14''$
$p = 95\ \ 11\ \ 8$		$95\ \ 37\ \ 55$
$x = 0\ \ 53.9$		$m = 14'.68$
$\varphi = 48\ \ 12\ \ 6$		$\mu = 16.06.$

ist daher für den Anfang, wenn $\pi = 96^\circ$ genom-
ird,

$A = -28.'84 \qquad f = 19.'38$

$D = 10.07 \qquad g = -\ 8.62$, und

$(\ldots 0.74)^2 = (-28.84 + 19.38\, t)^2 + (10.07 - 8.62\, t)^2,$

woraus der kleinere Werth von t folgt

$$t = -0^h.009 = -\ 0^h\ \ 0.'54$$
$$\underline{\ \ 7\ \ 21.20}$$

verbesserter Anfang 7 20.66 mittlere Zeit Wien.

Der zweyte grössere Werth von t wird für das E der Finsterniss gelten. Doch ist es genauer, dasselbe so, wie den Anfang, besonders zu berechnen. Man hält so

$$A = 29.'26 \qquad f = 19.'38$$
$$D = -15.81 \qquad g = -8.62, \text{ also auch}$$
$$(30.74)^2 = (29.26 + 19.38\,t)^2 + (-15.81 - 8.62\,t)^2$$

woraus der kleinere Werth von t folgt

$$t = -0^h.11 = -\ 0^h\ \ 6.'6$$
$$\underline{\ \ 10\ \ 21.2}$$

verbessertes Ende 10 14.6 mittlere Zeit Wien.

Grösse der Verfinsterung 26.67 Minuten.

Nach der ersten genaueren Methode findet man An der Finsterniss $7^h\ 21'\ 26''$, und Ende $10^h\ 13'\ 53''$ mitt Ortszeit, und eben so für

Prag Anfang $7^h\ 17'\ \ 4''$, Ende $10^h\ 9'\ 25''$

Berlin Anfang 7 15 55, Ende 10 1 50.

Kennt man aber bereits die Zeiten für drey geographischen Lage nach nicht sehr von einander ent Orte, so lassen sich daraus auch die Zeiten für andere, j nahe Orte durch eine leichte Rechnung ableiten. Ist n lich t die Ortszeit des Anfanges oder des Endes der Fins niss für den einen jener drey Orte, dessen Länge λ, Polhöhe φ ist, und nennt man dieselben Grössen für zweyten Ort t' λ' φ', und für den dritten t'' λ'' φ'', so k man annehmen, dass die Differenzen der Zeiten sich wie die Differenzen der Länge und Breite dieser Orte halten, oder dass man hat

$$t' - t = A(\lambda' - \lambda) - B(\varphi' - \varphi)$$
$$t'' - t = A(\lambda'' - \lambda) - B(\varphi'' - \varphi).$$

Da aber in diesen beyden Ausdrücken alles, au A und B, bekannt ist, so wird man diese Grössen A un daraus finden, und dann für jeden andern, jenen benach ten Ort haben

$$T - t = A(\Lambda - \lambda) - B(\Phi - \varphi),$$

wo $\varDelta$ und Φ die Länge und Breite des neuen Ortes, und T die gesuchte Zeit des Anfanges oder Endes der Finsterniss für diesen Ort ist. So ist z. B. für

	λ	φ	t Eintritt
Wien	$0^h.936$	$48^\circ.211$	$7^h.357$
Prag	0.805	50.089	7.284
Berlin	0.736	52.529	7.265

Substituirt man diese Werthe in den beyden vorhergehenden Gleichungen, so findet man

$$T = 0.647\,\varDelta + 0.006\,\Phi + 6.444$$

für den Anfang der Finsterniss, und eben so für das Ende

$$T' = 0.307\,\varDelta - 0.045\,\Phi + 12.164.$$

So ist z. B. für Ofen

$\varDelta = 1^h.113$, und $\Phi = 47^\circ.500$, also

T = 7^h 26′ 56″ Anfang mittlerer Zeit Ofen

T = 10 22 8 Ende - - -

für eine bloss genäherte Bestimmung in den meisten Fällen hinreichend, da man dadurch nur den Beobachter aufmerksam zu machen sucht, bey Zeiten an sein Instrument zu treten.

I. Setzt man die Summe oder Differenz der scheinbaren Halbmesser gleich ρ, so hat man nach dem Vorhergehenden, um die verbesserte Zeit T + t des Anfanges oder Endes der Finsterniss zu finden, die Gleichung

$$\rho^2 = (A + f\,t)^2 + (D + g\,t)^2.$$

Diese Gleichung lässt sich bequem auflösen durch Einführung der Hülfsgrössen m, M, n, N, indem man setzt

$$A = m \operatorname{Sin} M, \qquad f = n \operatorname{Sin} N,$$
$$D = m \operatorname{Cos} M, \qquad g = n \operatorname{Cos} N.$$

Dann geht die Gleichung in folgende über:

$$\rho^2 = m^2 + n^2 t^2 + 2\,m\,n\,t \operatorname{Cos}(M - N),$$

woraus folgt

$$t = -\frac{m}{n}\operatorname{Cos}(M-N) \mp \sqrt{\frac{\rho^2}{n^2} - \frac{m^2}{n^2}\operatorname{Sin}^2(M-N)},$$

oder wenn man

$$\frac{m}{\rho}\operatorname{Sin}(M-N) = \operatorname{Cos}\psi \text{ setzt},$$

$$t = -\frac{m}{n}\operatorname{Cos}(M-N) \mp \frac{\rho}{n}\operatorname{Sin}\psi,$$

[illegible] den Anfang, das untere
[illegible] dass man $\psi < 180°$ genom
[illegible] kann.

[illegible] zwischen dem Declinationsk
[illegible] welche die Mittelpuncte bey
[illegible] genommen, wenn der Mon
[illegible] hat man nach dem Obigen d

$$[redacted]\, u = \frac{A + ft}{\rho_1},$$
$$[redacted]\, u = \frac{D + gt}{\rho}.$$

[redacted] auch hier die Hülfsgrössen m, M
[redacted] man für t den so eben gefundenen

[redacted] $M - \text{Sin}\, N\, \text{Cos}\, (M - N)) \mp \rho\, \text{Sin}$
[redacted] $M - \text{Cos}\, N\, \text{Cos}\, (M - N)) \mp \rho\, \text{Cos}$

[redacted] $\text{Sin}\, (M - N)\, \text{Cos}\, N \mp \rho\, \text{Sin}\, N\, \text{Sin}\, \psi,$
[redacted] $\text{Sin}\, (M - N)\, \text{Sin}\, N \mp \rho\, \text{Cos}\, N\, \text{Sin}\, \psi,$
[redacted] $(M - N) = \rho\, \text{Cos}\, \psi$ ist,

$$\text{Sin}\, u = \text{Cos}\, (N \pm \psi),$$
$$\text{Cos}\, u = -\text{Sin}\, (N \pm \psi),$$
$$u = N \pm \psi + 90°.$$

[redacted]

rtes vom Mittelpunct der Erde zum Halbmesser des
rs.

s sphärische Dreyeck N L S zwischen dem Nordpol N
uators, dem Mittelpuncte L des Mondes und dem
S gibt, wenn L S durch Σ, und der Winkel N S L,
is 360° gezählt, durch P bezeichnet wird, (so dass
hen o und 180° ist, wenn $\alpha' < A$, zwischen 180°
°, wenn $\alpha' > A$ ist), folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} &\text{in } P = -\cos\delta' \sin(\alpha' - A), \\ &\text{os } P = \sin\delta' \cos D - \cos\delta' \sin D \cos(\alpha' - A) \end{aligned}\right\} (I).$$

er der scheinbare Ort des Mondes wird durch den
ausgedrückt mittelst folgender Gleichungen (S. 96),
hen $\varDelta$ das Verhältniss der Entfernung des Mondes
m Beobachtungsorte zu seiner Entfernung vom Mittel-
der Erde bezeichnet:

$$\begin{aligned} &\text{os}\delta' \sin(\alpha' - A) = \cos\delta \sin(\alpha - A) \\ &\qquad - r \sin\varpi \cos\varphi' \sin(\mu - A), \\ &\text{Cos}\delta' \cos(\alpha' - A) = \cos\delta \cos(\alpha - A) \\ &\qquad - r \sin\varpi \cos\varphi' \cos(\mu - A), \\ &\text{in } \delta' \qquad = \sin\delta - r \sin\varpi \sin\varphi'. \end{aligned}$$

bstituirt man diese Ausdrücke in den Gleichungen
o erhält man:

$$\left.\begin{aligned} &\Sigma \sin P = -\cos\delta \sin(\alpha - A) \\ &- r \sin\varpi \cos\varphi' \sin(\mu - A), \\ &\Sigma \cos P = \sin\delta \cos D - \cos\delta \sin D \cos(\alpha - A) \\ &- r \sin\varpi [\sin\varphi' \cos D - \cos\varphi' \sin D \cos(\mu - A)] \end{aligned}\right\} (II).$$

ür den Anfang oder das Ende einer Sternbedeckung
$= \rho'$, und man hat (nach S. 92)

$$\varDelta \sin\rho' = \sin\rho,$$

ch

$$\varDelta \sin\Sigma = \sin\rho.$$

Sin ρ und Sin ϖ beyde der Entfernung des Mondes
Mittelpunct der Erde umgekehrt proportional sind, so
man setzen Sin $\rho = k$ Sin ϖ, wo die Constante k
Burckharts Mondstafeln $= 0.2725$, ihr Logarithme
353665 ist.

etzt man demnach in den Gleichungen (II)

$$\varDelta \sin\Sigma = k \sin\varpi,$$

en sie in folgende über:

wo das obere Zeichen für den Anfang, d
Ende gilt, vorausgesetzt, dass man $\psi < 18$
was immer geschehen kann.

Für den Winkel u zwischen dem Decl
Sonne und der Linie, welche die Mittelpu
stirne verbindet, positiv genommen, wenn
von der Sonne ist, hat man nach dem C
chungen:

$$\mathrm{Sin}\, u = \frac{A + f t}{\rho_1},$$

$$\mathrm{Cos}\, u = \frac{D + g t}{\rho}.$$

Führt man auch hier die Hülfsgrösse
ein, und substituirt man für t den so eben g
so erhält man

$\rho\, \mathrm{Sin}\, u = m\, (\mathrm{Sin}\, M - \mathrm{Sin}\, N\, \mathrm{Cos}\, (M - N$
$\rho\, \mathrm{Cos}\, u = m\, (\mathrm{Cos}\, M - \mathrm{Cos}\, N\, \mathrm{Cos}\, (M - N$

oder

$\rho\, \mathrm{Sin}\, u = \quad m\, \mathrm{Sin}\, (M - N)\, \mathrm{Cos}\, N \mp \rho\, \mathrm{Si}$
$\rho\, \mathrm{Cos}\, u = - m\, \mathrm{Sin}\, (M - N)\, \mathrm{Sin}\, N \mp \rho\, \mathrm{C}$

oder, da $m\, \mathrm{Sin}\, (M - N) = \rho\, \mathrm{Cos}\, \psi$ ist,

$\mathrm{Sin}\, u = \quad \mathrm{Cos}\, (N +$
$\mathrm{Cos}\, u = - \mathrm{Sin}\, (N +$

woraus folgt $u = N \pm \psi + 90°$.

[redacted]

...portes vom Mittelpunct der Erde zum Halbmesser des Äquators.

Das sphärische Dreyeck N L S zwischen dem Nordpol N des Äquators, dem Mittelpuncte L des Mondes und dem Sterne S gibt, wenn L S durch Σ, und der Winkel N S L, von o bis 360° gezählt, durch P bezeichnet wird, (so dass P zwischen o und 180° ist, wenn $\alpha' < A$, zwischen 180° und 360°, wenn $\alpha' > A$ ist), folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{Sin}\Sigma \operatorname{Sin} P &= -\operatorname{Cos}\delta' \operatorname{Sin}(\alpha' - A),\\ \operatorname{Sin}\Sigma \operatorname{Cos} P &= \operatorname{Sin}\delta' \operatorname{Cos} D - \operatorname{Cos}\delta' \operatorname{Sin} D \operatorname{Cos}(\alpha' - A)\end{aligned}\right\}(I).$$

Aber der scheinbare Ort des Mondes wird durch den wahren ausgedrückt mittelst folgender Gleichungen (S. 96), in welchen Δ das Verhältniss der Entfernung des Mondes von dem Beobachtungsorte zu seiner Entfernung vom Mittelpunct der Erde bezeichnet:

$$\begin{aligned}\Delta \operatorname{Cos}\delta' \operatorname{Sin}(\alpha' - A) &= \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Sin}(\alpha - A)\\ &\quad - r \operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Cos}\varphi' \operatorname{Sin}(\mu - A),\\ \Delta \operatorname{Cos}\delta' \operatorname{Cos}(\alpha' - A) &= \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Cos}(\alpha - A)\\ &\quad - r \operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Cos}\varphi' \operatorname{Cos}(\mu - A),\\ \Delta \operatorname{Sin}\delta' &= \operatorname{Sin}\delta - r \operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Sin}\varphi'.\end{aligned}$$

Substituirt man diese Ausdrücke in den Gleichungen (I), so erhält man:

$$\left.\begin{aligned}\Delta \operatorname{Sin}\Sigma \operatorname{Sin} P &= -\operatorname{Cos}\delta \operatorname{Sin}(\alpha - A)\\ &\quad + r \operatorname{Sin}\varpi \operatorname{Cos}\varphi' \operatorname{Sin}(\mu - A),\\ \Delta \operatorname{Sin}\Sigma \operatorname{Cos} P &= \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Cos} D - \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Sin} D \operatorname{Cos}(\alpha - A)\\ &\quad - r \operatorname{Sin}\varpi [\operatorname{Sin}\varphi' \operatorname{Cos} D - \operatorname{Cos}\varphi' \operatorname{Sin} D \operatorname{Cos}(\mu - A)]\end{aligned}\right\}(II).$$

Für den Anfang oder das Ende einer Sternbedeckung ist $\Sigma = \rho'$, und man hat (nach S. 92)

$$\Delta \operatorname{Sin}\rho' = \operatorname{Sin}\rho,$$

also auch

$$\Delta \operatorname{Sin}\Sigma = \operatorname{Sin}\rho.$$

Da $\operatorname{Sin}\rho$ und $\operatorname{Sin}\varpi$ beyde der Entfernung des Mondes vom Mittelpunct der Erde umgekehrt proportional sind, so kann man setzen $\operatorname{Sin}\rho = k \operatorname{Sin}\varpi$, wo die Constante k nach Burckharts Mondstafeln = 0.2725, ihr Logarithme = 9.4353665 ist.

Setzt man demnach in den Gleichungen (II)

$$\Delta \operatorname{Sin}\Sigma = k \operatorname{Sin}\varpi,$$

so gehen sie in folgende über:

welche in der Rechnung für einen andern Ort ungeän- bleiben, ferner den Stundenwinkel des Sterns $h = \mu -$ welcher sich für einen andern Ort in $h + d$ verwandelt, wo d die östlich positiv genommene Länge des Ortes von Berlin bezeichnet, so dass man für diesen Ort hat

$$a = r \operatorname{Cos} \varphi' \operatorname{Sin} (h + d),$$
$$b = r \operatorname{Cos} \varphi' \operatorname{Cos} (h + d),$$

Führt man mit diesen Werthen die Rechnung aus, geben die beyden Werthe von t die Berliner mittleren Zeiten, zu welchen der Ein- und Austritt an dem Orte, welchen gerechnet worden ist, Statt hat; und daraus findet man vermittelst der bekannten Längendifferenz die Ortszeiten.

Beyspiel. Für die Bedeckung von 82 Leonis am April 1830 hat man um 7^h Berliner Zeit

$$p = -0.6656 \quad p' = +0.5242 \qquad h = -50° 42'$$
$$q = +0.5523 \quad q' = -0.1638$$

Man soll die Zeit und den Ort des Eintritts und des Austritts für Altona finden.

Für Altona ist

$\operatorname{Log} r \operatorname{Cos} \varphi' = 9.77485$, $\operatorname{Log} r \operatorname{Sin} \varphi' = 9.90349$, $d = -$ [illegible]
$D = 4° \; 14'.08.$

Daraus folgt

$$u = -0.4827 \qquad u' = +0.0916$$
$$v = +0.7728 \qquad v' = -0.0094$$
$$M = 219° \; 40' \qquad \operatorname{Log} m = 9.4571 \qquad \psi = 9° \; 1'$$
$$N = 109° \; 39' \qquad \operatorname{Log} n = 9.6621$$
$$t = +0^h.214 \mp 0.093$$

	Eintritt	Austritt	
	$7^h \; 7'.3$	$7^h \; 18'.4$	Berliner Zeit
oder	6 53 .5	7 4 .6	Altonaer Zeit
$Q =$	28°.7	10°. 6.	

$$\text{Sin P} = -\text{Cos}(N \pm \psi),$$
$$\text{Cos P} = -\text{Sin}(N \pm \psi),$$
$$\text{also P} = 270^\circ - N \mp \psi.$$

Will man den Ort des Eintritts und Austritts durch den Winkel, welchen die vom Mittelpuncte des Mondes nach dem Sterne und dem Nordpole gezogenen grössten Kreise einschliessen, von Norden links herum gezählt, angeben, so hat man, da das Dreyeck NLS beynahe gleichschenkelig ist, diesen Winkel sehr nahe

$$Q = 180^\circ - P = N \pm \psi - 90^\circ \ldots\ldots (VI).$$

Da bey diesen Rechnungen gewöhnlich keine grosse Schärfe verlangt wird, so kann man setzen:

$$p = \frac{\alpha - A}{\varpi} \text{Cos}\,\delta; \qquad p' = \frac{\Delta\alpha}{\varpi} \text{Cos}\,\delta;$$
$$q = \frac{\delta - D}{\varpi} \qquad\qquad q' = \frac{\Delta\delta}{\varpi};$$

wo α, δ die Rectascension und Declination des Mondes zur Zeit T, und $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ ihre stündlichen Änderungen bezeichnen.

Ist ferner μ die Rectascension des Zeniths für die mittlere Zeit T, $\Delta\mu$ die Änderung derselben in 1^h mittlerer Zeit, und $\lambda = \Delta\mu$ Sin $1''$, wo $\Delta\mu = 15^\circ.04107$ (siehe Seite 51) $= 54147''.85$, also Log $\lambda = 9.4192$ ist, so hat man

$$u = r\,\text{Cos}\,\varphi'\,\text{Sin}(\mu - A),$$
$$v = r\,\text{Sin}\,\varphi'\,\text{Cos D} - r\,\text{Cos}\,\varphi'\,\text{Sin D Cos}(\mu - A),$$
$$u' = r\,\text{Cos}\,\varphi'.\lambda\,\text{Cos}(\mu - A),$$
$$v' = r\,\text{Cos}\,\varphi'.\lambda\,\text{Sin}(\mu - A)\,\text{Sin D}.$$

Setzt man

$$a = r\,\text{Cos}\,\varphi'\,\text{Sin}(\mu - A),$$
$$b = r\,\text{Cos}\,\varphi'\,\text{Cos}(\mu - A),$$
$$c = r\,\text{Sin}\,\varphi'\,\text{Cos D}, \text{ so ist}$$
$$u = a \qquad\qquad u' = b.\lambda,$$
$$v = c - b\,\text{Sin D}, \quad v' = a.\lambda\,\text{Sin D}.$$

Substituirt man diese Werthe von p, u u. s. w. in den obigen Ausdrücken für die Hülfsgrössen m, M u. s. w., so findet man t und Q vermittelst der Gleichungen (V) und (VI).

Enckes Jahrbuch gibt vom Jahre 1831 an bey jeder Sternbedeckung für eine dem Zeitpunct der kleinsten Entfernung nahe Berliner Zeit T die Werthe von p, q, p', q',

welche in der Rechnung für einen andern Ort ungeä[ndert]
bleiben, ferner den Stundenwinkel des Sterns $h = \mu -$
welcher sich für einen andern Ort in $h + d$ verwandelt, w[o]
d die östlich positiv genommene Länge des Ortes von B[er]-
lin bezeichnet, so dass man für diesen Ort hat

$$a = r \operatorname{Cos} \varphi' \operatorname{Sin} (h + d),$$
$$b = r \operatorname{Cos} \varphi' \operatorname{Cos} (h + d),$$

Führt man mit diesen Werthen die Rechnung aus, [so]
geben die beyden Werthe von t die Berliner mittleren Z[ei]-
ten, zu welchen der Ein- und Austritt an dem Orte, [für]
welchen gerechnet worden ist, Statt hat; und daraus fin[det]
man vermittelst der bekannten Längendifferenz die O[rts]-
zeiten.

Beyspiel. Für die Bedeckung von 82 Leonis am [...]
April 1830 hat man um 7^h Berliner Zeit

$$p = -0.6656 \quad p' = +0.5242 \qquad h = -50^\circ 42';$$
$$q = +0.5523 \quad q' = -0.1638$$

Man soll die Zeit und den Ort des Eintritts und des A[us]-
tritts für Altona finden.

Für Altona ist

$$\operatorname{Log} r \operatorname{Cos} \varphi' = 9.77485, \operatorname{Log} r \operatorname{Sin} \varphi' = 9.90349, d = -3[...]$$
$$D = 4^\circ\ 14'.08.$$

Daraus folgt

$$u = -0.4827 \quad u' = +0.0916$$
$$v = +0.7728 \quad v' = -0.0094$$

Bezeichnet endlich ☊ die Länge des aufsteigenden Knoten der Mondesbahn, so ist (S. 75) die Nutation der Sonne in Länge 0°.00466 Sin ☊ und in Rectascension 0°.00427 Sin ☊, wornach die zwey letzten Columnen der Störungen berechnet wurden.

Man bemerke noch, dass die durch die Tafeln gegebenen mittleren Längen der Sonne schon die constante Aberration 20".25 = 0°.0056 enthalten, oder um diese Grösse zu klein sind, daher man, um die von der Aberration befreyte Länge der Sonne zu erhalten, zu der tabellarischen Länge derselben noch 0°.0056 addiren muss.

Die folgende Abtheilung der Sonnentafeln enthält den elliptischen Radius Vector nach der Gleichung (S. 60)

1.000141 + 0.016790 Cos M — 0.000141 Cos 2 M
+ 0.000002 Cos 3 M,

und die Störungen desselben nach den Ausdrücken

A... + 0.00004 Cos (180 + ♁ — ☾)
B... — 0.00001 Cos (♀ — ♁) + 0.00002 Cos 2 (♀ — ♁)
C... + 0.00001 Cos 2 (♁ — ♂)
D... + 0.00002 Cos (♁ — ♃) — 0.00001 Cos 2 (♁ — ♃)

Die Tafeln der Venus sind im Allgemeinen eben so eingerichtet, und bedürfen daher keiner eigenen Erklärung. Die heliocentrische Breite und die Reduction auf die Ecliptik sind nach den Gleichungen (S. 115) in die Tafeln gebracht worden.

1. §. Es ist nur noch übrig, durch einige Beyspiele den Gebrauch dieser Tafeln zu zeigen.

Man suche den wahren Ort der Sonne für 1829 den 9 August 0ʰ 5′ 12″ mittlere Zeit Greenwich, oder (da Greenwich 1ʰ 5′ 31″ westlich von Wien ist) für 1ʰ 10′ 43″ mittlere Zeit Wien.

	mittlere Länge	Apog.	A	B	C
1820	279°.856	99°.972	855	265	212
2 Aug.	208 .957	0 .010	179	363	971
[illegible]	0 .071	99 .982	305	15	11
[illegible]	0 .041	157 .715	1	643	494
[illegible]	0 .007	57 .731 = M	518		
[illegible]	0 .001	mittl. Anomalie			

157 .718 mittl. Länge
= 1 .190 Gleichung der Bahn
Correction
mittl. Länge
[illegible] wahre Länge der Sonne.

Rad.

R =

3₁[illegible] we[illegible] bl[illegible] we[illegible] d[illegible] lin[illegible]

ge[illegible] ten[illegible] we[illegible] ma[illegible] zei[illegible]

A[illegible]

M[illegible] tr[illegible]

L[illegible]

[redacted]

ihn $\Delta = 0°.26697$ der Halbmesser der S[illegible]
e Entfernung derselben von der Erde, so
e Entfernung der Halbmesser

$$f = \frac{\Delta}{R} = \frac{\Delta}{1 + \varepsilon \, \mathrm{Cos}\, [illegible]}, \text{ wo } \varepsilon = 0.016780 \text{ ist.}$$

$= 0°.04107$ die mittlere stündliche Bewegung der
ist für jeden Ort derselben die wahre stündliche
der Sonne gleich

$$\frac{m\sqrt{1-\varepsilon^2}}{R^2} = \frac{o}{\ }$$

$= 0°.00238$ die Horizo[illegible] ıxe der Sonne für
re Entfernung, so ist fü[illegible] des Jahres die
lparallaxe $= \frac{\varpi}{R}$ und die [illegible]nparallaxe $= \frac{\varpi}{R}$ Sin z
Zenithdistanz der Sonne [illegible]hnet (S. 93).
Rectascension A und Po[illegible] P der Sonne findet
der wahren Länge ☉ und der scheinbaren Schiefe e
ptik durch die Gleichungen (S. 31)

$$\mathrm{tg}\, A = \mathrm{tg} \odot \mathrm{Cos}\, e \text{ und } \mathrm{Cos}\, P = \mathrm{Sin} \odot \mathrm{Sin}\, e$$
$$\text{oder } \mathrm{Cotg}\, P = \mathrm{Sin}\, A\, \mathrm{tg}\, e$$

der ersten dieser Gleichungen findet man auch
)

$$\cdot \mathrm{tg}^2 \frac{e}{2} \cdot \mathrm{Sin}\, 2\odot + \frac{1}{2} \mathrm{tg}^4 \frac{e}{2} \cdot \mathrm{Sin}\, 4\odot - \frac{1}{3} \mathrm{tg}^6 \frac{e}{2} \cdot \mathrm{Sin}\, 6\odot + .$$

scheinbare Schiefe der Ecliptik ist endlich (S. 77)

$$27' 53''.8 - 0''.48368 (T - 1800) + 8''.977 \,\mathrm{Cos}\, \Omega$$

unser Beyspiel ist

$$= 497 \frac{(360)}{1000} = 178° 54', \; e = 23° 27' 30''.5,$$

$= 136° 33' 18''$, also auch

e Halbmesser der ne	$\Delta' = 0°.26344$
re stündliche Bewegung	$= 0°.039986$
zontalparallaxe	$= 0°.002348$
Rectascension	$A = 139° 0' 50''.3 = 9^h 16' 3''.35$
Poldistanz	$P = 74° 6' 45''.8.$

Nennt man dann ρ die Distanz der Venus v
Erde, in Theilen der halben grossen Axe der Erdbah
gedrückt, so ist der scheinbare geocentrische Halbmes
Venus:

$$\frac{8.''3}{\rho},$$

und die Horizontalparallaxe derselben

$$\frac{8.''5}{\rho}.$$

4. §. Es ist also, wie man sieht, mit Hülfe
Tafeln sehr leicht, den heliocentrischen Ort der Son
der Planeten für jede gegebene Zeit zu finden. Wen
aber, wie dieses bey den vier neuen Planeten, und
ders bey den Kometen, der Fall ist, noch keine
Tafeln hat, so muss der gesuchte heliocentrische O
mittelbar aus den gegebenen Elementen entwickelt w
Um auch dieses durch Beyspiele deutlich zu machen,
wir den heliocentrischen Ort der Ceres für 1810 den S
8^h 29′ 16.″4 mittlerer Zeit Wien suchen, und unserer
nung folgende Elemente zum Grunde legen.

Die Epoche der Ceres für den Anfang d. J. 180
für den Meridian von Göttingen, d. h. also die m
Länge der Ceres für den mittleren Mittag Göttinge
31. Decembers 1808 ist gleich 343° 2′ 33.″4,
mittlere tropische Bewegung in 365 Tagen 78° 9′

da bis zu dem 30. März $8^h 3' 27.''4$ noch $89.^T 8$ $3' 27.''4$,
.33573 Tage verflossen.

tropische Bewegung der			
res in 365 Tagen	78°	9'	46.''9
5573	19	7	51.0
	97	17	37.9
für 1809	343	2	33.4
die gegebene Zeit mittlere			
inge der Ceres			11.3
des Perihels für dieselbe Z		44	41.
Anomalie			

ir dieselbe Zeit findet m vorhergehen
ten

$\varepsilon = 0.078$

$n = 10°$ 3 .''3

$k = 80$ 17.6.

ist nun ω die excentrische, ν die wahre Anomalie, und Radius Vector, so hat man (Seite 56)

$$= \omega - \varepsilon \operatorname{Sin}\omega,\ \operatorname{tg}\frac{\nu}{2} = \operatorname{tg}\frac{\omega}{2}\cdot\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}},\ \text{und}$$

$$r = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{1+\varepsilon\operatorname{Cos}\nu},$$

man findet

$\omega = 289°\ 20'\ 56.''6$

$\nu = 285\ \ 2\ \ 45.6$

$r = 2.695299$,

das Argument der Breite $u = \nu - k +$ Länge des , oder $u = 350°\ 53'\ 39.''7$.

). Eben so wird man für Kometen verfahren, wenn iptischen Elemente derselben gegeben sind. Hat er, wie gewöhnlich, nur die parabolischen Eleiner Kometenbahn, so findet man die wahre Anodes Kometen für jede gegebene Zeit von t Tagen m Durchgange des Kometen durch das Perihelium, ie Gleichungen (Seite 64)

$$= \frac{p^{\frac{3}{2}}}{3\mu t},\ \operatorname{tg} y = \sqrt[3]{\operatorname{tg}\frac{x}{2}},\ \text{und}\ \operatorname{tg}\frac{\nu}{2} = 2\operatorname{Cotg} 2y,$$

der halbe Parameter, und $\mu = 0.0172021$ ist.

Kennt man so ν, so ist der Radius Vector

$$r = \frac{\frac{1}{2}p}{\operatorname{Cos}^2 \frac{\nu}{2}}.$$

Für den Kometen von 1807 hat man
Durchgang durch die Sonnennähe 1807,
den 20. September 11^h 3′ 40″ mittlere Zeit Wi
Länge der Sonnennähe 274° 55′ 10″
Halber Parameter $p = 1.348824$
Länge des Knotens $k = 264°$ 27′ 28″
Neigung $n = 61$ 59 44 Bewegung direct.

Sucht man daraus den Ort des Kometen für den 15.
tober 7^h 24′ 16″ mittlerer Zeit Wien, so ist
$t = 24^T\ 20^h\ 20'\ 36'' = 24^T.84764$, und daher
$x = 50°\ 41'\ 50.''4$, $y = 37°\ 56'\ 17.''9$, und $\nu = 53°\ 25'3$
$r = 0.845202$, und das Argument der Breite
$u = \nu - k +$ Länge des Perihels $= 63°\ 53'\ 15.''8$.

6. §. Kennt man so den heliocentrischen Ort des Him
körpers, so findet man daraus die geocentrische Länge
Ecliptik-Poldistanz durch die Gleichungen der Seite 1

Ist nämlich l und p die heliocentrische auf die Ec
reducirte Länge und die Poldistanz des Planeten, so hat

$$\operatorname{tg}(l - k) = \operatorname{Cos} n \operatorname{tg} u, \text{ und}$$

$$\operatorname{Cos} p = \operatorname{Sin} n \operatorname{Sin} u.$$

[redacted]

ar in unserem Beyspiele für die Ceres 1810 den
6ᵗ 29′ 16.″4 mittlere Zeit Wien,

nent der Breite	$u=350°\ 53'\ 39.''7$
s Vector	$r=2.695299$
ler Bahn	$n=\ 10\ \ 37\ \ 29.3$
Knotens	$k=\ 80\ \ 53\ \ 47.6$
uch	
ische reducirte Länge der Ceres	$l=\ 71\ \ 56\ \ 40.1$
ische Poldistanz	$p=\ 91\ \ 40\ \ 19.4$

n für dieselbe Zeit geben die Sonnentafeln
$)=9^s\ 26'\ 22.''6$, oder $L=189°\ 26'\ 42.''8$,
$R=0.9996534$, also ist die

ocentrische Länge der Ceres	$\lambda=\ 56°\ 15'\ 1.''0$
ocentrische Poldistanz	$\pi=\ 91\ \ 22\ \ 27.8$
ng von der Erde	$\rho=\ 3.27890$

Die so erhaltene geocentrische Länge λ wird offen- tem mittleren, bloss durch die Präcession afficirten puncte gezählt, daher man bey der Aufsuchung des on ⊙ aus den Sonnentafeln die letzte vom ☊ ab- rösse, oder die Nutation, ganz weglässt, um beyde lie der Sonne und des Planeten, von dem mittleren um zu zählen.

man aber, was der gewöhnliche Zweck dieser en ist, die gefundenen tabellarischen Orte des Pla- den unmittelbar beobachteten Orten desselben n, um dadurch den Fehler der Tafeln, und (nach die Verbesserung der Elemente zu erhalten, so erstens der Grösse λ die Nutation der Länge hin- die (Seite 75) gleich $-16.''8$ Sin ☊ ist, und der Grösse λ sowohl als π die Aberration hinzu- ennt man $\varDelta\lambda$ und $\varDelta\pi$ die tägliche Änderung von in Secunden ausgedrückt, so ist (Seite 87) die der Länge $-0.00571\,\rho.\varDelta\lambda$, und die der Pol- $-0.00571\,\rho.\varDelta\pi$, wo für abnehmende Längen und ten $\varDelta\lambda$ und $\varDelta\pi$ negativ wird. Wir haben daher für nbare geocentrische Länge und Poldistanz des

$$\lambda'=\lambda-16.''8 \text{ Sin } ☊ -0.00571\,\rho.\varDelta\lambda,$$
$$\pi'=\pi-0.00571\,\rho.\varDelta\pi.$$

8. §. Mit diesen scheinbaren Grössen λ' u
nun die beobachteten Orte des Planeten verglich
Allein die Beobachtungen werden von den As
nicht in Beziehung auf die Ecliptik, sondern in
auf den Äquator, oder durch Rectascension und
tion, und zwar gewöhnlich so angegeben, wie sie
bar aus den Beobachtungen folgen, indem sie diese
von der Wirkung der Refraction befreyen. Diese b
Rectascension A und Poldistanz P enthält daher
Störungen, welche die Aberration, die Nutation
Parallaxe hervorbringen. Die beyden ersten diese
gen können hier unberücksichtigt bleiben, da wir s
(§. 7.) bey der Bestimmung der Grössen λ' und
Rücksicht genommen haben. Die Wirkung der Par
muss noch weggebracht werden. Nennt man t die
der Beobachtung, ϖ die Horizontalparallaxe des
und φ die geocentrische Polhöhe, so erhält man
der Parallaxe befreyte Rectascension A' und Pol
durch die Gleichungen (Seite 97)

$$A' = A - \varpi \frac{\cos \varphi \sin (A - t)}{\sin P},$$

$$P' = P - \varpi (\sin P \sin \varphi - \cos P \cos \varphi \cos$$

Ist die Beobachtung, wie gewöhnlich, im Me
gestellt, so ist

…n unserem Beyspiele für die Ceres hat man
…des Knotens der Mondsbahn $\Omega = 195° 10'$,
…liche Zunahme der geocentr. Länge $\Delta\lambda = 353''$,
…er geocentrischen Poldistanz $\Delta\pi = 473''$,
…t

	$\lambda = 56° \; 15' \; 1.''0$		$\pi = 91° \; 22' \; 27.''8$
…on	$+ 4.4$	Aberration	$+ 8.9$
…ation	$- 6.7$		$\pi' = 91 \; 22 \; 36.7$
	$\lambda' = 56 \; 14 \; 58.7$		

…ie um die oben angeführte Zeit erhaltenen Meridian-…chtungen aber waren

Rectascension $A = 54° \; 16' \; 10.''3$
Poldistanz $P = 72 \; 0 \; 9.4$,

…der Werth von P schon von der Wirkung der Refrac-…befreyt ist.

…Die Horizontalparallaxe der Ceres ist $\varpi = 2.''6$, und …ie Polhöhe $\varphi = 48° \; 12'$, also

$$\varpi \operatorname{Cos}(\varphi + P) = -1.''3,$$

…d daher die von der Parallaxe befreyten beobachteten Orte

$$A' = A = 54° \; 16' \; 10.''3$$
$$P' = 72 \; 0 \; 8.1.$$

Die scheinbare Schiefe der Ecliptik aber ist

$$e = 23° \; 27' \; 43.''0,$$

…raus findet man die beobachtete Länge λ'' und Ecliptik-…tanz π'' durch die Gleichungen (Seite 29)

$$\operatorname{tg} m = \operatorname{Sin} A' \operatorname{tg} P',$$

$$\operatorname{tg} \lambda'' = \operatorname{tg} A' \frac{\operatorname{Sin}(e+m)}{\operatorname{Sin} m},$$

$$\operatorname{Cos} \pi'' = \operatorname{Cos} P' \frac{\operatorname{Cos}(e+m)}{\operatorname{Cos} m}.$$

…an erhält $m = 68° \; 11' \; 18.''3$, und

	Länge	Poldistanz
…achtete	$\lambda'' = 56° \; 15' \; 30.''9$	$\pi'' = 91° \; 22' \; 20.''5$
…tab. Länge	$\lambda' = 56 \; 14 \; 58.7$	$\pi' = 91 \; 22 \; 36.7$
…tion der Tafeln	$+ 32.2$	$- 16.2$

§. 5.

Tafeln m ... Tafeln der Venus:

darzustel ... 0.72582

achtung ... 0 Co

0 ...

die wa ... 0 ...

lern ... — 4 ...

. ob ... $r = 0.72584$

den ... Gleichung der Bahn

un ... Correction Breite = —

7 ... A hel. Poldistanz = p =

2 ... B Horizontalparallaxe ϖ =

0 ... C

1 ... D

1 ... E

1 ... F

0 ... G

0 ... H

— 12 Constante

52.312 wahre Länge in der Bahn

+ 50 Reduction

52.362 wahre Länge in der Ecliptik.

Wir haben daher $L = 139^\circ\ 49'\ 35.''8$,

$\frac{1}{2}(l - L) = -53^\circ\ 43'\ 56.''3$, $\frac{1}{2}(l + L) = 86^\circ\ 5'\ 3$

$r \operatorname{Sin} p + R = 0.723255$, $r \operatorname{Sin} p - R = -0.263$

iesen Grössen A', P' und e findet man
heinbare geocentrische Länge λ'' und
die Gleichungen

$$\mathrm{tg\,m} = \mathrm{Sin\,A'\,tg\,P'}$$

$$\mathrm{tg}\,\lambda'' = \mathrm{tg\,A'}\,\frac{\mathrm{Sin}\,(e+m)}{\mathrm{Sin\,m}}, \text{ und}$$

$$\mathrm{Cos}\,\pi'' = \mathrm{Cos\,P'}\,\frac{\mathrm{Cos}\,(e+m)}{\mathrm{Cos}}$$

sind die gesuchten Cor en der Tafeln
rischer Länge λ''—λ',
centrischer Poldistanz ''—π'.

Februar 1828 um 2ʰ ittlerer Zeit Wien
bachtet:

ion der Venus A = 23ʰ ."79 = 56."8
P = 95° '1 von
ft

ese Zeit findet man aus den Sonnentafeln

280°.075			
30.555			
7.885			
82			
6			
518.603		0.98700	
1.222	Gleichung der Bahn	0	Correction
—1	Correction	1	...A
—2	...A	—1	...B
—3	...B	0	...C
0	...C	1	...D
1	...D	R = 0.98701	
1	...E		
0	...F		
0	...G		
0	...H		
19.821			

Eber

1828 — Elementen die geocen-
o Febr — an dieselbe an
8 Febr — Länge — 13.″7
2ʰ — Länge — 12.4
9′ — Poldistanz + 5.2,

	scheinbare tabellarische Länge λ'	scheinbare tabellarische Poldistanz π'
	4′ 18.″5	74° 51′ 5.″2
	336 48 53.9	74 57 52.0
	336 33 29.6	75 4 47.6

Daher für die Correction der Tafeln

$d\lambda = +7'\ 29.''2$ $\qquad d\pi = \pi'' - \pi' = +2'$

$7\ 29.9 \qquad\qquad 2$

$7\ 30.1 \qquad\qquad 2$

Mittel $d\lambda = +7'\ 29.''7$ $\qquad$ Mittel $d\pi = +2'$

Die Länge der Sonne aber ist für die Zeiten der Beobachtungen

29 August $\odot = 156°\ 18'\ 33.''6$

30 $\odot' = 157\ 16\ 28.8$,

die Länge der Erde, oder L = ⊙ + 180°

voraussgesetzt, hat man für die Zeit T de
den letzten Werthen von λ, λ' und π, π'

$$T = t + \frac{(\lambda - L)\,\Delta t}{\Delta L - \Delta\lambda} = t' + \frac{(\lambda' - L)\,\Delta t}{\Delta L - \Delta\lambda},$$

diese Zeit der Opposition ist die helioc
dasselbe ist), die geocentrische Länge

$$L + (T - t)\frac{\Delta L}{\Delta t} = L' + (T - t')\frac{\Delta L}{\Delta t},$$

$$\lambda - (T - t)\frac{\Delta\lambda}{\Delta t} = \lambda' - (T - t')\frac{\Delta\lambda}{\Delta t},$$

eocentrische Distanz vom Pol der Eclip

$$= \pi + (T - t)\frac{\Delta\pi}{\Delta t} = \pi' + (T - t')\frac{\Delta\pi}{\Delta t}.$$

em Beyspiele ist
…'902, $\Delta L - \Delta\lambda = 73.'330$, $\Delta t = 23^d.92195$,
der Opposition T = 30. August 4^h 57′ 3.″3
Zeit Mailand.
ische oder geocen-
Länge $\Lambda =$ 337° 0′ 41.″2
ische Poldistanz $\Pi =$ 74 58 13.9
en Resultaten kann man noch die beyden Bedin-
ichungen für die Correctionen der einzelnen Ele-
nzufügen, welche wir Seite 163 gegeben haben.

rausgesetzt, hat man für die Zeit T der ›-
ı letzten Werthen von λ, λ' und π, π'

$$'=t+\frac{(\lambda-L)\,\Delta t}{\Delta L-\Delta\lambda}=t'+\frac{(\lambda'-L)\,\Delta t}{\Delta L-\Delta\lambda},$$

e Zeit der Opposition ist die heliocentrische
ısselbe ist), die geocentrische Länge des Pla-

$$\vdash(T-t)\frac{\Delta L}{\Delta t}=L'+\quad\frac{\Delta L}{\Delta t},$$

$$-(T-t)\frac{\Delta\lambda}{\Delta t}=\lambda'-(\quad\frac{\Delta\lambda}{\Delta t},$$

entrische Distanz vom r Ecliptik

$$\vdash(T-t)\frac{\Delta\pi}{\Delta t}=\pi'+(\quad t')\frac{\Delta\pi}{\Delta t}.$$

'em Beyspiele ist

'902, $\Delta L-\Delta\lambda=73.'330$, $\Delta t=23^h.92195$,

Opposition	T = 30. August	4^h 57′ 3.″3
eit Mailand.		
ıe oder geocen-		
ıge	$\Lambda=$	337° 0′ 41.″2
: Poldistanz	$\Pi=$	74 58 13.9

Resultaten kann man noch die beyden Bedin-
ngen für die Correctionen der einzelnen Ele-
ügen, welche wir Seite 163 gegeben haben.

VORLESUNGEN

ÜBER

STRONOMIE.

VON

J. J. LITTROW,

...OR DER STERNWARTE, Ö. UND O. PROFESSOR DER ASTRONOMIE AN
... K. UNIVERSITÄT IN WIEN, RITTER DES KAISERLICH-RUSSISCHEN
...-ORDENS DER ZWEYTEN CLASSE, MITGLIED DER K. K. LANDWIRTH-
...-GESELLSCHAFT IN WIEN, DER ATSRONOMISCHEN GESELLSCHAFT
..., DER ACADEMIEN DER WISSENSCHAFTEN IN PRAG, PETERSBURG,
..., PALERMO, EHREN-MITGLIED DER KAISERLICHEN UNIVERSITÄT
IN KASAN, ETC.

ZWEYTER THEIL.

WIEN, 1830.

VERLAG VON J. G. HEUBNER.

INHALT

DES ZWEYTEN BANDES.

DRITTE ABTHEILUNG.

Topographie des Sonnensystems.

Vorlesung I.

orlesung III.

Der Mond.

Vorlesung IV.

Satelliten Jupiters.

Seite

Vorlesung V.

Satelliten Saturns und Uranus, und Ring Saturns.

Vorlesung […]

Kometen.

Vorlesung […]

Störungen der Pla[…]

Vorlesung VIII.

Fixsterne.

Vorlesung IX.

Ursprung des Weltsystems.

Vorlesung X

Dauer des Weltsyst

VIERTE ABTHEILUNG.

Instrumente.

ITTE ABTHEILUNG.

Topographie des Sonnensystems.

Vorlesung I.

Planet n.

Himmelskörpern, wel sich um unsere Sonne
ibt es, so viel bisher be ıot, eilf, die sich durch
scharf begrenzte Gesta ınd durch die geringe
t ihrer elliptischen Bahnen, so wie durch die
ıng der Ebene ihrer Bahnen gegen die Ecliptik
, und die unter dem Namen der Planeten be-
Alle übrigen Körper, die sich in meistens sehr
n Bahnen und unter allen Neigungen um die
egen, und deren Anzahl noch nicht bekannt,
sehr gross ist, heissen Kometen.

amen und Zeichen der Planeten sind in der Ord-
sie von der Sonne weiter entfernt sind,

Mercur ☿
Venus ♀
Erde ♁
Mars ♂
Vesta ⚶
Juno ⚵
Ceres ⚳
Pallas ⚴
Jupiter ♃
Saturn ♄
Uranus ⛢

wir das Vorzüglichste von den an diesen Himmels-
bisher entdeckten Eigenschaften mittheilen, wollen
elliptischen Elemente (I. S 127) derselben voraus-

schicken, deren Kenntniss zur Bestimmung der helioc
schen sowohl als der geocentrischen Orte (I. S. 114) d
Körper nothwendig ist. Diese Elemente sind, die Jupi
masse und die vier neuen Planeten Juno, Ceres, Pallas
Vesta ausgenommen, aus Laplace's Expos. du syst. du m
V. Ausg. genommen. und die Epochen der mittleren
gen der Planeten selbst, so wie ihrer Knoten und Pe
lien beziehen sich auf den mittleren Pariser Mittag des o.
ner 1801 (oder des 31. December 1800). Das Zeichen —
den Knoten bedeutet eine rückgängige Bewegung vo
gen West, und bey den Excentricitäten und den Neigu
eine Abnahme dieser Grösse. Die tropischen Bewegu
(I. S. 73) erhält man aus den siderischen, wenn man z
letzten die Präcession addirt, also 50".21129 in 365¼ T
(I. S. 69) oder 0".137471 in einem Tage und 5021".1
100 Julianischen Jahren.

	zeiten	1801	siderisch	tropisch	Bewegung in 365 Tagen
	Tage				
☿	87.9692580	161° 53′ 41″	14732″.419357	14732″.556828	53° 43′ 3″.2423
♀	224.7007869	9 56 31	5767 .669103	5767 .806574	224 47 29 .3996
♁	365.2563835	99 39 39	3548 .1926	[illegible]	359 45 40 .4789
♂	686.9796458	63 51 19	1886 .518850	[illegible]	191 17 9 .5571
♃	4332.5848212	112 10 6	299 .127800	299 .265271	30 20 31 .8238
♄	10759.2198174	135 19 31	120 .457629	120 .595100	12 13 37 .2116
♅	30686.8208296	177 46 56	42 .230510	42 .367981	4 17 44 .3132

	Axe der Bahn	Axe = 1 1801	rung der Excentricität	tens in der Eclipt. 1801	sid
☿	0.3870981	0.2055149	0.00000387	45° 57′ 31″	—
♀	0.7233316	0.0068607	— 0.00006271	74 54 13	—1
♁	1.0000000	0.0167934	— 0.00004163	0 0 0	..
♂	1.5236923	0.0933070	0.00009018	48 0 3	—2
♃	5.2027760	0.0481621	0.00015935	98 26 19	—1
♄	9.5387861	0.0561505	— 0.00031240	111 56 37	—2
♅	19.1823900	0.0466108	— 0.00002507	72 59 35	—3

[redacted]

	1801	siderisch	tropisch	Massen	ser in der mittl. Entf. d. ⊙ von ♁	messer	
							Tag
☿	74° 21′ 45″	583″.56	5604″.69	$\frac{1}{2025810}$	6″.6	0.384	1. 00
♀	128 43 53	— 267 .83	4753 .30	$\frac{1}{405871}$	16 .5	0.959	0. 90
♁	99 30 5	1179 .81	6200 .94	[illegible]	[illegible]	1.000	0.997
♂	332 23 57	1582 .43	6603 .56	[illegible]	[illegible]	0.517	1.027
♃	11 8 34	663 .86	5685 .00	$\frac{1}{1054}$	186 .8	10.860	0.414
♄	89 9 30	1937 .07	6958 .20	$\frac{1}{3512}$	171 .7	9.982	0.428
♅	167 32 6	239 .33	5260 .46	$\frac{1}{17918}$	74 .5	4.331	.....
			Sonne ⊙	1	1921 .1	111. 74	25. 50

bracht, so erhält man (Astr. Jahrb. 1831) für den mittleren Mittag Be[redacted]

	Mittlere Länge	Mittlere Anomalie	Länge des Perihels	Länge des aufst. Knotens	Neigun[redacted]
Vesta	84° 47′ 3″	195° 35′ 26″	249° 11′ 37″	103° 20′ 28″	7° 7 5[redacted]
Juno	74 39 44	20 22 31	54 17 13	170 52 34	13 2 [redacted]
Pallas	290 38 12	169 33 11	121 5 0	172 38 30	34 35 [redacted]
Ceres	307 3 26	159 22 2	147 41 23	80 53 50	10 36 [redacted]

[redacted]

Nimmt man, den neueren Untersuchungen gemäss, die ... grosse Axe der Erde oder den Halbmesser ihres Äqua... $a = 3271691$ und die halbe Rotationsaxe $b = 3260964$ ... an, so hat man für die Abplattung der sphäroidischen ... $\frac{a-b}{b} = \frac{1}{304}$. Der Halbmesser eines Kreises, der mit ... elliptischen Meridian der Erde gleichen Umfang hat, ... gleich 3266330, und der Halbmesser R einer Kugel, ... mit der sphäroidischen Erde, deren halbe Axen a und b ... eben gegebenen Werthe haben, einerley körperlichen In... hat, wird $R = \sqrt[3]{a^2 b} = 3268111$ Toisen haben. Nimmt ... daher die Erde als eine Kugel an, deren Halbmesser ... $R = 3268111$ Toisen beträgt, so ist die Länge der ... eines grössten Kreises dieser Kugel gleich 20534143 Toisen, also deren 5400$^{\text{ster}}$ Theil oder die deutsche geo... Meile gleich 3802.6191 Toisen, und daher auch ... Halbmesser jener Kugel oder $R = 859.4366$ geographi... Meilen.

... den neuesten Untersuchungen der beyden Venus... von 1761 und 1769 von Encke ist die mittlere ... Horiz. Parallaxe der Sonne 8".578, also auch die mitt... Entfernung der Sonne von der Erde gleich

$$\frac{859.4366}{\sin 8''.578} = 206.65838$$

...graphischen Meilen.

Noch hat man

...eter	= 0.513074 Toisen	= 3.078444 Par. Fuss		
Engl. Fuss	= 0.9381944 Pariser Fuss			
Rheinl. Fuss	= 0.9661806	"	"	
Wiener Fuss	= 0.9731250	"	"	

Die hier angeführte Toise von 6 Pariser Fuss ist die ...genannte eiserne Toise de Pérou bey einer Temperatur ... + 13° Réaumur, welche Bouguer bey seinen Meridian...messungen in Peru brauchte, und deren Etalon in Paris aufbewahrt wird.

Ist für einen Planeten r der Durchmesser, m die Masse, ... die Dichte und g der Raum, welchen frey fallende Kör... auf der Oberfläche des Planeten in der ersten Secunde zurück legen, und bezeichnet man für einen andern Plan dieselbe Grössen durch r', m', d' und g', so hat man

$$\frac{d'}{d}=\frac{m'r^3}{m r'^3} \text{ und } \frac{g'}{g}=\frac{m'r^2}{m r'^2}=\frac{d'r'}{d r}.$$

Für die Erde ist g = 15.113 Pariser Fuss und nach der hergehenden Tafel d = r = 1. Also ist z. B. für die Sonn

$$d'=\frac{354936}{(111.74)^3}=0.2544 \text{ und}$$

$$g'=(15.113)\ (0.2544)\ (111.74)=429.62,$$

oder die Dichte der Sonne ist nur der 0.25. Theil der Di der Erde und auf der Oberfläche der Sonne fallen die I per in der ersten Secunde durch 430 Pariser Fuss. Die t lere Dichte unserer Erde ist = 4.5 der Dichte des Regen sers, und eben so verhalten sich auch die specifischen wichte dieser beyden Körper. Der Wienerkubikfuss Re wasser endlich wiegt 56.5 Wiener Pfunde.

Das Vorhergehende reicht hin, die Entfernungen Planeten von der Sonne und die Excentricität ihrer Bah so wie die Oberflächen, den körperlichen Inhalt u. f. in graphischen Meilen oder in Toisen auszudrücken. — W wollen nun zu den einzelnen dieser Körper übergehen, u das Vorzüglichste von dem anführen, was uns die Beob tungen kennen gelehrt haben.

Sonne.

Die Sonne ist der Centralkörper unsers Planetensystem die Ursache der Bewegung der Planeten, die Quelle d Lichts und der Wärme, und dadurch auch des Lebens all organischen Wesen. Diese Herrschaft in der rein monarch schen Einrichtung ihres Staates verdankt sie sich selbst, ihr präponderirenden Masse, die über 300000 Mahl grösser a die der Erde, und selbst noch 800 Mahl grösser, als d Masse aller Planeten zusammen genommen ist. Da ihre mi lere Entfernung von der Erde 20 665838 geographische Me len und ihr scheinbarer Durchmesser 1921."1 ist, so ist i wahrer Halbmesser gleich $\frac{20\,665838}{2}$ Sin $\frac{1921''}{2}$ = 96238 Me len, ihre Oberfläche gleich 116380 Millionen Quadratmeile ihr Körperinhalt gleich 3734 Billionen Kubikmeilen. der Sonne lassen sich daher über eine Million der Erde, über 25000 Millionen der Vesta gleiche Kugeln bilden, ein grösster Kreis ihrer Oberfläche ist nahe doppelt so , als die Bahn des Mondes um unsere Erde. — Ihre ernung von der Erde von 20 665838 Meilen würde von Kanonenkugel, die in jeder Secunde 1500 Fuss durch-, erst in zehn Jahren zurückgelegt werden, während Licht in 0.137 Stunden von ihr zu uns kömmt.

Diese grosse Entfernung wird uns eine nähere Kennt- der Oberfläche der Sonne sehr schwer machen. Nach Flecken, die sie zuweilen bedecken, scheint sie ein ller, mit einem Lichtmeere, Photosphäre, umflossener rper zu seyn. Nach Herschel soll die Höhe dieser Photo- häre über der Oberfläche des dunklen Sonnenkörpers gegen o Meilen betragen. Diese Flecken erscheinen immer nur n der Nähe des Sonnenäquators, und zwar zuerst an dem stlichen Rande der Sonne, von welchem sie sich mit nahe gleicher Geschwindigkeit und in unter sich parallelen Rich- ungen gegen West bewegen. Sie bestehen meistens aus ei- nem schwarzen Kern mit einer aschgrauen Einfassung um- eben, und in ihrer Nähe sowohl als auch an den Stellen, o diese Flecken oft mitten in der Sonne aus einander flies- n, und verschwinden, entstehen gewöhnlich **Fackeln** er solche Stellen, die sich durch ihr helleres Licht von dem rigen Sonnenboden unterscheiden. Man hat Flecken beob- htet, die unsere Erde achtmahl an Grösse übertreffen. Im ay und November erscheinen die Bahnen dieser Flecken gerade Linien, im August haben sie ihre stärkste Krüm- ung gegen Nord und im Februar gegen Süd. Ihre regel- ässige Bewegung und die Erscheinung, dass sie immer hmäler werden, je näher sie dem Rande der Sonne kom- n, zeigt uns, dass diese Flecken der Oberfläche der Sonne lbst angehören und wahrscheinlich Öffnungen ihrer Photo- häre sind, durch welche wir den inneren dunklen Körper r Sonne erblicken. Man hat daraus die Umdrehungszeit r Sonne von 25.5 Tagen von West gegen Ost und die age ihres Äquators geschlossen, dessen Neigung gegen die kliptik 7° 15′, während die Länge seines aufsteigenden Knotens

257° 50′ beträgt. Eine genaue Bestimmung dieser Gr ist schwer, da die Flecken während ihrer Sichtbarke ihre Gestalt und selbst ihren Ort auf der Oberfläch Sonne verändern. Übrigens sieht man durch gute Fern die Oberfläche der Sonne nie ganz glatt, sondern mit höhungen, Vertiefungen, Adern und Schuppen bedeck

Ausser dieser Rotation um ihre Axe ist die S noch zwey anderen Bewegungen unterworfen. So sie nämlich durch ihre Anziehung die Bewegung der neten verursacht, so wird auch die Anziehung eines j dieser Planeten wieder rückwärts auf die Sonne wirken, dadurch den Mittelpunct der Sonne in einer Ellipse in wegung setzen, deren Umfang aber gegen den Umfang von den Planeten beschriebenen Ellipse sich wie die M des Planeten zu der Masse der Sonne verhalten, also mein klein seyn wird. Da dasselbe von allen anderen P ten gilt, so wird die Bahn des Mittelpuncts der Sonne sehr verwickelte krumme Linie seyn, deren Berech aber für uns unnöthig ist, da die Astronomen nicht di soluten Bahnen der Planeten im Raume, sondern nur relativen in Beziehung auf die Sonne betrachten. Da fe die Rotation der Sonne, deren Existenz durch die Beob tungen ausser Zweifel gesetzt wird, ihre Ursache nur i nem ursprünglichen Stosse haben kann, dessen Richt [redacted]

n der Erde am weitesten entfernt, daher sein schein-
ırchmesser am kleinsten (4".o) und ganz beleuchtet.
ntfernt er sich als Abendstern, nach Untergang der
m westlichen Himmel stehend, mit abnehmender
ng seiner geocentrischen Länge, östlich von der
bis er endlich seine grösste östliche Elongation von
ne erreicht. Nach dieser Elongation fängt er an sich
ne zu nähern, und seine, immer noch östliche Be-
g wird noch langsamer, bis er endlich einige Zeit
n Fixsternen ganz stille zu stehen scheint. Nach die-
nde nimmt er eine retrograde oder westliche Be-
g, in welcher er sich der Sonne noch weiter nähert,
dlich in der untern Conjunction, zwischen der Erde
r Sonne, der Erde am nächsten steht. Seine anfangs
euchtete Scheibe verliert während dieser Zeit immer
d mehr von ihrem Lichte und zwar auf der östlichen
bis in der unteren Conjunction die ganze Scheibe un-
tet, und ihr Durchmesser zugleich am grössten
ist. Nach dieser unteren Conjunction tritt er, als
stern, auf die Westseite der Sonne mit allmählig
ender westlichen Bewegung und mit immer mehr
tetem östlichen Rande, bis er endlich wieder ganz
n Fixsternen still zu stehen scheint, und gleich dar-
immer zunehmende directe oder östliche Bewegung

die grössten Elongationen dieses Planeten von d
ebenfalls verschieden, und zwischen den Grenzen
und 16° eingeschlossen. Der Bogen, welchen er
nach seiner untern Conjunction in retrograder
zurücklegt, ist im Mittel 13 Grade, und die Ze
er dazu verwendet, beträgt 23 Tage. Ist a der I
der Mercursbahn, l und L die heliocentrische L
curs und der Erde, λ die geocentrische Länge M
hat man, wenn man die Bahn des Planeten kreis
in der Ebene der Ecliptik voraussetzt, für den O
standes

$$\mathrm{tg}\,(\lambda - L) = \frac{a}{\sqrt{1 + a}},$$

und für den Ort der grössten Elongation

$$\mathrm{Sin}\,(\lambda - L) = a,$$

welche Gleichungen also die Entfernung des I
der Sonne, oder den Werth von $\lambda - L$ für d
und für die grösste Elongation geben.

Zuweilen erblickt man Mercur zur Zeit se
Conjunction vor der Sonnenscheibe in der
dunklen, runden Fleckens. Diese Vorübergä
ereignen sich nur dann, wenn der Planet in se
Conjunction von seinem Knoten weniger als 3.°
was in unserem Jahrhunderte nur in den M
und October möglich ist. Die nächstkünftigen
im October, 1845 im April, 1848 im Octobe

$$B = \frac{360\,A}{360 + m\,A} \text{ und } C = \frac{360\,A}{360 - n\,A}.$$

Für Mercur ist $A = 87.^{T}9693$, also auch

$$B = 87.^{T}9685 \text{ und } C = 115.^{T}88o1.$$

Seine Entfernung von der Sonne ist wegen der grossen Excentricität seiner Bahn sehr verschieden, und in den Grenzen von 7 bis 10 Millionen geographischer Meilen eingeschlossen. Seine Entfernung von der Erde aber ist, die kleinste 10 und die grösste 30 Millionen Meilen. Der Durchmesser desselben beträgt 660 Meilen. Die mittlere Geschwindigkeit seiner Bewegung um die Sonne in einer Secunde ist 6.7 Meilen; der Fall der Körper auf seiner Oberfläche in der ersten Secunde 14.1 Pariser Fuss, und seine Dichte gegen die der Erde 3.6. Die Zeit seiner Rotation beträgt 1.003 Tage, und sie hat, wie bey allen anderen Planeten, die Richtung von West gegen Ost. Die Neigung des Äquators gegen die Bahn Mercurs ist [illegible] Grade, daher der Unterschied der Tages- und Jahreszeiten dieses Planeten nahe derselbe mit denen der Erde seyn mag. Schröter bemerkte auf denselben grosse Bergreihen von [illegible]^{M} Breite und 80^{M} Länge, und die höchsten dieser Gebirge, die sich, wie bey allen Planeten, in der südlichen Hemisphäre finden, haben eine Höhe von $2.^{M}6$, sind also im Verhältniss des Halbmessers Mercurs zum Halbmesser der Erde, nahe achtmahl grösser als unsere höchsten Berge.

V e n u s.

Dieser Planet biethet dieselben Erscheinungen seines Vor- und Rückwärtsgehens und dieselben Abwechslungen seiner Phasen dar, welche wir bey dem Mercur beobachtet haben. Ihre grössten Elongationen variiren von 45 bis 47.7 Graden. Ihr Stillstand hat Statt, wenn sie sich Abends der Sonne nähert, oder Morgens von ihr entfernt und von der Sonne nahe 30 Graden absteht. Der Bogen ihrer Retrogradation beträgt 16 Grade und die Dauer derselben im Mittel

42 Tage. Wenn zur Zeit der unteren Conjunction der V
ihre Distanz vom Knoten unter 1°.8 ist, so geht sie für
durch die Sonne, eine Erscheinung, die, wie Halley z
bemerkte, zur Bestimmung der Sonnenparallaxe oder
Entfernung der Sonne von der Erde sehr geeignet ist (I. S
Diese Durchgänge fallen in die Monate Junius und
cember. Die zwey letzten waren die von 1761 den 5. Ju
und 1769 den 3. Junius, und die nächstfolgenden werd
den Jahren 1874, 1882 im December, 2004 und 201
Junius sichtbar seyn. Ihre Perioden haben 8 oder 105 oder
Jahre. Ihre tropische Revolution ist 224.^{T}673 und die s
dische 583.^{T}988. Ihre Entfernung von der Sonne variirt
7.4 bis 9.7 Millionen Meilen, und von der Erde von
bis 35 Millionen Meilen, daher ihr scheinbarer Durch
ser von 10" bis 66" veränderlich ist. Ihr wahrer Durchm
hat 1680^M, ihre Oberfläche 8 Millionen Quadrat-, und
Inhalt 2280 Millionen Kubikmeilen. Die mittlere Gesch
digkeit ihrer Bewegung um die Sonne beträgt 4.9 Meilen
der Fall der Körper auf ihre Oberfläche in der ersten Sec
15.87 Pariser Fuss. Die Dichte der Venus ist 1.07 von j
der Erde. Die Dauer ihrer Rotation ist 0.9 Tage, und
Neigung des Äquators gegen die Bahn soll nach Schr
72 Grade, also dreymahl grösser als unsere Schiefe
Ecliptik seyn, daher auf diesem Planeten Klima und Jah
zeiten sehr von denen der Erde verschieden seyn werden

Man erkennt diesen Planeten an seinem blendenden
hellweissen Lichte, welches ihn oft selbst am Tage sic
bar macht. Am hellsten erscheint Venus, wenn sie, n
70 Tage vor oder nach ihrer unteren Conjunction, die El
gation von 39.°7 von der Sonne erreicht, obgleich dann
Durchmesser nur 38" hat, und ihre uns zugewendete Sch
nur nahe halb beleuchtet ist.

Schröter bemerkte auf der Oberfläche der Venus ge
hundert Meilen lange Ketten von Bergen, deren einige
erstaunliche Höhe von sieben Meilen haben. Die von i
beobachtete starke Dämmerung oder der nur sehr langs
Untergang der beleuchteten Seite in die dunkle zeugt
einer hohen und dichten Atmosphäre. Da diese dunkle S
besonders in der Nähe der unteren Conjunction, nie g

ichtbar ist, so scheint die Oberfläche des Planeten ein eigenes schwaches phosphorescirendes Licht zu haben. ältere Astronomen wollten einen Mond oder einen Satelliten um die Venus gesehen haben, was wohl eine blosse optische Täuschung war, da er selbst bey den Durchgängen des Jahres 1761 und 1769, wo er kaum übersehen werden konnte, nicht gefunden wurde.

M a r s.

Er ist der der Sonne nächste Planet von denen, deren Bahnen jene der Erde einschliessen, daher diese, oder die oberen Planeten, ihre Elongationen von der Sonne von 0 bis 360 ändern können, während die zwey vorhergehenden, oder die unteren Planeten, nur immer in der Nachbarschaft der Sonne gesehen werden. Mars bewegt sich, wie alle übrigen Planeten, von West gegen Ost um die Sonne, aber von der Erde gesehen, steht er in den beyden Puncten, wo seine Elongation von der Sonne 137 Grade beträgt, stille, und hat zwischen diesen beyden, die Opposition einschliessenden Puncten, eine retrograde Bewegung. Der Bogen seines Rückgangs beträgt 16 Grade und die dazu verwendete Zeit 63 Tage. Seine Entfernung von der Sonne variirt von 29 bis 35 und die von der Erde von 7 bis 54 Millionen Meilen, daher auch sein scheinbarer Durchmesser von 3."4 bis 27."2 wachsen kann. Der wahre Durchmesser des Mars hat 1000^{M}, die Oberfläche 3 Millionen Quadrat-, und der Inhalt 467 Millionen Kubikmeilen. Er bewegt sich in einer Secunde durch 3.4 Meilen; der Fall der Körper auf seiner Oberfläche beträgt 6.3 Pariser Fuss; seine Dichte ist 0.7 von der der Erde, und die Zeit seiner Rotation beträgt 1.027 Tage, so wie die Schiefe der Ecliptik 28.°7. Die tropische Revolution des Mars ist 686.^{T}929 und die synodische 779.^{T}816. Mit Hülfe guter Fernröhre bemerkt man noch seine Phasen, die in der Elongation von 90° von der Sonne am grössten und nahe von der Gestalt des Mondes drey Tage vor oder nach dem Vollmonde sind. Auch die Abplattung an seinen beyden Polen wird bemerkt, die nach Herschel sogar den 16ten, nach Arago aber nur den 300^ten Theil seines Durchmessers betragen den dunklen, wolkenartigen Flecken, die man a Oberfläche erblickt, die ihre Gestalt, Grösse und schnell ändern, und mit einer Geschwindigkeit von Fuss in einer Secunde sich bewegen, lässt sich auf dichte, und von heftigen Stürmen bewegte Atmosphär sen, so wie man auch Spuren von hohen Gebirgen entdeckt hat. Unter diesen Flecken sind besonders grossen hellweissen merkwürdig, welche abwechs beyden Polargegenden dieses Planeten zu der Zeit b wo jene Gegend ihren Winter hat, und im Somme verschwinden. Diesem Planeten verdanken wir über erste genäherte Kenntniss der Sonnenparallaxe durch wendung der (I. S. 275) gegebenen Methode durch und Lalande, und endlich die Kenntniss der (I. S. geführten und für alle Folgezeiten merkwürdigen En gen Keplers.

Die vier neuen Planeten.

Ceres wurde am 1. Januar 1801 von Piazzi; P 28. März 1802 von Olbers; Juno am 1. September Harding, und Vesta am 29. März 1807 von Olbers Wahrscheinlich gibt es in dem grossen Zwischenrau die Bahn Jupiters von der des Mars trennt, noch dieser Asteroiden, deren Entdeckung unseren Nac aufbewahrt seyn mag.

Ihre kleinsten und grössten Entfernungen von d und von der Erde in Millionen geographischer Me ihre Umlaufszeiten sind.

	Entfernungen von der Sonne	Entfernungen von der Erde	Umlaufsze tropische	sy
Vesta	45 und 54	23 und 72	1326.ᵀ369	…
Juno	42 .. 70	19 .. 88	1594. 666	…
Ceres	53 .. 62	31 .. 81	1681. 102	…
Pallas	44 .. 72	21 .. 90	1686. 636	…

Diese vier Planeten unterscheiden sich von allen in mehreren Beziehungen. Ihre Bahnen haben

össe, sind aber so gegen einander geneigt, dass
aneten, ohne sich zu begegnen, ihren Lauf um
ne vollenden können. Die Neigungen dieser Bah-
n die Ecliptik sind gross, bey der Juno 13 und bey
s sogar über 34 Grade. Eben so ungewöhnlich gross
Excentricitäten, die bey der Juno und Pallas den
Theil ihrer halben grossen Axen betragen, und wo-
iese Körper mehr den Kometen, als den Planeten
zu werden scheinen. Ihrer sehr geringen Grösse
rscheinen sie uns nur als Gestirne zwischen der 7ten
" Grösse. Die wahren Durchmesser derselben sind
durch Beobachtungen zu bestimmen. Nach Schröter
Durchmesser der Vesta, der kleinsten dieser Asteroi-
er 58 geographische Meilen betragen, also ihr kör-
r Inhalt in dem unserer Erde 25000 mahl, und selbst
unseres Mondes noch 540 mahl enthalten seyn. Die-
sen Durchmessers ungeachtet erscheinen jene Kör-
nders Vesta, sehr hell beleuchtet, was eine beson-
enschaft ihrer Oberflächen oder auch ein eigenes
selben vermuthen lässt.

auffallenden Farbenwechsel der Ceres in Roth,
d Weiss, und die dichten, nebeligen Einfassungen,
diese Planeten, besonders Ceres und Pallas, oft
n, während sie wieder zu anderen Zeiten in dem
Lichte strahlen, deuten auf bedeutende Atmosphä-
er Körper, in denen sehr grosse Revolutionen vor
en. Die beynahe gleich grossen Axen der Bahnen
örper scheinen auf einen gemeinschaftlichen Ur-
erselben zu führen, und vielleicht sind sie die Trüm-
es grössern, durch irgend eine Kraft in mehrere
etrennten Planeten. Ihre grossen Excentricitäten
ungen fordern uns zur Vervollkommnung der Theorie
etarischen Störungen auf, so wie die grossen Ein-
en, welche sie von Jupiter und Saturn erfahren, uns
en dieser beyden grossen Himmelskörper mit einer
noch nicht erreichten Genauigkeit kennen lehren

Jupiter.

Dieser grösste aller Planeten hat eine Entfernung der Sonne von 103 bis 114, und von der Erde von 7 130 Millionen Meilen. In der Elongation von 115° zu den Seiten der Opposition scheint er, von der Erde ges still zu stehen, und zwischen diesen beyden Puncten le in retrograder Bewegung einen Bogen von 10° in 121 T zurück. Die tropische Revolution Jupiters ist 4330.T594 11.9 Jahre, und die synodische 398.T853 oder 1.09 re. Der Durchmesser Jupiters hat 18900 Meilen, Fläche 1124 Millionen Quadrat-, und sein Inhalt 5½ nen Cubikmeilen, so dass sein Inhalt den der Erde 133 und den der Vesta 33 Millionenmahl in sich enthält Fall der Körper auf seiner Oberfläche beträgt 38.8 Pa Fuss und seine Dichte ist der vierte Theil von jener Erde. In seiner mittleren Bewegung um die Sonne le 1.7 Meilen in einer Secunde zurück. Seine Rotation endet er in der sehr kurzen Zeit von 0.43 Tagen, un Schiefe seiner Ecliptik beträgt nur 3.092 Grade. Daher der Unterschied der Jahreszeiten auf diesem Planeten für selben Ort seiner Oberfläche nur unbeträchtlich, aber der Wechsel des Klimas für die von dem Äquator vers den entfernten Orte desto merklicher seyn, so wie die

[redacted]

zurücklegt, so ist er, einmahl erkannt, immer wie-
icht unter den übrigen Gestirnen des Himmels zu
.

Man sieht auf seiner Oberfläche in der Nähe seines
punctes, vier, seinem Äquator parallele, dunkle Zonen,
cht die Folgen der oben bemerkten grossen Verschie-
it der Klimate, und überdiess näher an den beyden
viele kleinere Streifen und Flecken, die besonders an
Grenzen, grossen Änderungen unterworfen sind, und
ahrscheinlich der Atmosphäre dieses Planeten ange-
, obschon sie eine viel grössere Dichte, als unsere
en, zu haben scheinen. Schröter hat Ortsveränderun-
n diesen Flecken bemerkt, deren Geschwindigkeit eine
Meile in einer Secunde betrug, und daher die unserer
gten Winde weit übertrifft.

Saturn.

ser Planet vollendet seinen Umlauf um die Sonne
hung auf die Nachtgleichen in 10746.964 Tagen
in 29.4 Jahren, während die Zeit zwischen zwey näch-
Oppositionen mit der mittleren Sonne oder die Zeit
r synodischen Revolution nur 378.064 Tage beträgt.
eyden Seiten der Opposition, in der Elongation von 109
en von der Sonne, scheint er unter den Fixsternen
zu stehen, und zwischen diesen beyden Puncten in
rader Bewegung einen Bogen von 6 Graden in 139
zurückzulegen. Seine Entfernung von der Sonne be-
188 und 210, und von der Erde 161 und 223 Millionen
n. Sein Durchmesser hat 16290 Meilen, die Oberfläche
Millionen Quadrat- und der Inhalt $2\frac{1}{4}$ Billion Kubik-
n. In seiner mittleren Geschwindigkeit um die Sonne legt
einer Secunde 1.3 Meilen zurück; der Fall der Kör-
uf seine Oberfläche beträgt 15.15 Pariser Fuss, und
Dichte ist nur 0.1 der Dichte der Erde. Bey seiner gros-
Entfernung von der Sonne erscheint ihm jenes Gestirn
mehr unter einem Durchmesser von 202 Secunden, also
mahl kleiner, und die ganze Fläche der Sonne hundert-
kleiner, als uns, daher auch die Beleuchtung der

Sonne auf Saturn hundertmahl schwächer als
ist, vorausgesetzt, dass diese beyden Planete
pfänglichkeit für das Licht haben.

Man erkennt ihn leicht an seinem matte
Lichte, und findet ihn, einmahl erkannt, lei
er über $2\frac{1}{2}$ Jahre in demselben Zeichen des Tl
weilt. Die Beobachtung seiner Flecken zeigt
in 0.428 Tagen sich um seine Axe dreht,
Äquator um 30 Grade gegen die Ebene seiner
ist. Diese schnelle Rotation hat eine starke
seinen Polen zur Folge, die nahe den eilften Th
messers beträgt. Herschel bemerkte noch ei
plattung Saturns in der Richtung des Äquators
Scheibe an vier Stellen eingedrückt erscheint.
beobachtete grosse Veränderungen in der Ge
fangs dieses Planeten, dessen flüssige Oberfl
einer Art von Ebbe und Fluth unterworfen ist.
Äquator nahe und ihm parallele Streifen, so
lende Weisse desjenigen Poles, der eben sei
jährigen Winterschlaf hält, und endlich das r
Verschwinden der von diesem Planeten bedec
lassen auf eine sehr dichte Atmosphäre dessell

U r a n u s.

[redacted]

die Sonne zurück; die Körper fallen auf ihm in einer
ınde durch 14.57 Pariser Fuss, und seine Dichte ist
von jener der Erde. Der Durchmesser der Sonne er-
int ihm nur unter dem Winkel von 100 Secunden, also
19 mahl, und die Fläche der Sonne 361 mahl kleiner,
den Bewohnern der Erde. Seiner grossen Entfernung
gen hat man bisher weder Berge noch Flecken, aber dem-
geachtet eine beträchtliche Abplattung dieses Planeten be-
achtet, welche die Folge einer schnellen Rotation des-
ben seyn muss.

Vorlesung II.

Grösse und Gestalt der Erde.

Sobald der Mensch die Kugelgestalt der Erde erkannt h (I. S. 15), musste ihn seine Neugierde bewegen, auch Dimensionen dieser Kugel zu erforschen. Es ist daher w scheinlich, dass die ersten Versuche, zu diesem Zwecke gelangen, noch weit jenseits der Zeiten fallen, deren A denken uns die Geschichte aufbewahrt hat, und dass i Resultate in den physischen und moralischen Revolution welche die Erde seitdem erfahren hat, zu Grunde gegan sind. Die uns bekannten älteren Messungen der Erde wurd ausgeführt von Eratosthenes um 250, und Posidonius um Jahre vor Christo; ferner von dem Kalifen Al Mamon i Jahre 827, und von Fernel, einem französischen Arzte, i Jahre 1550. Aber Snellius schlug der erste im Anfange d siebzehnten Jahrhunderts die noch jetzt gebräuchliche M

lich seyn würde, so pflegt man die beyden Endpuncte
gens durch eine Kette von Dreyecken mit einer kür-
raden Linie, der **Basis**, zu verbinden, und nur die
unmittelbar mit dem Maasstabe zu messen, während
i jenen Dreyecken bloss die Winkel beobachtet, wel-
re Seiten unter sich und mit der Basis machen, wor-
h dann die gesuchte Grösse des Bogens durch Rech-
bleiten lässt. Die oben erwähnten Winkel der beyden
esser aber erhält man, wenn man in den beyden End-
n des Meridianbogens die geographische Breite dieser
e beobachtet, da der gesuchte Winkel gleich der Dif-
dieser Breiten ist. Hat man z. B. gefunden, dass der
ene Bogen gleich a Graden und gleich b Toisen ist,
gt unter der Voraussetzung der Kugelgestalt der Erde

die Grösse eines Grades gleich $\frac{b}{a}$ Toisen

" " des ganzen Umfangs der Erde $\frac{360\,b}{a}$

" " des Halbmessers derselben $r = \frac{180\,b}{\varpi\,a}$,

Oberfläche der Erde gleich $4\,r^2\,\varpi$ Quadrattoisen und der
liche Inhalt derselben gleich $\frac{4}{3}\,r^3\,\varpi$ Kubiktoisen, wo
3.14159... ist.

Da aber verschiedene genaue Messungen auch verschie-
Werthe des Halbmessers r geben, so musste man die
gestalt der Erde verlassen, und der Theorie gemäss
men, dass sie ein durch die Umdrehung einer Ellipse
re kleine Axe entstandener Körper sey. Sey a und b
lbe grosse und kleine Axe dieser Ellipse, und die Ex-
cität $\varepsilon = \frac{1}{a}\sqrt{a^2 - b^2}$ oder die Abplattung derselben
$\frac{a-b}{a}$, also auch $\varepsilon = \sqrt{2\alpha - \alpha^2}$ und $\alpha = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}$.

Bezeichnet dann m die Länge eines Meridiangrades, des-
Mitte die geographische Breite φ hat, so ist

$$m = \frac{a\,\varpi\,(1 - \varepsilon^2)}{180\,(1 - \varepsilon^2\,\mathrm{Sin}^2\,\varphi)^{\frac{3}{2}}},$$

und wenn m' die Länge eines Meridiangrades der I φ' ist,

$$m = m' \left(\frac{1 - \varepsilon^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi'}{1 - \varepsilon^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi}\right)^{\frac{3}{2}},$$

woraus folgt

$$\varepsilon^2 = \frac{m^{\frac{2}{3}} - m'^{\frac{2}{3}}}{m^{\frac{2}{3}} \operatorname{Sin}^2 \varphi - m'^{\frac{2}{3}} \operatorname{Sin}^2 \varphi'},$$

und diese Gleichung gibt die Excentricität ε der Erde d zwey gemessene Meridiangrade m und m'. Zwar findet auch hier aus je zwey der als vorzüglich anerkannten G messungen nicht immer denselben Werth von ε oder $\alpha = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}$, und man muss diese Abweichungen weder Beobachtungsfehlern oder Unregelmässigkeiten in Gestalt und Dichte der Oberfläche der Erde zuschrei Diese vorzüglichsten Messungen sind:

die Peruanische zwischen den Breiten	— 3°	4' und	+ o
die erste Ostindische	8	9 ...	15
die zweyte	11	44 ...	13
die Französische	38	39 ...	51
die Englische	50	37 ...	53
die Hannöver'sche	51	32 ...	53
die Schwedische	65	32 ...	67

Berechnet man diese Beobachtungen so, dass die Sum der Quadrate der Unterschiede der berechneten und be achteten Polhöhen ein Minimum wird, so findet man (A Nachr. Nro. 161).

$$a = 3271852.32 \text{ Toisen}$$
$$b = 3260853.70 \text{ und}$$
$$\alpha = \frac{1}{297 \cdot 479},$$

und diese Werthe von a und b geben für die einzelnen höhen im Allgemeinen so geringe Fehler, dass dadurch Messungen als gut dargestellt angenommen werden kön Immer aber wird es wünschenswerth seyn, diese M sungen an so vielen Orten als möglich und mit der gr ten Genauigkeit vorzunehmen. Die so erhaltenen zah chern Bogen des Meridians sowohl, als auch der Para kreise der Erde werden uns die Gestalt derselben n lernen lehren, eine Gestalt, die vielleicht nicht ganz genau durch ein Rotationssphäroid dargestellt werden kann. Welches aber auch die genaue Figur dieser Meridiane seyn mag, so folgt doch aus der Übereinstimmung aller gemessenen Grade und ihrer Abnahmen von dem Pole zu dem Äquator, dass die Erde an ihren Polen abgeplattet, und dass diese Abplattung eine Folge der Rotation der Erde um ihre Axe ist.

Diese Rotation der Erde, wodurch jeder Punct ihres Äquators in 16 Secunden nahe eine geographische Meile zurücklegt, wird jedes Element der Erde von ihrer Axe desto mehr zu entfernen suchen, je näher dieses Element dem Äquator liegt, während die beyden Pole selbst von dieser Rotation nicht verändert werden können. Nennt man a diese durch die Rotation hervorgebrachte Entfernung oder die Schwungkraft eines Punctes des Äquators in der Richtung seines Halbmessers, und eben so a' die Schwungkraft eines Punctes der Breite φ, ebenfalls in der Richtung des Halbmessers seines Parallelkreises, so hat man $a' = a \operatorname{Cos} \varphi$ oder die Schwungkräfte verhalten sich wie die Cosinus der geographischen Breiten. Diese Schwungkräfte vermindern aber auch die Schwere der Erde. Da die Kraft, mit welcher die Erde alle Körper anzieht, gegen ihren Mittelpunct gerichtet ist, so wird für jeden Punct der Breite φ die durch die Schwungkraft verminderte Schwere gleich $a' \operatorname{Cos} \varphi$ oder gleich $a \operatorname{Cos}^2 \varphi$ seyn, d. h. die durch die Rotation bewirkte Verminderung der Schwere der Erde ist für jeden Punct derselben dem Quadrate des Cosinus der Breite dieses Punctes proportional. Ist daher G die ursprüngliche, ohne Rotation Statt habende, und g die bey der Rotation beobachtete Schwere, so ist für jeden Punct der Oberfläche der Erde

$$G - g = a \operatorname{Cos}^2 \varphi$$

Ist aber $A = 19631000$ Pariser Fuss der Halbmesser des Äquators, T die Sternzeit der Rotation der Erde oder $T = 86164$ Secunden mittlerer Zeit, so ist

$$a = \frac{4\varpi^2 . A}{T^2}, \text{ oder } a = 0.1044 \text{ Pariser Fuss},$$

d. h. durch die Schwungkraft wird die Schwere der Erde in jedem Puncte ihrer Oberfläche um $G - g = 0.1044 \operatorname{Cos}^2 \varphi$

Pariser Fuss vermindert. Für den Äquator selbst G—g=0.1044, und da, nach den Beobachtungen Äquator g=30.1028 Pariser Fuss ist, so hat man

$$G=30.2072, \text{ oder } \frac{g}{G}=\frac{289}{290},$$

d. h. die durch die Schwungkraft verminderte Schwere g Äquator verhält sich zu der ursprünglichen Schwere G Erde wie 289 zu 290. Wenn die Geschwindigkeit der Rotion der Erde grösser wäre, so würde auch die Schwungkraft grösser werden, und endlich die Schwere selbst übtreffen. Wäre z. B. T=5068 Secunden, also die Bewegung der Erde nahe siebenzehn Mahl schneller, als sie jetzt so hätte man G—g=30.207, oder g=0, d. h. die Körper an den Oberflächen des Äquators würden dann, sich selbst überlassen, nicht mehr gegen die Erde fallen, sondern schwebend bleiben, und eine noch etwas vermehrte Geschwindigkeit der Rotation würde diese Körper schon von der Oberfläche der Erde entfernen.

Eine directe Messung dieser veränderlichen Schwere der verschiedenen Puncte der Oberfläche der Erde erhält man durch das Pendel. Nennt man l die Länge eines einfachen Pendels, und t die Zeit eines ganzen Schwunges, oder die Zeit des Ab- und Aufsteigens desselben, so hat man bekanntlich die Gleichung

$$t=\varpi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Daraus folgt: I. dass sich die Längen zweyer Pendel die in derselben Zeit ihre Schwingungen vollenden, z. B. die Längen zweyer Secundenpendel verhalten, wie die auf sie wirkenden Schweren; II. dass die Schwingungszeiten desselben Pendels an verschiedenen Orten der Oberfläche der Erde verkehrt den Quadratwurzeln der Schweren; III. dass die Schwingungszeiten der Pendel an demselben Orte den Quadratwurzeln ihrer Längen,; und IV. dass die Anzahl der Schwingungen gleich langer Pendel in derselben Zeit z. B. in einem Tage, den Quadratwurzeln der Schweren proportional ist.

Bezeichnet, wie zuvor, g die beobachtete Schwere am Äquator, und g' in der Breite φ, so hat man, da sich d

en in verschiedenen Puncten des Sphäroid
len dieser Puncte verhalten,

$$g : g' = 1 : \sqrt{\frac{1}{1 - \varepsilon^2 \, \mathrm{Sin}^2 \varphi}},$$

a ε gegen die Einheit nur klein ist,

$$g' = g\left(1 + \frac{\varepsilon^2}{2} \mathrm{Sin}^2 \varphi\right).$$

war aber, wenn l die
Ort bezeichnet, dessen ...ete ... g ... u

$$l = \frac{g' . t^2}{\varpi^2}$$

a $t = 1$ ist,

$$l = \frac{g'}{\varpi^2},$$

ist sich, wenn man in dieser Gleichung den vorher-
enden Werth von g' substituirt, der allgemeine Ausdruck
der Länge des Secundenpendels unter der Breite φ

$$l = \frac{g}{\varpi^2} + \frac{g}{\varpi^2} . \frac{\varepsilon^2}{2} \mathrm{Sin}^2 \varphi.$$

Die folgende Tafel enthält einige der vorzüglichsten
ngen des Secundenpendels in verschiedenen Breiten.

Malouinische Inseln...........	— 51° 31′.7	o	[redacted]
Port Jackson.................	— 33 51.6	o	
Ascension....................	— 7 55.8	o	
Insel Rawak..................	— o 1.6	o	
Sierra Leone.................	8 29.5	o	
Jamaika......................	17 56.1	o	
New York.....................	40 42.7	o	
Paris........................	48 50.2	o	
Paris........................	48 50.2	o	
Dünkirchen...................	51 2.2	o	
London.......................	51 31.1	o	
Clifton......................	53 27.7	o	
Portsoy......................	57 51.0	o	
Unst.........................	60 45.5	o	
Hammerfest...................	70 40.1	o	
Grönland.....................	74 32.3	o	
Spitzbergen..................	79 50.0	o	

Wenn man diese Beobachtungen mit dem Ausdrucke

$$l = x + y \operatorname{Sin}^2 \varphi$$

gleicht, so findet man durch die Methode der kleinsten drate für die Länge des Secundenpendels den Ausdruck $l = 0^m.99102557 + 0^m.00507188 \operatorname{Sin}^2 \varphi$ in Meter, oder $l = 3^F.0508184 + 0^F.0156135 \operatorname{Sin}^2 \varphi$ in Pariser Fuss.

Daraus folgt

ge des Pendels am Äquator		$L = 0^m.99102557$
- - - Pole		$L' = 0^m.99609745$
	Differenz	0.00507188

Da ferner $\frac{g}{\omega^2} = 0.99102557$, so ist die Schwere am ator, oder $g = 9.^m781029$. Endlich war die Schwungkraft Äquator $a = 0.1044$ Pariser Fuss $= 0.^m03391$. Nach dem annten, schon von Clairaut gefundenen Ausdrucke, aber die Abplattung

$$\alpha = \frac{5}{2} \cdot \frac{a}{g} - \frac{(L' - L)}{L}, \text{ dass heisst,}$$

$$\alpha = \frac{5}{2} \cdot \frac{0.0339197}{9.781029} - \frac{0.00507188}{0.99102557}, \text{ oder es ist}$$

$$\alpha = \frac{1}{282}.$$

Die Zunahme der Länge des Pendels vom Äquator zu em Pole zeigt mehr Regelmässigkeit, als die der in verschiedenen Breiten gemessenen Meridiangrade, weil entweder die ersten Messungen einfacher und leichter sind, als die zweyten, oder weil die Unregelmässigkeiten der Oberfläche der Erde weniger auf die Pendel, als auf die Meridiangrade wirken. Doch ist auch hier die Übereinstimmung r einzelnen Messungen unter einander geringer, um sie s als Fehler der Beobachtung ansehen zu können, und scheint daher, dass locale Einwirkungen, und vielleicht n Abweichungen der Gestalt der Erde von der eines ipsoids die Ursache jener Anomalien sind. (Mém. de Paris. VIII. p. 1.)

Diese Abplattung der Erde an ihren Polen, welche wir dem Vorhergehenden durch unmittelbare Messungen sol, als auch durch die beobachteten Pendellängen bestägefunden haben, ist eine blosse Folge der Rotation um

ihre Axe, welche die Elemente derselben durch die Schw
kraft desto mehr von dieser Axe entfernt hat, je näh
bey dem Äquator lagen, wenn anders die Masse der
in ihrem primitiven Zustande nur eine geringe, und je
Drucke nachgebende Härte hatte. Die Analyse zeigt,
eine Kugel, wenn ihre Masse durchaus von gleicher Di
ist, durch die Rotation die Gestalt eines Körpers anneh
muss, der durch die Umdrehung einer Ellise um ihre k
Axe entsteht. Wendet man diese Analyse auf unsere
an, so findet man ihre Abplattung gleich $\frac{1}{231}$, also grö
als durch die oben erwähnten unmittelbaren Beobach
gen, ein Beweis, dass die vorhergehende Voraussetz
einer durchaus homogenen Erdmasse unrichtig ist. In
That ist es auch natürlich, anzunehmen, dass die Dichte
Erde gegen ihren Mittelpunct wächst, und schon die
Bewohnbarkeit der Erde für Menschen und Thiere so
wendige Stabilität der Meere fordert es, dass die Dichte
Wassers kleiner ist, als die mittlere Dichte der
Allein unter der Voraussetzung einer nicht homogenen
masse ist die theoretische Bestimmung ihrer Gestalt
grossen Schwierigkeiten verbunden, deren nähere A
hier übergangen werden muss.

Hier wollen wir noch bemerken, dass man in dem
erwähnten Dreyecknetze, auch die geographischen

[redacted]

ehen kann. Nennt man a und b die halbe grosse und Axe des Erdsphäroids, und setzt man der Kürze a² e² = a² — b² und $\omega = \frac{\Delta}{b \operatorname{Sin} 1''}$, so findet man die en φ′, α′ und u′ durch folgende Gleichungen

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha' + u'}{2} = - \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(90 - \varphi - \omega)}{\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(90 - \varphi + \omega)} \operatorname{Cotg} \frac{\alpha}{2},$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha' - u'}{2} = - \frac{\operatorname{Cos} \frac{1}{2}(90 - \varphi - \omega)}{\operatorname{Cos} \frac{1}{2}(90 - \varphi + \omega)} \operatorname{Cotg} \frac{\alpha}{2},$$

$$\operatorname{Cos} \varphi' = \frac{\operatorname{Sin} \omega}{\operatorname{Sin} u} \operatorname{Sin} \alpha = - \frac{\operatorname{Cos} \varphi}{\operatorname{Sin} \alpha'} \operatorname{Sin} \alpha,$$

he Werthe von α′, u′ und φ′, wie man sieht, die Erde ine Kugel voraussetzen, deren Halbmesser gleich b ist. nt man dann

$$(\varphi') - \varphi' = d\varphi', \ (\alpha') - \alpha' = d\alpha', \text{ und } (u') - u' = du'$$

elliptischen Correctionen, welche den vorhergehenden härischen Grössen φ′, α′ und u′ hinzugesetzt werden müssen, um die gesuchten sphäroidischen Werthe (φ′), (α′) und (u′) zu erhalten, so hat man

$$d\varphi' = \tfrac{1}{2} e^2 \omega \operatorname{Cos} \alpha (1 - 3 \operatorname{Sin}^2 \varphi)$$
$$+ \tfrac{1}{4} e^2 \omega^2 \operatorname{Sin} 1''. \operatorname{tg} \varphi [\operatorname{Sin}^2 \alpha (2 + \operatorname{Cos}^2 \varphi) - 3 \operatorname{Cos}^2 \varphi]$$
$$d\alpha' = - \tfrac{1}{2} e^2 \omega (1 + \operatorname{Sin}^2 \varphi) \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{tg} \varphi$$
$$- e^2 \omega^2 \operatorname{Sin} 1''. \operatorname{Sin} 2 \alpha \operatorname{tg}^2 \varphi$$
$$du' = - \tfrac{1}{2} e^2 \omega \frac{\operatorname{Sin} \alpha}{\operatorname{Cos} \varphi} (1 + \operatorname{Sin}^2 \varphi)$$
$$- \tfrac{1}{2} e^2 \omega^2 \operatorname{Sin} 1'' (1 + \operatorname{Sin}^2 \varphi) \frac{\operatorname{Sin} 2 \alpha . \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{Cos} \varphi},$$

o man in den meisten Fällen die in e² ω² multiplicirten ieder ohne Nachtheil vernachlässigen kann.

Um darauf ein Beyspiel anzuwenden, sey

$\varphi = 50° \ 56' \ 6.''7$, $\alpha = 274° \ 21' \ 3.''18$, und

$\Delta = 300817.48$ Toisen

o Δ nahe 79 geographische Meilen). Nimmt man

log b = 6.5133546, und

log e = 8.9054355, so erhält man

$\omega = 5° \ 17' \ 7.''14$,

die sphärischen Werthe

φ′ =	51°	2′	8.″20
α′ =	87	49	13.48
u′ = —	8	23	56.04.

Die elliptischen Correctionen aber sind:

I		− 3.″77		I		+	121.″19	
II		+ 11.15		II		+	2.61	
III		− 2.81				+ 2'	3. 8	= dα'
		+ 4.57	= dφ'	87°	49'		13.″48	= α'
51°	2'	8.″20	= φ'	87	51		17.28	= (α'),
51	2	12.77	= (φ')					

und	I	+	156.″09	
	II	+	2.69	
		+ 2'	38.78	= du'
− 8°		23'	56.″04	= u'
− 8		21	17.26	= (u').

In Beziehung auf die Temperatur, welche auf der herrscht, wird die Oberfläche der Erde in fünf Zonen (I. S eingetheilt. Die heisse Zone erstreckt sich von dem Äq zu beyden Seiten desselben bis zu den Parallelkreisen vo 28'; die beyden gemässigten von diesen Parallelkreisen denen von 66° 32', und die beyden kalten Zonen endlich den südlichen und nördlichen Parallelkreisen von 66° 3 zu den beyden Polen. Die heisse Zone enthält alle die welchen die Sonne wenigstens einmahl im Jahre im Z

[redacted]

ziehen kann. Nennt man a und b die halbe grosse und ... Axe des Erdsphäroids, und setzt man der Kürze ... $a^2 e^2 = a^2 - b^2$ und $\omega = \frac{\Delta}{b \operatorname{Sin} 1''}$, so findet man die ...sen φ', α' und u' durch folgende Gleichungen

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha' + u'}{2} = - \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} (90 - \varphi - \omega)}{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} (90 - \varphi + \omega)} \operatorname{Cotg} \frac{\alpha}{2},$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha' - u'}{2} = - \frac{\operatorname{Cos} \frac{1}{2} (90 - \varphi - \omega)}{\operatorname{Cos} \frac{1}{2} (90 - \varphi + \omega)} \operatorname{Cotg} \frac{\alpha}{2},$$

$$\operatorname{Cos} \varphi' = \frac{\operatorname{Sin} \omega}{\operatorname{Sin} u} \operatorname{Sin} \alpha = - \frac{\operatorname{Cos} \varphi}{\operatorname{Sin} \alpha'} \operatorname{Sin} \alpha,$$

...che Werthe von α', u' und φ', wie man sieht, die Erde ...eine Kugel voraussetzen, deren Halbmesser gleich b ist. ...zt man dann

$(\varphi') - \varphi' = d\varphi'$, $(\alpha') - \alpha' = d\alpha'$, und $(u') - u' = du'$

...elliptischen Correctionen, welche den vorhergehenden ...rischen Grössen φ', α' und u' hinzugesetzt werden müs... ...m die gesuchten sphäroidischen Werthe (φ'), (α') ...d (u') zu erhalten, so hat man

$$d\varphi' = \tfrac{1}{2} e^2 \omega \operatorname{Cos} \alpha (1 - 3 \operatorname{Sin}^2 \varphi)$$
$$+ \tfrac{1}{2} e^2 \omega^2 \operatorname{Sin} 1''. \operatorname{tg} \varphi [\operatorname{Sin}^2 \alpha (2 + \operatorname{Cos}^2 \varphi) - 3 \operatorname{Cos}^2 \varphi]$$
$$d\alpha' = - \tfrac{1}{2} e^2 \omega (1 + \operatorname{Sin}^2 \varphi) \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{tg} \varphi$$
$$- e^2 \omega^2 \operatorname{Sin} 1''. \operatorname{Sin} 2\alpha \operatorname{tg}^2 \varphi$$
$$du' = - \tfrac{1}{2} e^2 \omega \frac{\operatorname{Sin} \alpha}{\operatorname{Cos} \varphi} (1 + \operatorname{Sin}^2 \varphi)$$
$$- \tfrac{1}{2} e^2 \omega^2 \operatorname{Sin} 1'' (1 + \operatorname{Sin}^2 \varphi) \frac{\operatorname{Sin} 2\alpha . \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{Cos} \varphi},$$

...man in den meisten Fällen die in $e^2 \omega^2$ multiplicirten ...der ohne Nachtheil vernachlässigen kann.

Um darauf ein Beyspiel anzuwenden, sey

$\varphi = 50° \; 56' \; 6.''7$, $\alpha = 274° \; 21' \; 3.''18$, und

$\Delta = 300817.48$ Toisen

...Δ nahe 79 geographische Meilen). Nimmt man

log b = 6.5133546, und

log e = 8.9054355, so erhält man

$\omega = 5° \; 17' \; 7.''14$,

die sphärischen Werthe

$\varphi' =$	51°	2'	8.''20
$\alpha' =$	87	49	13.48
$u' = -$	8	23	56.04.

Das Innere der Erde ist uns beynahe gänzlich un kannt, da auch die grössten Tiefen, in die wir gekomm sind, uns nur gleichsam den Staub, der dieses grosse B bedeckt, etwas näher kennen gelehrt haben. Nach den Be achtungen der Astronomen ist die mittlere Dichte der E masse $4\frac{1}{2}$ grösser, als die des reinen Regenwassers. Dass di Masse einst flüssig war, beweiset ihre Gestalt, die Ku form sowohl, als die Abplattung, und die Lagen ih Schichten auf der Oberfläche derselben. In jenem Zustan wo die Atmosphäre noch mit den soliden Theilen der E vereinigt war, erzeugten Feuer und Wasser durch Nied schlag und Crystallisation nach vielleicht tausendjähri chemischen Prozessen endlich die gegenwärtige Gestalt d Erde und alle die leblosen und belebten Gebilde, welc jetzt die Oberfläche derselben bedecken, und es ist ni unwahrscheinlich, dass dieser Erde auch noch in der Fo zeit andere Revolutionen bevorstehen, bis sie endlich Grad der Reife erlangt, zu welchem sie bestimmt ist. W scheinlich ist diese Decke von Granit, welche sie jetz gibt, nur die äusserste von vielen anderen concentri Kugelschalen, welche die zwischen ihnen enthal Dämpfe und Meere umgeben. Eine solche Wasserma beträchtlicher Tiefe unter der Oberfläche der Erde, Regenwasser unterhalten, und von der inneren Wärm Erde bis zur Siedehitze gebracht, wird durch den Druc Seitenwässer, oder durch den Dampf selbst, der sich jener heissen Wassermasse erhebt, bis zur Oberfläche Erde vordringen, und hier die Ströme heissen, und mit gelösten Substanzen erfüllten Wassers bilden, die wir unseren warmen Quellen bemerken.

Da das Wasser, den Gesetzen der Schwere folge sich stets nach den niedrigeren Puncten bewegt, so wü es bald von den Gipfeln der Berge, und selbst von Ebenen verschwinden, und gegen den Mittelpunct der E vordringen, wenn es nicht durch die Wärme wieder Dampf emporgezogen, und in dieser Gestalt durch Winde über das Land geführt würde, wo es als Thau, gen oder Schnee wieder herabfällt, und so nicht nur Atmosphäre reiniget, sondern auch den Boden unter ihr n den Polen zunimmt, unabsehbare Schneefelder und Eisgebirge erzeugt, und endlich beynahe allen vegetabilischen und animalischen Leben hindernd entgegentritt. Zwischen diesen beyden Extremen erfreuen sich die Bewohner der gemässigten Zonen einer milden Temperatur, eines scharf bestimmten Wechsels der Jahreszeiten und jener betriebsamen Thätigkeit des Körpers sowohl, als des Geistes, die sie seit dem Anfange unserer Geschichte vor den Bewohnern der anderen Zonen so vortheilhaft auszeichnet.

Diese Verschiedenheit der Temperaturen, und diesen wohlthätigen Wechsel der Jahres- und Tageszeiten verdanken wir der Rotation der Erde um eine gegen die Ebene der Ecliptik um den Winkel von 66° 32′ schief gelegte Axe. Wenn die Erde sich jährlich um die Sonne bewegte, ohne sich um ihre Axe zu drehen, so würde jeder Ort der Erde ein halbes Jahr Tag, und eben so lange Nacht haben, und der grösste Theil der heissen und der kalten Zonen würden Pflanzen und Thiere unbewohnbar seyn. Fiele überdiess der Äquator der Erde mit der Ecliptik zusammen, so würde für die dem Pole näheren Gegenden die Sonne selbst im ...ge jenes halbjährigen Tages nur die Höhe erreichen, ...die sie jetzt in der Mitte des März und des Septembers ... Wenn aber die Erde so um die Sonne, wie der Mond um die Erde, sich bewegte, wenn nämlich die Rotation der ... ihrer Revolution gleich wäre, so würde die Erde immer nur eine und dieselbe Hälfte ihrer Oberfläche der Sonne ...ehren, und die andere in ewiger Nacht und Kälte er...rren. Wenn endlich die jetzt bestehende Rotation der Erde, aber nicht die gegenwärtige Neigung ihrer Axe Statt ...te, wenn z. B. diese Axe auf der Ecliptik senkrecht ...de, oder Äquator und Ecliptik zusammenfiele, so würde ...r jeder Ort der Erde durch das ganze Jahr Tag und Nacht einander gleich haben, aber der Wechsel der Jahres...n würde nicht mehr Statt finden, die von dem Äquator entfernteren Gegenden würden nicht mehr zur Vegetation ge...net seyn, und Menschen und Thiere wieder nur auf einen ...nen Gürtel der Erde beschränkt bleiben. Alle diese Nach...eile sind durch die Rotation der Erde um eine gegen ihre ...hn geneigte Axe entfernt worden.

wollte durch diese Änderungen der Pole und der E
die Existenz der Elephanten und anderer Thiere er
deren fossile Überreste man in grosser Anzahl in s
lichen Gegenden fand, wo unsere Elephanten nich
leben konnten. Aber der Elephant, den man vor F
im nördlichen Sibirien in einer Eismasse eingehüll
und dessen gut erhaltene Haut mit einem dichter
gegen die Kälte beschützt getroffen wurde, zeigt, das
Thiere von denen, die wir in der heissen Zone
lebend finden, verschieden waren, und dass sie, v
Natur für jene kalten Gegenden eingerichtet, auch di
bewohnt haben, und man kann nicht daraus schl
dass die Revolution der Vorzeit, welche die Obe
der Erde verändert, und ganze Geschlechter von P
und Thieren vernichtet hat, auch die elliptische Ges
Erde, und die Lage ihrer Pole verändert habe.

Wenn die verschiedenen Substanzen, aus welch
sere Erde besteht, in ihrem ursprünglichen Zustande
die Wirkung der Hitze, flüssig gewesen sind, so n
die dichteren derselben zu dem Mittelpuncte der Erde
sinken, und indem die minder dichten an der Ob
eine elliptische Gestalt bildeten, konnte diese Ob
selbst das Gleichgewicht annehmen. Indem in der Fo
Zeiten jene dichteren elliptischen Schalen erhärteten,
dadurch ihre frühere elliptische Gestalt nur wenig ge
Dadurch und durch den Druck, den das grosse Gewi
äusseren Schichten auf die inneren ausüben musste
sich die gegenwärtige elliptische Form der Erde, u
regelmässige Ablagerung ihrer Schichten um den Mitt
derselben, so wie die gegen diesen Mittelpunct zuneh
Dichte, und endlich die Ähnlichkeit der gegenwärtig
stalt der Erde mit derjenigen erklären, welche sie e
haben würde, wenn sie immer vollkommen flüssig
ben wäre.

Alle unsere beobachtende Astronomie, und sel
Theorie dieser Wissenschaft setzt die Unveränderlich
Lage der Erdaxe auf ihrer Oberfläche, und die Gleich
keit ihrer Rotation um diese Axe voraus. Seit der Entd
der Fernröhre, d. h. seit man genaue Beobachtung

schen Breite besitzt, hat man keine Änderungen der
bemerkt, zum Beweise, dass seit dieser Zeit die
Erde immer dieselben Puncte der Oberfläche der-
genommen haben. Bekanntlich hat jeder Körper
sich senkrechte Axen, um welche er sich gleich-
ehen kann. Die Analyse zeigt, dass derselbe Fall
der Erde Statt hat, obschon ein Theil derselben
flüssigen Masse, von dem Meere, bedeckt ist, ja
s Meer durch seine Beweglichkeit und durch den
d seiner Schwankungen die Erde auch dann noch
Zustande dauernden Gleichgewichtes zu erhalten
enn äussere Ursachen dieses Gleichgewicht aufzu-
h bestreben. Obschon aber diese freye Rotation um
erwähnten drey Axen Statt haben kann, so hat doch
bilität der Rotationsaxe nur in Beziehung auf die-
zwey Axen Statt, für welche das Moment der Träg-
Kleinstes oder ein Grösstes ist, während die dritte
die geringste Störung derselben schon aufhören kann,
tationsaxe des Körpers zu seyn. Da die Erde sich um
ihrer freyen Axen dreht, für welche das Moment der
ein Grösstes ist, so ist auch die Stabilität dieser
chert. Wenn die Erde sich um eine in ihrer Lage ver-
he Axe drehte, so würde der Äquator derselben
seinen Ort auf der Oberfläche der Erde ändern,
Meere, sich immer gegen den neuen Äquator hin-
, würden das Festland und selbst hohe Gebirge
elnd bedecken und wieder verlassen. Eben so ist be-
h die Analyse bewiesen, dass Vulkane, Erdbeben,
Meeresströmungen u. dgl. nur einen ganz unmerk-
nfluss auf die Dauer des Tages haben können, und
die Versetzungen sehr grosser Massen in weit ent-
te diese Dauer stören könnten, Versetzungen, von
r seit dem Anfange unserer Geschichte kein Bey-
n. So würde eine grosse Masse von den Polen zu
tor gebracht, die Dauer des Tages verlängern, und
bsinken beträchtlicher Massen gegen den Mittel-
r gegen die Axe der Erde, würde diese Dauer

tiger könnte der Einfluss der inneren Wärme der

Erde auf die Dauer des Tages seyn. Wenn die Erde, alles zeigt, ursprünglich flüssig war, so musste ihre A dehnung zugleich mit ihrer Temperatur allmählig abnehm und die Winkelgeschwindigkeit ihrer Rotation wird so la wachsen, bis die Erde die Temperatur des sie umgeben Mittels erhält. Unter der Voraussetzung, dass die Tem ratur der Erde für 120 Pariser Fuss oder 20 Toisen Ti um einen Grad des R. Thermometers zunimmt, fand Lapla dass durch diese Ursache die Dauer des Tages seit den letz zwey tausend Jahren noch nicht um den hundertsten Th einer Secunde sich verändert hat, und dass daher auch dieser Beziehung die Länge des Tages als constant angeseh werden kann. Die säculäre Gleichung der mittleren Bew gung des Mondes bestätiget, wie wir sehen werden, die Resultat auf eine Weise, die keinen Zweifel über die Sich heit desselben mehr zulässt. Übrigens hat jene innere Wä der Erde sich schon so sehr gegen den Mittelpunct des ben zurückgezogen, dass sie jetzt die mittlere Tempe der Oberfläche der Erde kaum um den fünften Theil Grades R. erhöht. Die gänzliche Verschwindung derse welche die Folge der Jahrhunderte herauffführen muss, daher nicht im Stande seyn, wie viele besorgt haben, jetzt auf der Erde lebenden organischen Wesen zu nichten, so lange die Wärme, welche die Sonne auf Oberfläche der Erde erzeugt, nicht bedeutend geän wird.

Diese Sonne ist ohne Zweifel die vorzüglichste Urs der höheren Temperatur, welcher sich die Erdoberfl erfreut. Ausser ihr und ausser der dem Inneren der E eigenthümlichen Wärme wird aber auch die Temper des Raumes, in welchem sich die Planeten bewegen, die Wärme an der Oberfläche der Erde ihren Einfluss sern. Die Wirkung der Sonnenstrahlen ist doppelt, die ist periodisch und äussert sich bloss an der Oberfläche Erde, die andere ist constant und wird erst in einer T von nahe 100 Fuss unter dieser Oberfläche erkannt. Temperatur dieser Oberfläche unterliegt täglichen und j lichen Variationen, die in grösseren Tiefen abnehmen schon fünfzig Fuss unter derselben unmerklich werden.

…se der jährlichen Variationen, d. h. die Differenz zwi- …schen der höchsten und niedrigsten Temperatur, wird immer …er, je tiefer man geht, und die mittlere Temperatur …jeden Ortes auf und unter der Oberfläche der Erde ist …constante Grösse. Die Temperatur tiefer Orte ist con- … für dieselbe geographische Breite, und nimmt, bey …lben Tiefe, von dem Äquator gegen die Pole ab. Die …sphäre und das Meer bringen Gleichförmigkeit in die …theilung der Sonnenwärme, jene durch die Winde, wel- …e bewegen, und dieses durch die grossen Strömungen, … es unterworfen ist.

In der Tiefe von nahe 100 Fuss unter der Oberfläche, …die Temperatur anfängt constant zu werden, giesst die … täglich ihre Wärme aus, die sich dann in dem Inne- …der Erde sammelt und anhäuft, die dem Äquator nahen …den durchdringt, und sich von da allmählig auch …die Pole ausbreitet. Wenn die Erde sich geschwinder …Axe bewegte, so würde man die täglichen Änderun- …die man jetzt nur ganz nahe an der Oberfläche der Erde bemerkt, auch in grösseren Tiefen finden, und eben …jährlichen, wenn die Erde sich schneller um die Sonne …e. Dieselben Resultate würde man erhalten, wenn bey …en Revolution und Rotation der Erde, die Leitungs- …keit ihrer Oberfläche für die Wärme geringer wäre. Die …ie zeigt, dass die Tiefen, in welchen jene beyden Pe- … bemerkt werden, den Quadratwurzeln dieser Perio- …selbst proportional sind, daher die täglichen Variationen …Temperatur nur in eine Tiefe dringen, die $\sqrt{365}$ oder … 19 mahl geringer ist, als die der jährlichen Varia- …en.

Von den Wärmestrahlen der Sonne, welche die Erde …chen, gehen die einen durch die Atmosphäre und die …ässer des Oceans, die andern werden von diesen bey- …Flüssigkeiten absorbirt, und wieder andere werden von … in den Weltraum zurückgeworfen. Dieser Raum ist …Sammelplatz aller Wärme, die seit dem Anfange aller …e von den Himmelskörpern, von den Sonnen, Plane- …und Kometen ausgeströmt ist. Jeder dieser Körper hat … ihm eigenthümliche ursprüngliche Wärme, die er in der Folge der Zeiten mehr oder weniger durch Verkühlu verloren hat. Die Grösse dieser Verkühlung hängt ab v der Ausdehnung des Körpers, von der Leitungsfähigkeit sein Masse und von dem Zustande seiner Oberfläche. Wenn d Weltenraum, in dem sich die Planeten bewegen, keine ih eigenthümliche Wärme hätte, so würden die Pole unser Erde einer ungemeinen Kälte ausgesetzt, und die Abnahm der Temperatur von dem Äquator zu den Polen würde vi schneller seyn, als sie jetzt bemerkt wird; die kleinsten V riationen in der Entfernung der Sonne von der Erde würd schon sehr beträchtliche Veränderungen der Wärme erzeuge und der Wechsel des Tages mit der Nacht würde auch plöt liche Wechsel der Temperatur heraufführen. Die Oberfläc aller Körper würde in einem Augenblicke, bey dem Ei brechen der Nacht, einer schneidenden Kälte ausgesetzt seyn und das animalische sowohl als das vegetabilische Leb würde diesen plötzlichen Wechsel der Extreme der Tem peratur, die sich bey dem folgenden Aufgange der Sonne wi der in verkehrter Ordnung einstellen, nicht widerstehe können. Die innere Wärme der Erde würde diesen gän lichen Mangel der äusseren Wärme nur sehr unvollkomme ersetzen. Diese dem Weltenraume eigenthümliche Tempe ratur kann im Allgemeinen nur wenig von der unserer Po verschieden, und sie muss offenbar noch etwas geringer, a diese, seyn. Da sie ihren Ursprung in den Ausstrahlunge aller Körper des Universums hat, deren Licht und Wärm noch bis zu uns gelangen kann, so wird die sehr grosse An zahl dieser Körper die Ungleichheiten der Temperatur eine jeden derselben ersetzen, und die Verbreitung derselbe gleichförmig machen. Obschon übrigens diese Temperatu des Weltraums nicht in allen Gegenden dieselbe seyn wir so kann sie doch in dem Raume unseres Planetensystems a gleichförmig angenommen werden, da die Dimensionen di ses Systems gegen die Distanzen, welche es von den andere Systemen trennen, ganz unvergleichbar klein sind. Unte der Voraussetzung, dass die ursprüngliche Wärme der Pl neten keinen bemerkbaren Einfluss auf ihre Oberfläche me äussert, wie diess bey unserer Erde der Fall ist, werde alle Planeten an ihren Polen dieselbe Temperatur, nämlic als die des Weltraumes, haben: aber die Temperatur der ... an dem Äquator derselben liegenden Gegenden wird ... dem Einflusse der Sonnenstrahlen, von der Entfernung der Sonne, von der Neigung der Rotationsaxe dieser Planeten, und von der Beschaffenheit ihrer Oberfläche abhängen, welche letzte uns unbekannt ist. Für die äussersten Planeten unseres Systems aber, z. B. für Uranus, ist der Einfluss der Sonne so gering, dass die Temperatur seiner ganzen Oberfläche wahrscheinlich von der des Weltraumes nicht beträchtlich verschieden seyn wird.

Die oben erwähnte Erscheinung, dass die Abnahme der Temperatur der verschiedenen Erdschichten einen Grad R. für zwanzig Toisen Tiefe beträgt, kann nicht von der Wirkung der Sonne, noch von der Wärme des Weltraums kommen, weil dann die Temperatur des Innern der Erde mit ihrer Tiefe abnehmen müsste, sondern ihre Quelle muss in diesem Inneren der Erde selbst, und in einer Tiefe derselben gesucht werden, zu welcher bisher unsere Beobachtungen noch nicht vordringen konnten. Für die Oberfläche der Erde selbst aber ist die Wirkung dieser inneren Wärmequelle ganz unmerklich. Für eine mit der Erde gleich grosse Kugel von Eisen würde z. B. eine Zunahme der Temperatur von 1 Grad für 20 Toisen, die Temperatur der Oberfläche dieser Kugel nur um den vierten Theil eines Grades erhöhen, und bey unserer Erde noch viel weniger, da ihre Leitungsfähigkeit viel geringer, als die des Eisens ist. Ohne Zweifel war aber diese jetzt beobachtete Zunahme der Wärme von einem Grade für zwanzig Toisen in der Vorzeit viel bedeutender, und die Analyse zeigt, dass diese Wärmezunahme mit der Tiefe jetzt schon ungemein langsam abnimmt, so dass sie erst nach 30000 Jahren auf die Hälfte ihres gegenwärtigen Werthes herabsinken wird.

Die Temperatur der eigentlichen Oberfläche der Erde kann nur durch äussere Einwirkungen verändert werden, d. h. wie bereits erinnert wurde, die innere Wärme der Erde auf die Oberfläche derselben jetzt keinen Einfluss mehr äussert. Aber die Temperatur der dem Mittelpuncte näheren Schichten, die vielleicht die des schmelzenden Eisens weit übertrifft, wird im Laufe der künftigen Jahrhunderte noch

grosse Veränderungen erleiden. Die Wärme endlich, we
diese in ihrem Innern so stark erhitzte Erde dem Weltra
mittheilt, ist, nach Fourier's Berechnung, so gross, dass
jenige Theil derselben, welcher aus einem Quadratfuss
Oberfläche der Erde während einem Jahrhunderte
strömt, im Stande ist, einen Eiswürfel von 9 Kubikfus
schmelzen.

11″ und mit der dritten einen Winkel von 5° 8′ 47″.
en des Mondesäquators mit der Ecliptik fallen daher
it den mittleren Knoten der Mondsbahn in der
usammen, und jene haben, so wie diese, eine re-
Bewegung und eine siderische Umlaufszeit von
863 Tagen. In dieser Zwischenzeit beschreibt der
Iondesäquators und der der Mondesbahn kleine, der
arallele Kreise, die den Pol der Ecliptik einschlies-
ass diese drey Pole immer auf einem grössten Kreise
e liegen.

n man die ältesten Beobachtungen des Mondes
im Mittelalter, und diese mit den neuesten Beob-
vergleicht, so findet man, dass die mittlere Be-
des Mondes nicht constant ist, sondern dass sie
Zeit immer schneller, oder dass die siderische Um-
des Mondes immer kleiner wird, und dass da-
die grosse Axe seiner Bahn abnimmt. Diese Er-
war sehr auffallend, da bey allen Planeten die Um-
der die grosse Axe constant ist, und die Ursache
blieb den Geometern lange verborgen, bis sie end-
, dass die mittlere Geschwindigkeit des Mondes
als auch die des Perigeums und der Knoten der
ahn von der Excentricität der Erdbahn abhängt, und
weil diese veränderlich ist (Seite 6), auch einer
unterworfen seyn muss. Nach der Theorie hatte
ntricität der Erdbahn in dem Jahre 11400 vor un-
rechnung ihren grössten Werth 0.01965, und sie
it jener Epoche durch 36900 Jahre immer ab, bis
n dem Jahre 25500 nach Ch. Geb. ihren kleinsten
.00393 erreichen, und dann wieder allmählig zu-
wird. In dieselbe grosse Periode von 36900 Jahren
r auch jene drey säculären Änderungen der mittleren
s Mondes, des Perigeums und des Knotens der
ahn eingeschlossen. Nennt man t die Anzahl der seit
lossenen Jahrhunderte (wo t vor und nach 1801 nega-
sitiv ist), so hat man für diese säculären Änderungen

ittleren Länge	$+ 10.''7232\, t^2$	$+ 0.''01936\, t^3$
ittleren Anomalie	$+ 50.''4203\, t^2$	$+ 0.09103\, t^3$
Knotens	$+ 6.''5632\, t^2$	$+ 0.01185\, t^3$,

r die Analyse zeigt uns, dass wenigstens die beyden letz-
Ursachen jenes Phänomen nicht erzeugen können, und
Übereinstimmung der Theorie mit den Beobachtungen
t uns nicht zweifeln, dass, wenn äussere, fremde Ein-
kungen auf unser Planetensystem Statt haben, doch ihr
fluss bisher völlig unmerklich gewesen ist. Diese Überein-
mung der Theorie mit den Beobachtungen versichert
zugleich von der Unveränderlichkeit der **Dauer des
ttleren Tages**, diesem ersten Elemente aller unserer
rien und aller unserer Beobachtungen. Wenn diese ge-
wärtige Dauer des Tages jene zu Hipparchs Zeiten auch
um eine Secunde überträfe, so würden auch jetzt hundert
ische Jahre um 36525 Secunden oder um $10^h\,8'\,45''$
r seyn, als damahls. In $10^h\,8'\,45''$ beschreibt aber der
d in seiner mittleren Bewegung einen Bogen von
$4'\,13'' = 20053''$, und um eben so viel müsste also auch die
tige Säcularbewegung des Mondes von jener des
ch verschieden seyn, oder das erste und grösste Glied
der gegebenen Säculargleichung der mittleren Bewe-
des Mondes müsste, nicht $10.''7232\,t^2$, sondern $542\,t^2$
was sich mit den Beobachtungen durchaus nicht ver-
en lässt. Diese Änderung der Dauer des Tages würde
auch sehr deutlich an der Grösse der Umlaufszeiten der
eten, die in mittleren Tagen ausgedrückt sind, erkennen,
aber auch, den Beobachtungen zu Folge, seit den Zeiten
archs keine merkbaren Änderungen erlitten haben.

Übrigens gibt es noch eine grosse Anzahl von Ungleich-
n, denen die Bewegung des Mondes unterworfen ist,
die ihren Grund in den Störungen haben, welche die
e auf den um die Erde sich bewegenden Mond aus-
Die grösseren derselben wurden schon frühe durch die
achtungen erkannt, allein ihre genauere Bestimmung,
wie die Auffindung der kleineren Störungen war der
rie des Mondes aufbehalten, die erst in unseren Tagen
letzte Vollendung erhielt. Berücksichtiget man die vor-
chsten dieser Ungleichheiten, so kann man, nach Da-
eau's Tafeln, um den Ort des Mondes in seiner Bahn
ede gegebene Zeit zu bestimmen, so verfahren.

Sey l und m die mittlere Länge und die mittlere Ano-

durch welche Grössen die Bewegung des Mondes besc
nigt, die der Knoten und des Perigeums aber verzögert
Da die Knoten selbst eine rückgängige Bewegung habe
wird man für jede gegebene Zeit zu der nach dem Vo
gehenden gefundenen mittleren Länge, zu der mitt
Anomalie und zu der Länge des Knotens die gegebenen
Grössen mit ihren Zeichen addiren, um die durch die
säcularen Bewegungen corrigirten Werthe dieser drey Gr
zu erhalten.

Die Beobachtungen künftiger Jahrhunderte werden diese wichtigen säcularen Bewegungen noch genauer be
men, als es uns jetzt möglich ist, da durch sie die mi
Länge des Mondes einmahl um neun, und die der Ap
geen um acht und zwanzig Grade sich ändern wird. E
sehr merkwürdig, dass die Abnahme der Excentricit
Erdbahn in der Bewegung des Mondes so gross ersch
während sie an sich selbst ganz unmerklich ist. Denn
Abnahme, welche die Gleichung der Bahn der Sonne (L.
seit der ältesten der auf uns gekommenen Finsternisse
kaum um acht Minuten vermindert hat, hat in der L
des Mondes bereits eine Veränderung von zwey Graden,
in der mittleren Anomalie desselben eine von acht Gr
hervorgebracht. Diese Reflexionen der säculären Änder
der Erdbahn, die in der Bewegung des Mondes, w
einem Hohlspiegel, vergrössert erscheinen, bemerkt ma

malie des Mondes, m' die mittlere Anomalie der
und a = l — mittlere Länge der Sonne, b = l — Lä
aufsteigenden Knotens der Mondesbahn, und t die Z
seit 1801 verflossenen Jahrhunderte.

Um diese Grössen für jede gegebene Zeit zu
hat man

	Epoche für den mittleren Pariser Mittag des 0. Januar 1801 (31. Dec. 1800)	Änderung in 365 Tagen	Änderung in einem Tag	Säculare G
l	105°.02369	129°.384684	13°.1763963[9]	0°.00 +0.00
m	198.96705	88.72209	13.064994	0.01 +0.00
a	185.35770	129.62340	12.1907493	0.00 +0.00
m'	0.15912	359.74404	0.9856002	"
b	91.08216	148.71312	13.2293508	0.00 +0.00

Sucht man z. B. diese Grössen für 1810 den 10
um 12ʰ mittlerer Zeit Paris (mittlere Mitternacht),
man für C

Epoche	105.02369
9 gemeine Jahre	1164.46216
2 Schalttage	26.35279
100 Tage	1317.63964
½ Tag	6.58820
Säculare Gleichung	3
	2620.06651
	2520
l =	100.06651

und diess ist der gesuchte Werth von l oder die
Länge des Mondes für die gegebene Zeit. Eben so
man für dieselbe Zeit

$$m = 176.°62775 \quad a = 81.°52009$$
$$m' = 98.87950 \quad b = 265.50869.$$

Ist dann λ die **wahre** Länge des Mondes in
Bahn, so hat man

$$
\begin{aligned}
= l &+ 6°289 \,\mathrm{Sin}\, m + 0.214 \,\mathrm{Sin}\, 2m + 0.010 \,\mathrm{Sin}\, 3m \\
&- 0.034 \,\mathrm{Sin}\, a \quad + 0.651 \,\mathrm{Sin}\, 2a \\
&- 0.187 \,\mathrm{Sin}\, m' - 0.114 \,\mathrm{Sin}\, 2b \\
&+ 0.059 \,\mathrm{Sin}\, 2\,(a - m) \quad + 1.268 \,\mathrm{Sin}\,(2a - m) \\
&+ 0.009 \,\mathrm{Sin}\, 2\,(2a - m) \quad + 0.011 \,\mathrm{Sin}\,(4a - m) \\
&+ 0.053 \,\mathrm{Sin}\,(2a + m) \quad - 0.030 \,\mathrm{Sin}\,(m + m') \\
&+ 0.041 \,\mathrm{Sin}\,(m - m') \quad - 0.007 \,\mathrm{Sin}\,(2a + m') \\
&+ 0.046 \,\mathrm{Sin}\,(2a - m') \quad - 0.008 \,\mathrm{Sin}\,(2a + m' - m) \\
&+ 0.058 \,\mathrm{Sin}\,(2a - m' - m) - 0.013 \,\mathrm{Sin}\,(2b + m) \\
&- 0.011 \,\mathrm{Sin}\,(2b - m) \quad + 0.015 \,\mathrm{Sin}\, 2\,(a - b).
\end{aligned}
$$

Setzt man dann zu jedem der drey Argumente m, a und b die Summe der vorhergehenden Störungen der Länge oder die Grösse $\lambda - l$, und nennt man die so verbesserten Argumente μ, α und β, so erhält man

wahre Breite
$$
\begin{aligned}
\beta = 5°.150 \,\mathrm{Sin}\, \beta &+ 0°.147 \,\mathrm{Sin}\,(2\alpha - \beta) \\
&+ 0.007 \,\mathrm{Sin}\,(2\mu - \beta) + 0.007 \,\mathrm{Sin}\,(\beta + m') \\
&+ 0.007 \,\mathrm{Sin}\,(\beta - m') + 0.006 \,\mathrm{Sin}\,(2\alpha - b - m');
\end{aligned}
$$

Äquatoreal-Horizontalparallaxe
$$
\begin{aligned}
&= 0°.950 + 0°.052 \,\mathrm{Cos}\, m \\
&+ 0°.008 \,\mathrm{Cos}\, 2a + 0.009 \,\mathrm{Cos}\,(2a - m);
\end{aligned}
$$

Stündliche Bewegung in Länge
$$
\begin{aligned}
&= 0°.549 + 0.060 \,\mathrm{Cos}\, m \\
&+ 0°.004 \,\mathrm{Cos}\, 2m + 0.012 \,\mathrm{Cos}\, 2a \\
&+ 0°.011 \,\mathrm{Cos}\,(2a - m);
\end{aligned}
$$

Stündliche Bewegung in Breite
$$
= 0°.049 \,\mathrm{Cos}\, \beta + 0.01 \,\mathrm{Cos}\,(2\alpha - \beta).
$$

Von diesen Ungleichheiten der Länge sind die drey ersten Glieder die elliptische Gleichung der Bahn, die zwey folgenden von a und 2 a abhängigen heissen die Variation, die Grösse $- 0.187 \,\mathrm{Sin}\, m'$ die jährliche Gleichung, und $1.268 \,\mathrm{Sin}\,(2a - m)$ die Evection. Die Evection wurde schon von Ptolemäus, die Variation und die jährliche Gleichung aber von Tycho gefunden. (Abgekürzte Tafeln des Mondes findet man in meiner Calendariographie Seite 524 — 528.)

Unter den übrigen kleineren Ungleichheiten des Mondes gibt es eine Störung der Breite desselben, die von der Grösse der Abplattung der Erde abhängt. Die Bestimmung dieser Ungleichheit durch die Beobachtungen gab diese Abplattung

gleich $\frac{1}{305}$. Ganz derselbe Werth der Abplattung folgt
aus einer Störung der Länge, die in ihrem Maximum si
Secunden erreicht, und von der Länge des Mondskn
abhängt. So lehrt uns also der Mond durch die Beob
tung seiner Ungleichheiten die Abplattung der Erde ken
wie er die ersten Astronomen durch die runde Gestal
Erdschattens bey den Mondesfinsternissen mit der Kugel
der Erde bekannt gemacht hat. Jene Mondesgleichungen g
die Abplattung der Erde unabhängig von den Unregel
sigkeiten ihrer Oberfläche und ihrer Masse, was selbst
unmittelbaren geodätischen Vermessungen nicht der Fal
Ferner gibt die Theorie, verbunden mit den Versuchen
die Länge des Pendels und mit den Gradmessungen,
Parallaxe des Mondes sehr nahe mit den Beobachtu
dieses Satelliten übereinstimmend, so dass man also
umgekehrt aus der Länge des Pendels und aus der Para
xe des Mondes die Grösse der Erde bestimmen kann.
Mondesparallaxe aber kann (I. S. 276) durch Beobachtu
des Mondes in verschiedenen Höhen desselben über dem
rizont gefunden werden, ohne dass es nothwendig ist,
nen Beobachtungsort zn verändern. Endlich gibt es n
eine Ungleichheit der Mondeslänge, die von der einfac
Distanz des Mondes von der Sonne abhängt, und de
Coefficient die Sonnenparallaxe enthält. Die Mondesbeob
tungen gaben daraus die mittlere Sonnenparallaxe gleich

Es ist merkwürdig, dass ein Astronom, ohne se
Stelle zu verlassen, bloss durch die Vergleichung seiner
obachtungen mit der Theorie, nicht nur die Grösse,
dern auch die Gestalt und sogar die Entfernung der E
von der Sonne bestimmen kann, ohne mühsame geo
sche Messungen oder kostbare Reisen in weit entlegene
genden, oder endlich alte, Jahrtausende von uns entfe
Beobachtungen zu Hülfe zu rufen.

Aus der oben mitgetheilten Dauer der synodischen
volution des Mondes von 29.^{T}530587 folgt, dass 12 s
dische Mondesmonate 354.^{T}367057 betragen, oder 10.^{T}

, als ein julianisches Jahr von 365.25 Tagen. In
hlichen Rechnungen nimmt man für diese Differenz
er Zahl 11 Tage, und setzt den synodischen Monat
o Tagen. Wenn daher ein Jahr mit einer Conjunc-
Mondes mit der Sonne, d. h. mit einem Neumonde
, so sind im Anfange des folgenden Jahres nahe 11
it dem nächstvorhergehenden Neumonde verflossen,
e Mondesphasen fallen in diesem zweyten Jahre 11
rüher, im dritten um 22, im vierten um 33 d. h. um
fünften um 44, d. h. um 14 Tage früher u. f. Man
diese Zahlen 11, 22, 3, 14, 25, 6.. die kirchlichen
n. Ist E die Epacte eines Jahres, so ist der 1. Januar
Jahres der (E+1)ste Tag im Mondesalter, oder so
er kirchliche Neumond auf den (31—E)ten Januar.

Epacte	Neumond
0 oder 30	1 Januar
1 - - - - - -	30 „
10 - - - - - -	21 „
20 - - - - - -	11 u. f.

Da aber 19 julianische Jahre 6939.^{T}750 und 235 syno-
e Monate 6939.^{T}688 betragen, also der Unterschied nur
2 ist, so fallen nach 19 julianischen Jahren die kirch-
Neumonde wieder sehr nahe auf dieselben Monats-
Man nennt diese schon von dem Griechen Meton ge-
ne Periode von 19 Jahren, deren erstes die Epacte
, den Mondeszirkel, und die Zahl, welche anzeigt,
ievielte ein gegebenes Jahr in dieser Periode ist, die
ne Zahl. Da das Jahr, welches unmittelbar vor dem-
hergeht, in welches wir die Geburt Christi setzen,
tes Jahr einer solchen Periode ist, so hat man, wenn
Jahr Christi, G die goldene Zahl und E die Epacte
net,
leich dem Reste der Division von C+1 durch 19, und
leich dem Reste der Division von 11 G durch 30.
gibt das Jahr C=1820 die goldene Zahl G=16
e Epacte E=26, oder der erste kirchliche Neumond
f den (31—E)=5. Januar des Jahres 1820 im alten
julianischen Kalender. In dem neuen oder Gregoriani-

nischen Kalender ist die Epacte von 1700 bis 1900 1
und von 1900 bis 2200 um 12 Tage kleiner, als in d
lianischen.

Noch genauer ist die alte chaldäische Periode
Julianischen Jahren und 11 Tagen. Da nämlich de
dische Monat (Seite 45) 29.530587 und der Drache
27.21214 Tage hat, so betragen 223 synodische
6585.321 und 242 Drachenmonate 6585.338 Tage od
nahe 18 Julianische Jahre (zu 365.25 Tagen) und 11
nach welcher Zeit also die Sonne, der Mond und di
ten der Mondesbahn wieder dieselbe Lage gegen ei
haben, welche sie am Anfange dieser Periode hatte
nach welcher Zeit daher die Sonn- und Monde
nisse, die von jener Lage abhängen, wieder in de
Ordnung zurückkehren. Da aber die diesem Verfa
Grunde liegenden Verhältnisse nur in ganzen Zahl
gedrückt sind, und da diese Verhältnisse durch di
(Seite 47) erwähnten säcularen Bewegungen des Mon
seiner Knoten mit der Zeit grosse Änderungen leiden,
man diese Mittel, Finsternisse vorher zu bestimme
als eine erste Näherung betrachten.

Wenn der Mond in Conjunction mit der Son
im Neumond ist, so wendet er uns seine unbele
Hälfte zu, und ist daher unsichtbar. Bald darauf e
er immer weiter östlich von der Sonne, geht immer
täglich nahe eine Stunde, nach Sonnenuntergang un
westlicher Rand wird immer mehr beleuchtet, und is
ersten Stunden der Nacht in Westen sichtbar. Nach
gen, im ersten Viertel, geht er um Mitternac
und ist westlich zur Hälfte beleuchtet. Nun geht er
eine Stunde später in den Morgenstunden unter,
leuchtung seiner westlichen Seite wächst, bis er 14.
nach der Conjunction, mit der Sonne in Oppositi
Vollmonde, steht, da er jetzt seine von der So
leuchtete Hälfte auch der Erde zuwendet, uns ganz b
tet erscheint, und die ganze Nacht durch sichtbar i

g der Sonne untergeht, und um Mitternacht in dem
n steht. Bald darauf nähert er sich der Sonne auf
estseite derselben wieder, geht täglich eine Stunde
nach Sonnenuntergang auf, verliert immer mehr
nem Lichte auf der Westseite, und ist in den letzten
n der Nacht im Osten sichtbar, bis er 7.4 Tage nach
position, im **letzten Viertel**, um Mitternacht auf-
und östlich zur Hälfte beleuchtet ist. Von da geht er
später nach Mitternacht auf, nimmt in seiner östlichen
htung noch mehr ab und nähert sich der Sonne so
bis er 14.8 Tage nach der Opposition, oder 29.5
nach der Conjunction wieder als Neumond sich mit der
vereinigt, mit ihr auf- und untergeht, seine unbe-
tete Seite der Erde zuwendet, und von diesem Puncte
ben erzählten Erscheinungen und die Abwechslungen
r Phasen in derselben Ordnung wiederholt. Der Mond
so eine dunkle Kugel, die ihr Licht von der Sonne
t.

Nennt man L die Länge der Sonne, l, b die geocen-
e Länge und Breite des Mondes, und Δ den Winkel,
en beyde Gestirne für den Mittelpunct der Erde bilden,

$$\text{Cos}\,\Delta = \text{Cos}\,(l - L)\,\text{Cos}\,b.$$

Die kreisförmige Grenze des uns sichtbaren beleuchte-
eils der Oberfläche des Mondes aber erscheint uns als
Ellipse, deren halbe grosse Axe a der Halbmesser des
es ist, und deren halbe kleine Axe b durch die Glei-
bestimmt wird

$$b = a\,\text{Cos}\,\Delta = a\,\text{Cos}\,(l - L)\,\text{Cos}\,b,$$

t auch die grösste Breite des beleuchteten Theils des
es

$$a - b = a\,(1 - \text{Cos}\,(l - L)\,\text{Cos}\,b).$$

st der Mond, in seinen Vierteln, genau halb beleuch-
o ist in dem Dreyecke zwischen Sonne, Erde und
der Winkel am Monde gleich 90°. Beobachtet man
diesem Augenblicke den Winkel Δ an der Erde, so
n die Entfernung der Sonne von der Erde gleich der
nung des Mondes von der Erde dividirt durch den

Sinus von Δ, oder man erhält die Sonnenparallaxe a
bekannten Parallaxe des Mondes. Aber die Schwie
den Augenblick anzugeben, in welchem genau die
des Mondes beleuchtet ist, macht dieses Verfahre
brauchbar.

Die Zeiten der vier vorzüglichsten Mondesphase
man durch die Tafeln (XVIII) bestimmen, deren Einri
in m. Calendariogr. Seite 240 erklärt wurde. Ihr Ge
ist folgender.

Von den Zahlen P gehört 1, 2, 3 und 4 in de
Ordnung zum Neumond, ersten Viertel, Vollmond und
Viertel, daher man unter den 4 Zeilen der Monate di
wählen muss, welche der gesuchten Phase entspric
die Summe der P grösser als 4, so wird die Zahl 4
subtrahirt, so wie von der Zahl M, wenn sie grös
1000 ist, die Zahl 1000 subtrahirt wird. In den M
Januar und Februar setzt man, wenn das gegebene J
Schaltjahr ist, zu der gefundenen Zeit der Phase noc
Tag hinzu. Die so erhaltenen Zeiten gehören für den
dian von Paris.

Ex. I. Man suche den Neumond des Monats Juliu

	Epoche	M	P
1825	$3.^{T}52$	335	3
July	10.89	965	2
M.	1.02	300	1
	15.43		

also der Neumond am 15. Julius $10^{h}.3$ mittlerer Zei

Man suche das erste Viertel des Octobers 1825

Epoche	M	P
3.52	335	3
14.75	443	3
0.01	778	2
18.28		

also das erste Viertel am 18. October $6^{h}.7$ mittler
Paris.

Dadurch werden also die Zeiten der wahre
astronomischen Neumonde, so wie die der übrigen Pha

nt, während die oben erwähnten Epacten nur die kirch-
, imaginären Neumonde geben.

Da die Erde ebenfalls, so wie der Mond, eine dunkle
ist, die ihre Beleuchtung von der Sonne erhält, so
zur Zeit des Neumondes die Erde dem Monde ganz
chtet, und im Vollmonde dunkel erscheinen, und im
Falle, da die Erde eine nahe dreyzehn Mahl grössere
e als der Mond hat, der Glanz der Erde durch die
ion vom Monde uns sichtbar seyn, daher man einige
vor und nach dem Neumonde selbst die dunkle Seite
Mondes noch in dem so genannten aschgrauen Lichte
ht. Weil übrigens nur etwa die Hälfte der Nächte eines
Monats von dem Monde beschienen wird, so scheint
Mond nicht wegen der Beleuchtung der Erde da zu
, ein Zweck, den die Natur nur dann erreicht hätte,
der Mond, zur Zeit seiner Entstehung, mit der Sonne
pposition, und wenn seine Entfernung von der Erde
seine Geschwindigkeit nahe der hundertste Theil
fernung der Sonne von der Erde, und der Geschwin-
der Erde gewesen wäre, weil dann der Mond immer
Volllichte geschienen, und selbst die Finsternisse keinen
auf seine Beleuchtung geäussert hätten. In seiner
wärtigen Entfernung ist das Licht des Vollmondes,
Bouguer's Untersuchungen, nahe 300000 Mahl
cher, als das der Sonne, daher man auch in den Brenn-
en der grössten Hohlspiegel keine Wirkung des Mond-
auf das Thermometer bemerkt.

a wir immer nahe dieselben Flecken des Mondes
, oder da er uns immer dieselbe Hemisphäre zuwen-
o dreht er sich in derselben Zeit um seine Axe, in
r er sich um die Erde bewegt, oder die Rotation des
s ist seiner Revolution gleich. Der Äquator des Mon-
gegen die durch den Mittelpunct des Mondes mit der
k parallel gelegte Ebene unter dem Winkel von
, und die Bahn des Mondes ist gegen diese der Ecliptik
le Ebene unter dem Winkel von 5°.144 geneigt, und
drey Ebenen, von welchen die der Ecliptik in der
zwischen den beyden anderen liegt, haben immer
ben gemeinschaftlichen Durchschnittspunct, oder die

Knoten des Mondes-Äquators in der Ecliptik fallen imm
mit den Knoten der Mondesbahn in der Ecliptik zusamm
und die tropische Revolution beyder Knoten ist 6798T.1
Eine genauere Beobachtung dieser Flecken aber zeigt u
dass diejenigen, welche nahe an dem Rande des Mon
stehen, abwechselnd erscheinen und wieder verschwinde
ein Phänomen, welches unter dem Namen der Librati
bekannt ist. Wenn die Rotation des Mondes, wie die al
anderen Himmelskörper, gleichförmig ist, so muss sie,
die Revolution desselben, oder die Bewegung in der Län
nach dem Vorhergehenden ungleichförmig ist, bald lan
samer und bald schneller erscheinen, als die Revolutio
wodurch uns in jenem Falle mehr von dem westliche
und in diesem mehr von dem östlichen Rande des Mon
sichtbar wird. Da ferner der Mond sich nicht in der Eclip
sondern in einer um fünf Grade gegen die Ecliptik gene
Bahn bewegt, so wird er, wenn er sich über die Eclipt
hebt, die um seinen Nordpol liegenden Gegenden unsere
blicke entziehen, und das Gegentheil wird Statt haben, w
unter die Ebene der Ecliptik herabsteigt. Endlich wi
Gesichtslinie des Beobachters, die sein Auge mit dem
puncte des Mondes verbindet, die Oberfläche des M
wegen der Parallaxe, nicht immer in demselben P
treffen, und da die auf diese Linie senkrechte, durch
Mittelpunct des Mondes gehende Ebene die Grenze des
sichtbaren Theiles dieses Gestirns bestimmt, so wird
durch auch jene Grenze selbst veränderlich, und der Mo
wird uns, in verschiedenen Höhen über dem Horizon
auch verschiedene Flecken am Rande desselben zeigen. Die
drey Librationen der Länge, der Breite und der Paralla
sind offenbar bloss scheinbar, bloss optisch, und habe
auf die wahre Gleichförmigkeit der Rotation keinen Einfl
Wenn aber der Mond, den Beobachtungen gemäss, uns i
Allgemeinen immer dieselbe Seite zeigt, so muss er au
wahren Librationen unterworfen, oder seine Rotati
muss selbst veränderlich seyn. Wir haben gesehen, da
die mittlere Bewegung dieses Gestirns schon seit zehntause
Jahren zunimmt, und noch zwanzig tausend Jahre zune
men wird. Bliebe daher die Rotation der mittleren Bew

g, die zu irgend einer Zeit Statt hat, immer gleich, so ... diese beyden Bewegungen vor und nach dieser ... immer mehr von einander abweichen, und uns end... auch die bisher unsichtbare Seite des Mondes zu Ge... bringen, was gegen die Erfahrung ist. Auch zeigt die ...rie, dass die Rotation des Mondes denselben säcularen ...ichheiten, wie die mittlere Bewegung, unterworfen ..., obschon sie an den periodischen Ungleichheiten der ...lation keinen Theil nimmt, dass also beyde Bewegun... in demselben Masse und in denselben Perioden ab- und ...men, und dass uns daher die jetzt von der Erde abge... ...dte Seite des Mondes auch für immer verborgen blei... wird. Wahrscheinlich wurde in dem noch jugendlichen ... des Mondes, wo seine noch wenig erhärtete Masse ... Einwirkung leichter nachgab, der der Erde zugekehrte ...messer, durch die vorherrschende Attraction, welche ... auf diesen nächsten Punct des Mondes ausübte, ..., und dem Äquator desselben eine elliptische Ge... gegeben, dessen grosse Axe gegen die Erde gerichtet ..., und wegen der immer fortwirkenden Anziehung der ... auch gerichtet blieb. Obschon daher eine anfängliche ... Gleichheit beyder Bewegungen sehr unwahrscheinlich ..., so musste doch der Mond, wenn jene beyden Bewe... ...gen nur nicht zu sehr von einander verschieden waren, ... bald in Oscillationen um jenen grösseren Halbmesser ...rhen, um welchen er immer kleinere Schwingungen ...te, bis endlich, durch die immer fortwirkende Anzie... ...g der Erde, beyde Bewegungen einander ganz gleich ...acht wurden. Diesem gemäss musste der Mond die Ge... ... eines Ellipsoids erhalten, welches nicht bloss an seinen ...n abgeplattet ist, sondern dessen Parallelkreise auch alle ... Äquator desselben ähnliche Ellipsen sind. Diese dop... ...e Ellipticität des Mondes ist aber so klein, dass sie den ...bachtungen völlig entgeht. Nach der Theorie ist die Rota... ...nsaxe dieses Gestirns 0.99891, und die kleine Axe des ...uators 0.99997, wenn die grosse Axe des Äquators gleich ... Einheit angenommen wird.

Die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde be... ...gt nach dem Vorhergehenden 60.29648 Erdhalbmesser, oder 51821 geographische Meilen, und der Halbmesser d als eine Kugel betrachteten Mondes ist gleich

$$51821 \text{ Sin } 0^\circ\ 15'\ 33.''73 = 234.585$$

Meilen, also seine Oberfläche 691530 Quadrat-, und se Inhalt 54074200 Kubikmeilen, und daher sein Durchm ser $\frac{27}{100}$, seine Oberfläche $\frac{8}{100}$, und sein Inhalt $\frac{2}{100}$ von de der Erde. Die Masse des Mondes ist $\frac{1}{70}$, und die Dichte von jener der Erde, und der Fall der Körper auf sein Oberfläche in der ersten Secunde ist 2.8 Pariser Fuss.

Die bereits erwähnten Flecken des Mondes erkennt m durch Fernröhre sogleich als Berge und Thäler. Die Hö mehrerer dieser Berge beträgt über eine geographische Mei also im Verhältnisse der Durchmesser beyder Weltkörp nahe viermahl so viel, als die höchsten Berge der Erd Man unterscheidet zwey Gattungen von Mondsgebirgen. D Ringgebirge, wie Plato und Eudoxus, sind kreisrun Flächen mit einem hohen Wall umschlossen, in de Mittelpunct gewöhnlich ein isolirter kegelförmiger Be steht. Die Bergadern, wie Tycho, Kepler und Koperni sind hohe Bergrücken, von welchen nach allen Seiten la Ketten von Gebirgen, wie Lichtstrahlen aus der Sonne, die umliegenden Ebenen herabsteigen. Man sieht sie ihre Schatten am besten zur Zeit der beyden Viertel Mondes. Der grösste Theil von ihnen scheint vulkanisch Ursprunges zu seyn, und auf Revolutionen dieses W körpers in der Vorzeit zu deuten, von denen unsere Stür und Erdbeben nur schwache Bilder sind. Die Höhe die Berge oder die Tiefe dieser Thäler lässt sich auf versch dene Weise messen. Wenn der Fuss des Berges sich gen in dem Rande der uns zugekehrten Seite des Mondes bef det, und seine Spitze über den Mondsrand hervorragt, gibt die Messung dieser Unebenheiten unmittelbar das Ve hältniss der Höhe des Berges, oder der Tiefe des Thales dem Durchmesser des ganzen Mondes, der nach dem Vo hergehenden 469 Meilen beträgt; eine Messung, die sich a besten bey Sonnenfinsternissen anstellen lässt, wo der g zackte Rand des schwarzen Mondes auf dem hellen Grund der Sonne sehr deutlich erscheint. Eine zweyte Methode die Höhe dieser Berge zu bestimmen, beruht auf der Me-der Entfernung der Lichtgrenze von den isolirten glänzenden Puncten, die in der Nachtseite des Mondes zerstreut liegen. Die Puncte sind nämlich solche Berge, deren Gipfel bereits von der aufgehenden Sonne vergoldet werden, während ihr Fuss noch in dem Schatten der Nacht liegt, und es ist klar, dass die Höhe dieser Berge desto grösser seyn wird, je grösser die Entfernung ihres beleuchteten Gipfels von der Lichtgrenze ist. Die dritte Methode endlich ist auf die Schatten der Berge gegründet, die bey dem zunehmenden Monde links, und bey dem abnehmenden rechts fallen, und die vor und nach dem Neumonde am längsten sind. Da die Höhe der Sonne über dem Horizont des Berges gleich der Entfernung des Berges von der Lichtgrenze ist, so kann man daraus die Höhe des Mondsberges eben so finden, wie wir die Höhe unserer Berge aus der Länge ihres Schattens, und der Höhe der Sonne über unserem Horizonte bestimmen. — Da die Sterne, welche der Mond in seinem Laufe bedeckt, an dem Rande desselben urplötzlich verschwinden, so hat er keine, oder doch nur eine äusserst geringe Atmosphäre. Sie beträgt, den Beobachtungen zu Folge, die Horizontalrefraction auf der Oberfläche des Mondes noch nicht zwey Secunden, während sie bey uns über einen halben Grad beträgt, oder über neun hundert Mahl grösser ist. Seine Gestalt gleicht einer trockenen Gypsmasse, und da man auf ihm noch nicht die kleinste ganz ebene Fläche entdeckt, so wird ihm auch das Wasser mangeln, welches ohne Atmosphäre nicht bestehen kann. Da sonach kein Thier der Erde auf dem Monde athmen und leben kann, so kann er nur von Wesen ganz anderer Art bewohnt seyn.

Weil der Wechsel der Jahreszeiten eines Planeten von dem Winkel seines Äquators mit der Bahn desselben abhängt, und dieser Winkel bey dem Monde nur 6. 6 Grade beträgt, so werden die Jahreszeiten dieses Gestirns nur wenig verschieden seyn, und die Bewohner des Äquators sehen die Sonne immer nahe bey ihrem Zenithe, so wie die der Polargegenden sie immer nahe an ihrem Horizonte erblicken. Auch der Tag ist für alle Orte des Mondes durch das ganze Jahr nur wenig von der Nacht verschieden, und die Dauer des Tages mit der darauf folgenden Nacht ist

genau der Dauer ihres Jahres von $29\frac{1}{2}$ unserer Tage glei
Auch der Anblick des gestirnten Himmels wird für die B
wohner des Mondes sehr verschieden seyn. Sie sehen
Sonne und die Gestirne nicht alle vier und zwanzig Stu
den, sondern erst alle neun und zwanzig Tage einmahl a
und untergehen, und bey dieser langsamen Umwälzung
Himmels erblicken sie einen Weltkörper, unsere Erde,
alle übrigen an Grösse weit übertrifft, und allein unbew
lich immer dieselbe Stelle des Himmels einzunehmen schei
Die Bewohner der Mitte der uns sichtbaren Hemisph
sehen die Erde, welche ihnen an Oberfläche jene der Son
nahe dreyzehn Mahl übertrifft, in ihrem Zenithe stehen;
Bewohner des Randes dieser Hemisphäre erblicken sie
ihrem Horizonte unbeweglich, und die Bewohner der
uns abgewendeten Hälfte des Mondes endlich können
sere Erde nicht sehen.

Vorlesung III.

Satelliten Jupiters.

upiter bewegen sich vier Monde, die gleich nach der ung der Fernröhre, im Jahre 1610 von Galilei entwurden. Obschon man sie erst seit 150 Jahren mit igkeit beobachtet, so haben sie uns doch, durch die lligkeit ihrer Revolutionen, bereits alle die Veränderunemen gelehrt, welche in unserem Planetensystem, von jenes Satellitensystems ein treues Bild ist, erst in einer t von vielen Jahrhunderten langsam entwickelt wurden. Durch Messungen ihrer grössten Entfernungen von dem lpuncte Jupiters fand man die halben grossen Axen Bahnen in Theilen des Jupitersäquators bey dem

I. Satelliten	5.8178
II.	9.2564
III.	14.7647
IV.	25.9686

la der Halbmesser Jupiters 9450 geographische Mei-l,

I....	64980	Meilen
II....	87470	„
III....	139530	„
IV....	245400	„

ft sieht man diese Satelliten plötzlich verschwinden, ch einigen Stunden weiter östlich wieder erscheinen. rkannte bald, dass diese Mondsfinsternisse durch hatten Jupiters hervorgebracht werden, und dass daher Monde sowohl als ihr Hauptplanet dunkle Körper sind, Licht nur von der Sonne erhalten. Vor der Oppo-

sition, wenn Jupiter westlich von der Sonne steht und d
auch seine Schattenaxe westlich von der Gesichtslinie f
welche die Erde mit Jupiter verbindet, sehen wir die
tritte der Satelliten in den Schatten ihres Hauptplan
aber die Austritte, wenigstens von den zwey nächsten M
den, sind unsichtbar, weil sie uns von der Scheibe
Planeten selbst bedeckt werden; nach der Opposition a
wo der Schatten Jupiters östlich fällt, sind aus ders
Ursache nur die Austritte sichtbar. Nahe drey Monate
oder nach der Opposition aber, wenn Jupiter in s
Quadratur um sechs Uhr Morgens oder Abends durch
Meridian geht, hat die Schattenaxe gegen die Gesichts
eine so schiefe Richtung, dass man, wenigstens von
zwey entferntesten Satelliten nicht bloss die Eintritte,
dern auch die darauf folgenden Austritte sehen kann.

Mit guten Fernröhren sieht man auch diese Monde s
auf der östlichen Scheibe Jupiters eintreten, auf derse
gegen West vorrücken, und an dem westlichen Rande
Scheibe wieder austreten. Man erkennt sie als kleine, ru
durch ihr helleres Licht und durch ihre Farbe von
Grunde Jupiters unterschiedene Puncte. In grösseren E
fernungen von der Opposition sieht man diesen Satell
auf der Scheibe Jupiters in einiger Entfernung östlich,
dere, eben so grosse, aber dunkle Flecken folgen, die
selben Weg, wie jene, und mit derselben Geschwindig
zurücklegen, also die Schatten der Satelliten sind, we
sie auf ihren Hauptplaneten werfen. Diese Erscheinun
sind daher wahre Sonnenfinsternisse, welche
Satelliten auf der Oberfläche Jupiters verursachen.

Vergleicht man weit von einander entfernte, in
Nähe der Opposition Jupiters beobachtete Mittel der F
sternisse mit einander, so wird die Zwischenzeit mit
Anzahl der schon beynahe bekannten Revolution divi
die synodische Umlaufszeit S des Satelliten geben. Ist da
die siderische und T' die tropische Umlaufszeit Jupiters um
Sonne, so findet man die siderische Revolution des Satell
durch den Ausdruck $\frac{TS}{T+S}$ und die tropische durch $\frac{T'}{T'}$
Man erhielt so die Revolution

	synodische	siderische	tropische
I....	$1.^{T}769864$	$1.^{T}769138$	$1.^{T}769138$
II....	3.554093	3.551181	3.551180
III....	7.166385	7.154554	7.154547
IV....	16.753553	16.689018	16.688989

und daraus die täglichen tropischen mittleren Bewegungen

I.....203.°488992
II.....101.374761
III..... 50.317646
IV..... 21.571106

und endlich die jovicentrischen mittleren Längen für den mittleren Pariser Mittag des 0 Januars 1801 (31 Dec. 1800)

I.....222.°74522
II..... 8.86984
III.......171.93506
IV..... 4.42583.

Vergleicht man diese siderischen Revolutionen mit den oben gegebenen grossen Axen der Bahnen, so sieht man, dass die Bewegungen dieser Satelliten, so wie die der Planeten, dem dritten Gesetze Keplers (.I S. 54) unterworfen sind.

Diese Revolutionen und Epochen bilden, wenigstens für die drey ersten Satelliten, merkwürdige Verhältnisse. Man findet zuerst, dass 247 synodische Umläufe des ersten gleich 123 des zweyten, und gleich 61 synodischen Umläufe des dritten Mondes sind, dass nämlich alle drey zu der bemerkten Anzahl von Revolutionen nahe 437.0611 Tage brauchen, woraus folgt, dass nach 437.0611 Tagen die drey ersten Satelliten immer wieder nahe dieselbe Lage sowohl unter sich, als in Beziehung auf Jupiter und die Sonne haben.

Zieht man von den oben gegebenen täglichen tropischen Bewegungen die tägliche Präcession der Nachtgleichen oder 0.°0000386 ab, so erhält man die täglichen siderischen Bewegungen, die also für die drey ersten Monde sind:

tägliche siderische Bewegung

$$dl' = 203.°488953$$
$$dl'' = 101.374722$$
$$dl''' = 50.317607.$$

Daraus folgt, dass

$$dl' + 2\,dl''' - 3\,dl'' = 0,$$

oder dass die mittlere siderische Bewegung des ersten, der doppelten des dritten, immer gleich der dreyfache zweyten Satelliten sind. Dasselbe Verhältniss wird zwischen den synodischen Bewegungen Statt haben, da nur die Differenz der syderischen Bewegung des Sate und der siderischen Bewegung des Hauptplaneten ist.

Bezeichnet man eben so die gegebenen Epochen jovicentrischen Längen der drey ersten Satelliten durc l'' und l''', so findet man

$$l' + 2\,l''' - 3\,l'' = 180^\circ,$$

oder die mittlere Länge des ersten, mehr der doppelte dritten, ist gleich der dreyfachen Länge des zweyten 180 Graden, ein Verhältniss, welches daher nicht blo die Zeit der Epoche (Anfang des Jahres 1801), sondern für alle Zeiten vor und nach dieser Epoche besteht. D folgt, dass diese drey Satelliten nicht alle zugleich verfin werden können. Denn hat der II. und III. gleiche Län so steht der I. um 180° von ihnen entfernt. Hat der I. und gleiche Längen, so ist der II. um 60° von ihnen entf und hat endlich der I. und II. gleiche Längen, so ist der um 90° von ihnen entfernt.

Um die Lage und Gestalt des Schattens zu finden chen eine dunkle Kugel, die von einer beleuchtete gel beschienen wird, nach sich wirft, sey a der Hal ser der beleuchteten, und b der Halbmesser der d Kugel, und c die Entfernung ihrer Mittelpuncte. S Mittelpunct der leuchtenden Kugel der Anfang der dinaten x, y und z, von denen x in der Linie der c o der Schattenaxe liegt, und die beyden anderen y und auf senkrecht stehen. Dieses vorausgesetzt, findet man für die Gleichung der Oberfläche des Schattens den druck

$$(y^2 + z^2)\,[c^2 - (a \mp b)^2] = [a\,c - x\,(a \mp b)]^2,$$

wo das obere Zeichen für den vollen, das untere ab den halben Schatten gehört. Die Oberfläche beyder S ten ist daher ein Kegel, und die Entfernung des Sch dieses Kegels von dem Mittelpuncte der leuchtenden I

$\frac{ac}{a \mp b}$, so wie von dem Mittelpuncte der dunklen Kugel $\frac{bc}{a \mp b}$. Der Halbmesser des kreisförmigen Schnitts des vol- und des halben Schattens, der durch eine Ebene ent-ht, die senkrecht auf der Schattenaxe steht, und deren tfernung von dem Mittelpuncte der dunklen Kugel r ist, rd seyn

$$\frac{\pm b(c+r) - ar}{\sqrt{c^2 - (a \mp b)^2}}.$$

Endlich sind die krummen Linien, in welchen die bey-n Kugeln von den zwey Schattenkegeln berührt werden, reise, deren Halbmesser

$$\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{c^2}(a \mp b)^2} \text{ und } \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{c^2}(b \mp a)^2} \text{ sind.}$$

Da aber die Abplattung Jupiters so beträchtlich ist, so wird man auch auf die dadurch veränderte Gestalt des Schattenkegels Rücksicht nehmen müssen. Wegen der geringen Neigung des Äquators dieses Planeten gegen seine Bahn, wird man die grosse Axe Jupiters als in der Bahn desselben liegend, und die kleine darauf senkrecht annehmen können, und eine auf die Schattenaxe senkrechte Ebene wird daher auch den Schattenkegel in einer Ellipse schneiden, deren grosse Axe in der Bahn Jupiters und die kleine darauf senkrecht ist. Heisst A der Winkel, unter welchem aus dem Mittelpuncte Jupiters die halbe grosse Axe dieses elliptischen Schattenschnitts erscheint, und ist $\alpha = \frac{1}{14}$ die Abplattung Jupiters, so ist die halbe kleine Axe des Schattenschnitts gleich $A(1-\alpha)$, und daher die Gleichung des Schattenschnitts selbst

$$\frac{y^2}{A^2} + \frac{z^2}{A^2(1-\alpha)^2} = 1.$$

Ist nun β die Breite des Satelliten im Augenblicke der Conjunction, und λ die Länge desselben auf der Bahn Jupiters gezählt, und endlich m der Winkel, welchen der Sa-

Nennt man n und k die Neigung und die Länge des ..tens der Satellitenbahn mit der Bahn des Hauptplane-.., so ist

$$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg} n \operatorname{Sin}(\lambda - k),$$

$$\text{also auch } \frac{d\beta}{d\lambda} = \operatorname{tg} n \operatorname{Cos}(\lambda - k) \operatorname{Cos}^2\beta,$$

.. daher auch die Länge des Satelliten zur Zeit der Mitte .. Finsterniss

$$\lambda - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 n \operatorname{Co}\ldots - k) \operatorname{Cos}^2\beta,$$

.. λ die Länge desselben zu.. ..t der Conjunction ist. Die ..centrische Länge der Sa.. ..n lässt sich auch auf fol-..de Art finden.

Ist L die Länge der So.. und λ, β die geocentrische ..ge und Breite Jupiters zu.. der Mitte der Finsterniss, .. ρ die Entfernung de.. Erde von der Sonne und von ..piter und ϖ die jährliche P.. ..axe (I. S. 120) Jupiters für ..selbe Zeit, so ist

$$\operatorname{Cos}\psi = \operatorname{Cos}\beta \operatorname{Cos}(L - \lambda), \quad \operatorname{Cotg}\varpi = \frac{\rho - R \operatorname{Cos}\psi}{\rho \operatorname{Sin}\psi},$$

..d die jovicentrische Länge des Satelliten $= \lambda - \varpi$.

Die Neigung n der Bahn des Satelliten gegen die Bahn .. Hauptplaneten findet man aus der Gleichung

$$n = \frac{360}{T} \cdot \sqrt{t^2 - t'^2},$$

..t und t' die beobachtete halbe grösste und kleinste Dauer .. Finsternisse dieses Satelliten, und T die synodische Re-..tion desselben bezeichnet. Kennt man überhaupt zwey ..iten β und β' des Satelliten und die ihnen entsprechende ..erenz $\lambda - \lambda'$ seiner Längen, so findet man daraus n und k .. den Gleichungen (I. S. 149).

Die Beobachtungen geben die grösste Dauer der Fin-..nisse für den

I. Satelliten	2.26222	Stunden
II.	2.86778	„
III.	3.56111	„
IV.	4.74889	„

Die Neigungen der Bahnen dieser Satelliten gegen den ..quator Jupiters sind sämmtlich sehr gering, so dass man sie anfangs als in diesem Äquator liegend voraussetzte. Länge des aufsteigenden Knotens des Jupitersäquators der Bahn dieses Planeten ist für den Anfang des Jahres 1 gleich 314.°465, und die Neigung desselben gegen die pitersbahn 3.°092. Jene Knoten gehen jährlich gegen Fixsterne um 0.°000073 zurück, und diese Neigung nim jährlich um 0.°000006 ab. Um die veränderlichen Lagen Satellitenbahnen darzustellen, nimmt man, den Beoba tungen gemäss, für jeden Satelliten eine fixe Ebene an, welcher sich dann die wahre Bahn des Satelliten gleic förmig bewegt. Diese fixe Bahn liegt zwischen dem Äq tor und der Bahn Jupiters, und behält mit diesen bey Ebenen immer eine gemeinschaftliche Durchschnittsli Diese fixen Bahnen haben gegen den Jupitersäquator e constante Neigung, und da sie immer dieselbe Knotenli mit dem Äquator und der Bahn Jupiters haben, so sind auch denselben jährlichen Änderungen unterworfen, d. die Knoten der fixen Bahnen gehen jährlich gegen die F sterne um 0.°000073 zurück, und ihre Neigung gegen Jupitersbahn nimmt jährlich um 0.°000006 zu. Nach Beobachtungen ist die Neigung der fixen Satellitenbahn ge den Äquator Jupiters, also auch gegen die Bahn Jupiter

I.	...0.°002	3.°090
II.	...0.018	3.074
III.	...0.084	3.008
IV.	...0.409	2.683.

Die Neigungen und Knoten der wahren Satellitenb nen gegen diese fixen Bahnen aber sind für den Anfang Jahres 1801

Neigung	Länge des aufsteigenden Knotens der wahren Bahn gegen die fixe	jährliche sideris retrograde Be gung der Knot
I...0.°000	0.°000	0.°000
II...0.464	12.880	12.0483
III...0.205	222.978	2.5538
IV...0.249	70.479	0.6914.

Die Ungleichheiten der Bewegungen, welchen diese Satelliten unterworfen sind, sind theils nur scheinbar, welche von den Stellungen dieser Monde gegen uns, theils wahre, welche von den Störungen derselben unter sich abhängen.

Geht man von einer beobachteten Finsterniss aus, die zur Zeit, als Jupiter in seinem Perihelium war, Statt hatte, so würde man die Zeiten aller folgenden Finsternisse durch eine blosse Addition der synodischen Umlaufszeit des Satelliten finden, wenn die Bewegung Jupiters in seiner Bahn gleichförmig wäre. Da aber die wahre Bewegung Jupiters in seiner Sonnennähe grösser ist, als die mittlere, so wird die nächstfolgende Finsterniss später eintreten, als nach der erwähnten Rechnung, und zwar um die Zeit Θ, welche der Satellit braucht, mit seiner mittleren synodischen Bewegung den Bogen zu durchlaufen, welcher der Mittelpunctsgleichung Jupiters für diesen Ort seiner Bahn gleich ist. Ist nämlich T die tropische, und S die synodische Umlaufszeit des Satelliten, und ω der Bogen, den Jupiter in seiner Bahn während der Zeit S zurücklegt, so beschreibt der Satellit während der Zeit T den Bogen 360° und während der Zeit S den Bogen $360° + \omega$, also ist

$$S = \left(\frac{360 + \omega}{360}\right) T,$$

oder S desto grösser, je grösser ω ist.

Bezeichnet daher $d\omega$ die Mittelpunctsgleichung Jupiters, so ist $\Theta = \frac{S\,d\omega}{360}$. Ist aber ε die Excentricität der Jupitersbahn und m seine mittlere Anomalie vom Perihelium gezählt, so ist (I. S. 62)

$$d\omega = \frac{2\varepsilon}{\operatorname{Sin} 1''} \operatorname{Sin} m = 5°.510 \operatorname{Sin} m.$$

Substituirt man daher für S die S. 65 gegebenen synodischen Revolutionen, so erhält man für die gesuchte Correction jeder nächstfolgenden Finsterniss die Ausdrücke

für den	I. Satelliten .... Θ =	$0.^h650$ Sin m
	II.	1 305 Sin m
	III.	2.640 Sin m
	IV.	6,156 Sin m.

Man bemerkte ferner, dass diese Finsternisse frühe
oder später, als selbst nach der vorhergehenden verbesserten
Rechnung eintreten, wenn Jupiter näher oder weiter von
der Erde abstand, und dass sie überhaupt zur Zeit der Op
position Jupiters mit der Sonne um nahe $0.^h274$ früher Stat
hatten, als in der Conjunction. Da aber dieser Planet i
der Opposition nahe um den Durchmesser der Erdbah
näher bey uns ist, als in der Conjunction, so fand scho
Römer die Ursache dieser Verschiedenheit in der successive
Fortpflanzung des Lichtes, welches also 0^h137 braucht, de
Halbmesser der Erdbahn zu durchlaufen. Nennt man A d
Länge der Sonne weniger der heliocentrischen Länge Jup
ters, r und R die Entfernungen Jupiters und der Erde v
der Sonne, und ρ die Entfernung Jupiters von der Erde, so

$$\rho = \sqrt{r^2 + R^2 - 2 r R \operatorname{Cos} A},$$

oder wenn man die dritten Potenzen von $\frac{1}{r}$ vernachlässiget

$$\rho = r + \frac{R^2}{4r} - R \operatorname{Cos} A \left(1 - \frac{R^2}{8r^2}\right) - \frac{R^2}{4r} \operatorname{Cos} 2A - \frac{R^3}{8r^2} \operatorname{Cos} 3$$

Ist aber a und $a\varepsilon$ die halbe grosse Axe und die Exce
tricität der Jupitersbahn, und m die mittlere Anomalie di
ses Planeten vom Perihelium gezählt, und bezeichnet ma
für die Erde dieselben Grössen durch 1, E und M, so ha
man (I. S. 60)

$$r = a(1 - \varepsilon \operatorname{Cos} m) \text{ und } R = 1 - E \operatorname{Cos} M,$$

also auch, wenn man diese Werthe in dem vorhergehend
Ausdrucke substituirt,

$$\rho = a + \frac{1}{4a} - \varepsilon \operatorname{Cos} m \left(a - \frac{1}{4a}\right) - \operatorname{Cos} A \left(1 - \frac{1}{8a^2}\right)$$
$$- \frac{1}{4a} \operatorname{Cos} 2A - \frac{1}{8a^2} \operatorname{Cos} 3A + E \operatorname{Cos} M \operatorname{Cos} A,$$

und dieser Ausdruck mit der Zeit 0^h137 multiplicirt, wi
die Zeit geben, um welche die Finsternisse in der Entfe
nung ρ später gesehen werden, als wenn die Geschwindi
keit des Lichts unendlich gross wäre. Substituirt man in die
Gleichung die (S. 6) gegebenen Werthe von a, ε und E, so e
hält man für die sogenannte Lichtgleichung den Ausdru

$$0.^h137\,\rho = 0.^h719 - 0.^h034 \operatorname{Cos} m - 0.^h136 \operatorname{Cos} A$$
$$- 0.^h007 \operatorname{Cos} 2A - 0.^h001 \operatorname{Cos} 3A + 0.^h002 \operatorname{Cos} M \operatorname{Cos} A.$$

Die wahren Ungleichheiten endlich, welche diese Satelliten durch ihre gegenseitigen Störungen, und durch die Einwirkung der Sonne, so wie durch die starke Abplattung Jupiters erleiden, können hier nicht näher entwickelt werden. Sie werden besonders durch die (S. 66) erwähnte Commensurabilität der Umlaufszeiten der drey ersten Satelliten vergrössert, wovon wir die Ursache später kennen lernen werden. Die Beobachtungen haben übrigens an der Bahn des ersten und des zweyten Mondes keine merkbare Excentricität gezeigt, aber bey dem dritten kann sich die elliptische Mittelpunctsgleichung auf 0.°15 und bey dem vierten auf 0.°83 erheben.

Die Länge des Perijoviums ist für das Jahr 1750 bey dem dritten Satelliten 309°.44 und bey den vierten 180.°34. Die jährliche directe siderische Bewegung des Perijoviums ist bey dem dritten 2.°611 und bey dem vierten 0.° 716. Die Masse dieser Satelliten in Theilen der Masse Jupiters ausgedrückt, sind

$$\mathrm{I} = 0.0000173, \quad \mathrm{II} = 0.0000232,$$
$$\mathrm{III} = 0.0000885, \quad \mathrm{IV} = 0.0000427.$$

Dass uns diese Satelliten ein bequemes und oft wiederkommendes Mittel geben, die geographische Länge zu bestimmen, ist bereits oben erwähnt worden. Die Beobachtung ihrer Finsternisse gibt uns auch wenigstens eine erste genäherte Kenntniss der Entfernung Jupiters von der Erde. Denn zur Zeit der Mitte der Finsterniss ist der Satellit, aus dem Mittelpuncte Jupiters gesehen, sehr nahe in Opposition mit der Sonne, oder seine jovicentrische Länge ist gleich der heliocentrischen, durch unsere Tafeln gegebenen Länge Jupiters, und die directe Beobachtung oder die Sonnentafeln geben die Länge der Erde für dieselbe Zeit. In dem ebenen Dreyecke zwischen Sonne, Erde und Jupiter kennt man also den Winkel an der Sonne, und durch die Beobachtung den Winkel an der Erde, also auch die beyden Entfernungen Jupiters von der Sonne und von der Erde in Theilen der bekannten Entfernung der Erde von der Sonne.

Die Durchmesser der Satelliten, wie sie in ihren mitt-

rlesung V.

eten Saturn und Uranus und Ring Saturns.

eben sieben Monde, welche aber, den
men, der an Grösse den Mars übertrifft,
und so weit von uns entfernt sind, dass
r gute Fernröhre wahrgenommen werden
hen Ursachen auch die Theorie ihrer Be-
hr unvollkommen ist. Ihre Epochen, Um-
stanzen sind folgende:

ische ufs- n	Mittlere Distanz von dem Mittelpuncte Saturns	Mittlere Distanz in Theilen des Halbmessers Saturns	Durchmesser in geographischen Meilen
1	28."67	3.35	....
	36."79	4.30	....
	43.5	5.28	142
	56.0	6.82	142
	78.0	9.52	360
	180.0	22.08	1046
	522.5	64.36	618

bey ihnen die Beweg ng nach

fallen die Ebenen der Bah-
mit der Bahn des Ringes
, während sich die des sie-
eine Erscheinung, die wahr-
tung Saturns ist, durch wel-

leren Entfernungen aus dem Mittelpuncte Jupiters ge
werden, sind nach Schröters Messungen

I=0.'554, II=0.287, III=0.316 und IV=0.:

Daraus folgt der wahre Durchmesser dieser Mon
geographischen Meilen ausgedrückt

I=560, II=460, III=810 und IV=570.

Von der Erde gesehen, erreichen diese Durchm
noch nicht die Grösse von zwey Secunden, und nach
ve's neuesten Messungen betragen diese Durchmesser, :
mittleren Distanz (5.20279) Jupiters von der Erde be

I=1.'02, II=0.'91, III=1.'49 und IV=1.'2

(Astr. Nachr. VI. Vol.) Man würde diese Durchmesser
genauer durch die Beobachtungen des Ein- und Austrit
Satelliten und ihrer Schatten auf der Scheibe Jupiter
stimmen können. Herschel fand, dass sie sich durch
Farbe unterscheiden, indem das Licht des I und III
weiss, des II bläulich aschgrau und des IV trüb or
farbig ist. Während dem Vorübergange dieser Mond
der Scheibe ihres Hauptplaneten bemerkte er in dem
ten Kreise des Mondes einen grauen Flecken, der de
des Satelliten nicht verliess, und mit ihnen dieselbe
schwindigkeit und Richtung der Bewegung hatte. Der
erscheint immer gleich nach seinem Durchgange hinter
Planeten oder nach seiner Opposition am hellsten, wi
grösseren Entfernungen vom Jupiter dunkler, und

[redacted]

[illegible]

[illegible] Tag die mittlere [illegible] I, II, III und IV [illegible] Bahn angeben, wenn [illegible] die Linie [illegible] bezeichnet. Aus der für diesen Tag [illegible] der Sonne S findet man die Lage der Linie [illegible] SIT die jährliche Parallaxe (I. S. 180) Jupi[illegible] Lage IT der Erde T. Dieses vorausgesetzt, [illegible]axe Jupiters die Lage SI haben, und die [illegible] den Mittelpunct Jupiters in I und die Orte der [illegible] auf der Linie AB, die senkrecht auf TI steht,

leren Entfernungen aus dem Mittelpuncte Jupiter
werden, sind nach Schröters Messungen

I=0.°554, II=0.287, III=0.316 und IV=

Daraus folgt der wahre Durchmesser dieser
geographischen Meilen ausgedrückt

I=560, II=460, III=810 und IV=5

Von der Erde gesehen, erreichen diese Du
noch nicht die Grösse von zwey Secunden, und
ve's neuesten Messungen betragen diese Durchmess
mittleren Distanz (5.20279) Jupiters von der Erd

I=1."02, II=0."91, III=1."49 und IV=

(Astr. Nachr. VI. Vol.) Man würde diese Durchme
genauer durch die Beobachtungen des Ein- und Au
Satelliten und ihrer Schatten auf der Scheibe Ju
stimmen können. Herschel fand, dass sie sich d
Farbe unterscheiden, indem das Licht des I und
weiss, des II bläulich aschgrau und des IV trü
farbig ist. Während dem Vorübergange dieser M
der Scheibe ihres Hauptplaneten bemerkte er in
ten Kreise des Mondes einen grauen Flecken, de
des Satelliten nicht verliess, und mit ihnen dies
schwindigkeit und Richtung der Bewegung hatte.
erscheint immer gleich nach seinem Durchgange h
Planeten oder nach seiner Opposition am hellsten
grösseren Entfernungen vom Jupiter dunkler,
schwächsten gleich nach seiner Conjunction mit d
woraus folgt, dass er seine hellere Hemisphäre
Jupiter zukehrt, und dass er, so wie wahrschein
alle übrigen Satelliten, gleich unserem Monde, i
ben Zeit um seinen Hauptplaneten geht, in welch
um sich selbst dreht.

Die Bewohner der dem Jupiter zugekehrten
ersten Satelliten sehen den Durchmesser dieses Pla
ter einem Winkel von 19.°8, also um 37 mahl grö
uns der Durchmesser der Sonne, oder in der
che 1400 mahl grösser, als uns die Sonne erschei
grosse Scheibe scheinet ihnen unbeweglich an
Stelle des Himmels zu stehen, während die So
alle anderen Gestirne hinter ihr vorüberziehn. Si

auch immer einen grossen Theil ihrer Mittage in dem ...en dieses Planeten zu. Da aber auch Jupiter selbst zu ...ben Zeit nur seine beschattete Seite diesen Monden ...det, so können die dunklen Nächte dieses Planeten von dem Vollmonde der Satelliten erleuchtet werden, die Bewohner Jupiters lernen ihre Monde nur in zu- abnehmendem Lichte kennen. Auf dem II. Satelliten ...int Jupiter unter einem Durchmesser von 12.°4, auf dritten von 7.°8, und auf dem vierten von 4.°4. Der ...messer der Sonne aber erscheint dem Jupiter und sei- Monden nur unter dem Winkel von 0.°103, daher den Satelliten die Oberfläche ihres Hauptplaneten in der ...ung 37000, 14600, 5800 und 1800 mahl grösser, als Oberfläche der Sonne erscheint. Endlich ist noch

...re Bewegung in ...ner Secunde	Dichte in Theilen der Dichte der Erde	Fall der Körper auf ihrer Oberfläche in einer Secunde
I...2.4 geogr. Meilen	0.2	0.8 Par. Fuss
II...1.9	0.4	1.6
...1.5	0.3	2.0
...1.2	0.4	1.9

Noch ist übrig, zu zeigen, wie man auf eine einfache für jede gegebene Zeit die Conjunction oder die Lage ...r Satelliten gegen die ihres Hauptplaneten darstellen ... Ist (Fig. 12) I der Mittelpunct Jupiters von den Bah- ...einer vier Monde umgeben, deren Kreise in 360 Gra- ...getheilt sind, so kann man aus den oben gegebenen ...hen und mittleren Bewegungen oder aus den Tafeln ...r Satelliten für jeden gegebenen Tag die mittlere und ...e Länge, und also auch den Ort I, II, III und IV Satelliten in seiner Bahn angeben, wenn ♈ ♎ die Linie ...Nachtgleichen bezeichnet. Aus der für diesen Tag be- ...en Länge der Sonne S findet man die Lage der Linie und wenn SIT die jährliche Parallaxe (I. S. 120) Jupi- ...st, auch die Lage IT der Erde T. Diess vorausgesetzt, die Schattenaxe Jupiters die Lage SI haben, und die T wird den Mittelpunct Jupiters in I und die Orte der Monde auf der Linie AB, die senkrecht auf TI steht, projicirt sehen. Zieht man daher von den gefundenen Ort I, II, III und IV dieser Monde in ihren Bahnen die Lot I 1, II 2, III 3 und IV 4, auf die Linie AB, so werd die Puncte 1, 2, 3 und 4 die gesuchte Configuration dies Monde geben. In den Ephemeriden wird diese Lage d vier Satelliten durch vier Puncte mit den Ziffern 1, 2, 3 und angezeigt, und diese Ziffer werden auf die Seite des Punct gestellt, nach welchem die Bewegung des Satelliten gerich ist, so dass z. B. die Ziffer zwischen dem Punct und Jup steht, wenn der Mond sich dem Jupiter nähert. Ist für d selbe Zeit der Mond vor oder hinter der Scheibe Jupit so wird er mit seiner Ziffer am Rande der Zeichnung d einen kleinen hellen oder schwarzen Kreis angezeigt. nauere Mittel, diese Configuration anzugeben, findet in m. Astr. II. Th. S. 240 und in Connoiss. des tems 18

Vorlesung V.

n der Planeten Saturn und Uranus und Ring Saturns.

aturn umgeben sieben Monde, welche aber, den
n ausgenommen, der an Grösse den Mars übertrifft,
ich so klein und so weit von uns entfernt sind, dass
r durch sehr gute Fernröhre wahrgenommen werden
n, aus welchen Ursachen auch die Theorie ihrer Be-
ngen noch sehr unvollkommen ist. Ihre Epochen, Um-
iten und Distanzen sind folgende:

Epochen für 1788.0	Siderische Umlaufszeiten	Mittlere Distanz von dem Mittelpuncte Saturns	Mittlere Distanz in Theilen des Halbmessers Saturns	Durchmesser in geographischen Meilen
65.°02	0.^{T}94271	28."67	3.35	....
307.48	1.37024	36."79	4.30	....
131.91	1.88780	43.5	5.28	142
173.95	2.73948	56.0	6.82	142
93.86	4.51749	78.0	9.52	360
132.41	15.94530	180.0	22.08	1046
196.84	79.32960	522.5	64.36	618

n bemerkt daher auch bey ihnen die Beweg ng nach
itten Gesetze Keplers.

ch den Beobachtungen fallen die Ebenen der Bah-
r sechs ersten Satelliten mit der Bahn des Ringes
ung V) nahe zusammen, während sich die des sie-
merklich davon entfernt, eine Erscheinung, die wahr-
ich eine Folge der Abplattung Saturns ist, durch wel-

che die Bahnen der sechs ersten Monde, so wie der Ri
selbst, beständig in der Ebene seines Äquators erhalte
werden. Die Neigung jener sechs Bahnen gegen die Satur
bahn ist 27.°00 und gegen die Ecliptik 28.°37. Die Län
ihrer gemeinschaftlichen aufsteigenden Knoten aber ist f
das Jahr 1800 in der Saturnsbahn 170.°83, und gegen
Ecliptik 166.°84, und beyde nehmen jährlich in Bezieh
auf die Äquinoctialpuncte nahe um 0.° 0113 zu. Die Bahn
siebenten Satelliten aber ist gegen den Äquator Saturns
12°, gegen die Saturnsbahn um 23°, und gegen die Eclip
um 25° geneigt, und die Länge ihres aufsteigenden Knot
mit der Saturnsbahn beträgt 148° und mit der Ecliptik
Diese grossen Neigungen sind die Ursache, warum d
Monde viel seltner verfinstert werden, als die Satellite
piters. Die Excentricitäten dieser Bahnen haben uns die
obachtungen noch nicht kennen gelehrt, ausser bey
sechsten, wo sie 0.049 der halben grossen Axe betr
soll. Die oben nach Schröter angegebenen Durchmesser
ser Monde sind, wegen ihrer Entfernung, nur sehr sch
mit einiger Genauigkeit zu bestimmen; besonders der
ersten, der wahrscheinlich der kleinste der uns bekann
Körper des Sonnensystems, und, so wie der zweyte,
her nur von Herschel gesehen worden ist. Die grossen
stanzen zwischen den 5. und 6., so wie zwischen den 6. u
Satelliten lassen vermuthen, dass daselbst noch mehr
Monde sich um ihren Hauptplaneten bewegen. Bey d
siebenten hat man bemerkt, dass er auf der Ostseite im
heller erscheint, als in der Nähe seiner westlichen Digress
ein Lichtwechsel, der auch bey mehreren anderen Statt
haben scheint, und aus welchen auch bey diesen Mon
die Gleichheit ihren Revolutionen und Rotationen (S.
folgen würde.

Noch unbekannter sind uns die sechs Satelliten des U
nus. Nach Herschel, der sie bisher allein mit einiger So
falt verfolgte, hat man

Siderische Umlaufszeiten	Mittlere Entfernungen von dem Mittelpuncte Uranus	Mittlere Entfernungen in Theilen des Halbmessers Uranus
$5.^{T}8926$	25.″5	13.12
8.7068	33.1	17.01
10.9611	38.6	19.84
13.4559	44.2	22.75
38.0750	88.5	45.51
107.6944	172.9	91.01

ss also auch von ihnen das dritte Gesetz Keplers beob-
t wird. Die Bahnen dieser Satelliten stehen alle auf der
nusbahn nahe senkrecht, und wenn, wie es sehr wahr-
inlich ist, die Ebenen dieser Bahnen mit der Ebene des
uators des Uranus zusammenfallen, so ist die Schiefe
r Ekliptik bey diesem Planeten auch sehr nahe ein rechter
Winkel. Diese ganz abnorme Einrichtung des entferntesten
nserer Planeten wird allen Unterschied der Klimate der
rschiedenen Zonen desselben aufheben, und dafür den Un-
rschied der Jahreszeiten zu den grösstmöglichen machen.
rgl. I. S. 44.) Nach dieser Einrichtung werden alle Punc-
r Oberfläche dieses Planeten, auch die beyden Pole
ben, in dem Laufe ihres langen Jahres, die Sonne
tens einmahl in ihrem Zenithe haben. Wenn die Sonne
ator steht, so sehen sie die Bewohner des Äquators
n Zenith, und sie theilt, wie bey uns, Tag und Nacht
gleiche Theile. Aber bald nach dieser Epoche wer-
ur wenig von dem Äquator entfernten Zonen schon
e Tage oder Nächte haben, und diese Länge des
r der Nacht wird für die Polargegenden des Uranus
nserer Jahre betragen.

ewohner des Poles wird zur Zeit seines Sommers
lange beynahe unbeweglich in seinem Zenithe
d darauf nahe eines unserer Jahre sie nur sehr
se um sein Zenith beschreiben sehen, während
ier des Äquators die Sonne in der Zeit von 84
e zweymahl senkrecht über sich erblicken, und
wieder zu seinem Horizont sich herabsenken

sehen wird. Verbindet man damit eine Entfern
Planeten von der Sonne von nahe 400 Millione
eine Entfernung, in welcher diesem Planeten die
mehr, wie uns die Venus, erscheint, und in v
Beleuchtung dieses Gestirns über 360 mahl schw
als die unseres Tageslichtes, so lässt sich nicht
dass die Bewohner dieser äussersten Grenzen unse
tensystems von den Geschöpfen unserer Erde seh
den seyn werden.

Saturn ist neben seinen sieben Satelliten noch
doppelten concentrischen kreisförmigen Ringe um
sen Daseyn zuerst von Huyghens im Jahre 165
wurde. Beyde Ringe liegen nahe in der durch
punct Saturns gehenden, mit dem Äquator desselt
menfallenden Ebene. Ihre Dimensionen sind na
Messungen (Astr. Nachr. Vol. VI) für die mittle
(9.53877) des Planeten von der Sonne oder vor
folgende. Von dem äusseren Ringe ist der äuss
nere Halbmesser, vom Mittelpuncte Saturns
$A = 20.''047$ und $B = 17.644$, von dem inneren
ist der äussere Halbmesser $a = 17.''237$ und
$b = 13.334$, und endlich der Äquatorialhalbmess
selbst $r = 8.''995$. Daraus folgt die Breite des äusse
$A - B = 2.''403$ und die des inneren $a - b = 3.''903$
te der Spalte zwischen den beyden Ringen $B - a =$

ng des kreisförmigen Ringes gegen die Ecliptik er-
t er, aus der Sonne sowohl, als aus der Erde gesehen,
ne Ellipse. Nennt man a und b die halbe grosse und
Axe dieser Ellipse, n und k die Neigung und Kno-
ge ihrer Ebene in Beziehung auf die Ecliptik, und
lie heliocentrische, so wie λ, π die geocentrische Länge
Distanz Saturns von dem Pole der Ecliptik, so hat man
e aus der Sonne gesehene Gestalt des Ringes

$$\frac{b}{a} = \mathrm{Sin}\, n\, \mathrm{Sin}\, p\, \mathrm{Sin}\,(k - l) + \mathrm{Cos}\, n\, \mathrm{Cos}\, p,$$

negativ ist, wenn die Nordseite des Ringes von der
ne beleuchtet wird, und umgekehrt. Ist b = o, so ist,
(l — k) = Cotg n Cotg p, oder der Ring verschwindet,
cheint nur als eine gerade Linie, wenn seine erweiterte
ene durch die Sonne geht.

Eben so hat man für die von der Erde gesehene Gestalt
des Ringes

$$\frac{b}{a} = \mathrm{Sin}\, n\, \mathrm{Sin}\, \pi\, \mathrm{Sin}\,(k - \lambda) + \mathrm{Cos}\, n\, \mathrm{Cos}\, \pi,$$

wo $\frac{b}{a}$ negativ ist, wenn die Nordseite des Ringes gegen die
Erde gekehrt ist. Für b = o ist Sin (λ — k) = Cotg n Cotg π,
oder der Ring verschwindet uns, wenn die erweiterte Ebene
desselben durch den Mittelpunct der Erde geht. Endlich
ist der Ring für die Erde auch dann noch unsichtbar, wenn
der Werth von b der ersten Gleichung mit dem der zwey-
ten Gleichung entgegengesetzte Zeichen hat, weil dann die
von der Sonne beleuchtete Seite des Ringes von der Erde
abgekehrt ist. Beträgt der Bogen (k — λ) einen oder drey
rechte Winkel, so ist

$$\frac{b}{a} = \mathrm{Cos}\,(n - \pi),$$

woraus man daher, wenn man zu dieser Zeit a und b gemes-
sen hat, die Neigung n des Ringes gegen die Ecliptik erhält.
Die Länge k des aufsteigenden Knotens der Ringebene in
der Ecliptik erhält man, wenn man die Länge λ und Pol-
distanz π Saturns zu der Zeit beobachtet, wo die Ringebene
durch die Erde geht, weil dann, nach dem Vorhergehenden,

$\text{Sin}(\lambda - k) = \text{Cotg}\, n\, \text{Cotg}\, \pi$ und n bereits bekannt ist. Na
Struve's neuesten Messungen ist die Neigung der Ringebe
gegen die Ecliptik für das Jahr 1826 gleich 28.°098, unt
der Voraussetzung, dass die Dicke des Ringes als verschwi
dend angesehen wird. Nach Schröters Beobachtungen sc
diese Dicke in der mittleren Entfernung Saturns 0.″125 sey
Setzt man in der letzten Gleichung $n = 28.°367$, $a = 20.″1$
und $\pi = 90°$, so ist $b = a \,\text{Sin}\, n = 9.″55$ der grösste Wert
den die kleine Axe des äussersten elliptischen Umfanges d
Ringes erreichen kann.

Die Kraft, welche diese Ringe um ihren Planeten fr
schwebend erhält, kann nicht in dem einfachen Zusamme
hange ihrer Theile, sondern muss in den allgemeinen G
setzen des Gleichgewichtes gesucht werden. Um dieses Glei
gewicht möglich zu machen, müssen die Ringe eine Ro
tion haben, damit die Schwere derselben durch ihre Schwu
kraft aufgehoben werde. Aus den Beobachtungen einiger v
züglich glänzender Puncte, wahrscheinlich Berge, auf
Fläche dieser Ringe fand Herschel eine Rotation derselb
von 0.44 Tagen von West gegen Ost, in welcher Zeit s
auch Saturn selbst um seine Axe dreht. Diese Berge u
Unebenheiten des Ringes scheinen selbst zur Erhaltung
Gleichgewichtes desselben nothwendig zu seyn, da bey
ner vollkommenen Gleichförmigkeit aller seiner The
schon die geringste äussere Einwirkung, z. B. die eines
telliten, hinreichen würde, die Lage des Ringes zu stö
und ihn auf den Planeten zu stürzen. Man bemerkt di
Berge besonders zu der Zeit, wo der Ring nur als eine g
rade Linie erscheint. Die Höhe derselben soll nach Schrö
200 und mehr geographische Meilen betragen, und dens
ben oft an der anderen Seite des Ringes ein anderer, eb
so hoher entgegenstehen, so dass diese Berge gleichsam dur
den Ring durchzugehen scheinen. Dass endlich Saturn u
seine Ringe dunkle Körper sind, die ihr Licht nur von d
Sonne erhalten, folgt schon daraus, dass man auf der Obe
fläche des Planeten den Schatten des vorderen Bogens d
Ringes, so wie auch auf dem von uns abgekehrten The
des Ringes den Schatten des Planeten deutlich sieht, we

.r die innere, von der Sonne nie beleuchtete Kante
, mit seiner Dicke eine breite Zone des Himmels
und zugleich die in der Ebene dieses Ringes sich
len Satelliten ganz unsichtbar macht. Eben so we-
der Ring den Bewohnern der beyden Polargegen-
bar seyn, da er immer unter ihrem Horizont liegt.
ler Entfernung von 35 Graden von den Polen wird
ıer ganzen Breite, unter einem Winkel von 13 Gra-
l zwar in der Nähe des Horizontes sichtbar. Nicht
nachtheilig, als die Sichtbarkeit, scheint seine Be-
; zu seyn. Zur Zeit der Äquinoctien, alle 15 unse-
:, beleuchtet die Sonne nur die äussere, von Sa-
:kehrte Kante des Ringes. Zu allen andern Zeiten
:r nur auf jener Seite des Äquators beleuchtet, auf
zugleich die Sonne steht, während er der Hemi-
lie eben Winter hat, unsichtbar ist, und ihnen ei-
sen Theil des gestirnten Himmels bedeckt, so dass
ie grosse Zonen Jahre lang dauernde totale Finster-
en. Selbst diese Beleuchtung der Sommerhemisphäre
ıey Tage Statt, weil in der darauf folgenden Nacht
in beleuchtete Theil des Ringes in den Schatten
chen die Nachtseite Saturns hinter sich wirft. Diese
e, verbunden mit den fünfzehnjährigen Wintern und
so langen Nächten, mit den weit verbreiteten und

Vorlesung VI.

Kometen.

Die Kometen unterscheiden sich von den Planeten c
ihre meistens schwach begrenzte, nebliche, gewöhnli
einen Schweif auslaufende Gestalt, und durch die g
Excentricität ihrer Bahnen, die alle Neigungen gegei
Ecliptik von 0 bis 180° annehmen. Sie enthalten oft
Kern, dessen Grösse wegen seines schlecht begre
Randes sich nur schwer durch Messungen bestimmen
und der gewöhnlich von einer concentrischen, oft me
tausend Meilen im Halbmesser betragenden Dunstl
umgeben ist. Bey den meisten erscheint diese Hülle i
Form eines auf die der Sonne entgegengesetzte Seite a
dehnten Schweifes, oder eines Trichters, wodurch
[redacted]

che kommen, und andere nur in trüben Nächten oder bey Tage nahe genug über unserm Horizonte stehen.

Die Alten hegten über ihren Ursprung und ihre Bestimmung ganz grundlose Meinungen. Seneca (Quaest. Natur. Lib. VII.) hatte über sie sehr richtige Ideen, die aber, da sie auf keine Rechnung gegründet waren, ohne Folge blieben. Kepler und Tycho erkannten sie als Himmelskörper, die sich, so wie die Planeten, um die Sonne bewegen, aber ihre Bahnen wurden von dem ersten geradlinig, und von dem andern kreisförmig vorausgesetzt. Newton war es vorbehalten, sie in Ellipsen, in deren einem Brennpuncte die Sonne ist, um diesen Centralkörper unsers Systems sich bewegen zu lassen, und die Theorie ihrer Bewegung, so wie die Methode anzugeben, ihre Bahnen aus den Beobachtungen zu bestimmen. Nach diesem Verfahren berechnete Halley, sein Zeitgenosse, zuerst den grossen Kometen von dem Jahre 1682, und erkannte dadurch nicht nur die Identität dieses Kometen mit jenen, welche vorher in den Jahren 1682, 1607, 1531 und 1456 erschienen waren, sondern sagte auch dessen Wiedererscheinung für das Ende des Jahres 1758 oder für den Anfang des Jahres 1759 voraus, eine Bestimmung, die nahe genug eintraf.

Ausser diesen Kometen wurden zwar noch viele andere gesehen, und selbst über 140 berechnet, aber da sie uns meistens nur in sehr kleinen Stücken ihrer Bahnen sichtbar waren, so ist es schwer und selbst unmöglich, ihre Umlaufszeiten, die meistens sehr gross sind, auch nur mit einiger Genauigkeit anzugeben. Diese Bestimmung der Umlaufszeit eines Kometen erhält man erst bey der zweyten Erscheinung desselben, und wir kennen bisher nur vier Kometen, die wir bey ihrer Wiederkunft als bereits früher anwesende Kometen mit Gewissheit anzugeben im Stande sind. Der erste ist der bereits oben erwähnte, schon fünfmahl beobachtete Komet Halley's. Clairaut, der einer der ersten das berühmte Problem der drey Körper auflöste, wandte seine Theorie auf die Störungen an, welche dieser Komet von Jupiter und Saturn erleidet, und bestimmte seinen nächsten Durchgang durch das Perihelium auf den Anfang Aprils 1759, nur drey Wochen von der Wahrheit entfernt, da er, nach den Beob-

achtungen, am 12. März 1759 durch seine Sonn
ging. Nach Damoiseau's neuesten Berechnungen w
am 16. November 1835 wieder der Sonne am nächst
hen. — Der zweyte wurde am 6. März 1815 von Olbe
deckt, und von Bessel seine Umlaufszeit zu 74.049 J
und sein nächster Durchgang durch das Perihelium a
9. Februar 1887 bestimmt. Keiner von diesen beyde
meten kann den grössern Planeten unsers Systems s
kommen, um eine grosse Änderung ihrer Elemente
gen zu lassen, doch ist's auffallend, dass unter den
beobachteten keiner gefunden wird, der mit dem vo
bers entdeckten identische Elemente hätte. — Der
wurde am 26. November 1818 von Pons entdeckt, u
Encke zuerst als ein Komet von einer sehr kurzen U
zeit von 3.315 Jahren erkannt. Er wurde bereits sieb
beobachtet, indem er diesen Beobachtungen zu Folge
Jahren

1786	den	30. Januar
1795	-	21. December
1805	-	21. November
1819	-	27. Januar
1822	-	23. May
1825	-	16. September
1828	-	10. Januar

durch seine Sonnennähe ging. Da die halbe Axe seine
2.223 und die Excentricität desselben 0.845 beträgt, so k
er in seiner Sonnennähe bis innerhalb der Bahn M
und in seiner Sonnenferne zwischen die vier neuen
ten und die Jupitersbahn. Da die Länge der Sonne
337 Grade beträgt, so wird er für die Bewohner E
nur dann sichtbar, wenn die Zeit seiner Sonnennäh
schen den October und Februar fällt. Nach dieser
und Lage der Bahn wird auch dieser Komet keine
grössern Planeten zu nahe kommen, den Merkur ausg
men, dem er sich bis 0.02 Halbmesser der Erdbahn
kann, daher er künftig zur Bestimmung der Merkur
wesentlich beytragen kann, so wie er, da er so oft
zurückkehrt, über das Wesen und den inneren Bau
räthselhaften Himmelskörper Aufschlüsse geben wird.

, und als ein Komet von nahe 6.74 Jahren Umlaufs-
rst erkannt worden. Man hat ihn bereits früher
hl beobachtet, im Jahre 1805, wo er am 31. De-
, und im Jahre 1772, wo er am 8. Februar durch
nnennähe ging. Ausser seiner kurzen Revolution ist
esonders dadurch merkwürdig, dass er der Bahn der
her kommen kann, als irgend ein anderer Komet, etwa
1680 ausgenommen, so dass ein Durchgang der Erde
einen sehr beträchtlichen Dunstkreis selbst in der
ines Kerns in der Folge möglich ist.

: Elemente dieser vier Kometen enthält folgende

Durchgang durch die Sonnennähe mittlere Zeit Paris	1759 März 12°.58976	1815 April 25°.99867	181 Jän
Länge des Perihels	303.16694	149.03222	
Länge des aufsteigenden Knotens	53.83639	83.47611	
Neigung	17.62000	44.49861	
Halbe grosse Axe	18.01120	17.63396	
Excentricität	0.96754	0.93122	
Umlaufszeit in julianischen Jahren	76	74	
Richtung der Bewegung	Retrogr.	Dir.	

[redacted]

ı, der den 13. August 1770 durch sein Perihelium
xell bestimmte seine Umlaufszeit auf $5\frac{1}{2}$ Jahre, und
rdt's umständliche Berechnungen bestätigten die-
ltat. Dabey blieb es unerklärbar, warum man diesen
ı früher nicht gesehen, und auch später vergebens
hatte. Endlich fand Laplace, dass im Jahre 1767,
m Jupiter sehr nahe vorbeyging, seine wahrschein-
excentrische Bahn in die von $5\frac{1}{2}$ Jahren Umlaufs-
dert wurde, in welcher er auch im Jahre 1776 uns
ichtbar geworden wäre, wenn er nicht am Tage
ı Horizont gestanden hätte, dass er aber auch, als
ıre 1779 dem Jupiter zum zweyten Mahle sehr nahe
ine Bahn wieder in eine sehr excentrische Ellipse
die ihn in einer zu grossen Entfernung von der
ält, um von ihr gesehen zu werden. Von allen bis-
achteten Kometen kam dieser der Erde am näch-
l die letzte würde ohne Zweifel die Folgen dieser
ıng empfunden haben, wenn die Masse der Kome-
so äusserst gering wäre. Wären die Massen bey-
er gleich gross gewesen, so würde durch die Wir-
ses Kometen das Sideraljahr der Erde um 2.79
grösser geworden seyn. Allein die Berechnungen
eobachtungen zeigen, dass das Jahr seit 1770 sich
:ht um 3 Secunden geändert hat, und dass daher

zu seyn, der den 19. April 1771 durch die Sonnennähe gi
Burkhardt und Encke fanden übereinstimmend die E
centricität seiner Bahn gleich 1.0094, und den kleinsten A
stand von der Sonne 0.9034. Da solche Kometen nur e
mahl in unsere Nähe herabsteigen, um dann vielleicht vi
fremde Sonnensysteme zu durchwandern, so werden
sie nur selten beobachten können. Nimmt man an, dass
Körper unseres Sonnensystems in ihrem Perihelium entst
den sind, und dass die Richtung ihrer anfänglichen G
schwindigkeit c in der ersten Secunde senkrecht auf
grosse Axe war, so ist die Bahn

eine Ellipse, wenn $c < \sqrt{\frac{2\mu}{q}}$,

eine Hyperbel, wenn $c > \sqrt{\frac{2\mu}{q}}$,

eine Parabel, wenn $c = \sqrt{\frac{2\mu}{q}}$,

und ein Kreis, wenn $c = \sqrt{\frac{\mu}{q}}$ ist,

wo q die Entfernung des Periheliums von der Sonne o
die kürzeste Distanz in Theilen des Halbmessers der E
bahn und $\log \sqrt{\mu} = 0.6132088$ ist. Man sieht daraus,
für den Kreis und die Parabel die Geschwindigkeit c
einen einzigen bestimmten Werth haben kann, während
Ellipse und der Hyperbel unendlich viele Werthe genüg
und dass daher die beyden letzten Bahnen ebenfalls
endlich wahrscheinlicher sind, als die beyden ersten,
wie endlich die elliptische Bahn selbst wieder wahrschein
licher ist, als die hyperbolische, weil zu jener eine klei
nere Geschwindigkeit hinreicht. — Nennt man a die hal
grosse Axe der Bahn in Theilen des Halbmessers der Er
bahn, und ae ihre Excentricität, so ist, wenn diese beyd
Grössen bekannt sind, die Geschwindigkeit des Planet
oder Kometen im Perihelium

$$v = \sqrt{\frac{\mu(1+e)}{a(1-e)}},$$

und die Geschwindigkeit im Aphelium

$$v' = \sqrt{\frac{\mu(1-e)}{a(1+e)}}.$$

Für die Erde z. B. ist $a=1$ und $e=0.01678$, also =4.17, oder die Erde legt in ihrem Perihelium in einer Secunde den Raum von 4.17 geographischen Meilen zurück. Auch ist $q=a(1-e)=0.98322$,

$$\text{also} \sqrt{\frac{\mu}{q}}=4.139,$$

$$\text{und} \sqrt{\frac{2\mu}{q}}=5.853$$

geographische Meilen. Wäre also die Erde in ihrer Sonnennähe entstanden, so würde sie mit der anfänglichen Geschwindigkeit von 5.853 Meilen in einer Secunde eine Parabel, und mit der Geschwindigkeit von 4.139 Meilen einen Kreis um die Sonne beschrieben haben. Eine grössere Geschwindigkeit als 5.853 würde eine Hyperbel, eine kleinere als 5.853 eine Ellipse, und eine kleinere als 4.139 wieder eine Ellipse gegeben haben, deren Anfangspunct aber die Sonnenferne der Erde gewesen wäre.

Um dasselbe auf den grossen Kometen von 1680 anzuwenden, so hat man für ihn nach Encke's Bestimmungen a=427.736 und $e=0.99998542$, woraus man für die Umlaufszeit desselben 8816.65 julianische Jahre erhält. Daraus folgt die Geschwindigkeit des Kometen im Perihelium v=75.358, und im Aphelium $v'=0.00054$ Meilen, also auch die heliocentrische Winkelbewegung während einer Secunde im Perihelium 118."32 und im Aphelium 0."0000000063, oder der Komet legt, aus dem Mittelpuncte der Sonne gesehen, während einer Stunde im Perihelium den Winkel von 118.32 Graden zurück, während er im Aphelium 1840 Jahre braucht, um den Winkel von einer Raumsecunde zurückzulegen. Da ferner $a(1-e)=128260$ Meilen, so ist, wenn man den Halbmesser der Sonne 93900 Meilen annimmt, die Entfernung des Kometen von der Oberfläche der Sonne im Perihelium 34360 Meilen, und im Aphelium über 17590 Millionen Meilen, und die Bewohner des Kometen, wenn er deren hat, sehen den Durchmesser der Sonne im Perihelium unter dem Winkel von 94°.1 und im Aphelium unter dem Winkel von 0.°00061, oder von 2.2 Secunden. Da dieser Komet in seinem Perihelium dem Mit-

telpuncte der Sonne $\frac{20\,665\,838}{128260} = 161$mahl näher war,
die Erde, so war die Hitze, welcher er damahls ausgese
war, 25921mahl grösser, als die, welche die Sonne
Erde mittheilt, wenn anders diese Hitze der Sonne der
tensität ihrer Strahlen proportionirt ist. Diese ungemein h
Temperatur, welche die meisten Gegenstände unserer E
schnell in Dämpfe verwandeln würde, ist wahrschein
die Ursache der Nebel, von welchen diese Körper umge
sind, indem diese Hitze in der Sonnennähe Theile der Ko
ten auflöst, welche später durch die grosse Kälte in der S
nenferne wieder verdichtet, und auf ein viel kleineres
lum zurückgebracht werden. Wahrscheinlich dient diese
sammenziehung und Erweiterung der Kometenmasse
als Schutz gegen die Extreme der Temperatur, denen d
Körper ausgesetzt sind. Die Richtung dieser Schweife,
immer auf die der Sonne entgegengesetzte Seite sich
strecken, und die mit der Annäherung des Kometen
Sonne wachsen, scheint eine Impulsion der Sonnenstrah
oder eine abstossende Kraft der Sonne auf die verdü
Masse des Kometen zu beweisen, durch die man aber
Erscheinung des im Anfange des Jahres 1823 beobachte
Kometen nicht erklären kann, der einen doppelten Schw
hatte, von welchen der kleinere zur Sonne gerichtet war, w
rend der grössere ihr beynahe gegenüber stand. Mehrere
diesen Körpern erreichen eine bedeutende scheinbare Grö
Der im Jahre 44 vor unserer Zeichrechnung bey Cäsars T
erschien, soll ein so helles Licht verbreitet haben, dass er
am Mittage noch deutlich gesehen werden konnte. Die Kom
ten von 1577 und 1664 hatten, nach Tycho und Heve
über zwanzig Grade lange, helle Schweife, und der Ha
ley'sche Komet hatte bey seiner Erscheinung im Jah
1456 einen sechzig Grade, und der von Kepler und Lo
gomontan beobachtete Komet des Jahres 1618 einen üb
hundert Grade langen Schweif, der sich fächerartig ausbre
tete, und mehr als die Hälfte des uns sichtbaren Himm
bedeckte. Auch der bereits erwähnte Komet von 1680 w
so gross, dass er, obschon sein Kern bald nach der Son
unterging, doch die ganze Nacht durch einen Theil sei

rhunderte später nur der Gegenstand unserer
g der ewigen Gesetze der Natur und der stillen
ler Astronomen seyn konnte.

serst geringe und lockere Masse, welche die
ben, scheint, selbst bey einer grösseren Annä-
lben zur Erde, noch keine gegründete Besorg-
rsachen. Der oben erwähnte Komet von 1770
Weg mitten durch das Satellitensystem Jupi-
ach die leiseste Spur einer Störung dieser vier
de zurückzulassen. Er war auch am 1. Julius
ıres nur sechsmahl weiter als der Mond von un-
ntfernt, und würde, wenn seine Masse gleich
gewesen wäre, die Länge unseres Jahres um
unden vergrössert haben. Wir sind aber gewiss,
nge des siderischen Jahres der Erde sich seit
Beobachtungen nicht um drey Secunden ge-

ber eine blosse Annäherung dieser Körper und
bst ein Durchgang der Erde durch ihre schwachen
ohne merkbaren Einfluss auf uns seyn mögen,
n Gegentheile ein unmittelbares Zusammenstos-
ns derjenigen Kometen, die einen festern Kern
ler Erde für die letzte allerdings sehr wichtige
n, besonders wenn sich beyde Körper mit ent-

a unmittelbare Folge dieses allgemeinen Ge-
ner in der That bewunderungswürdigen Ge-
;estellt werden könnte. Ja die blosse theoreti-
ung dieses Gesetzes ist sogar schon den Beobach-
vorangeëilt, und hat uns eine grosse Anzahl
ıngen kennen gelehrt, die entweder wegen ih-
Grösse oder wegen ihrer Verwicklung mit an-
lleicht noch viele Jahrhunderte, vielleicht im-
ı geblieben wären.

e Störungen, welche ein Planet von dem an-
sich immer anhäufen, so würde diess mit der
liche Änderung, ja vielleicht eine völlige Zer-
stems zur Folge haben. Da aber die Verrü-
laneten in seiner Bahn, die von der Einwir-
leren Planeten kömmt, von dem Orte der bey-
n ihren Bahnen oder von ihren gegenseitigen
ängt, und diese Stellungen periodisch wieder-
rden auch jene Störungen selbst in gewisse
schlossen seyn. Die Analysis zeigt, dass diese
Ortes eines Planeten in seiner Bahn durch
Cosinus der Elongationen und der Anomalien
n, also durch in bestimmten Perioden wie-
unctionen ausgedrückt werden, daher auch
ı periodische genannt werden.

der Erde bewohnenden Geschöpfe würde in diesen V
derungen seinen Untergang finden, und ganze Geschle
derselben völlig erlöschen. Die Menschen, welche dem
gemeinen Verderben entrinnen, würden in den bedauer
würdigsten Zustand versetzt, in ihre ursprüngliche V
heit zurückkehren, und bey der Vertilgung aller Denk
ler des Kunstfleisses ihrer Vorfahren, alle Empfänglic
und selbst das Andenken an Künste und Wissenschaften
lieren, und Jahrhunderte durch nur mit der Erhaltun
rer Existenz beschäftiget bleiben, und ihre späten Nach
men würden staunend die wenigen zerstreuten Überrest
ner früheren Cultur bewundern, von welcher ihre Gesch
nur dunkle Sagen überliefert, und sie würden sich nich
klären können, wie die Gipfel ihrer Gebirge unverkenn
Spuren des sie in der Vorzeit bedeckenden Oceans tra
und wie die Pflanzen und Thiere des neuen Südens in
Eisfeldern des Nordens, wo sie ihre Reste und Eind
zurückgelassen haben, leben und wohnen konnten. So hö
unwahrscheinlich diese Ereignisse allerdings während
kurzen Dauer eines Menschenlebens sind, so können
doch in der Aufeinanderfolge vieler Jahrhunderte endlich
treffen, und sind auch vielleicht schon in der Vorzeit ein
troffen, wie selbst das noch jugendliche Alter unserer Me
schengeschichte zu beweisen scheint, die mit ihren wa
chen Angaben nicht über fünftausend Jahre zurückgehen ka
Wie es aber auch mit diesen Veränderungen aussehen m
uns muss es genügen, zu wissen, dass sie auch in mehre
Tausenden von Jahren höchst unwahrscheinlich sind, u
dass es unnütz und selbst thöricht ist, vor einem Ereign
zu zittern, welches wir nicht voraussehen, und, wenn
eintritt, nicht abwenden können.

Vorlesung VII.

Störungen der Planeten.

ben oben gesehen, dass die Planeten und Kometen Ellipsen bewegen, in deren einem Brennpuncte die ist, und zwar so, dass die Räume, welche ihre Ra-legen, den Zeiten proportional sind, und dass die Quadrate der Umlaufszeiten dieser Körper um sich wie die Würfel der halben grossen Axen ih-n verhalten. Diese drey von Kepler entdeckten hat Newton ein Jahrhundert später durch die ner Analyse aus dem einzigen und allgemeinen Ge-der Schwere, von welchem jene drey blosse Folgen geleitet, indem er zeigte, dass sich alle Körper des s im geraden Verhältnisse ihrer Massen, und ver-wie die Quadrate ihrer Entfernungen anziehen.

iese gegenseitige Anziehung der Planeten unter einan-die Ursache, dass sie sich nicht unveränderlich und in derselben Bahn um die Sonne bewegen. Da aber, Seite 7, die Masse aller Planeten gegen die der nur sehr klein ist, so werden auch diese, durch die tionen der Planeten entstehenden Störungen ihrer ung um die Sonne im Allgemeinen nur gering seyn n, um so mehr, da diese Planeten selbst durch so Entfernungen von einander getrennt sind, dass man ihrer Berechnung trennen, und die Störung eines je-derselben auf den andern einzeln und isolirt betrachten . In dieser Betrachtung besteht das Problem der

drey Körper, in welchem man die Störungen suc
welche ein um die Sonne in einer Ellipse sich bewegen
Planet von irgend einem der andern Planeten erlei
Allein auch nach dieser grossen Vereinfachung ist jenes P
blem noch immer viel zu schwer, als dass wir durch uns
Analyse eine directe Auflösung desselben hoffen könn
Denn sobald auch nur drey Körper nach dem oben erwä
ten Gesetze der allgemeinen Schwere auf einander wirk
so sind die Bahnen eines jeden derselben nicht mehr El
sen, sondern sehr verwickelte krumme Linien, und alle d
bilden um einander eine so künstlich verschlungene Be
gung, dass ihre vollkommene Entwicklung für unsere Kr
unmöglich ist.

Jene beyden erwähnten vortheilhaften Umstände w
den daher nicht hinreichen, wenn nicht noch andere E
richtungen unsers Planetensystems zu Hülfe kämen,
Auflösung dieser Aufgabe zu erleichtern. Diess sind be
ders die Excentricitäten der elliptischen Bahnen, und
Neigungen ihrer Ebenen gegen einander, die bey allen
neten (S. 6 u. 7) sehr klein sind, und, zwar nicht ein
ständige directe, aber doch eine genäherte Auflösung de
gabe möglich machen. Man kann nämlich die ges
Störungen durch sogenannte unendliche Reihen ausdrü
die nach den Potenzen dieser Excentricitäten und N
gen fortgehen, und da diese Reihen sehr convergiren, n
ersten Glieder derselben betrachten. Die blosse Annäher
an die Wahrheit also ist es, mit der wir uns auch hier,
bey den meisten unserer Untersuchungen, begnügen müs
Aber diese Näherungen haben, da sie Resultate der Re
nung sind, eine Sicherheit, deren sich sonst nur wenig
vielleicht keine unserer menschlichen Kenntnisse rühm
können. Das allgemeine Gesetz der Schwere hat vor al
andern Entdeckungen den unschätzbaren Vorzug, dass
der Rechnung unterworfen werden kann; dass jede aus de
selben fliessende Erkenntniss nicht eher zu dem gross
Vorrathe von unbestreitbaren Wahrheiten gelegt, und d
Nachwelt als ein sicheres Erbe hinterlassen werden da
bis es auf dem untrüglichen Probiersteine der Rechent
abgerieben und bewährt gefunden ist; und dass endlich d

sere Werth jeder neuen Entdeckung durch unmittelbare Beobachtungen von allen Seiten geprüft, bestätiget und über den Zweifel erhoben werden kann. So hat man aus diesem Naturgesetze mit Hülfe der Analysis alle Erscheinungen des Himmels bis in ihre kleinsten Eigenthümlichkeiten herab vollkommen erklärt, und es gibt keine einzige von den bisher durch Beobachtungen erkannten Ungleichheiten, welche nicht als eine unmittelbare Folge dieses allgemeinen Gesetzes mit einer in der That bewunderungswürdigen Genauigkeit dargestellt werden könnte. Ja die blosse theoretische Entwicklung dieses Gesetzes ist sogar schon den Beobachtungen selbst vorangeeilt, und hat uns eine grosse Anzahl von Erscheinungen kennen gelehrt, die entweder wegen ihrer geringen Grösse oder wegen ihrer Verwicklung mit andern uns vielleicht noch viele Jahrhunderte, vielleicht immer verborgen geblieben wären.

Wenn die Störungen, welche ein Planet von dem andern leidet, sich immer anhäufen, so würde diess mit der Zeit gänzliche Änderung, ja vielleicht eine völlige Zerstörung des Systems zur Folge haben. Da aber die Verrückung eines Planeten in seiner Bahn, die von der Einwirkung eines anderen Planeten kömmt, von dem Orte der beyden Planeten in ihren Bahnen oder von ihren gegenseitigen Stellungen abhängt, und diese Stellungen periodisch wiederkehren, so werden auch jene Störungen selbst in gewisse Gränzen eingeschlossen seyn. Die Analysis zeigt, dass diese Störungen des Ortes eines Planeten in seiner Bahn durch Sinus und Cosinus der Elongationen und der Anomalien der Planeten, also durch in bestimmten Perioden wiederkehrende Functionen ausgedrückt werden, daher auch diese Störungen periodische genannt werden.

Allein diese Ungleichheiten, welche bloss von den Constellationen der Planeten unter sich abhängen, und sich auf den Ort des Planeten in seiner Bahn beziehen, werden endlich auch auf diese Bahnen selbst, auf die Gestalt, Grösse und Lage derselben einen Einfluss äussern, und es ist klar, dass diese Änderungen der Excentricität, der Neigung, der Länge des Knotens und des Periheliums viel langsamer, als jene, vor sich gehen, und dass ihre Wir-

kungen erst nach mehreren Jahrhunderten sichtbar
den. Aus dieser Ursache hat man diese zweyte Gat
Ungleichheiten säculäre Störungen genannt, zu
schiede von den periodischen, obschon jene, die
der Lage des Periheliums ausgenommen, ebenfalls
den, aber in sehr lange und mehrere Jahrtausen
sende Perioden eingeschlossen sind.

Die wichtigste dieser säculären Störungen wü
Zweifel die der mittleren Bewegung seyn. Denn
Umlaufszeit, oder, was dasselbe ist, die grosse
elliptischen Bahn sich ändert, so muss diese Änder
Natur nach, immer in derselben Richtung fortge
die Folge einer solchen progressiven Ab- oder Zun
grossen Axe würde seyn, dass der Planet sich ent
Sonne immer mehr nähert, und endlich auf sie stü
dass er sich immer mehr von ihr entfernt, das G
rer Attraction verlässt, und endlich, aus unserem Pl
stem verschwindend, seine Bahn um andere So
schreibt. Da sonach jede Veränderung der grossen
der Erhaltung des Systems im Widerspruche steht
terwarf Laplace diesen Gegenstand seiner beson
tersuchung, und fand, dass die mittlern Distanzen
neten von der Sonne, also auch die Umlaufszeiten
immer constant sind, wenn man die vierten
der Excentricitäten und der Neigungen, und die
der störenden Massen vernachlässiget. Lagran
Poisson zeigten später, dass jene Beständigkeit a
diese Vernachlässigung Statt hat.

Desto auffallender musste es daher seyn, an
den grössten Planeten unsers Sonnensystems, an Ju
Saturn, eine solche Veränderung der mittlern Bew
erblicken. Wenn man die neuesten Beobachtung
Planeten mit denjenigen vergleicht, welche zur
Griechen, und welche zur Zeit der Wiedererwec
Astronomie in Europa gemacht worden sind, so fin
dass die mittlere Bewegung Jupiters immer gesc
und die des Saturns immer langsamer wird. Die
dieser Erscheinung wurde lange vergebens gesuch
endlich von Laplace entdeckt wurde. — Die An

netarischen Störungen zeigte ihm, dass, wenn man nur Ungleichheiten von sehr grossen Perioden betrachtet, Summe der Masse jedes Planeten, dividirt durch die grosse Axe seiner Bahn, immer sehr nahe eine constante Grösse ist. Bezeichnet daher m die Masse und t die Umlaufszeit Jupiters, und sind m′, t′ dieselben Grössen für Saturn, so hat man für diese beyden grössten Planeten unsers Systems sehr nahe

$$\frac{m}{t^{\frac{2}{3}}} + \frac{m'}{t'^{\frac{2}{3}}} = \text{Const},$$

woraus folgt, dass, wenn die mittlere Bewegung Jupiters grösser wird, die des Saturns kleiner werden muss und umgekehrt. Nimmt man mit Halley die Änderung von t′ in einem Jahrhundert gleich — 83″, und substituirt man in der letzten Gleichung für m, t und m′, t′ ihre Werthe aus ..., so erhält man für die Änderung von t die Grösse + ..., was sehr nahe mit den Beobachtungen Halley's übereinstimmt. Es war also äusserst wahrscheinlich, dass die beobachteten Änderungen in den mittleren Bewegungen dieser beyden Planeten bloss die Wirkung ihrer gegenseitigen Anziehung sind, und dass sie daher ebenfalls in Perioden, obgleich in Perioden von längerer Dauer, eingeschlossen seyn werden.

Aus der Theorie der periodischen Störungen folgt, dass die oben erwähnten Sinus und Cosinus, welche die einzelnen Theile dieser Störungen ausdrücken, alle in einem Factor der Form

$$\frac{\theta^{n'-n}}{(n't' - nt)^2}$$

multiplicirt sind, wo θ entweder die Excentricität oder die Neigung der Planetenbahn, t und t′ die Umlaufszeiten des störenden und des gestörten Planeten ausdrücken, und wo die Grösse n und n′ nach der Ordnung die Zahlen 1, 2, 3,... bezeichnen. Da nun die Excentricität sowohl als die Neigung der Planetenbahnen, wie bereits erinnert wurde, immer sehr klein ist, so reicht es gewöhnlich hin, nur die ersten Glieder dieser Störungsreihen zu suchen, in welchen nämlich die Grösse (n′ — n) nun gleich 1 oder 2 ist, weil die folgenden, die in θ^3, θ^4 multiplicirt sind, schon als ganz unbeträch vernachlässiget werden können. Allein der ebenfalls ve derliche Neuner des vorhergehenden Bruches wird offe desto kleiner, oder der Bruch und mit ihm die gesuchte rung desto grösser werden, je näher die Grösse nt Grösse n't' kömmt, und man wird daher nicht bloss jenigen Glieder, in welchen n' — n kleiner als 3, sond auch noch jene näher untersuchen müssen, in welchen Grösse $\frac{t}{t'}$ nahe gleich der Grösse $\frac{n'}{n}$ ist, und diese le Rücksicht ist es, welche man früher vernachlässiget, und welche Laplace zuerst aufmerksam gemacht hat. Da nämlich die Umlaufszeit Jupiters zu der des Saturns n wie die ganzen Zahlen 2 zu 5 verhält (Seite 5), so wer diejenigen Störungsglieder, in welchen $n = 2$ und $n' =$ ist, für diese zwey Planeten sehr beträchtlich werden, u eine eigene Untersuchung verdienen. Laplace nahm di Untersuchung vor, und fand seine Erwartung, dass Grund jener Erscheinungen in diesen bisher vernachlässigt Gleichungen liege, vollkommen bestätiget. Nach seiner Th rie ist Saturn einer grossen Ungleichheit unterworfen, die a 2952 Secunden steigen kann, und deren Periode nahe g Jahre ist, und welche zur mittlern Bewegung dieses Plane addirt werden muss, um die wahre zu erhalten; während mittlere Bewegung Jupiters einer ähnlichen Ungleichh von nahe derselben Periode unterliegt, die auf 1205 Secu den steigen kann, und die von der mittleren Bewegung di ses Planeten subtrahirt werden muss. In dem Jahre 1560 Chr. Geb. waren diese beyden Störungen nahe gleich Nu und sie werden in allen Jahren, die 1, 2, 3mahl 465 Jah von der Epoche 1560 entfernt sind, ebenfalls verschwind was alles mit den Beobachtungen vollkommen übereinstim Es gibt übrigens noch mehrere andere, minder beträchtlic Störungen dieser beyden Hauptplaneten unseres System die alle aus derselben Quelle, dass $\frac{n}{n'}$ nahe gleich $\frac{2}{5}$ i entspringen, und welche daher früher, so wie jene, glei sam eine Ausnahme von dem allgemeinen Gesetze Schwere zu machen schienen, während sie jetzt die sch

eise dieses Gesetzes geworden sind. Denn das war das
er glänzenden Entdeckung, dass jede neue sich er-
Schwierigkeit für sie der Gegenstand eines neuen
es wurde, und dadurch zugleich die Wahrheit die-
rgesetzes auf das vollkommenste bestätigte. Die auf
Gesetz gebaute Theorie der allgemeinen Schwere
zt nicht nur die sämmtlichen Beobachtungen der
, sondern auch die der Araber und jene, welche uns
näus erhalten hat, völlig befriedigend dar. Die
enauigkeit, mit welcher die zwey grössten Plane-
Sonnensystems schon seit den frühesten Zeiten dem
ihrer wechselseitigen Anziehungen gehorcht haben,
ich ein Beweis der Stabilität dieses Systemes, in-
B. Saturn, obschon er über hundertmahl schwächer,
re Erde, von der Sonne angezogen wird, doch seit
zwey Jahrtausenden keine bemerkbare Störung
ussere, dem Systeme fremde Einwirkungen erlit-

e Beständigkeit der mittleren Bewegungen der Pla-
nd der grossen Axen ihrer Bahnen ist also eine der
ten Eigenschaften des Weltsystems. Alle anderen
e der elliptischen Planetenbahnen sind veränderlich,
n oder entfernen sich allmählig von der Kreisform,
Neigungen und Knoten in der Ecliptik, so wie die
ihrer Perihelien sind in immerwährender Bewegung.
estörte Planet durch die Anziehung des störenden
e des letzteren genähert wird, und daher diese Ebene
rreicht, als er ohne jene Störung gethan haben
ist leicht zu sehen, dass durch die Wirkung zweyer
auf einander die Knoten des einen auf der Bahn
en immer rückwärts gehen müssen, während die
in der einen Hälfte der Bahn eben so viel zunimmt,
der anderen abnimmt, und dass daher diese Nei-
eine periodische Schwankungen ausgenommen, als
angesehen werden kann. Alle diese Veränderungen,
blosse Folge der gegenseitigen Störungen sind, ge-
so langsam vor sich, dass sie während mehreren
derten als mit der Zeit gleichförmig fortschreitend
en werden können, obschon sie in der That eben-

falls in Perioden, aber von sehr langer Dauer, jedoch m
stens zwischen sehr engen Grenzen, ab- und zunehme
die Länge der Apsiden allein ausgenommen, die zwar au
verschiedenen Modificationen unterworfen sind, aber de
ungeachtet immer in derselben Richtung fortschreiten. I
uns die Massen der Planeten noch nicht genau bekannt sin
so ist es schwer, die Grösse dieser säculären Bewegung
und die ihrer Perioden mit Genauigkeit anzugeben. We
aber unsere Nachkommen sehr weit von ihnen entfernt
genaue Beobachtungen erhalten haben werden, so werd
sie auch im Stande seyn, daraus jene Massen zu bestin
men, und dann werden sie mit Sicherheit auf die Verä
derungen zurückgehen können, welche unser Planetens
stem in der Vorzeit erlitten hat, und in den Folgen der Jah
hunderte noch erleiden wird, so dass dann der Geomet
alle vergangenen und künftigen Erscheinungen dieses S
stems gleichsam mit einem einzigen Blicke übersehen wi

So findet man z. B., wenn man die oben Seite 7
gezeigten Massen und Elemente der beyden grössten Pla
ten unsers Systems zu Grunde legt, dass der mittlere
der aufsteigenden Knoten beyder Bahnen in der Eclip
immer derselbe ist, und nahe in den 104ten Grad der Lä
fällt. Um diesen mittleren Ort oscilliren die wahren Kno
jener beyden Bahnen hin und her, indem sie immer
entgegengesetzten Seiten jenes mittleren Punctes sind,
auch beständig entgegengesetzte Richtungen auf ihre Beweg
haben, und indem sich die wahren Knoten der Saturnsba
von jenem mittleren Orte um 32, die der Jupitersbahn ab
nur um 13 Grade entfernen, und nahe alle 25000 Jah
sich wieder in dem mittlern Orte dieser Knoten begegne
Die Neigung Saturns kann sich von ihrer mittlern Grö
nicht über 2° 30′, und die des Jupiters nicht über 0° 48′
beyden Seiten entfernen. Etwa 20600 Jahre v. Ch. Ge
hatte Jupiter die kleinste und Saturn die grösste Neigu
gegen die Ecliptik, und im Jahre 4700 n. Ch. Geb. wi
Jupiter die grösste und Saturn die kleinste haben, bis w
der im Jahre 30100 n. Chr. Geb. der erste Fall Statt hab
wird. Eben so haben die Änderungen der Excentricität
ner beyden Planetenbahnen eine gemeinschaftliche und se

osse Periode von beynahe 66 Jahrtausenden, und im Jahre
000 vor Ch. Geb. war die Excentricität Jupiters am klein-
n, und die des Saturns am grössten, während im Jahre
000 n. Ch. Geb. der umgekehrte Fall eintreten wird.

Ähnlichen periodischen Veränderungen sind auch die
emente aller übrigen Planetenbahnen unterworfen. So ist
. S. 69) jetzt die säculäre Abnahme der Schiefe der Eclip-
gleich 48".368, und die jährliche directe Bewegung des
riheliums der Erdbahn (Seite 7) gleich 11".66. Nach
sen Änderungen der Erdbahn musste das Perigeum der
nne um das Jahr 4090 v. Chr. Geb. in die Frühlingsnacht-
iche fallen, eine Epoche, in welche die meisten unserer
ronologen die Schöpfung der Erde annehmen. Im Jahre
250 n. Ch. Geb. fiel die grosse Axe der Erdbahn mit den
Solstitien zusammen, und im Jahre 6600 wird sie wieder
die Länge des Herbstnachtgleichenpunctes erreichen.

Da aber alle diese Variationen, wie bereits erwähnt
worden ist, in meistens sehr engen Grenzen eingeschlossen
sind, zwischen welchen sie, wie die Schwingungen eines
Pendels, periodisch auf- und niedersteigen, so sind die
Planetenbahnen immer nahe kreisförmige und in der Nähe
der Erdbahn liegende Ellipsen gewesen, und werden es
auch in der Folge bleiben, und die Annahme, dass einige
von ihnen in der Vorzeit Kometen gewesen wären, muss
eben so, wie die Hoffnung eines ewigen Frühlings der Erde
durch die Coincidenz der Ecliptik mit dem Äquator als ganz
unbegründet verworfen werden, da die Änderung der Nei-
gung der Ecliptik gegen den Äquator in ihrem grössten
Werthe noch nicht volle drey Grade betragen kann.

Diese Bewegungen der Planetenbahnen, so wie die der
Fixsterne selbst, werden einst die Astronomen beunruhigen,
wenn sie sehr entlegene Beobachtungen unter einander ver-
gleichen werden. Es ist daher wichtig, unter allen diesen
Veränderungen des Himmels eine Ebene zu finden, deren
Lage immer dieselbe oder doch wenigstens sich selbst im-
mer parallel bleibt. Diese Ebene erhält man auf folgende
Art. — Wenn man für irgend eine Epoche in einer durch
den Mittelpunct der Sonne gehenden Ebene aus diesem
Mittelpuncte gerade Linien nach den aufsteigenden Knoten

der Planetenbahnen in dieser Ebene zieht; wenn man dann auf diesen Geraden, von der Sonne aus, solche Theile abschneidet, die den Tangenten der Neigungen dieser Bahnen gegen jene Ebenen gleich sind; wenn man ferner an den Endpuncten dieser Tangenten Massen anbringt, proportional den Massen der Planeten, jede derselben multiplicirt durch die Quadratwurzel der Parameter der Planetenbahn und durch den Cosinus ihrer Neigung, und wenn man endlich den Schwerpunct dieses neuen Massensystems sucht, so stellt die Gerade, welche diesen Schwerpunct mit dem Mittelpuncte der Sonne verbindet, die Tangente der Neigung der gesuchten unveränderlichen Ebene gegen die gegebene Ebene vor, und die Verlängerung dieser Geraden wird am Himmel den Punct des aufsteigenden Knotens der gesuchten Ebene bezeichnen. — Welches auch die Veränderungen seyn mögen, die die Folge der Jahrhunderte unter den Planetenbahnen hervorbringen wird, die so bestimmte Ebene wird immer eine mit sich selbst parallele Lage behalten. Mit den Seite 7 angegebenen Massen findet man, dass für das Jahr 1800 die Länge des aufsteigenden Knotens dieser Ebene in der Ecliptik 103°.231 und ihre Neigung gegen die Erdbahn 1°.581 gewesen ist.

Bisher haben wir die Körper unsers Sonnensystems bloss als Puncte betrachtet, in welchen die Masse derselben vereiniget ist. Wenn diese Körper vollkommene Kugeln sind, deren Dichten selbst gegen ihren Mittelpunct nach irgend einem Gesetze zunehmen, so zeigt die Mechanik, dass die Anziehung solcher Kugeln auf einen äussern Punct sich verhält, wie die Masse der Kugel dividirt durch das Quadrat der Entfernung ihres Mittelpunctes von dem angezogenen Puncte, dass also ihre Anziehung dieselbe ist, als wenn die ganze Masse der Kugel in ihrem Mittelpuncte vereiniget wäre, und diese merkwürdige Eigenschaft der Kugeln hat unter allen möglichen Gesetzen, bey welchen die anziehende Kraft in der Entfernung immer kleiner wird, bloss bey dem Gesetze der Natur Statt.

at, dass also hier vorzüglich die Wirkung der
des Mondes auf die abgeplattete Erde berück-
werden muss. Da ferner diese Störung der Erde
he in der Abplattung derselben, oder in der An-
rer Masse um den Äquator hat, so kann man sich
iufung als eine Menge kleiner, zusammenhängen-
ten vorstellen, welche in der Ebene des Äquators
chen Umlauf um die Erde machen. Wie wir aber
ien haben, dass durch die Wirkungen der Plane-
ander die Knoten der Bahn des gestörten Planeten
ihn des störenden immer rückwärts gehen, wäh-
ieigung beyder Bahnen im Allgemeinen beständig
d man auch hier den Äquator der Erde für die
gestörten und die Ecliptik, mit welcher auch
sbahn nahe zusammenfällt, für die Ebene der stö-
örper, der Sonne und des Mondes, betrachten
ind die Folge jener Anziehung der Sonne und
les auf die abgeplattete Erde wird seyn, dass der
nitt beyder Ebenen, oder dass die Nachtgleichen-
f der Ebene der störenden Körper oder auf der
mmer rückwärts gehen, während die Neigung bey-
en gegen einander, wenn man von den periodi-
ungen, welche diese Schiefe erleidet, abstrahirt,
elbe bleibt.

Die Bahn der Sonne oder die Ecliptik hat im Allgeme immer dieselbe Neigung gegen den Äquator, woraus fc dass der Theil jener Störung, welcher von der Sonne kön ebenfalls sehr nahe constant seyn wird. Die Mondsb aber ist, nach Seite 46, gegen die Ecliptik um den cons ten Winkel 5° 9′ geneigt, und die Knoten der Mondesb in der Ecliptik bewegen sich sehr schnell rückwärts (Seite woraus folgt, dass nach der Lage jener Knoten auch Neigung der Mondesbahn gegen den Äquator veränder seyn wird. Wenn z. B. der aufsteigende Knoten der Mon bahn in der Ecliptik mit dem Frühlingspuncte zusamm fällt, so ist die Neigung der Mondesbahn gegen den Äq tor gleich 23° 28′ + 5° 9′ oder gleich 28° 37′, während d Neigung, wenn der aufsteigende Knoten in den Her punct fällt, gleich 23° 28′ — 5° 9′ oder gleich 18° 19′, o 10° 18′ kleiner ist, als zuvor. Da aber, nach dem Vor gehenden, die Störung der Erde mit der Grösse der N gung zunimmt, so wird derjenige Theil der Störung Erde, der von der Wirkung des Mondes kömmt, veränd lich, und zwar von der Länge des Mondesknotens abhän seyn.

So wie aber eine vermehrte Neigung die Störung v grössert, eben so wird auch eine grössere Entfernung störenden Körpers von der Ebene des Äquators, d. h. e grössere Declination der Sonne und des Mondes, jene S

quator im Allgemeinen unveränderlich oder doch nur klei-
n periodischen Änderungen unterworfen ist. Allein die
bachtungen haben es ausser Zweifel gesetzt, dass diese
gung seit den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage in ei-
r regelmässigen Abnahme begriffen ist, und dass sie jetzt
einem Jahrhundert nahe 48".368 betrage (B. I. S. 69).
Diese Abnahme der Schiefe der Ecliptik hat aber ihre Quelle
nicht, wie die Präcession, in der Abplattung der Erde, son-
dern sie kömmt von der Wirkung der andern Planeten,
welche die Lage der Erdbahn allmählig verrückt, indem sie
dieselbe dem Äquator jährlich um 0". 48368 nähert, und zu-
gleich die Linie der Nachtgleichen jährlich um 0". 16441
vorwärts bewegt. Da nach dem Vorhergehenden durch
die Wirkung der Sonne und des Mondes auf die abgeplat-
tete Erde die Nachtgleichen jährlich um 50". 3757 rückwärts,
und durch die Gesammtwirkung aller Planeten auf die Erd-
bahn dieselben Nachtgleichen jährlich um 0.13441 vorwärts
gehen, so ist die eigentliche **beobachtete** jährliche Prä-
cession 50.3757 — 0.16441 = 50.21129 (vergl. Seite 69),
während die Lunisolarpräcession gleich 50".3757 ist.

Da also durch die Wirkung der Planeten die Lage der
Erdbahn allmählig geändert wird, so kann bey einer ge-
nauen Untersuchung dieses Gegenstandes die Ebene der
Ecliptik nicht mehr, wie zuvor, als unveränderlich ange-
nommen werden, sondern sie wird, wie oben die verän-
derliche Mondesbahn, ebenfalls eine Art von Nutation er-
leiden, die aber viel kleiner und in viel grössere Perioden
eingeschlossen seyn wird, als die Nutation des Mondes. Wenn
man diesen Gegenstand mit Hülfe der Analyse untersucht,
so findet man als Resultate dieser Betrachtungen die B. I.
S. 69 aufgestellten Ausdrücke für ψ, $\psi_{,}$, e und $e_{,}$.

Da diese vier Ausdrücke die Zeit t zum Factor haben,
so würden sie endlich über alle Grenzen hinaus wachsen.
Allein man muss bemerken, dass diese Ausdrücke nur ge-
nähert sind, und dass darin, wie die Theorie zeigt, eigentlich
nur Glieder von der Form $a \frac{\text{Sin}}{\text{Cos}} (b + ct)$ vorkommen, und
dass sie daher im Grunde alle periodisch sind, und keinen Fort-
gang ohne Ende nach derselben Richtung enthalten. Da aber in

diesen Gliedern der Factor c von t sehr klein ist, so die Periode, während welcher das Glied a $\frac{\text{Sin}}{\text{Cos}}$ (b + durch alle seine Abwechslungen von Grössen und Zeid geht, d. h. so ist die Zeit $\frac{360}{c}$ selbst ungemein gross, und di Glieder lassen sich daher in Reihen entwickeln, die n den Potenzen der Grösse t fortgehen, und für eine gr Anzahl von Jahren den strengen Ausdrücken, aus w chen sie entwickelt wurden, gleichbedeutend sind. In d That ist derjenige Theil der Präcession, der bloss von d Wirkung der Sonne auf die abgeplattete Erde kömmt, da alle Zeiten constant, so lange die Gestalt der Erde im dieselbe bleibt; aber der Theil der Präcession, der von d Wirkung der Planeten abhängt, also auch die aus derselb Quelle entspringende Änderung der Schiefe der Ecliptik veränderlich, weil die Lage der Planetenbahnen ebenfa veränderlich ist. Jetzt sind die sämmtlichen Planetenbahn so in den Raum vertheilt, dass ihre Gesammtwirkung e jährliche Abnahme der Schiefe von 0".48368 und ein V wärtsgehen der Äquinoctien von 0".16441 bewirkt. All die Lagen der Planetenbahnen werden sich in der Fo der Zeiten so ändern, dass diese Abnahme der Schief eine Zunahme, und dieses Vorwärtsgehen der Äquinoctie in ein Rückwärtsgehen sich verwandeln wird. So gehen s Hipparchs Zeiten oder seit zwey tausend Jahren die Nachtgl

regelmässig folgen, als wir dieses in unseren Tagen be-
rken.

Da die beobachtete Präcession, dem Vorhergehenden
Folge, veränderlich ist, so ist auch die Länge des tropi-
hen Jahres veränderlich, während die des siderischen im-
er dieselbe bleibt. Um die Länge des mittleren tropischen
hres zu finden, muss man von seiner beobachteten Länge
n Theil der Präcession abziehen, der bloss von der Wir-
ng der Planeten entspringt. Dieser Theil beträgt jetzt
.16441, und da die Sonne in einem Tage mit ihrer mitt-
en Bewegung den Bogen 0.°98565 zurücklegt, so legt sie
n Bogen 0."16441 in

$$\frac{0.16441}{(0.98565)3600} \text{ oder in } 0.000046 \text{ Tagen,}$$

h. in vier Zeitsecunden zurück, oder das gegenwärtige
hr um vier Secunden grösser als das mittlere. Die Theo-
ie zeigt, dass das Jahr am grössten, nämlich 38" grösser als
as mittlere, im Jahre 3000 v. Ch. Geb. war, dass es seit
ieser Epoche bis auf unsere Zeit abgenommen hat, und im
Jahre 7600 nach Chr. am kürzesten seyn wird.

Man kann die Nutation der Länge, die nach Vol. I.
S. auf 16."783 steigen kann, als eine blosse Wirkung des
Mondes auf die abgeplattete Erde ansehen, während die
jährliche Präcession 50."3757 die Folge der vereinigten Wir-
kungen der Sonne und des Mondes ist. Da sich aber jede
störende Kraft wie die Masse des störenden Körpers durch
das Quadrat seiner Entfernung dividirt verhält, so sieht man,
dass die beobachteten Grössen der Präcession und der Nu-
tation auch das Verhältniss der Massen der Sonne und des
Mondes geben werden. Man fand so, die Masse der Erde
als Einheit vorausgesetzt, die Masse der Sonne gleich 337100
und die des Mondes gleich $\frac{1}{70}$.

Auch lässt sich aus der beobachteten Grösse der Prä-
cession, da sie eine Folge der Abplattung der Erde ist, wie-
der rückwärts die Grösse dieser Abplattung, oder die Ur-
sache aus der Wirkung, schliessen. Man fand so die Ab-
plattung der Erde gleich $\frac{1}{248}$. Übrigens haben die genaue-

sten Untersuchungen dieses Gegenstandes keine einzige G chung gegeben, welche die Stabilität der Pole auf der Ol fläche der Erde, oder welche die Gleichförmigkeit und Dauer der Rotation derselben auf eine unsern Sinnen n bemerkbare Weise stören könnte.

Die oben Vol. I. S. 69 gegebenen Ausdrücke für ψ, $e_{\prime}$ können auch als Hülfsmittel gebraucht werden, das ter der Monumente der Vorzeit oder die Wahrheit der jenen Zeiten uns überlieferten Beobachtungen zu erken So enthält z. B. der Thierkreis, den man an der Decke e Tempels der alten Stadt Denderah (Tentyris) in Oberä ten gefunden hat, die noch jetzt unter uns gewöhnlic zwölf Himmelszeichen in der Ordnung, wie sie von Sonne durchlaufen werden. Das erste desselben, welc eben aus dem Thore des Tempels herauszutreten sch ist der Löwe. Wenn es wahr ist, dass die Sonne im Anf des Jahres, zur Zeit der Erbauung des Tempels, in di Zeichen trat, und dass das Jahr der Ägyptier mit dem E tritte der Sonne in das Sommersolstitium anfing, so fiel jener Zeit das Solstitium in das Zeichen des Löwen, da es jetzt in dem Zeichen der Zwillinge oder volle sec Grade rückwärts liegt, und nach dem Vorhergehenden jährliche Präcession $50.''21129 = 0.°01395$ beträgt, so man für das Alter des Tempels $\frac{60}{0.01395} = 4300$ Jahre, oder wurde gegen das Jahr 2470 v. Ch. Geb. erbaut. Nimmt m mit Laplace an, dass diese gewiss schon sehr alte zeichnung des Thierkreises zu der Zeit entstanden ist, der Steinbock den höchsten Punct des Sonnenlaufes ein nommen hat, während er jetzt schon nahe ein Zeichen ü den tiefsten Punct der Sonnenbahn steht, so würde das ter der Entstehung jener Bezeichnung $\frac{210}{0.01395}$ oder über 15 Jahre betragen, ein Resultat, welches mit andern Erfah gen über das Alter der Erde im Widerspruche ist.

Eine andere merkwürdige Einwirkung des Mondes der Sonne zeigt sich in den Veränderungen der Oberf

res, die unter der Benennung der Ebbe und Fluth
sind. Die allgemeinen Erscheinungen, welche diese
rungen darbiethen, sind folgende.
schen zwey nächsten oberen Culminationen des Mon-
t und fällt das Meer zweymahl. Die höchste Fluth
ür jeden Ort nahe drey Stunden nach dem Durch-
s Mondes durch die obere sowohl, als durch die
älfte des Meridians dieses Ortes. Die mittlere Zeit
zwey nächsten Fluthen beträgt 0.5175 eines mitt-
ges, und der Augenblick der tiefsten Ebbe fällt nahe
itte der zwey nächsten Fluthen. Wie bey allen Ver-
gen, die zwischen einem grössten und kleinsten
, als ihren Grenzen, auf und nieder gehen, ist auch
Steigen und das Fallen des Meeres in der Nähe der
Fluth und der grössten Ebbe dem Quadrate der
letzten Ebbe oder Fluth verflossenen Zeit propor-
— Die grösste Höhe und Tiefe des Meeres ist für
es Ort veränderlich, und hängt vorzüglich von den
des Mondes ab. Zur Zeit des Voll- und Neumondes,
gentlich $1\frac{1}{2}$ Tag später, ist die Fluth am grössten,
der beyden Quadraturen aber am kleinsten. Je mehr
r Ocean bey seiner Fluth erhebt, desto tiefer sinkt er
y der nächstfolgenden Ebbe. — Die Nähe des Mon-
der Erde hat einen besondern Einfluss auf diese Er-
ngen. Die Fluthen steigen oder fallen, wenn der
are Durchmesser wächst oder abnimmt. Die Entfer-
r Sonne trägt mit zu diesen Veränderungen bey, da
ter, wo uns die Sonne näher steht, die Syzygienflu-
sser, und die Quadraturfluthen kleiner sind, als im
r. Auch hängt die Grösse der Fluthen von der De-
der Sonne und des Mondes ab, da die Syzygien-
zur Zeit des Solstitiums immer kleiner sind, als zur
Nachtgleichen.
h die Zeiten, welche die Fluthen von einander tren-
nd ähnlichen Verschiedenheiten unterworfen. Die
Zeit der doppelten Wiederkehr der Fluthen beträgt
n Vorhergehenden 1.035 Tage oder 24 Stunden und
ten, so dass daher Ebbe und Fluth an jedem folgen-
e um 50 Minuten später eintreten, als an dem vor-

hergehenden Tage. Allein diese Verspätungen betragen den Syzygien nur 39 Minuten, während sie in der Quadtur auf 75 Minuten steigen. Ferner erfolgt die grösste Fl an jedem Tage im Mittel um drey Stunden nach der ob oder untern Culmination des Mondes, aber in den Syzygi beträgt diese Zeit 3.55, und in den Quadraturen nur 2. Stunden. Endlich muss noch bemerkt werden, dass die Fl sowohl als die Ebbe im Allgemeinen desto grösser ist, näher das Meer bey dem Äquator liegt. In grösseren Brei werden sie immer kleiner, bis endlich in einer Breite v 65 Graden zu beyden Seiten des Äquators die Erschein gänzlich verschwindet.

Alles Vorhergehende zeigt, dass diese Bewegungen Weltmeeres eine Folge der Anziehung der Sonne und sonders des Mondes sind. Kepler erkannte diess zuer aber er kannte weder das Gesetz dieser Anziehung, noch Methoden, dieses Gesetz der Rechnung zu unterwer Galilei machte ihm den Vorwurf, dass er dadurch qualitates occultas der Alten wieder einführe, und w jene Erscheinung durch die Veränderungen erklären, w die Oberfläche des Meeres durch die Wirkung der Rota der Erde, verbunden mit ihrer Bewegung um die So erleidet. Aber die Untersuchungen dieses Gegenstandes Newton, die im Jahre 1687 erschienen, bestätigten Idee Kepler's, und zeigten den Irrthum der Erklä Galilei's, die den Gesetzen des Gleichgewichts und Bewegung der Flüssigkeiten entgegen ist. Newton's Auf sung dieses schweren Problems, obschon in ihren Princip richtig, liess doch noch manches zu wünschen übrig. Jahre 1738 machte die Academie in Paris diese Unter chung zu dem Gegenstande einer Preisfrage, in deren F im Jahre 1740 vier Abhandlungen gekrönt wurden, v Daniel Bernoulli, Euler und Maclaurin. Der V fasser der vierten, Cavalleri, suchte die Erscheinung den Wirbeln des Des Cartes zu erklären, und erwies durch diesem Systeme die letzte Ehre, diesem auf nichts gründeten Systeme, welches den Fortgang der wahren turphilosophie in Frankreich so lange aufgehalten hatte. drey ersten Arbeiten sind auf das Gesetz der allgemei ergiesst. Dadurch entstehen zwey in ihrer Richtung entgegengesetzte Luftströmungen, eine untere an der Oberfläche des Äquators, und eine zweyte in grösseren Höhen über demselben. Da die die Erde umgebende Luft überall dieselbe Geschwindigkeit der Rotation mit ihren Parallelkreisen der Erde hat, so wird die erwähnte untere Luft, da sie von den Polen kömmt, sich langsamer als der irdische Äquator gen Ost bewegen, und der Beobachter, der sich unbeweglich glaubt, wird von dieser Luft, die sich langsamer, als er selbst, gen Osten bewegt, einen Widerstand fühlen, der ihm die Richtung von Ost gegen West zu haben scheint, oder er wird sich einem constanten Ostwind ausgesetzt glauben. Wenn man übrigens die mannigfaltigen Ursachen erwägt, welche das Gleichgewicht der Atmosphäre immerwährenden Störungen aussetzen; ihre grosse eigene Beweglichkeit und Elasticität, die Einflüsse der Wärme und Kälte auf ihre Spannkraft, die Menge fremdartiger Dünste, von denen sie abwechselnd erfüllt und wieder entladen wird u. s. f., so wird man die verschiedenen Bewegungen, denen sie unterworfen ist, auch wohl in der Zukunft nur sehr schwer unter bestimmte Gesetze bringen können. Aus denselben Gründen wird es noch lange vergeblich seyn, die Witterung auch nur Eines gegebenen Ortes für die nächstfolgenden Tage zu bestimmen, und wohl ganz unmöglich, diesen immer wechselnden Proteus für ganze Länder und Jahre zu fesseln, da seine mannigfaltigen Gestalten nicht sowohl von dem Einflusse der Himmelskörper auf unsere Atmosphäre, als vielmehr von unzähligen chemischen Prozessen erzeugt zu werden scheinen, die in unserm Luftkreise und unter der Oberfläche der Erde vor sich gehen.

Auch die andern Planeten sind wahrscheinlich alle mit ähnlichen luftförmigen Hüllen umgeben, und bey Venus, Mars und Jupiter haben sie die Beobachtungen bereits ausser Zweifel gesetzt. Wenn die Dichte derselben von der Oberfläche des Planeten an genau dem Drucke der obern Luftschichten oder der Barometerhöhe proportional abnähme, wie es das bekannte Mariotte'sche Gesetz fordert, so würde sich die Atmosphäre der Planeten durch ihre Elasticität ohne Ende ausdehnen, und sich endlich in den Räumen des Himmels zerstreuen. Da diess gegen die Erfahrung ist, so mus die Elasticität der Luft in grösseren Höhen schneller ab nehmen, als der auf ihr lastende Druck, und endlich ein Verdünnung derselben Statt finden, für welche alle Elasti cität der Luft verschwindet. So wird die Atmosphäre in ih rer obersten Grenze nur durch ihre Schwere zurückgehalten und ihre Gestalt wird, wie jene des Planeten, die eines a seinen Polen abgeplatteten Sphäroids seyn. Diese Abplattun hat aber eine bestimmte Grenze, die sie nicht überschreite kann, so dass für die grösstmögliche Abplattung die Axe de Poles sich zu der des Äquators wie zwey zu drey verhalte wird. Über den Äquator des Planeten kann sich diese Atmo sphäre nur bis zu dem Punct erheben, wo die Centrifuga kraft der Schwere derselben gleich ist. Für die Sonne ist die ser Punct von dem Mittelpuncte derselben um den Halb messer der Bahn eines Planeten entfernt, der seine Revolu tion in der Zeit der Rotation der Sonne vollendet, woraus folgt, dass sich die Atmosphäre der Sonne noch nicht bis zu der Bahn des Merkurs erstrecken, und dass sie also nicht wie man früher glaubte, die Ursache des Zodiacallichtes seyn kann, wie auch schon die viel zu starke Abplattung dieses Lichtes zeigt.

Vorlesung VIII.

Fixsterne.

Bisher haben wir uns nur mit den uns zunächst liegenden Körpern unsers Sonnensystems beschäftiget. Erheben wir nun den Blick in die ungemessenen Räume, welche dieses System nach allen Richtungen umgeben.

Der fernste, uns bekannte Planet, Uranus, ist nach dem Vorhergehenden 19.182 Erdweiten oder 386 Millionen Meilen entfernt, eine Distanz, die das Licht in 2.63 Stunden zurücklegt. Allein diess ist noch nicht die Grenze unseres Sonnensystems. Der Komet von 1680, dessen Umlaufszeit 8817 Jahre beträgt, ist (Seite 91) in seinem Aphelium über 427 Erdweiten von der Sonne entfernt, und wahrscheinlich gibt es noch mehrere andere, deren Umlaufszeit noch viel grösser ist. Nehmen wir an, dass die Umlaufszeit des äussersten Kometen volle 100000 Jahre beträgt, so ist seine mittlere Entfernung von der Sonne 2154 Erdweiten, eine Distanz, welche das Licht in 12.25 Tagen, und der Schall, der in einer Secunde nahe 1000 P. Fuss zurücklegt, erst in 30000 Jahren durchlaufen würde.

Wie weit ist aber der nächste Fixstern von uns oder von der Sonne entfernt? — Die Beobachtungen haben diese Frage noch nicht beantwortet, und alles, was wir darüber mit Bestimmtheit sagen können, ist, dass die jährliche Parallaxe der bisher zu diesem Zwecke beobachteten Fixsterne (I. S. 283) noch nicht eine Secunde beträgt. Nehmen wir aber an, dass die Parallaxe des nächsten Fixsterns gleich

einer Secunde sey, so folgt daraus die Entfernung dess
von der Sonne gleich 206264 Erdweiten, eine Distanz, w
das Licht erst in 3.24 Jahren zurücklegen würde. Der
schenraum, der daher den äussersten Kometen von
nächsten Sterne trennt, die Breite der Wüste, die zwi
diesen zwey nächsten Sonnensystemen liegt, beträgt 2
Erdweiten oder über vier Billionen Meilen, ein Raum, de
hundertmahl grösser ist, als die Entfernung jenes l
Kometen von unserer Sonne.

Um sich diese Entfernungen zu versinnlichen, v
wir uns unser Sonnensystem durch eine Zeichnung
durch ein Modell darzustellen suchen, in welchem der D
messer der Sonne, der 192480 geogr. Meilen beträgt,
eine kleine Kugel von einer Par. Linie im Durchmesser
stellt werden soll. Dieses vorausgesetzt, würde man,
man die oben gegebenen Verhältnisse der Entfernunge
behält, die Erde als eine Kugel von 0.009 Linien im D
messer in die Distanz von 0.75 Fuss von der Sonne
nus aber 14.3, jenen äussersten Kometen 1606, und
lich den nächsten Fixstern 153793 Fuss oder 6.7 g
phische Meilen von der Sonne entfernt setzen, so dass
wohl der verjüngte Massstab dieses Modelles über
mahlhunderttausendmillionenmahl kleiner ist, als sein
res Bild am Himmel, der Durchmesser dieses Modelles
noch 13.4 geographische Meilen betragen würde, und
ist die vorausgesetzte Distanz des nächsten Fixsterns
scheinlich viel zu klein angenommen, da eine jährlich
rallactische Variation desselben von zwey Secunden u
Beobachtungen nicht leicht entgehen könnte.

Unser reichste Sternkatalog, die Histoire céleste
hält 50000 Sterne. Allein Herschel sah im Orion a
nem Streifen von 15 Grad Länge und 2 Grad Breite
50000 deutlich erkennbare Sterne durch das Feld seines
rohres gehen. Da ein solcher Streifen der 1375ste The
Himmelsfläche ist, die 41252 Quadratgrade enthält, so
die ganze Oberfläche des Himmels über 68 Millionen
ne enthalten, wenn sie überall gleich vertheilt wären.
doch sind diess nur die nächsten Sterne, gleichsam d
sten Lampen, welche den Vorhof des Tempels der

beleuchten, und gegen die Anzahl derjenigen in keinen Betracht kommen, die in dem ferneren Heiligthume desselben aufgestellt sind, aus welchem sie uns, nicht mehr als eigentliche Sterne, sondern nur als ein matter Schimmer aus ihren unendlichen Fernen entgegendämmern.

Wenn aber, wie man annehmen muss, die Distanz der Fixsterne unter einander im Allgemeinen nahe gleich gross ist, in welchen Entfernungen von uns sollen wir dann die äussersten derselben annehmen?

Die Milchstrasse ist eine lichte Zone von ungleicher Breite, die nahe in der Richtung eines grössten Kreises durch die Sternbilder Cassiopeia, Orion, Centaur, Schütze, Adler und Schwan geht. Starke Fernröhre lösen diesen Lichtschimmer in lauter kleine Sterne auf, und alle diese Sterne scheinen ein eigenes Sternsystem zu bilden, welches die Gestalt einer sehr abgeplatteten Kugel oder einer Linse hat, von deren Mittelpunct unser Sonnensystem nicht zu weit entfernt ist, daher sich die Sterne immer dichter drängen, je näher wir unsere Blicke gegen die angeführten Sternbilder, gleichsam gegen die Schneide jener Linse, wenden, während der Himmel in den Gegenden der beyden Pole der Milchstrasse, in dem Haar der Berenice und Bildhauerwerkstätte, beynahe sternleer erscheint. Wären wir von dem Mittelpuncte dieser Zone um den ganzen Durchmesser derselben entfernt, so würde uns die Milchstrasse nicht mehr als ein grösster Kreis, sondern als eine Scheibe von nahe 60 Graden im Durchmesser erscheinen, und in einer Entfernung von zehn Durchmessern würden wir diese Scheibe nur mehr unter einem Winkel von 5.°7 erblicken. In einer noch grösseren Entfernung würde die scheinbare Grösse sowohl als die Lichtstärke der Milchstrasse noch mehr abnehmen, und endlich selbst durch unsere Fernröhre nur mehr als eine kleine, matt erleuchtete Wolke erscheinen. Allein solche Nebelflecke finden wir in der That in sehr grosser Anzahl und nach allen Richtungen am Himmel zerstreut, und viele von ihnen werden durch unsere stärksten Teleskope in einzelne, dicht gedrängte Sterne aufgelöst. Sie scheinen daher eben so viele Milchstrassen zu seyn, deren jede, so wie die unsrige, wieder aus Millionen von Sonnensystemen besteht. Aber die Entfernung derselben von ist vielleicht so gross, dass gegen sie die Distanz des nä sten Fixsterns nur als ein untheilbarer Punct verschwind so wie die Entfernung der Erde von der Sonne gegen Distanz des nächsten Fixsterns nur als eine unmerkli Grösse zu betrachten ist. Nach Herschel soll die Ent nung der Nebelflecke, welche sich noch in Sterne aufl lassen, gegen 500 Sternweiten, deren jede 200000 weiten, oder vier Billionen Meilen hat, und die Entfern der ganz unauflösbaren wenigstens 8000 Sternweiten be gen. Von diesen letzten würde selbst das Licht, wel eine Sternweite in drey Jahren durchläuft, erst in 24 Jahren zu uns gelangen. Dann also ist das Licht vieler Ste die wir jetzt am Himmel erblicken, schon vor 24000 Jah von ihnen ausgezogen, und Sonnensysteme und Milchstr können verlöschen, ohne eher als 24000 Jahre nach ih Untergange von uns vermisst zu werden.

Wo ist aber die letzte dieser Welten, und wo Grenze des Himmels? — Um den Raum der Schöpfung einem Verhältnisse mit der unendlichen Macht des Sch pfers zu denken, müssen wir mit Kant diesen Raum unendlich, also ohne alle Grenzen annehmen, um ein von der Grösse zu seyn, die durch keine andere Grösse messen werden kann, von der Grösse, deren Unendlich man nicht näher kömmt, wenn man ihre Wirkungssph in eine Kugel von einem Zoll, oder von tausend Sternwei im Radius einschliessen will, weil alles, was endlich sein bestimmtes Verhältniss zur Einheit hat, also von d Unendlichen immer gleich weit entfernt bleibt. Die Ew keit der Zeit selbst ist daher noch nicht hinreichend, Zeugnisse des höchsten Wesens zu fassen, wenn sie zugleich mit der Ewigkeit, mit der über alle Grenzen erstreckenden Unendlichkeit des Raumes in Verbind gebracht wird.

Allein, wenn die Anzahl der Sterne in der That endlich ist, so würde jeder unserer Gesichtsstrahlen einen dieser Sterne treffen, und daher der ganze Him eben so hell, wie unsere Sonne, erscheinen. Diese So selbst würden wir nur mühsam an ihren Flecken erkenn

Mond und die Planeten nur als dunkle Scheiben auf hellen Himmelsgrunde sehen, und von den Sternen nichts als ein nach allen Seiten gleichförmig vertheilendendes Licht erblicken. Da dieses gegen die Erfahist, so müssen wir mit Olbers (Berl. Jahrb. 1826) men, dass der Weltraum nicht ganz durchsichtig ist, ass daher das Licht der Sterne auf seiner Bahn durch Raum eine Schwächung leide. Setzen wir voraus, on 800 Strahlen, die der nächste Stern zu uns sendet, einer durch den Widerstand jenes Mittels verloren und denken wir uns dieses Licht als in einem Strahlener eingeschlossen, so wird die gesehene Helligkeit erns der Dichte des Lichtes in diesem Cylinder proirt seyn, und die Abnahme der Dichte des Lichtes ich wie diese Dichte selbst verhalten. Ist daher y die des Lichtes in der Entfernung x von dem Stern, so haben

$$dy = -a\,y\,dx.$$

rt man diese Gleichung so, dass $y = A$ für $x = 0$ erhält man

$$\log \frac{y}{A} = -a\,x.$$

Nach der vorhergehenden Annahme ist der Abstand ächsten Sterns oder die Sternweite $x = 1$ gesetzt, 99 und $A = 800$, also auch nach der letzten Gleichung .0005432. Setzt man daher die Grösse A, oder die keit unserer Sonne, ebenfalls gleich der Einheit, so an

$$\log y = -0.0005432\,x,$$

us dieser Gleichung folgt, dass für

	Sternweiten die Helligkeit des Sterns	0.9
	- - - - -	0.5
o	- - - - -	0.001 ist u. s. w.;

$$\text{für } y = \frac{1}{300000}$$

iese Gleichung $x = 10083$, oder in der Distanz von wird die Helligkeit des Sterns nur mehr die unseres ondes (S. 57) seyn, und es werden daher sehr viele r dichtgedrängter Sterne erfordert werden, um uns

diesen Sternhaufen selbst in der dunkelsten Nacht noch
einen blassen Nebelfleck erkennen zu lassen.

So wie also der Mond unserer Erde oder die Satelli
Jupiters, aus der Sonne gesehen, eine Reihe von Epicyk
beschreiben, deren Mittelpuncte auf der Peripherie
Bahnen dieser Planeten liegen, eben so beschreiben a
diese Planeten eine Reihe von Epicykeln, deren Mit
puncte auf der Bahn liegen, in welcher die Sonne um
Schwerpunct unserer Milchstrasse sich bewegt (S. 1
eben so beschreibt diese Sonne wieder eine andere Re
von Epicykeln, deren Mittelpuncte auf der Bahn liegen,
welcher der Schwerpunct unserer Milchstrasse sich um
Centralpunct eines ganzen Systems von Milchstrassen
wegt, und so fort in's Unendliche. Der menschliche G
hat bisher die Bewegungen der Planeten und die Epicyk
kennen gelernt, welche die Satelliten auf den Bahnen ih
Hauptplaneten beschreiben. Aber wenn Jahrtausende nöt
waren, diese Bewegungen des uns nächsten Planetensyste
zu erforschen, welche Dauer wird die Bestimmung der B
wegung der Sonne und der unserer Milchstrasse erford
Und wenn wir einst dazu gelangen, wie weit werden w
noch von der Kenntniss des Weltalls entfernt seyn?

Da uns die Entfernungen der Fixsterne unbekannt sin
so lässt sich auch die *Grösse* derselben nicht bestimm
Nach *Herschel* soll der scheinbare Durchmesser v
α Lyrae gleich $\frac{1}{5}$ Secunde seyn. Ist seine Entfernung von u
gleich einer Sternweite, so würde sein Durchmesser den d
Sonne 34 Mahl übertreffen. Ist aber die Parallaxe die
Sterns, wie Einige gefunden haben wollen, gleich 2", u
sein scheinbarer Durchmesser gleich $\frac{1}{5}$", so ist seine Ent
nung 103132 Erdweiten, und sein wahrer Durchme
18 Mahl grösser als der der Sonne. Nach *Herschel* soll
Durchmesser Castors 1."3 betragen, also würde, wenn
eine Sternweite von uns absteht, sein wahrer Durchme
den der Sonne 130 Mahl enthalten. Unsere Sonne selbst
die Entfernung einer Sternweite versetzt, würde uns
unter dem Durchmesser von 0."01 erscheinen. Ist überha
a, r, δ die Entfernung und der wahre und scheinbare Ha
messer des Sterns, so wie π die jährliche Parallaxe desselb

…nennt man eben so R, A, Δ die Entfernung der Sonne …der Erde, und den wahren und scheinbaren Halbmesser …selben, so hat man

$$r = a \sin \delta, \quad R = A \sin \Delta, \text{ und } A = a \sin \pi.$$

…scheinbare Grösse der mit blossen Augen noch sicht…en Fixsterne theilt man in sechs Classen, so dass die …sten Sterne die erste dieser Classen einnehmen. Die …s durch Fernröhre sichtbaren bilden dann die folgenden, …iebente, achte Classe u. s. w. Die erste Classe enthält …achtzehn Sterne, die daher allein zu den Sternen der …en, oder der ersten und zweyten Grösse gezählt werden.

Auch das Licht der Sterne ist in Beziehung auf ihre …sität und Farbe sehr verschieden. Sirius z. B. strahlt …flammt vielmehr in einem lebhaft scintillirenden weiss…en Lichte, während Aldebaran, der grösste der Hya…, mit einem matten, planetarischen, einer verlöschenden …ähnlichen trübröthlichen Schimmer glänzt. Mehrere … übrigen Fixsternen sind roth, wie Arctur und …, andere lichtgrün, blau, gelb, tiefgranatfarbig und …iter. Bey einigen scheint Grösse und Farbe veränder…zu seyn. So erschien Sirius den Alten roth, während … ihn weiss sehen; Castor, der noch vor einem Jahr…ert für den grössten der beyden Zwillinge galt, ist jetzt …er als Pollux; α Adler ist jetzt einer der schönsten Sterne … ersten Grösse, während er früher nur zu den Sternen … zweyten Grösse gezählt wurde, und die sieben Sterne … grossen Bären scheinen Licht und Farbe beständig zu …chseln. Merkwürdiger sind noch die eigentlich so genann… veränderlichen Sterne.

Die folgende Tafel enthält die vorzüglichsten der jetzt …annten veränderlichen Sterne. Die vierte Columne enthält … ganze Periode des Lichtwechsels, die fünfte und sechste … beyden äussersten Grenzen, unter welchen diese Sterne …scheinen, die siebente die Zeit der Zunahme, und die …ne die Zeit der Abnahme des Lichtes.

	sion		Poldistanz		Tage	Gross
Wallfisch.	32°	34′	93	48	331.96	2.3
Perseus (Algol)....	44	7	49	45	2.3675	2
Löwe.	144	28	77	45	311.4	5
Jungfrau..........	187	20	82	1	146	6
Hydra.	199	58	112	21	494	3
N. Krone.........	235	17	61	17	335	6
Hercules..........	256	36	75	24	60.5	3
Sob. Schild.......	279	23	95	53	60.6	5.6
Leyer.	280	52	56	50	6.44	3
Antinous.........	295	49	89	27	7.176	4
Schwan	295	54	57	33	47.5	4.5
Cepheus..........	335	37	32	30	5.364	3.4
Wassermann.	353	37	106	17	382.5	5.7

[redacted]

icht diese Wechsel durch einen linsenförmigen durch dunkle Flecken dieser Sterne, oder durch erklären, die uns zuweilen das Licht derselben Es ist aber auch möglich, dass diese Sterne ihre r die Periode des Nachlassens ihres Leuchtens g auf ihrer Oberfläche entwickeln, und dass der Wechsel nur eine Wirkung der An- und Ab-jener inneren Thätigkeit ist. Andere Sterne sind erschwunden. Tycho entdeckte am 11. Novem-in der Cassiopejae (Rectascension = 0°.43, Pol-28°.22) einen neuen, früher dort nicht gesehenen Sirius und Jupiter an Glanz übertraf, und selbst ichtbar war, der aber im Anfange des Jahres 1573 abzunehmen anfing, und im März 1574 wieder verschwand. Am 10. October 1604 sah Kepler ien Fusse des Schlangenträgers einen neuen Stern Grösse, der nach einem Jahre wieder unsichtbar n Jahre 1670 fand Cassini einen neuen Stern n, der nach drey Monaten unsichtbar wurde, im Jahre wieder in einem hellen Lichte erschien, darauf gänzlich, vielleicht für immer, verlosch. Da l ähnliche Sterne während der Periode ihrer Sicht-re Stelle nicht änderten, so scheint es auch dunkle körper zu geben, die eben so gross und vielleicht ind, als die Fixsterne, da vielleicht eben die grössten e gewaltige Anziehung ihrer Massen das Licht lten, und es an seiner Ausströmung hindern.

nahe alle Fixsterne zeigen eigene Bewegungen sveränderungen, die übrig bleiben, wenn man zwey Zeit beträchtlich entfernte Beobachtungen derselben t Präcession, Aberration und Nutation befreyt. Die dieser Bewegungen ist uns noch gänzlich unbe-aber bey manchen sehr gross. So ist die säculäre Bewegung in Rectascension bey η Cassiopejae 178″, maj. 200″, e Eridanus 430″, μ Cassiopejae 570″ o weiter.

Merkwürdiger sind noch die Bewegungen der Doppel-ne, nahe bey einander stehender Gestirne, deren man be-über 3300 beobachtet hat, obschon die Anzahl derselben viel grösser ist. Es ist nicht wahrscheinlich, dass (Duplicität bloss von ihrer Stellung gegen unsere Gesi linie komme, auch zeigt die Bewegung dieser Sterne um ander, so wie ihre gemeinschaftliche Bewegung im R ihre nähere innere Verbindung. Die meisten ders findet man in der Nähe der Milchstrasse, besonders im l Fuchs, Geyer, Leyer und Orion, die wenigsten abe grossen Bären, im Drachen und in den Jagdhunden. vorzüglichsten enthält die erste Tafel der Sammlung am l des Werkes.

Die meisten dieser Doppelsterne sind schon durch Farben ausgezeichnet. So ist bey Castor der grosse w gelb, der kleine blaugelb; bey γ Leonis der grosse röth der kleine grün; bey α Herculis der grosse gelb, der kl blau; bey 61 Cygni der eine gelb, und der andere dun roth. Gewöhnlich ist der eine gelb, und der andere b oder violett. Selten sieht man zwey gelbe beysammen, dann sind sie mehr orangefarbig. Da, wo beyde Sterne nahe gleicher Grösse sind, was sehr oft der Fall ist, scheinen auch gewöhnlich beyde als kreisrunde Sch von sehr merklichem Durchmesser, was bey den an Gr sehr verschiedenen Doppelsternen nicht Statt hat.

Der Winkel, welchen die beyde Sterne verbindende Li oder welchen die Distanz dieser Sterne mit dem Parallelkr [redacted] über wahre Sternbedeckungen, wo eine Sonne die andere bedeckt.

Viele dieser Doppelsterne haben überdiess eine beträchtliche eigene, beyden Sternen gemeinschaftliche Bewegung im Raume. So ist die säculäre Bewegung

	in Rectascension	in Poldistanz
von ξ Urs. maj.	60 Raumsecunden	62″
66 Ceti	73 - -	4
44 Bootis	83 - -	2
η Cassiopeiae	182 - -	47
61 Cygni	496 - -	330,

und es ist merkwürdig, dass 61 Cygni unter allen bekannten Sternen des Himmels die grösste eigene Bewegung hat, und zugleich ein Doppelstern ist. Noch kann bemerkt werden, dass die näheren Doppelsterne die sichersten Prüfer der Fernröhre sind, da schon sehr vollkommene Instrumente dieser Art dazu gehören, um die Duplicität von ζ und ε Bootis, ζ Herculis, und besonders von ε Arietis, η Herculis und ζ Cor. bor. zu erkennen.

Auch dreyfache Sterne werden häufig am Himmel gefunden, als ψ Cassiopeiae, 11 Monocerotis, ζ Cancri, ζ Librae u. s. w. Vierfache Sterne sind θ Orionis, in welchem erst vor Kurzem noch ein fünfter entdeckt worden ist, ε Lyrae, β Lyrae u. s. w. Eben so findet man fünf- und mehrfache Sterne, und σ Orionis ist sogar ein sechzehnfacher Stern, die vermuthlich alle zusammengehören, so wie es auch sehr wahrscheinlich ist, dass mehrere der gedrängten und schon mit freyen Augen sichtbaren Sterngruppen ein abgeschlossenes System bilden, wie z. B. die Pleiaden, wo 1 Stern der vierten, 6 der fünften, 5 der sechsten und 52 Sterne der siebenten Grösse in einem Kreise vereinigt erscheinen, dessen Halbmesser nur einen Grad des grössten Kreises des Himmels beträgt.

Vorlesung IX.

Ursprung des Weltsystems.

... Gegenstände unserer Sinnenwelt von dem ... Entstehung verschiedene Stufen ihrer ... gehen, bis sie den höchsten Gipfel ihrer ..., von welchem sie dann allmählig wi... ..., und wenigstens einer scheinbaren Ver... ... entgegeneilen, eben so wird wahrsch... ... Zustand, in welchem wir jetzt unser Son... ..., nur die Folge einer andern, viell... ... früher vorhergegangenen Entwicklung seyn ... Planetensystem zeigt uns drey über alle Kö... sich erstreckende Erscheinungen, von welch... ... Gesetz der allgemeinen Schwere, durch wel... ... Bewegungen, und selbst die scheinbaren Ano...

sen Phänomenen eine gemeinschaftliche Ursache zu Grunde
ege, hat daher einen höhern Grad von Gewissheit, als die
isten unserer historischen Nachrichten, an welchen Nie-
and einen Zweifel sich erlaubt. Die Ursache, welche diese
scheinungen hervorgebracht hat, muss also alle Körper des
anetensystems umfasst haben, und wegen der erstaunli-
en Entfernung dieser Körper von einander ein Fluidum
n einer unermesslichen Ausdehnung gewesen seyn. Dieses
luidum muss die Sonne nach Art einer Atmosphäre um-
ben haben, oder die Atmosphäre, die durch eine sehr
osse Hitze ausgedehnte, und bereits einer Rotation um
re Axe unterworfene Masse der Sonne, muss sich anfäng-
h über alle Planetenbahnen hinaus erstreckt, und sich erst
äter nach und nach in ihre gegenwärtigen Grenzen zurück-
gen haben. In diesem primitiven Zustande war daher
re Sonne jenen Nebelflecken ähnlich, die uns durch un-
Fernröhre als ein mehr oder weniger leuchtender Kern
en, umgeben von einer nebelartigen Hülle, die durch
rtschreitende Verdichtung und Niederschlagung auf
Kern endlich den eigentlichen Stern erzeugt.

Diese Atmosphäre der Sonne konnte nicht ins Unend-
ausgedehnt seyn, sondern sie musste ihre Grenze dort
en, wo die durch ihre Rotation erzeugte Schwungkraft
ch der Schwere der Sonne war. Wenn aber, durch die
ahme der hohen Temperatur an der Oberfläche dieser
osphäre, die Grenzen derselben sich zusammenziehen,
dem Mittelpuncte der Sonne genähert werden, so muss
rch die Rotation der äussersten Elemente dieser Atmo-
äre immer geschwinder werden, und dadurch wer-
diese, durch Abkühlung erhärteten Elemente von
übrigen Atmosphäre getrennt, nach den Gesetzen der
tralbewegung ihre Bahn abgesondert um den Cen-
körper fortsetzen. Diese Atmosphäre wird also in der
ene ihres Äquators, wo die Geschwindigkeit der Rotation
d also die Schwungkraft der einzelnen Elemente am
sten ist, durch Abkühlung erhärtete Zonen, flüssige
er feste Ringe absetzen. Da aber die Bildung solcher
nge eine gleichmässige Regelmässigkeit der Bildung der-
ben in allen ihren Theilen voraussetzt, so wird die Ent-

stehung, oder doch die dauernde Erhaltung dersel
selten sich ereignen können, daher wir auch in uns
steme nur ein Beyspiel derselben antreffen. Fast
wird dieser Ring von Dämpfen an mehreren Stell
chen, und sich in einzelne Körper auflösen, die m
gleichen Geschwindigkeiten sich einzeln um die So
wegen. Diese isolirten Massen werden eine sphär
Gestalt und eine mit ihrer Revolution übereinsti
Richtung der Rotation annehmen, weil ihre de
näheren Elemente eine kleinere Geschwindigkeit ha
die entfernteren, wovon wir ein Beyspiel bey den vie
Planeten haben.

Wenn dann eine dieser in ihrem Volumen d
Hitze noch sehr ausgebreiteten Massen stark genug
übrigen anzuziehen und mit sich zu vereinigen, so
ursprüngliche Ring die Gestalt eines einzigen sphäro
Planeten annehmen, der sich um die Sonne in d
Richtung bewegt, in welcher er sich um seine eig
drehet. Verfolgt man eben so die Veränderungen,
eine ähnliche Abspannung der Temperatur auch be
anfangs noch dunstförmigen, und durch die Hitze s
gebreiteten Planeten während ihrer Zusammenzieh
zeugt, so werden auch an den auf einander folgende
zen ihrer Atmosphäre und in der Nähe ihrer Äq
Ringe und daraus abgesonderte Massen, die Satelli
stehen, die sich um den Mittelpunct dieser Plane
zugleich in derselben Richtung auch um ihre eigene
wegen. Wäre die so erklärte Formation unserer
und Satelliten mit einer ganz vollkommenen Rege
keit entstanden, so würden die Bahnen dieser Kör
auch vollkommen kreisförmig gewesen seyn, und d
nen ihrer Äquatoren so wie die der Ringe würden
der Ebene des Sonnenäquators liegen. — Da aber
ringste Verschiedenheit in der Temperatur und in d
dieser Körper auf jene Gleichförmigkeit störend ei
musste, so ist es genug, diese Störungen nur nicht
anzunehmen, um aus dieser Erklärung den wahren
der oben erwähnten drey Erscheinungen hervorg
sehen.

In dieser Hypothese werden die Kometen als dem Planetensystem fremde, oder doch als solche Körper betrachtet, die nicht, wie die Planeten, aus der Atmosphäre der Sonne entstanden seyn können, da die Kometen weder in der Richtung ihrer Bewegungen, noch in den Neigungen ihrer Ebenen, noch endlich in der Excentricität ihrer Bahnen die oben erwähnten Eigenschaften zeigen. Wenn mehrere dieser Kometen durch jene Atmosphäre der Sonne zur Zeit ihrer grossen Ausdehnung gegangen sind, so mussten sie, durch den Widerstand dieser Atmosphäre, Spiralen beschreiben, in welchen sie endlich auf die Sonne fielen, um sich mit ihr für immer zu vereinigen. Man sieht so, dass es jetzt nur noch solche Kometen geben kann, welche zur Zeit der Bildung der Sonne ausser der Atmosphäre derselben sich befanden, und dass ihre Bahnen sehr excentrisch seyn müssen, weil wir nur diejenigen beobachten können, welche in ihrem Perihel nahe genug zur Sonne kommen. In der That war unter allen bisher beobachteten Kometen bloss der von 1747 über zwey Halbmesser der Erdbahn in seinem Perihelium von der Sonne entfernt, während alle anderen ihr viel näher vorbey gingen. Eben so sieht man, dass ihre Neigungen dieselbe Mannigfaltigkeit zeigen müssen, als wenn sie bloss dem Zufalle überlassen gewesen wären, weil die Sonnenatmosphäre keinen Einfluss auf ihre Bewegungen haben konnte, so dass daher die lange Dauer der Umlaufszeiten der Kometen, die grosse Excentricität ihrer Bahnen und die Mannigfaltigkeit ihrer Neigungen mit jener Hypothese des Ursprungs des Planetensystems sehr wohl übereinstimmen.

Allein ist der Zustand, in welchem unsere Sonne die Gestalt eines runden, kugelförmigen Nebelfleckes mit einem leuchtenden Kern in ihrem Mittelpuncte hatte, auch die wahrhaft erste, die ursprüngliche Form dieses Himmelskörpers? Und haben alle übrigen Fixsterne, die wahrscheinlich auch Sonnen sind, in der Vorzeit dieselben Veränderungen ihrer Gestalt erlitten?

Wir sehen durch lichtstarke Fernröhre mehrere grosse Gegenden des Himmels mit äusserst feinen, beynahe farbenlosen und an ihren Grenzen unbestimmt auslaufenden

Nebeln oder Dünsten bedeckt. In dem Sternbilde des Schwans, des Dreyecks, der Fische u. s. f. findet man solche Lichtwolken, die sich über zehn und mehr Quadratgrade ausdehnen. In anderen Gegenden, im Schwan, im Fuchse, erblickt man kleinere, obschon noch immer zwey und mehr Grade bedeckende Nebel, die an ihren Grenzen eine bestimmte Abschliessung zeigen, und sich durch ein an mehreren ihrer Stellen helleres Licht, durch eine Art von Dämmerung auszeichnen. In andern, noch kleineren Nebeln ist das Licht der helleren Stellen nicht mehr düster, sondern bereits heller gefärbt, und gegen den Mittelpunct an Intensität hervortretend. Man sieht diese Nebel nicht mehr, wie jene zwey ersten, isolirt, sondern immer in Gesellschaft, gleichsam in Heerden versammelt, wo sie, wie unsere sogenannten Lämmerwolken, grosse Strecken des Himmels schuppenartig bedecken, ohne übrigens durch eine bestimmte, regelmässige Form ausgezeichnet zu seyn.

Diese formbildende Kraft erscheint erst in den Nebeln der folgenden Classe, die noch kleinere und schärfer begrenzte Nebel von verschiedenen Gestalten enthält: ringförmige Nebel mit schwarzen Öffnungen in ihrer Mitte; aufwärts ausgezackte, gleichsam flackernde Lichtflammen; elliptisch gebildete oder auch fäden-, spindel- und fächerartige Gestalten, Sterne mit Nebelschweifen oder mit zwey einander gegenüberstehenden Armen u. f. Mehrere nahe stehende deuten auf eine Art von Zusammenleben und gegenseitiger Abhängigkeit. In dem Sternbilde des grossen Löwen stehen zwey sich beynahe berührende Nebel, an Grösse, Gestalt und Farbe vollkommen gleich; in der Jungfrau sieht man zwey andere mit Mähnen, die an ihren Enden in einander fliessen; im Becher sind zwey elliptisch geformte Lichtwolken noch durch ein zartes Nebelband verbunden; bey 2 Wallfisch liegen vier, und in der Locke Berenicens sechs kleine Nebel in einem kreisförmigen Raum wie in einem Neste beysammen. Hier stehen zwey benachbarte Nebel, der eine hell und rund, der andere düster und von birnförmiger Gestalt, seine verlängerte Spitze gegen den ersten gerichtet: er scheint von diesem angezogen und gleichsam aufgesaugt zu werden. Dort ist ein anderer Nebel in der Gestalt einer

Retorte von langem Halse, dessen entferntes Ende immer dünner und matter wird: er hat seinen Nachbar vielleicht schon aufgesaugt, und jener Hals ist der letzte Rest der untergehenden Welt.

So verschieden die mannigfaltigen Gestalten dieser Classe sind, so enthalten sie doch noch nicht die einfachste und regelmässigste von allen, die Kreisform, die ausschliesslich den Körpern der letzten Classe angehört, und wahrscheinlich nur die Wirkung einer weiter vorgeschrittenen Ausbildung ist. Viele dieser Nebelscheiben sind noch durchaus gleich, und meistens matt beleuchtet; bey andern nimmt das Licht gegen ihren Mittelpunct stufenweise zu; bey einigen tritt ein heller Centralkörper hervor, der bereits schärfer von der ihn umgebenden düstern Atmosphäre gesondert, aber noch immer schwach beleuchtet und von grösserem Durchmesser und selbst noch scheibenartig ist; bey anderen ist diese Scheibe bereits kleiner und heller beleuchtet, bis sie endlich in einen einzigen blendenden Lichtpunct, gleichsam in einen Stern sich zusammenzieht, der aber noch immer von jener matten Nebelhülle umgeben ist. Nicht mehr Nebel und noch nicht eigentlicher Stern tragen diese Körper die Natur von beyden an sich, und bilden dadurch die eigentliche Übergangsstufe von den neblichen zu den sternigen Wesen des Himmels: Wesen, die amphibienartig in beyden Elementen leben, und obgleich bereits der edleren Classe angehörend, doch noch die Überreste ihrer letzten Verpuppung an sich tragen. Die meisten dieser Nebelsterne, wie sie Herschel sehr passend nennt, sind mit einer äusserst schwachen, kugelförmigen Lichtatmosphäre, andere nur mehr mit einem sie oft in grosser Entfernung umkreisenden Dunstringe umgeben; wieder andere ziehen noch Nebelstrahlen und Lichtschweife wie Kometen nach sich, oder scheinen mit Nebelwülsten, Lichtbüscheln, fächerartig sich entfaltenden Dünsten, mit Mähnen oder Locken umgeben.

Wenn wir aber, statt die Reihe dieser Abwechslungen in den Gebilden des Himmels noch weiter zu verfolgen, einen Blick zurückwerfen auf jene düstern, weit verbreiteten Wolken, und von ihnen durch die erwähnten stufenweisen

Verwandlungen hinaufsteigen bis zu den eigentlich so ge
nannten Fixsternen, die unsere Unkenntniss des Gegenstan
des bisher zu den einzigen Bewohnern des Himmels gemach
hat — so scheinen wir durch einen grossen Garten gewan
dert zu seyn, in welchem wir die mannigfaltigen Gewächs
desselben auf allen Stufen ihres Wachsthumes übersehen
und in diesen Abstufungen selbst die allmählige Entwick
lung dieser Gewächse erkennen können, wenn gleich ih
Wachsthum Millionen von Jahren, und ihre Lebensdaue
Zeiträume umfasst, gegen die die Dauer des Menschenalter
nur ein verschwindender Augenblick ist. Scheint nicht je
ner Urnebel, das Chaos der künftigen Welten, schon vo
dem Geiste des Lebens und von der Kraft der selbstthätige
Entwicklung beseelt zu seyn, der sich auch in dem Kei
der kleinsten unserer Pflanzen offenbart? Scheinen die
auf einander folgenden Veränderungen der äusseren Fo
jener Körper nicht offenbar die Wirkungen einer immer
nehmenden Verdichtung des nebeligen Stoffes zu seyn,
in dieser seiner ursprünglichen Gestalt aus der Hand
Allmacht quoll, und zuerst die Räume des Weltalls erfül
Wenn in jenen Urwolken überwiegende Puncte der An
hung entstanden, die sich uns durch die oben erwäh
lichten Stellen dieser Wolken kenntlich machen, so muss
sie die benachbarten Elemente an sich ziehen, und dadu
die Nebelmasse zwischen zwey lichten Stellen immer d
ner machen, bis endlich das Gleichgewicht und der Zusa
menhang des Ganzen aufgehoben, und die ursprünglich gle
dichte Wolke in mehrere einzelne gesondert wird, die
Theile von jener *kleiner*, als Producte einer bereits vo
gerückten Verdichtung *heller*, und endlich als Überres
jener weit verbreiteten Nebelmassen, auf dem Orte ihre
gemeinschaftlichen Geburt, nicht einzeln und isolirt, son
dern nur in Gruppen und Lagern versammelt seyn werden
was alles mit den oben gegebenen Beobachtungen vollkom
men übereinstimmt. Die auffallende Reinheit des Himmel
grundes zwischen den erwähnten Schuppenwolken; d
Abwesenheit alles nebeligen Stoffes, und selbst der Fi
sterne an der Grenze dieser weit verbreiteten Lager; d
regelmässige Aufhellen des Lichtes in den späteren Perioden

inanderfliessen benachbarter Nebel; die Verbindung
er Gestirne durch Nebelbänder; ihr familienweises
nenleben in oft scheinbar sehr kleinen Räumen, und
das ihnen allen gemeinschaftliche Bestreben, alle
se und ungeregelte Form abzustreifen, von ihrer
ille sich zu befreyen, eigentliche Gestirnnatur anzuneh-
nd sich zur Kugelgestalt abzurunden, — alles diess
verkennbar, dass die Körper des Himmels keines-
der Gestalt, in welcher wir sie jetzt, als vollendete
erblicken, sondern dass sie aus einem ihnen allen
chaftlichen Grundstocke, dem Urnebel, durch Ver-
g, durch Niederschlag der primitiven Masse, oder
blagerung derselben um einen Mittelpunct der Anzie-
tstanden sind, kurz, dass das Princip der Annäherung,
dichtung und der Abrundung (vielleicht alle nur eine
er Attraction) in dem Bildungsprocesse der himm-
Körper vorherrschend ist, und dass endlich auch
jenen Höhen, das, was wir hier unten wachsen
nichts anderes, als eine nach bestimmten Gesetzen
nde Aggregation und Assimilation der die Natur
Körper bestimmenden Elemente ist.

m Schlusse dieses Gegenstandes wollen wir noch
er vorzüglichsten jener Gebilde des Himmels näher
t.

ner der grössten Nebelflecke, schon mit freyen
sichtbar, ist in dem Schwerte Orions AR $= 5^h\ 27'$,
nz $= 95^\circ\ 0'$. Die vorzüglichste Beschreibung des-
st von Herschel d. J. im dritten Bande der Mem.
onomischen Gesellschaft in London gegeben wor-
r ist durch seine Grösse, durch seine sonderbare
die dem geöffneten Rachen eines Thieres gleicht,
sein starkes Licht und durch die Mannigfaltigkeit
Beleuchtung ausgezeichnet. Ein Theil desselben ist
nd matt begrenzt, während der andere lebhafte
n wirft, und nicht sowohl in einem stetigen Lichte
nten, als vielmehr in gleichsam electrischen Strahlen
dern scheint. Beyde Theile sind durch einen plötz-
schroffen Abfall des Lichtes getrennt, und hart an
lsten Stelle ist eine schwarze Höhle, in welcher

Schröter zuweilen kleine Sterne, pyramidalisch nebel oder Lichtkugeln entstehen, und oft schon nigen Tagen wieder verschwinden sah. Solche rä schwarze Öffnungen sieht man in dem grossen St des Perseus $A = 2^h\ 6'$, $P = 33°\ 41'$; in dem Nebel Leyer $A = 18^h\ 47'$, $P = 57°\ 11'$; in dem Nebel des $A = 17^h\ 51'$, $P = 113°\ 0'$. Bey Antares im Scorp durch eine solche schwarze Öffnung ein Rain drängter Sterne, wie eine Perlenschnur, alle du dunkelrothe Farbe ausgezeichnet. Hieher gehören beyden grossen dunkeln Stellen in einem der hellst der Milchstrasse am südlichen Himmel, nahe an seite des Kreuzes und in der Carls-Eiche, die bey der Benennung der Capflecke oder der Kohlens kannt sind.

Ein zweyter sehr grosser und schon mit blo gen sichtbarer Nebelfleck ist in der Andromeda A $P = 49°\ 42'$. Er hat die Gestalt einer Raute, deren Durchmesser fünfzehn Minuten beträgt. Andere Ne von bedeutender Grösse sind die folgenden, zu d nauer Erkennung aber meistens sehr gute Fernr hören.

AR		Poldistanz		
1^h	49'	71°	41'	Rund, in der Mitte hell, 4 im Durchmesser.
2	11	48	26	Gross und hell, 5^M lang, 3 in der Mitte dunkler.
2	37	98	20	Ausgebreitet, in der Mitte se
7	19	23	55	Gross, hell und rund, die M ler, mit einem Kerne, messer 7^M.
8	41	55	55	Schön, gross und hell, 8^M l breit.
9	20	43	29	Rund, in der Mitte sehr hell, messer 3^M.
9	40	16	56	Gross, im Fernrohre in klein auflösbar, 7^M lang, 6^M b
10	26	51	50	In der Mitte sehr hell, 4^M l breit.

Poldistanz		
45°	28′	Gross, mit einem K..rn in der Mitte, 6 Min. lang, 2 Min. breit.
41	42	Glänzend heller Kern mit nebligen Strahlen, 15^M lang.
63	2	Ein heller Lichtstrahl, 20^M lang, 4^M breit.
87	16	Kugelförmig, glänzend hell, in der Mitte lichter, schon mit mässigen Fernröhren sichtbar.
53	14	Beyde glänzend hell, in der Mitte dicht, mit mässigen Fernröhren schon erkennbar.
91	54	
113	26	Drey Nebelflecke dicht an einander, in ihrer Mitte ein Doppelstern.
114	28	
56	41	Ein sehr ausgebreiteter Nebelfleck, durch gute Fernröhre auflösbar.

..h die eigentlichen Fixsterne erscheinen im Welt- ..ehr ungleichförmig vertheilt. So zeigt sich selbst ..bewaffneten Auge das Sternbild Orions, die Gegend ..n α, γ und θ der Leyer, oder die zwischen β, ε und l ..rs sehr sternreich, während der Luchs oder das ..pard nur sehr wenige und kleine Sterne enthält. Die .. im Krebs (AR $= 8^h\ 29'$, Poldistanz 69° 30′) enthält .. Fläche eines halben Quadratgrades über vierzig .. erkennbare Sterne, und die Pleiaden im Stier ..$3^h\ 37'$, Poldistanz $=$ 66° 27′) enthalten auf dem Rau- ..es Kreises von einem Grade im Halbmesser 1 Stern .. 6 fünfter, 5 sechster und 32 Sterne siebenter Grösse, .. noch mit freyen Augen erkennbare Sterne (S. 129). Es ..rst unwahrscheinlich, dass diese auf so kleine Räume ..nengedrängten Sterne ihre Lage nur dem Zufalle, ..oss ihrer Stellung gegen unser Auge verdanken, und ..e unter einander unabhängig seyn sollten. Noch un- ..heinlicher ist diese Voraussetzung bey den eigentlich ..annten Sternhaufen, wie sie Herschel nannte, ..s sehr regelmässigen und kugelförmigen lichten Mas- ..ie sich durch stärkere Fernröhre in Tausende von .. Fixsternen auflösen, deren Dichte gegen den Mittel-

punct dieser Massen gleichförmig zunimmt, vielle
schönsten und prachtvollsten Gegenstände des Hi
die uns das Bild einer Welt von unzähligen, sich
ander bewegenden Sonnen gewähren. Viele der e
wähnten Nebel werden ohne Zweifel ähnliche Ster
seyn, die aber, ihrer grösseren Entfernung wegen,
sern Fernröhren nicht mehr in einzelne Sterne a
werden können. Die vorzüglichsten dieser kugelfö
und meistens schon durch mässige Teleskope erke
Sternhaufen sind:

AR		Poldistanz	
1h	17′	27°	36′
1	34	29	39
12	30	115	44
13	3	60	45
13	5	71	17
16	47	93	48
16	50	116	0
17	13	46	51
18	22	107	59
19	10	60	8
20	44	103	13
21	21	79	6
21	24	91	32.

Überhaupt fand Herschel d. A., dem wir die

Vorlesung X.

Dauer des Weltsystems.

Wir haben in dem Vorhergehenden gesehen, dass die Körper des Himmels, wie die, welche uns zunächst auf unserer Erde umgeben, einer stufenweisen Entwickelung unterworfen sind, in welcher sie sich unter mannigfaltigem Wechsel ihrer Gestalten der Ausbildung nähern, zu der sie bestimmt sind. Wenn sie aber endlich diese Stufe ihrer Vollendung erreicht haben, was wird dann ihr Loos seyn? Werden sie wieder herabsteigen von ihrer Höhe? Werden auch sie altern und sterben, wie alles, was uns umgibt?

Wenn wir sehen, dass allen Dingen dieser Erde eine nur sehr kurze Periode ihres Daseyns angewiesen ist, nach welcher sie verschwinden und nicht mehr wiederkehren; wenn jeder kommende Winter die schönen Gebilde unserer Fluren zerstört; wenn ganze Geschlechter von Thieren verschwinden; wenn volkreiche Städte untergehen, und weltbeherrschende Nationen vorüberziehen vor unseren Augen, wie die Bilder eines Schattenspieles an der Wand, und spurlos hinuntersinken in die ewige Nacht; wenn so alles, was uns hier unten umgibt, fortgerissen wird von dem Strome der Zeit und seiner Auflösung und Zerstörung unaufhaltsam entgegeneilt, so wenden wir uns schaudernd ab von diesen Bildern des Todes, und erheben unseren Blick aufwärts, um dort noch Trost und Hülfe zu finden. Dieser Himmel, der über uns ausgespannt ist, wird bleiben und bestehen, wenn auch alles unter ihm vergeht, und diese Sonne, dieser Mond, die uns so freundlich im Leben geleuchtet haben, sie werden wenigstens die Blumen noch bescheinen, die über unseren Gräbern blühen. — Oder ist auch diese

Hoffnung eitel? Sollen diese Körper des Himmels, soll
Himmel selbst auch vergehen? Erstreckt sich jene al
zermalmende Kraft des Todes fort und fort bis an
Grenzen des Weltalls, und soll einst eine Zeit kommen,
welcher auch von ihnen dort, wie von uns hier, keine S
mehr ist?

Die Astronomen haben sicht bemüht, diese nied
schlagenden Ideen zu zerstreuen, und in der Einricht
unseres Planetensystems selbst die Ursachen seiner imm
währenden Erhaltung zu finden. Selbst auf unserer E
zeigen sich Anlagen, die unverkennbar auf die Absicht ei
sehr langen Dauer derselben deuten. Die durch die Be
achtungen bestätigte Stabilität der beyden Pole der Erde
ihrer Oberfläche, und das Gleichgewicht der diese Ob
fläche bedeckenden Meere, die nie aus ihren Gestaden tret
und die beyde zur Erhaltung organischer Wesen so no
wendig sind, sind zugleich beyde nur eine einfache F
der Rotation der Erde, verbunden mit der Wirkung
allgemeinen Schwere. Denn diese Rotation hat die E
abgeplattet, und diese Abplattung hat die Lage der R
tionsaxe gesichert, und dadurch die Beständigkeit des Kli
jedes Erdstriches, und die Unveränderlichkeit der Dauer
Tages, dieser Basis aller unserer Zeitmessungen, herbe
führt; die Schwere aber hat die dichteren Schichten der E
ihrem Mittelpuncte genähert, und dadurch die mittl
Dichte der Erde grösser, als jene der sie bedeckend
Gewässer gemacht, was allein schon hinreichend war,
Stabilität des Gleichgewichtes der Meere zu sichern, u
der Wuth ihrer Fluthen einen Zügel anzulegen, der ihn
nicht gestattet, ihre Ufer zu verlassen, und das Festla
den Wohnort unzähliger Landthiere, mit ihren Wogen
bedecken.

Aber noch viel umfassendere Einrichtungen scheint
Natur zur Erhaltung des ganzen Planetensystems getrof
zu haben. Durch die gegenseitigen Störungen dieser Kör
werden die Lagen ihrer Bahnen, und die Gestalten ders
ben immerwährenden Änderungen unterworfen, und di
Änderungen müssen endlich, wenn sie ohne Aufhören fo
gehen, die schönen Verhältnisse, welche wir jetzt in

em Planetensysteme bemerken, aufheben, und dadurch System selbst seinem Untergange entgegenführen. Allein Berechnungen der Mechanik des Himmels lehren uns, jene Störungen der grossen Maschine keineswegs im- in demselben Sinne fortschreiten, sondern dass sie viel-r, wie die periodischen Schwingungen eines Pendels, vor- bald rückwärts gehen, ohne sich je in der Folge Zeiten anzuhäufen. Diese die Erhaltung des Ganzen hützenden Oscillationen um einen stabilen mittleren Zu-d sind, wie die Analysis zeigt, das Resultat der ein-en Einrichtung, nach welcher in unserm Systeme alle eten sich in derselben Richtung um die Sonne egen, verbunden mit der anfänglichen geringen Grösse Excentricitäten ihrer Bahnen, und den kleinen Neigungen Ebenen gegen einander. Diese Einrichtung ist die che, dass alle säculären Perturbationen dieses Systems periodisch wiederkehrende, und in enge Grenzen ssene Wirkungen sind; dass die gegenwärtigen nie Kometen mit sehr excentrischen Bahnen ge-sind, und nie in solche übergehen können; dass die nie mit dem Äquator zusammenfallen wird, da ationen ihrer Neigung selbst in dem Lauf von vielen enden noch nicht drey Grade betragen, und dass ch, so lange keine äusseren Störungen auf das em verderbend einwirken, die Stabilität und die Dauer lben durch die gegenseitige Anziehung der Planeten ht aufgehoben werden kann.

Ist nämlich m die Masse eines Planeten in Theilen Sonnenmasse ausgedrückt, und a die halbe grosse Axe er Bahn, so wie ae die Excentricität derselben, und ichnet man für einen andern Planeten dieselben Grössen h m', a', a'e' u. s. w., so führt die Auflösung des lems der drey Körper auf die Gleichung

$$e^2 m \sqrt{a} + e'^2 m' \sqrt{a'} + e''^2 m'' \sqrt{a''} + \ldots = \text{Const.},$$

elchem Ausdrucke die Grössen $\sqrt{a}$, $\sqrt{a'}$, $\sqrt{a''}$... alle tiv genommen werden müssen, wenn, wie es in unserem ensysteme der Fall ist, alle Planeten sich nach der-en Richtung um die Sonne bewegen. Die Grössen m'... aber sind, ihrer Natur nach, so wie die Quadrate

e'$_1$, e''... immer positiv, und da beyde, den Beobac
gen gemäss, nur klein sind, so müssen sie auch, der
benen Gleichung zu Folge, immer klein bleiben, od
die Grössen m, m'... so wie a, a'..., wie wir bald
werden, unveränderlich sind, so können sich die Plar
bahnen nie beträchtlich von der Kreisgestalt entfernen.

Die Bewegung der Apsiden ist diesen Beschränk
nicht unterworfen, da sie, wenn gleich mit veränder
Geschwindigkeiten, immer in derselben Richtung
gehen, und endlich die ganze Peripherie ihres Kreises d
laufen. Allein bey diesem Elemente ist ein immerwähr
Fortgang nach derselben Seite ohne allen Einfluss au
Zustand oder die Dauer des Systems, da es in Bezie
auf die Bewegung der Planeten um die Sonne im
meinen gleichgültig ist, nach welchem Fixstern die Aps
linie gerichtet ist.

Ganz anders aber verhält es sich mit dem bisher
nicht betrachteten Elemente, mit der grossen Axe
Planetenbahnen, oder mit den Halbmessern der von i
beschriebenen Kreise. Die geringste Änderung dieser
messer müsste, da sie, ihrer Natur nach, nicht periodi
sondern nur progressiv seyn kann, auf die Erhaltung
Ganzen die nachtheiligsten Folgen äussern. Eine Abn
desselben würde den Planeten in immer kleinern Sp
um die Sonne treiben, und ihn endlich auf sie stürzen,
eine Zunahme desselben würde ihn immer mehr von
Sonne entfernen, und endlich in die Attractionssphäre
der Fixsternsysteme führen, und beyde Fälle würden
Zerstörung der auf ihm lebenden Geschöpfe, und viel
die des Planeten selbst zur Folge haben. Beyden ist
auch durch die eben so einfache als bewunderungswü
Einrichtung vorgebeugt, dass die siderischen Umlaufs
der Planeten unter sich incommensurabel sind. Wenn
nur zwey dieser Umlaufszeiten sich wie zwey kleinere
Zahlen verhielten, so würden diese Umlaufszeiten s
und also, dem dritten Gesetze **Keplers** zu Folge, auc
grossen Axen ihrer Bahnen veränderlich, und die Erha
des Systems nicht mehr gesichert seyn. Der Umstand,
die Umlaufszeit Jupiters sich zu der Saturns auch nur

egen Ost, verbunden mit der anfänglichen Kleinheit
:entricitäten und der Neigungen ihrer Bahnen, und
tionalität ihrer Umlaufszeiten, diess sind also die Bedin-
der Stabilität unsers Sonnensystems, diess die zarten
an welche die Natur die Dauer unserer Welt ge-
hat. Es kann für den aufmerksamen Beobachter kei-
reifel unterliegen, dass diese Einrichtung nicht zu-
sondern dass sie, dem wichtigen Zwecke der Erhal-
s Ganzen gemäss, absichtlich getroffen worden ist.
lein eine auch noch so lange Dauer ist noch keine
Dauer, und die letzte, scheint es, ist durch nichts
t, da, was die inneren Störungen des Systems nicht
irken im Stande sind, in der Folge der Zeiten doch
äussere Einwirkungen auf dasselbe herauf geführt
kann. Welchen Anspruch hätten auch wir und alle
die uns umgeben, auf eine keinem Unfalle unterwor-
af eine immerwährende Dauer? Die Erhaltung der
kann eben so gut, wie ihre endliche Zerstörung, wenn
Zeit gedauert und ihren Zweck erfüllt haben, in den
en der Natur liegen, die zu ergründen uns unmöglich
ir sehen, dass dieselbe Natur auf gleiche Weise auch
Erhaltung der Geschlechter der die Erde bewohnen-
schöpfe, ja selbst für die Erhaltung der Indivi-
erselben mütterliche Sorge trägt, während sie doch

auflodernden Lichte erschienen, selbst Jupiter und Venus a Glanz übertrafen, und bald darauf mit immer mattere Lichte, einer verlöschenden Kohle gleich, gänzlich von de Himmel verschwanden? Welch ein Schauspiel, eine bre nende Welt, die mit allen ihren, von unzähligen Geschöpf bewohnten Planeten und Kometen in Asche zerfällt!

Also wo immer wir in der Natur Wachsthum und Z nahme bemerken, da sehen wir auch Abnahme und To wo immer im Wechsel der Dinge Fortgang ist, da ist au Untergang, scheinbarer Untergang wenigstens, Abwechslu von Gestalten und Formen, und aus dem Moder der Ve wesung Hervorgang eines neuen Lebens. So eilt alles, w Körper, das heisst, was sterblich ist, wenn es seine Ze gedauert und seine Bestimmung erfüllt hat, der Auflösu entgegen, und kann durch keine Kraft zurückgehalten we den. Und wie auf den Gipfeln unserer Berge, und in d Abgründen der Erde die Versteinerungen und Überreste d Thiere und Pflanzen einer längst verschwundenen Vorw zerstreut liegen, so werden auch einst die morschen Trü mer des grossen himmlischen Baues über uns, in dem We raume zerstreut werden. Diese Sonne wird erlöschen, und d zahllosen Sterne des Himmels werden vergehen, und von i nen allen wird dort oben, wie von Babylon und Karthag hier unten keine Spur mehr seyn. Wenn sie verblüht habe werden sie abfallen, wie welke Blätter, mit denen die Win spielen, und dieselbe Welle, die sie getragen hat, wird s hinabziehen in die Tiefe des Weltmeeres, in den Abgru der ewigen Nacht. Nur Einer, den kein Nahme nennt, E allein ist über diesem Ocean der Welten, der zu d Füssen seines Thrones wogt: Er wird auch über ihr Trümmern seyn, wenn sie einst in Staub zerfallen. Ne Schöpfungen werden aus der Verwesung keimen, un wieder vergehen, um ihre Stellen in immer wechselnd Reihen ihren Nachfolgern zu überlassen. Nur Er, der k nen Wechsel kennt, vor dem nichts gross, und dem d Tod einer Welt gleich dem der Milbe ist, Er allein wi unwandelbar und ewig bleiben.

VIERTE ABTHEILUNG.

Instrumente.

Loth und Libelle.

1. §. Die einfachste Gestalt eines Bleylothes ist die ei-
ns gleichschenkligen Dreyeckes, in dessen Scheitel ein mit
inem Gewichte beschwerter Faden befestigt wird, der,
ey einer senkrechten Stellung der Ebene des Dreyecks,
he bey der Basis desselben, ohne sie zu berühren, vor-
eygeht. Diese Basis ist in ihrer Mitte mit einem eingetheil-
en Kreisbogen versehen. Ist die Ebene, oder genauer die
Lin. auf welcher das Instrument steht, horizontal, so zeige
er Faden auf dem Kreisbogen den Grad A. Ist aber jene
ie z. B. auf der Westseite um den Winkel x über dem
izont erhoben, so wird der Faden den Grad A — x zei-
n. Ist überdiess der westliche Arm des Dreyecks länger,
s der andere, so wird der Faden den Grad

$$A - x - y = a$$

igen. Stellt man dann das Instrument in verkehrter Lage,
dass der früher westliche Arm desselben jetzt der östli-
e werde, auf dieselbe Linie, so wird der Faden den
rad

$$A + x - y = a'$$

igen. Aus diesen beyden Gleichungen folgt

$$x = \tfrac{1}{2}(a' - a)$$

$$y = A - \tfrac{1}{2}(a' + a) \text{ oder } A - y = \tfrac{1}{2}(a' + a)$$

er die Neigung der Ebene, worauf das Instrument steht,
gen den Horizont, ist die halbe Differenz, und der wahre
llpunct, welchen der Faden zeigen soll, wenn die Ebene
rizontal ist, ist die halbe Summe der beyden Lesungen.
e halbe Differenz gibt also die gesuchte Neigung der Ebene,
lbst ohne den Fehler des Instruments zu kennen; die halbe
mme aber gibt diesen Fehler oder die Correction des
strumentes.

2. §. Eben so wird man bey den Libellen oder Wa
serwagen verfahren, die bekanntlich aus einer cylindrische
an ihrer obern Seite kreisförmig gebogenen Glasröhre, m
Weingeist nicht ganz gefüllt, bestehen, so dass die no
übrig bleibende Luftblase immer den höchsten Punct d
kreisförmigen Höhlung einnimmt. Diese Libellen werd
gewöhnlich mit eigenen Armen oder Haken an die zu u
tersuchenden Axen der Instrumente gehängt. Stehen da
die beyden Enden der Blase in der einen Stellung der L
belle bey den Puncten a und b ihrer Scale, und in der en
gegengesetzten Stellung der Libelle (wo der westliche Ax
zum östlichen gemacht wird) bey den Puncten a' und b
(wo a' dasselbe Ende ist, welches in der ersten Stellu
durch a bezeichnet wurde), so ist die Neigung der Axe g
gen den Horizont gleich

$$\frac{k}{2}(a-a') \text{ oder } \frac{k}{2}(b'-b)$$

$$\text{oder genauer } \frac{k}{4}[(a-a')+(b'-b)],$$

wo k der Werth eines Intervalls der Scale der Libelle
Diese Neigung der Axe wird man, wenn sie nur klein i
bey den Beobachtungen in Rechnung bringen. Will man
aber an der Axe selbst verbessern, so wird man bey der zwe
ten oder verkehrten Lage der Libelle die Axe durch i
Schraube dahin bringen, dass die Libelle $\frac{a+a'}{2}$ oder $\frac{b+}{2}$

oder genauer $\frac{a+b+a'+b'}{4}$ zeigt. Will man dann nach d
ser Correction der Axe auch die Libelle selbst rectificire
so wird man, durch die Correctionsschraube der Libell
dieselbe so lange verändern, bis die Blase genau in der Mi
derselben steht.

Dieses Verfahren, schon durch die uncorrigirte Libel
die Neigung der Axe entweder zu bestimmen, oder au
wegzubringen, scheint mir dem gewöhnlichen vorzuzieh
zu seyn, in welchen man, nach jeder Umkehrung der Li
belle, die Hälfte der Abweichung der Blase, oder die Diff
renz der beyden Grössen a und a' durch die Schraube der Ax
und die andere Hälfte durch die Schraube der Libelle we

ringen sucht, ein Verfahren, was bey den neueren, em-
ndlichen, und sich erst spät ins Gleichgewicht setzenden
bellen unbequem und zeitraubend, und überdiess wegen
r durch die Bewegung der Libellenschraube erfolgten und
h nur langsam wieder herstellenden Spannung der metal-
nen Fassung auch ungewiss ist.

Diese Fassung hat nebst der bisher erwähnten Schraube,
rch welche die Glasröhre an dem einen ihrer beyden End-
ncte erhöht oder erniedrigt werden kann, auch noch zwey
itenschrauben, die mit jener ersten unter rechten Winkeln
hen, und dazu bestimmt sind, die Glasröhre mit der zu
üfenden Axe des Instruments parallel zu machen. Man
kennt diesen Parallelismus, wenn man die durch ihre
aken an der Axe hängende Libelle aus ihrer verticalen
ellung bringt, und die Blase durch diese Bewegung ihrer
elle nicht ändert. Bringt man die Libelle aus ihrer frey-
egenden Lage, so, dass man sie dem vor ihr stehenden
bachter nähert, und geht dabey die Blase links, so
die linke Seite der Libelle zu weit von dem Beobach-
r, geht aber die Blase rechts, so ist die linke Seite der
belle zu nahe an dem Beobachter.

Da sich durch die Verschiedenheit der Temperatur die
ase ändert, die im Sommer klein und träg, im Winter
er wohl dreymahl länger und sehr empfindlich wird, so
nn man eine andere an ihren beyden Enden verschlossene
asröhre von kleinerm Durchmesser in die Röhre der Li-
lle geben, wodurch die Menge des Weingeistes und da-
r auch die Veränderlichkeit der Blase sehr vermindert
rd. Die eingelegte Glasröhre wird mit Wasser gefüllt, da-
t sie auf dem Weingeiste nicht schwimme und die Bil-
ng der Blase hindere, und ihre Länge muss von der der
belle nur wenig verschieden seyn, damit nicht, bey dem
nwenden der Libelle in eine schiefe Lage, das Herabfal-
der eingelegten Röhre an den Deckel der Libelle, der
tern schaden könne. Wird durch die allmählige Verdün-
ng des Weingeistes die Blase endlich zu lang, so muss
n den Deckel derselben öffnen, und etwas Weingeist
hgiessen. Dabey wird das von der vorigen Verschliessung
h Anklebende weggeschafft, und bey dem Schlusse der

Libelle der Deckel mit Gummi elasticum, welches man a einem Lichte anbrennt, bestrichen und aufgedrückt, dan ein Stück einer weichen, feinen Blase fest darüber gezoger und diese mit einem starken Faden in der eingeschliffene Rinne stark umwunden. Wenn die Blase wieder trocken g worden ist, kann man sie mit einem Firniss überziehe Übrigens wird man diese wiederholten Füllungen vermeide wenn die Libelle gleich anfangs hermetisch geschlossen u verkittet wird, allein dann ist auch ihre Öffnung, wenn s zufällig nöthig werden sollte, nicht gut möglich.

Den Werth eines Theilstriches der Libelle kann m finden, wenn man sie an die Speichen eines eingetheilt Kreises befestiget, und dann durch die Bewegung des Kr ses die Blase von einem Puncte der Libelle bis zu eine andern gehen lässt. Die beyden äussersten Enden der L belle werden dabey am besten vermieden. Geht die Bl durch α Theilstriche, während der Kreis durch β Secund rotirt, so ist der Werth eines Theilstriches gleich $\frac{\beta}{\alpha}$ Secu den. Man wird bey diesen Verfahren häufig finden, dass nic alle Theilstriche, obschon sie gleiche Länge haben, au genau gleichen Werthen entsprechen; dass die von der Mit entferntern gewöhnlich die unsichersten sind, und dass end lich auch der Werth der Theilstriche durch die Tempera tur etwas geändert wird.

Vernier.

4. §. Der Vernier oder Nonius ist eine in gleiche Thei getheilte gerade oder krumme Linie, welche sich an ein anderen, in andere, aber wieder in gleiche Theile getheil ähnliche Linie auf und ab bewegen lässt. Der Zweck desselbe ist, die Zwischenräume, welche zwischen den Theilstriche der letzten Linien enthalten sind, wieder in kleine Thei zu theilen.

Wenn zwey gleichgrosse Bogen von Kreisen, oder wen zwey gleich grosse gerade Linien, deren Länge gleich a sey soll, in gleiche Theile so eingetheilt werden, dass die Za

…gleichen Theile bey der einen Linie n, und bey der …dern $n+1$ ist, so wird ein Theil der ersten gleich $\frac{a}{n}$, …d ein Theil der anderen gleich $\frac{a}{n+1}$, und daher die Dif… jeder zwey Theile gleich $\frac{a}{n(n+1)}$, also viel kleiner, als …der dieser Theile selbst seyn. Ist z. B. ein Kreisbogen von … 10 Minuten eingetheilt, so enthält jeder Bogen des…ben von 9° 50′ eine Anzahl von 59 Theilstrichen. Hat da…r ein anderer eben so grosser Bogen, oder der Vernier, … Theilstriche, so ist $a = 590'$ und $n = 59$, also beträgt …e Differenz von jedem Theile des Bogen und einem Theile …s Verniers

$$\frac{a}{n(n+1)} = \tfrac{1}{6} \text{ Minute oder 10 Secunden.}$$

Wenn man daher auf jenem Kreise früher unmittelbar … Minuten lesen konnte, so kann man jetzt, durch … des Verniers, 10 Secunden lesen. Coincidiren näm… von beyden Bogen die 1, 2, 3 … N^te^ Theilstriche, so … man in derselben Ordnung haben 10″, 20″, 30″ … N″. … wird hinreichen, jeden andern getheilten Vernier ge…g zu gebrauchen, und die Subdivisionen desselben si…r und schnell zu lesen.

Fadenmicrometer.

5. §. Zur Bestimmung der Zeit oder der Rectascension …t man in dem Brennpuncte der Fernröhre, welche sich … in der Ebene des Meridians auf und ab bewegen, …e gewöhnlich ungerade Anzahl von senkrechten Fäden …gespannt. Sind die Distanzen dieser Fäden alle gleich …, so ist die Summe der beobachteten Durchgangszeiten …s Sterns durch alle Fäden, dividirt durch die Anzahl n …r Beobachtungen, gleich einer n fachen Beobachtung an …m mittleren Faden. Sind aber diese Zwischenräume, wie …wöhnlich, etwas verschieden, und sind z. B. für drey Fä…n $t\,t'\,t''$ die drey beobachteten Durchgangszeiten, und a

und a' das Intervall des ersten und dritten von den mit ren, so hat man, wenn p die Poldistanz des Sterns bezei net, für die drey auf den mittleren Faden reducirten obachtungszeiten

$$t + \frac{a}{\operatorname{Sin} p}$$

$$t'$$

$$t'' - \frac{a'}{\operatorname{Sin} p}$$

und daher das Mittel aus allen drey Beobachtungen

$$\frac{t + t' + t''}{3} + \frac{a - a'}{3 \operatorname{Sin} p}$$

Ist eben so für fünf Fäden die Distanz des 1, 2, 4 von den mittleren gleich a, a', a'' und a''', so ist das aus allen fünf Beobachtungen

$$\frac{t + t' + t'' + t''' + t''''}{5} + \frac{a + a' - a'' - a'''}{5 \operatorname{Sin} p} \text{ u. s. w.}$$

Die Grössen a, a', a''.... aber findet man, wenn Durchgangszeit eines dem Pole nahen Sterns, dessen Aberration und Nutation aber nicht mit der Refraction Poldistanz P ist, beobachtet. Ist T die Sternzeit, der Stern braucht, das Intervall zweyer nächster Fä rückzulegen, so erhält man die Distanz a dieser Fäden Äquator in Bogensecunden ausgedrückt, durch die Gleic

… und schwarz erscheinen. Auch kann man den Faden auf einen wohl bestimmten, entfernten Gegenstand stellen, und das Auge vor dem Oculare so weit als möglich seitwärts bewegen. Geht bey dieser Bewegung des Auges, Aug und Bild des Objects auf dieselbe Seite, so ist der Faden zu nahe an dem Auge; geht aber Aug und Bild auf verschiedene Seiten, so ist der Faden zu weit von dem Auge entfernt.

6. §. Mit diesen senkrechten Fäden werden oft noch zwey horizontale verbunden, von welchen der eine fest ist, während der andere ihm parallele durch eine Schraube demselben genähert, oder von ihm entfernt werden kann. Kennt man den Werth einer Umdrehung der Schraube, so kann man mittelst dieser beyden Fäden die Declinationsunterschiede der durch das unverrückte Fernrohr gehenden Sterne …en. Diesen Werth einer Umdrehung aber erhält man …h zwey Sterne, deren Differenz der Declinationen ge…bekannt ist, oder durch den Durchmesser der Sonne, …endlich durch terrestrische Objecte, deren Durchmes…r und Entfernung von dem Instrumente genau bekannt ist. …den Parallelismus der verticalen Fäden zu untersuchen, …t man Sterne von nahe gleicher Declination so weit als möglich über und unter dem Mittelpuncte des Feldes durch…en, um zu sehen, ob die Intervalle der Fäden für beyde Sterne gleich gross sind. Die Verticalität derselben prüft man, wenn man, nachdem die Drehungsaxe des Fernrohrs genau horizontal gestellt wurde, den Faden an irgend einem scharf begrenzten Object auf und ab laufen lässt. Den Parallelismus der horizontalen Fäden mit dem Äquator oder mit den Parallelkreisen der Sterne endlich findet man, wenn man einen dem Äquator nahen Stern in der Mitte des Feldes auf den Faden bringt; entfernt sich dann der Stern …he bey seinem Austritte von dem Faden, so dreht man denselben, bis er den Stern wieder trifft, ein Verfahren, welches man so lange fortsetzen wird, bis der Stern den ganzen Faden ohne Abweichung durchläuft.

Fadennetze.

7. §. Ausser den bisher betrachteten parallelen Fäd
hat man noch verschiedene Netze von mehreren, gegen ein
ander geneigten Fäden, deren Ebene ebenfalls durch de
Brennpunct des Objectivs, senkrecht auf die optische Ax
des Fernrohrs gestellt wird.

Seyen AC und BC (Fig. 13) zwey unter dem Wink
$ACB = m$ gespannte Fäden. Die Sternzeiten, welche zwe
bekannte Sterne brauchen, die Sehnen AB und A'B' z
durchlaufen, durch 15 Sin Poldist. multiplicirt, seyen t un
t', und eben so sey die Zeit des Kometen durch A''B'' glei
t''. Man ziehe die auf diese Wege senkrechten Linien $Ab'' = d$
$Ab = d'$ und $A'b' = d$, so ist d'' die bekannte Differenz d
Poldistanzen der beyden Sterne. Denkt man sich durch
eine den Winkel $ACB = m$ halbirende Gerade CP, un
nennt man den Winkel dieser Geraden mit den Paralle
kreisen der Sterne oder den Winkel $BPC = x$, so hat ma
folgende Gleichungen

$$\frac{AC}{t} = \frac{A'C}{t'} = \frac{A''C}{t''} = \frac{\operatorname{Sin}\left(x + \frac{m}{2}\right)}{\operatorname{Sin} m},$$

$$\operatorname{Sin}\left(x - \frac{m}{2}\right) = \frac{d''}{A'C - AC} = \frac{d'}{A''C - AC} = \frac{d}{A''C - A'C} \text{ und}$$

$$\operatorname{tg}\left(x - \frac{m}{2}\right) = \frac{d'}{A''b} = \frac{d}{A''b'}.$$

Substituirt man die Werthe von AC und A'C aus de
ersten dieser Gleichungen in der folgenden

$$\operatorname{Sin}\left(x - \frac{m}{2}\right) = \frac{d''}{A'C - AC},$$

so erhält man

$$\operatorname{Sin}\left(x + \frac{m}{2}\right) \operatorname{Sin}\left(x - \frac{m}{2}\right) = \frac{d'' \operatorname{Sin} m}{t' - t} \text{ oder}$$

$$\operatorname{Cos} 2x + = \operatorname{Cos} m - \frac{2 d'' \operatorname{Sin} m}{t' - t} \quad . \quad . \quad (I).$$

Kennt man so durch die beyden bekannten Sterne den Wer
von x oder die Lage des Netzes gegen die Parallelkrei

erne, so findet man leicht die Differenzen der Rec-
sion und der Poldistanz des Kometen und eines der
Sterne. Es ist nämlich

$$d = (A''C - A'C) \operatorname{Sin}\left(x - \frac{m}{2}\right), \text{ oder}$$

$$d = (t'' - t') \frac{\operatorname{Sin}\left(x + \frac{m}{2}\right) \operatorname{Sin}\left(x - \frac{m}{2}\right)}{\operatorname{Sin} m},$$

ndlich

$$\left.\begin{aligned} d &= \frac{(t'' - t').d''}{t' - t}, \text{ und eben so} \\ d' &= \frac{(t'' - t).d''}{t' - t} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (\mathrm{II}),$$

rch die Differenzen der Poldistanzen des Kometen und
eyden Sterne gegeben sind. Ferner ist

$$A''b' = d \operatorname{Cotg}\left(x - \frac{m}{2}\right),$$

enn man den vorhergehenden Werth von d substi-

$$\left.\begin{aligned} &= \tfrac{1}{2}(t'' - t') \frac{(\operatorname{Sin} 2x + \operatorname{Sin} m)}{\operatorname{Sin} m} \text{ und eben so} \\ &= \tfrac{1}{2}(t'' - t) \frac{(\operatorname{Sin} 2x + \operatorname{Sin} m)}{\operatorname{Sin} m} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (\mathrm{III}).$$

Verbessert man dann den beobachteten Eintritt des Ko-
in A'' durch die Grösse A''b oder durch A''b', so
der Unterschied dieses verbesserten Eintritts des Kome-
nd des beobachteten Eintritts des ersten Sterns in A
des zweyten in A', die Differenz der Rectascension des
ten und des ersten oder des zweyten Sterns.

§. Hat man drey sich in einem Puncte D (Fig. 14)
idende Fäden, und nennt man die Winkel ADB = m,
= n, und den Winkel des mittleren Fadens mit dem
elkreise DBC = x, so wie die Sehnen AB = t, BC = θ
A'B' = t', B'C' = θ', so hat man folgende Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{AD}{t} &= \frac{A'D}{t'} = \frac{\operatorname{Sin} x}{\operatorname{Sin} m}, \\ \frac{BD}{\theta} &= \frac{B'D}{\theta'} = \frac{\operatorname{Sin}(x + n)}{\operatorname{Sin} n} \end{aligned}\right\}.$$

Heisst die auf den Weg des zweyten Sterns se Linie, oder die Distanz der beyden Parallelkreise

$$A'\alpha = B'\beta = C'\gamma = d,$$

und ist

$$A\alpha = a,\ B\beta = b,\ C\gamma = c,$$

so ist

$$\left.\begin{array}{l} AD - A'D = \dfrac{d}{\mathrm{Sin}\,(x-m)} \\[2ex] BD - B'D = \dfrac{d}{\mathrm{Sin}\,x} \end{array}\right\},$$

und endlich

$$\left.\begin{array}{l} a = d\,\mathrm{Cotg}\,(x-m), \\ b = d\,\mathrm{Cotg}\,x, \\ c = d\,\mathrm{Cotg}\,(x+n). \end{array}\right\}$$

Substituirt man die Werthe von AD, A'D... beyden ersten dieser Gleichungen in der dritten und so erhält man

$$d = (t - t')\,\frac{\mathrm{Sin}\,x\,\mathrm{Sin}\,(x-m)}{\mathrm{Sin}\,m},\ \text{und}$$

$$d = (\theta - \theta')\,\frac{\mathrm{Sin}\,(x+n)\,\mathrm{Sin}\,x}{\mathrm{Sin}\,n},$$

und wenn man diese zwey Werthe von d einande setzt,

$$\mathrm{Cotg}\,(x-m) = \frac{\frac{t}{\theta'}\cdot\frac{\mathrm{Sin}\,n}{\mathrm{Sin}\,m} - \mathrm{Cos}\,(m+n)}{\ldots}\ \ldots(I$$

[redacted]

;. Einfacher werden diese Ausdrücke, wenn man m=n, oder die beyden Winkel der Fäden einanch setzt. Den Winkel x wird man immer nahe gleich len nehmen, oder das Netz so stellen, dass der mittden nahe senkrecht auf den Weg des Sterns ist.

enn man um einen Kreis ein Quadrat beschreibt, 1 dem oberen Berührungspuncte nach den zwey unken, so wie von dem unteren Berührungspuncte nach ey oberen Ecken des Qu drats gerade Linien zieht, essen diese vier gerade Linien einen Raum ein, n das Bradley'sche Netz t. Diese Fäden bilden 1 senkrechten Durchmesser des Kreises einen Winsen Tangente gleich $\frac{1}{2}$ is, so dass man hat tg m = $\frac{1}{2}$, und daher Sin m = 1 $= \frac{1}{\sqrt{5}}$ und Cos m n $= \frac{2}{\sqrt{5}}$. Substituirt m diese Werthe in den vorden Gleichungen, so erhält man für das Brade Netz

$$\tan x = -\tfrac{1}{2}\,\frac{(\theta + t)}{\theta - t},$$

$$d = \frac{4\theta(t - t')(t + \theta)}{5(t^2 + \theta^2) - 6t\theta},$$

$$a = \frac{d(5t - 3\theta)}{4\theta},$$

$$b = \frac{2d(t - \theta)}{t + \theta},$$

$$c = \frac{d(3t - 5\theta)}{4t},$$

n noch bemerken kann, dass immer $t\theta' = t'\theta$, also $(\theta - \theta') = \theta(t - t')$ ist.

t das Netz ein vollkommenes Quadrat, also m = n so hat man

$$\mathrm{tg}(x - 45) = \frac{\theta}{t},$$

$$d = \frac{\theta(t - t')(t + \theta)}{t^2 + \theta^2},$$

$$a = \frac{dt}{\theta} \quad \text{u. s. w.}$$

Ist überhaupt bloss $m = n$, und $x = 90°$, so hat man für des dieser Netze

$$d = (t - t') \operatorname{Cotg} m$$
$$a = (t - t'),$$
$$b = o \text{ und}$$
$$c = -(t - t')$$

M. s. Delambre, Astronomie Vol. I. p. 97 und Mon. Co Vol. I. p. 120.

Kreismicrometer.

10. §. Wenn die dem Auge nächste Blendung (Di phragma) des Fernrohres genau kreisförmig ausgedreht, u auf die optische Axe desselben senkrecht gestellt wird, so w auch das Feld des Fernrohres, welches durch dieses D phragma bestimmt ist, eine kreisförmige Fläche am Hi mel einnehmen. In diesem Kreise werden die Sehnen, w che die durch ihn gehenden Sterne beschreiben, alle se recht auf den Stundenkreis seyn, der durch den Mittelpu des Kreises geht, und man wird daher, aus den beobacht ten Ein- und Austreten zweyer Sterne, die Differenz ihr Rectascensionen sowohl, als die ihrer Poldistanzen bestim men können, wenn der Halbmesser des Kreises bekannt i

Bequemer zur Beobachtung ist ein feiner metallen Ring, der in der Ebene jener Blendung liegt, also dur den Brennpunct des Objectivs geht, und durch zwey Sti chen an der Blendung befestiget wird. Man hat dabey d Vortheil, die Sterne schon vor ihrem Eintritte in den Ri zu sehen, und sie an der äussern sowohl, als auch an d inneren Fläche des Ringes zu beobachten, wenn beyde kre förmig abgedreht sind. Da es aber für den Künstler schw ist, den feinen Ring ohne Veränderung seiner Form von d Drehbank zu nehmen, so wird es, nach Frauenhofers V fahren, besser seyn, ihn zuerst durch einen concentrisch Ring, den man aus einer parallelen Glastafel geschnit hat, an das Diaphragma zu befestigen, und nach dieser B festigung seine beyden Seiten genau kreisförmig ab drehen.

Bestimmung des Halbmessers.

11. §. Zuerst wollen wir sehen, wie man aus dem be-bachteten Durchgange zweyer bekannten Sterne den Halb-messer r des Kreismicrometers bestimmen kann.

Sey t die halbe Zeit zwischen dem Ein- und Austritte es ersten Sterns in Secunden der Sternzeit ausgedrückt, p essen Poldistanz, d der Abstand der von ihm beschriebe-n Sehne von dem Mittelpuncte des Kreises, und endlich $=15\,t\,\text{Sin}\,p$. Für einen zweyten Stern seyen dieselben rössen t', p', d' und $a'=15\,t'\,\text{Sin}\,p'$. Was man, wenn man icht an einer Sternuhr beobachtet, statt jenem Factor 15 en soll, ist aus I. S. 51 bekannt.

Nennt man nun $90°-m$ und $90°-m'$ die Winkel, elche, bey dem Ein- oder Austritte des Sterns, der Halb-messer des Feldes mit der Sehne desselben bildet, so hat man

$$a=r\,\text{Sin}\,m,\quad a'=r\,\text{Sin}\,m',\ \text{und}$$

$$p-p'=r(\text{Cos}\,m+\text{Cos}\,m'),\ \text{also auch}$$

$$a+a'=r(\text{Sin}\,m+\text{Sin}\,m')\ \text{und}\ a-a'=r(\text{Sin}\,m-\text{Sin}\,m').$$

Die drey letzten Gleichungen geben durch Division

$$\frac{a+a'}{p-p'}=\text{tg}\,\tfrac{1}{2}(m+m'),$$

$$\frac{a-a'}{p-p'}=\text{tg}\,\tfrac{1}{2}(m-m').$$

Hat man durch die beyden letzten Ausdrücke die Wer-the von m und m' gefunden, so erhält man den gesuchten Werth von r durch die Gleichungen

$$r=\frac{a}{\text{Sin}\,m}=\frac{a'}{\text{Sin}\,m'}=\frac{\tfrac{1}{2}(a+a')}{\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}(m+m')\,\text{Cos}\,\tfrac{1}{2}(m-m')}$$

$$=\frac{\tfrac{1}{2}(a-a')}{\text{Cos}\,\tfrac{1}{2}(m+m')\,\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}(m-m')},$$

oder endlich durch

$$r=\frac{\tfrac{1}{2}(p-p')}{\text{Cos}\,\tfrac{1}{2}(m+m')\,\text{Cos}\,\tfrac{1}{2}(m-m')}.$$

Setzt man der Kürze wegen $P=p-p'$, so geben die vor-hergehenden Ausdrücke

$$(2\,r\,P)^2=[P^2+(a+a')^2][P^2+(a-a')^2]\ \text{oder}$$

$$4\,r^2P^2=P^4+2\,P^2(a^2+a'^2)+(a^2-a'^2)^2.$$

Differentiirt man diese Gleichung in Beziehung auf r, P und a, a', so erhält man

$$dr = [P^2 + a^2 + a'^2 - 2r^2]\,\frac{dP}{2Pr} + [P^2 + a^2 - a'^2]\,\frac{a\,da}{2P^2 r}$$

$$+ [P^2 - a^2 + a'^2]\,\frac{a'\,da'}{2P^2 r}$$

Dieser Ausdruck von dr zeigt, dass r am vortheilhaf-sten bestimmt wird, wenn p — p' sehr nahe gleich 2r oder wenn beyde Sterne, zu verschiedenen Seiten des Mit-telpunctes, sehr kleine Chorden beschreiben, weil die Fehler der Beobachtungen den kleinsten nachtheiligen Ein-fluss auf den Werth von r haben, indem die Factoren da und da' sehr nahe verschwinden.

Um diesen günstigsten Fall besonders zu betrach-ten, gibt die vorige Gleichung

$$\frac{4r^2}{P^2} = 1 + \frac{2(a^2 + a'^2)}{P^2} + \frac{(a^2 - a'^2)^2}{P^4},$$

wenn man aus ihr die Quadratwurzel zieht, und die hö-sten Potenzen von a und a' vernachlässiget,

$$\frac{2r}{P} = 1 + \tfrac{1}{2}\left[\frac{2(a^2 + a'^2)}{P^2} + \frac{(a^2 - a'^2)^2}{P^4}\right]$$

$$- \tfrac{1}{8}\left[\frac{2(a^2 + a'^2)}{P^2} + \frac{(a^2 - a'^2)^2}{P^4}\right]^2$$

oder

12. §. Auch der Durchgang der Sonne, wenn der Halb- sser R derselben bekannt ist, lässt sich zur Bestim- ing von r anwenden. Sind nämlich θ und θ' die wahren nnenzeiten zwischen den äusseren und inneren Berüh- ngen der Sonne und des Ringes, so hat man

$$d^2 + \tfrac{1}{4}\theta^2 (15\,\mathrm{Sin}\,p)^2 = (r+R)^2 \text{ und}$$
$$d^2 + \tfrac{1}{4}\theta'^2 (15\,\mathrm{Sin}\,p)^2 = (r-R)^2,$$

o auch, wenn man aus diesen beyden Gleichungen die rösse d eliminirt,

$$r = \left(\frac{15}{4}\,\mathrm{Sin}\,p\right)^2 \frac{(\theta^2 - \theta'^2)}{R},$$

o p die Poldistanz des Mittelpunctes der Sonne bezeich- t. Man sieht, dass diese Bestimmung von r desto sicherer yn wird, je grösser R gegen r ist. Da übrigens die zwey eren Berührungen der Sonne und des Ringes schwerer u beobachten sind, so ist es gut, zu bemerken, dass man der vier geforderten Beobachtungen immer entbehren kann, weil sie sich aus den drey anderen ableiten lässt. Sind mlich die vier Beobachtungszeiten nach der Ordnung τ, τ', τ'', und τ''', so hat man zwischen ihnen die Gleichung

$$\tau - \tau' = \tau'' - \tau'''.$$

I. Hat man durch eine dieser Methoden den Werth von bestimmt, so muss bey allen künftigen Beobachtungen der Kreismicrometer immer dieselbe Entfernung von dem Ob- ective erhalten, weil mit dieser Entfernung sich auch der Werth von r ändert.

Exempl. 1822 den 20. October wurden in Wien fol- nde Beobachtungen an einem Kreismicrometer gemacht:

	α Aquilae	ξ Aquilae
Eintritt	$6^h\ 32'\ 34.''0$	$6^h\ 35'\ 53.''5$
Austritt	$33\ \ 1.3$	$36\ \ 45.3$

Nach Piazzi's neuem Sterncatalog ist für 1800.0 die ittlere Poldistanz von

	α Aquilae			ξ Aquilae		
	81°	38'	54.''8	82°	2'	41.''0
Precession	—	3	23.8	—	3	20.4
Aberration			— 9.9			— 9.5
Nutation			+ 4.0			+ 3.7
scheinb.	p' = 81	35	25.1	p = 81	59	14.8

ren Sterns. Es ist für sich klar, dass sich die Rectascen- nen am sichersten durch solche Sterne bestimmen lassen erden, die nahe durch den Mittelpunct des Feldes, so wie e Poldistanzen durch jene, die sehr weit von diesem Mit- puncte durchgehen, ein Nachtheil dieses Instrumentes, n man meistens dadurch vermeiden kann, dass man das- lbe Sternenpaar in wiederholten Beobachtungen an ver- hiedenen Stellen des Kreises durchgehen lässt, und dem ir weiter unten durch eine besondere Einrichtung des reismicrometers abhelfen werden.

14. §. Das Vorhergehende setzt voraus, dass die beobachte- n Gestirne in Rectascension und Poldistanz unveränderlich nd. Ist aber $\varDelta a$ und $\varDelta p$ die Zunahme der Rectascension nd Poldistanz des unbekannten Gestirns während einer eitsecunde, so wird die Sehne desselben nicht mehr mit je- er des andern Sterns parallel seyn, sondern beyde Sehnen erden sich unter einem Winkel n schneiden, den man aus er Gleichung

$$\tang n = \frac{\Delta p}{(15 - \Delta a) \sin p}$$

erhält. Ist wieder t die halbe Zwischenzeit des unbekannten Ge- stirns, und setzt man der Kürze wegen $d' = \sqrt{r^2 - (15 t \sin p)^2}$ so wie τ und τ' die Zeiten des Ein- und Austritts dieses Gestirns, so erhält man, wie man leicht sieht, wenn man die zweyten und höheren Potenzen der kleinen Grössen $\varDelta a$ und $\varDelta p$ vernachlässiget, für die verbesserte Distanz der Sehne des unbekannten Gestirns von dem Mittelpuncte des Kreises

$$d + 15 (\tau' - \tau)^2 \frac{\sin^2 p \, \Delta a}{4 d},$$

und für die Zeit, in welcher das Gestirn durch den Decli- nationskreis des Mittelpuncts ging,

$$\tfrac{1}{2}(\tau' + \tau) - \frac{d \, \Delta p}{(15 \sin p)^2},$$

und diese beyden Werthe sind es, die man mit der Distanz und mit der Durchgangszeit des andern Sterns durch den- selben Declinationskreis vergleichen muss, um die wahren Differenzen der Rectascensionen und der Poldistanzen bey- der Gestirne zu erhalten.

I. Sind endlich die beobachteten Gestirne zu n
dem Pole des Äquators, so wird man ihre Wege i
Kreismicrometer nicht mehr als gerade Linien bet
können. Da aber auch dann die halbe Summe der be
teten Ein- und Austrittszeiten den Augenblick des
gangs durch den Declinationskreis des Mittelpuncts
so bedarf die nach §. 13 gefundene Differenz der Rec
sionen wegen dieser Krümmung der Sehnen keiner (
tion, wenn man diese Krümmung nur als sehr klein a
Die Differenz der Poldistanzen beyder Gestirne p' —
ist nicht mehr gleich d' — d, wie in §. 13, sondern

$$d' - d - \frac{(a'^2 - a^2)}{2 \operatorname{Sin} 1''} \operatorname{Cotg} p,$$

wo a und a' die oben gegebene Bedeutung haben.

15. §. Um der zu Ende des §. 13 erwähnten U
kommenheit des Kreismicrometers zu begegnen, nac
cher man für die näher bey dem Mittelpuncte durch
den Sterne die Distanz d der Sehne von dem Mittel
nicht mit der nöthigen Schärfe bestimmen kann, wird
nach Olbers Vorschlag, einen schmalen Metallstrei
durch den Kreis legen, dass die eine Seite desselben
den Mittelpunct des Kreises geht, oder einen Durchm
desselben bildet. Ist BO (Fig. 15) diese Seite, O de
telpunct, AC und A'C' die Sehnen der Sterne, auf

und durch die letzte Gleichung wird man den Werth des kleineren Abstandes d' immer mit Sicherheit finden, was bey dem blossen Kreise nicht möglich ist. Dieselbe Gleichung wird endlich auch dienen, den Streifen so zu stellen, dass eine Seite desselben genau durch den Mittelpunct des Kreismicrometers gehe, wenn man zwey bekannte Sterne, deren Differenz der Poldistanzen beträchtlich ist, beobachtet, und ihre nach §. 13 berechneten Distanzen mit denen vergleicht, welche durch die letzte Gleichung erhalten werden.

Man kann noch bemerken, dass der Kreismicrometer auch zur Beobachtung der Sonnenflecken sehr geschickt ist. Ist 2t die wahre Sonnenzeit zwischen den zwey äussersten Berührungen der Sonne und des Kreises, und 2τ die Zeit zwischen dem Ein- und Austritte des Fleckens, und nennt man r den Halbmesser des Kreises, R der Sonne, p die Poldistanz der Sonne, und d die kürzeste Distanz der Mittelpuncte der Sonne und des Kreises, so hat man

$$d = \sqrt{(r+R)^2 - (15\,t\,\mathrm{Sin}\,p)^2} \text{ und}$$

$$D = \sqrt{r^2 - (15\,\tau\,\mathrm{Sin}\,p)^2},$$

und D — d ist die Differenz der Poldistanzen des Mittelpuncts der Sonne und des Fleckens. Die Differenz der Rectascension aber ist der halbe Unterschied der Summe der Ein- und Austrittszeiten des Sonnenrandes, und der Summe der Ein- und Austrittszeiten des Fleckens.

Correction wegen der Refraction bey Beobachtungen mit Micrometern.

16. §. Wenn das beobachtete Sternenpaar zu nahe an dem Horizonte steht, so bedürfen die nach §. 6 bis 15 erhaltenen Rectascensionen und Poldistanzen einer Verbesserung wegen der Refraction, die wir nun, (nach Bessel Astr. Nachr. Vol. III.) näher betrachten wollen.

Sey α und δ die wahre Rectascension und Declination eines Sterns, und $\alpha+p$ und $\delta+q$ diese scheinbaren, durch Refraction veränderten Grössen. Für einen anderen Stern seyen dieselben Grössen α', δ', $\alpha'+p'$ und $\delta'+q'$, für denselben Stern endlich, aber für eine andere Zeit, sollen diese Grössen durch $\alpha+p_{,}$, $\delta+q_{,}$, ... bezeichnet werden.

Ferner sey t die Sternzeit der Beobachtungen in Graden ausgedrückt, und $\tau = t - \alpha$ der Stundenwinkel des Sterns zur Zeit der Beobachtung, T und D aber sollen der Stundenwinkel und die Declination seyn, welchen derjenige Punct des Instrumentes entspricht, von welchen man die Stundenwinkel und Declinationsunterschiede rechnet, so wie endlich Δ der gemessene Unterschied der Declinationen des Sterns und des Anfangspunctes der Theilungen an dem Instrumente.

Ist ρ die Refraction für die wahre Zenithdistanz z, ist ferner φ die Polhöhe, und π der Winkel des Declinationskreises mit dem Verticalkreise, so kann man hier mit immer hinreichender Genauigkeit annehmen

$$\rho = k \tang z,$$

wo k eine nahe constante Grösse ist, die wir unten näher bestimmen werden. Setzt man nun $\tang \psi = \mathrm{Cotg}\, \varphi \,\mathrm{Cos}\, \tau$ so ist

$$\mathrm{Cos}\, z = \frac{\mathrm{Sin}\, \varphi\, \mathrm{Sin}\, (\psi + \delta)}{\mathrm{Cos}\, \psi}.$$

Hat man aus dieser Gleichung den Werth von z gefunden, so erhält man den Werth von π aus

$$\mathrm{Sin}\, \pi\, \mathrm{Sin}\, z = \mathrm{Cos}\, \varphi\, \mathrm{Sin}\, \tau, \text{ oder aus}$$
$$\mathrm{Cos}\, \pi\, \mathrm{Sin}\, z = \mathrm{Sin}\, \varphi\, \mathrm{Sec}\, \psi\, \mathrm{Cos}\, (\psi + \delta).$$

Es ist aber die durch die Refraction hervorgebrachte Änderung der Rectascension (I. S. 26)

$$p = \rho \frac{\mathrm{Sin}\, \pi}{\mathrm{Cos}\, \delta},$$

und die der Declination

$$q = \rho\, \mathrm{Cos}\, \pi.$$

Man hat daher auch

$$p = \frac{k \tang \tau\, \mathrm{Sin}\, \psi}{\mathrm{Cos}\, \delta\, \mathrm{Sin}\, (\psi + \delta)}, \text{ und } q = k\, \mathrm{Cotg}\, (\psi + \delta).$$

Differentiirt man diese zwey Ausdrücke, so ist

$$dq = -\frac{k\, d\psi}{\mathrm{Sin}^2\, (\psi + \delta)} \text{ und } \frac{d\psi}{\mathrm{Cos}^2\, \psi} = -d\tau\, \mathrm{Sin}\, \tau\, \mathrm{Cotg}\, \varphi,$$

So ist auch

$$\frac{dq}{dt}=\frac{k \operatorname{Cos}^2 \psi}{\operatorname{Sin}^2(\psi+\delta)} \cdot \operatorname{Cotg} \varphi \operatorname{Sin} \tau,$$

und eben so findet man auch

$$\frac{dp}{dt}=\frac{k \operatorname{Cos}^2 \psi}{\operatorname{Sin}^2(\psi+\delta)} \cdot \operatorname{Cotg} \varphi\,(\operatorname{Cotg} \varphi+\operatorname{tang} \delta \operatorname{Cos} \tau).$$

17. §. Dieses vorausgesetzt, wollen wir nun die drey vorzüglichsten Classen der Micrometer besonders betrachten. Untersuchen wir zuerst das Micrometer des §. 6, in welchem die Declinationsunterschiede durch zwey parallele Fäden angegeben werden, von denen der eine durch eine Schraube bewegt wird, und in welchem der dritte, auf jene beyden senkrechten Faden, durch eine parallactische Aufstellung des Fernrohres, immer in der Ebene des Declinationskreises erhalten wird.

In einem solchen Micrometer hat man für den ersten Stern die Gleichungen

$$t-(\alpha+p)=T \text{ und } \delta+(q-D)=\Delta,$$

und eben so für den zweyten Stern

$$t'-(\alpha'+p')=T \text{ und } \delta'+(q'-D)=\Delta'.$$

Aus diesen Gleichungen folgt sofort

$$\left.\begin{array}{l}\alpha'-\alpha=(t'-t)-(p'-p)\\ \delta'-\delta=(\Delta'-\Delta)-(q'-q)\end{array}\right\}\ldots(\mathrm{I})$$

und diess sind die hieher gehörenden Ausdrücke. Hat man das Fernrohr zwischen den beyden Beobachtungen bewegt, und also die beyden Sterne weit von einander entfernt, was nur bey einem sehr vollkommen gebauten Äquatorial der Fall seyn kann, so wird man in den Gleichungen (I) nach §. 16 setzen:

$$p=\frac{k \operatorname{tg} \tau \operatorname{Sin} \psi}{\operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sin}(\psi+\delta)} \text{ und } q=k \operatorname{Cotg}(\psi+\delta)$$

$$p'=\frac{k \operatorname{tg} \tau' \operatorname{Sin} \psi'}{\operatorname{Cos} \delta' \operatorname{Sin}(\psi'+\delta')} \qquad q'=k \operatorname{Cotg}(\psi'+\delta').$$

Bleibt aber das Fernrohr während der beyden Beobachtungen unverrückt stehen, so ist es bequemer, die Substitution dieser Grössen p, q und p′, q′ sogleich in die Gleichungen (I) vorzunehmen. Man erhält so, da jetzt für beyde Beobach-

tungen $\tau = \tau'$ und $\psi = \psi'$ ist, durch diese Substitution f
gende Ausdrücke:

$$\alpha' - \alpha = t' - t + \frac{k(\delta' - \delta) \tan\tau \operatorname{Sin}\psi \operatorname{Cos}(\psi + \delta + \delta')}{\operatorname{Sin}(\psi + \delta) \operatorname{Sin}(\psi + \delta') \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Cos}\delta'},$$

$$\delta' - \delta = \Delta' - \Delta + \frac{k(\delta' - \delta)}{\operatorname{Sin}(\psi + \delta) \operatorname{Sin}(\psi + \delta')}.$$

Sind, wie es gewöhnlich der Fall ist, die beyden Decli
tionen δ und δ' nur wenig von einander verschieden, so l
man, wenn man $d = \frac{1}{2}(\delta + \delta')$ setzt, folgende einfachere A
drücke:

$$\alpha' - \alpha = t' - t + k(\delta' - \delta) \frac{\operatorname{tg}\tau \operatorname{Sin}\psi \operatorname{Cos}(\psi + 2d)}{\operatorname{Sin}^2(\psi + d) \operatorname{Cos}^2 d},$$

$$\delta' - \delta = \Delta' - \Delta + \frac{k(\delta' - \delta)}{\operatorname{Sin}^2(\psi + d)},$$

wo man, so wie in den folgenden, für südliche Declin
nen die Grösse δ und δ' negativ setzen wird.

18. §. Betrachten wir nun diejenigen Fadennetze
welchen der Stundenfaden (D B'B, Fig. 14) durch eine
rallactische Aufstellung des Fernrohrs immer in dem D
nationskreise erhalten wird, in welchem aber die Dec
tionen durch die Zeit angegeben werden, welche die S
anwenden, um von einem im Winkel n geneigten F
zu dem Stundenfaden zu kommen.

Ist t die Zeit des Durchgangs durch den mittleren
den DC (Fig. 16) und $t_{,}$ durch den geneigten Faden D

[redacted]

ben so hat man für den mittlern Faden DC die Glei-

$$t-(\alpha+p)=T.$$

che Ausdrücke erhält man auch für den zweyten Stern,
ch

$$-(\alpha'+p_,')=T-(\delta'+q_,'-D)\frac{\text{tang}\, n}{\text{Cos}\,(\delta'+q_,')}, \text{ und}$$

$$t'-(\alpha'+p')=T.$$

is folgt, wie in dem Micrometer des §. 17,

$$\alpha'-\alpha=(t'-t)-(p'-p),$$

ür den Unterschied der Declinationen

$$\delta=[(t'-t_,')-(p'-p_,')]\frac{\text{Cos}\,(\delta'+q_,')}{\text{tang}\, n}$$

$$-[(t-t_,)-(p-p_,)]\frac{\text{Cos}\,(\delta+q_,)}{\text{tang}\, n}-(q_,'-q_,).$$

r $AC=\Delta$ oder $\Delta=AB\,\text{Cotg}\, n$, das heisst,

$$\Delta=(t-t_,)\,\text{Cos}\,\delta\,\text{Cotg}\, n,$$

den so $\Delta'=(t'-t_,')\,\text{Cos}\,\delta'\,\text{Cotg}\, n$, wo also Δ und Δ' ne Rücksicht auf Refraction berechneten Declinations-schiede bezeichnen, so hat man

$$-\delta=\left[1-\frac{p'-p'}{t'-t_,'}\right]\frac{\Delta'\text{Cos}\,(\delta'+q_,')}{\text{Cos}\,\delta'}$$

$$-\left[1-\frac{p-p_,}{t-t_,}\right]\frac{\Delta\,\text{Cos}\,(\delta+q_,)}{\text{Cos}\,\delta}-(q_,'-q_,).$$

aber $1-\frac{p-p_,}{t-t_,}=1-\frac{dp}{dt}$, und nahe

$$\frac{\text{Cos}\,(\delta+q_,)}{\text{Cos}\,\delta}=1-q\,\text{tang}\,\delta, \text{ und endlich}$$

$$q-q'=\frac{dq}{dt}(t-t_,).$$

iat daher, wenn man an den beyden Seitenfäden chtet, wodurch die von n abhängigen Glieder ver-nden, folgende Ausdrücke für diese zweyte Gattung icrometer:

$$=t'-t+k(\delta'-\delta)\frac{\text{tang}\,\tau\,\text{Sin}\,\psi\,\text{Cos}\,(\psi+2d)}{\text{Sin}^2(\psi+d)\,\text{Cos}^2 d} \text{ und}$$

$$=\Delta'-\Delta+\frac{k(\delta'-\delta)}{\text{Sin}^2(\psi+\delta)}\left[1-\frac{\text{Cos}^2\psi}{\text{tg}^2\varphi}-\text{Sin}\,d\,\text{Sin}\,(2\psi+d)\right],$$

wo wieder $d = \frac{\delta + \delta'}{2}$ und $\tang \psi = \operatorname{Cotg} \varphi \operatorname{Cos} \tau$ und endl
τ der Stundenwinkel des beobachteten Gestirns ist.

19. §. Um die analogen Ausdrücke für die dritte G
tung der Micrometer, oder für die Kreismicromet
zu entwickeln, so hat man zuerst, wenn man die Zeiten d
Ein- und Austritts durch $t_,$ und $t_{,,}$ und den Halbmesser d
Kreises durch r bezeichnet, folgende zwey Gleichungen:

$$r^2 = [T - (t_, - \alpha - p_,)]^2 \operatorname{Cos} D \operatorname{Cos} (\delta + q_,) + (\delta + q_, - D$$
$$r^2 = [(t_{,,} - \alpha - p_{,,}) - T] \operatorname{Cos} D \operatorname{Cos} (\delta + q_{,,}) + (\delta + q_{,,} -$$

Setzt man der Kürze wegen

$$t = \frac{t_, + t_{,,}}{2},\ p = \frac{p_, + p_{,,}}{2},\ q = \frac{q_, + q_{,,}}{2},\ \text{und}$$

$$x = t - \alpha - p - T, \text{ so wie } \Delta = \delta + q - D, \text{ so hat m}$$

$$T - t_, + \alpha + p_, = t - t_, + p_, - p - x = \frac{t_{,,} - t_, + p_, - p_{,,}}{2} -$$

$$t_{,,} - \alpha - p_{,,} - T = t - t_, + p - p_{,,} + x = \frac{t_{,,} - t_, + p_, - p}{2} +$$

$$\delta + q_, - D = \Delta + q - q_{,,} = \Delta - \tfrac{1}{2}(q_{,,} - q_,), \text{ und}$$
$$\delta + q_{,,} - D = \Delta - q + q_{,,} = \Delta + \tfrac{1}{2}(q_{,,} - q).$$

Die zwey ersten Gleichungen gehen daher, wenn m
$\operatorname{Cos}(\delta + q_,) = \operatorname{Cos}(\delta + q_{,,}) \operatorname{Cos}(\delta + q)$ setzt, in folgende üb

$$r^2 = \tfrac{1}{4}[(t_{,,} - t_,) - (p_{,,} - p_,) - 2x]^2 \operatorname{Cos} D \operatorname{Cos} (\delta + q)$$

[redacted]

aus diesen beyden Gleichungen die zwey Gr
zu finden, hat man, wenn man diese Gleichu
subtrahirt, und das Quadrat von $\frac{dq}{dt}$ vernachlässiget,

$$\left.\begin{array}{l} = x\left(1-\frac{dp}{dt}\right)\operatorname{Cos} D \operatorname{Cos}(D+q)+\Delta\frac{dq}{dt}, \text{und} \\ = \left[\frac{1}{4}(t_{\prime\prime}-t_{\prime})^2\left(1-\frac{dp}{dt}\right)^2+x^2\right]\operatorname{Cos} D \operatorname{Cos}(\delta+q)+\Delta' \end{array}\right\}\ldots(A).$$

diesen beyden Gleichung zuerst die Grösse
auf folgende Art: Lässt m n die Grösse x^2
g, so ist

$$= r^2 - \frac{1}{4}(t_{\prime\prime}-t_{\prime})^2\left(1-\ldots\right. \quad \operatorname{Cos}(\delta+q),$$

der da $D=\delta+q-\Delta$ ist,

$$= r^2 - \frac{1}{4}(t_{\prime\prime}-t_{\prime})^2\left(1-\ldots\right. \quad +q-\Delta)\operatorname{Cos}(\delta+q).$$

der letzte Ausdruck gleich

$$f = r^2 - \frac{1}{4}(t_{\prime\prime}-t_{\prime})^2 \operatorname{Cos}(\delta-\Delta)\operatorname{Cos}\delta \,.\, f, \text{ so ist}$$

$$f = \left(1-\frac{dp}{dt}\right)^2 \frac{\operatorname{Cos}(\delta+q-\Delta)\operatorname{Cos}(\delta+q)}{\operatorname{Cos}(\delta-\Delta)\operatorname{Cos}\delta},$$

auch

$$f = \left(1-\frac{dp}{dt}\right)\sqrt{\frac{\operatorname{Cos}(\delta+q-\Delta)\operatorname{Cos}(\delta+q)}{\operatorname{Cos}(\delta-\Delta)\operatorname{Cos}\delta}},$$

heisst,

$$f = \left\{1-\frac{k \operatorname{Cos}^2\psi}{\operatorname{Sin}^2(\psi+\delta)}\left[\operatorname{Cotg}^2\varphi+\operatorname{Cotg}\varphi \operatorname{tang}\delta \operatorname{Cos}\tau\right]\right\}$$
$$\times\sqrt{\frac{\operatorname{Cos}(\delta+q-\Delta)\operatorname{Cos}(\delta+q)}{\operatorname{Cos}(\delta-\Delta)\operatorname{Cos}\delta}}.$$

Die Grösse unter dem Wurzelzeichen ist

$$\sqrt{\frac{\operatorname{Cos}(\delta-\Delta)\operatorname{Cos}\delta-\operatorname{Sin}(2\delta-\Delta)\operatorname{Sin} q}{\operatorname{Cos}(\delta-\Delta)\operatorname{Cos}\delta}}$$
$$=\sqrt{\left(1-\frac{\operatorname{Sin}(2\delta-\Delta)\operatorname{Sin} q}{\operatorname{Cos}(\delta-\Delta)\operatorname{Cos}\delta}\right)}$$
$$=\sqrt{\left(1-\frac{k\operatorname{Sin}(2\delta-\Delta)\operatorname{Cotg}(\psi+\delta)}{\operatorname{Cos}(\delta-\Delta)\operatorname{Cos}\delta}\right)}$$
$$=\sqrt{\left(1-\frac{k\operatorname{Sin}2\delta\operatorname{Cotg}(\psi+\delta)}{\operatorname{Cos}^2\delta}\right)},$$

also auch

$$= \sqrt{(1 - 2k \tan\delta \operatorname{Cotg}(\psi + \delta))},$$

oder endlich

$$= 1 - k \tan\delta \operatorname{Cotg}(\psi + \delta).$$

Der vorhergehende Ausdruck von f geht daher in folgenden über

$$f = 1 - \frac{k}{\operatorname{Sin}^2(\psi + \delta)}[\operatorname{Cos}^2 \psi \operatorname{Cotg}^2 \varphi + \tan\delta \operatorname{Sin}\psi \operatorname{Cos}\psi]$$
$$- k \tan\delta \operatorname{Cotg}(\psi + \delta),$$

oder in

$$f = 1 - \frac{k}{\operatorname{Sin}^2(\psi + \delta)}[\operatorname{Cos}^2 \psi \operatorname{Cotg}^2 \varphi + \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Sin}(2\psi + \delta)]$$

Kennt man aber so den Werth von f, so erhält man durch die Gleichung

$$\Delta^2 = 1^2 - \tfrac{1}{4}(t_{u} - t_{.})^2 \operatorname{Cos}(\delta - \Delta) \operatorname{Cos}\delta . f^2,$$

und dann hat man aus der ersten der Gleichungen (A)

$$x = - \frac{\Delta \frac{dq}{dt}}{(1 - \frac{dp}{dt} \operatorname{Cos} D \operatorname{Cos}(\delta + q)}, \text{ oder nahe}$$

$$x = - \frac{\Delta . \frac{dq}{dt}}{\operatorname{Cos}^2 \delta}.$$

Ganz auf dieselbe Weise findet man auch für zweyten Stern die beyden Grössen Δ' und x', und da

[redacted]

r annähernd

$$p'-p=k(\delta-\delta')\,\frac{\mathrm{tang}\,\tau\,\mathrm{Sin}\,\psi\,\mathrm{Cos}\,(\psi+2\,d)}{\mathrm{Sin}^2\,(\psi+d)\,\mathrm{Cos}^2\,d}.$$

Auf dieselbe Weise erhält man

$$x'-x=\frac{\Delta\,k\,\mathrm{Cos}^2\,\psi\,\mathrm{Cotg}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,\tau}{\mathrm{Sin}^2\,(\psi+\delta)\,\mathrm{Cos}^2\,\delta}$$

$$-\frac{\Delta'\,k\,\mathrm{Cos}^2\,\psi\,\mathrm{Cotg}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,\tau}{\mathrm{Sin}^2\,(\psi+\delta')\,\mathrm{Cos}^2\,\delta'},$$

r annähernd

$$x'-x=\frac{k\,\mathrm{tang}\,\tau\,\mathrm{Sin}\,\psi\,\mathrm{C}\ldots\,\delta')}{\mathrm{Sin}^2\,(\psi+\ldots}, \text{ oder endlich}$$

$$x'-x=\frac{k\,(\delta-\delta')\,\mathrm{tang}\ldots}{\mathrm{Sin}^2\,(\psi+d\ldots},$$

d daher auch

$$(p'-p)+(x'-x)=\frac{k(\delta-\delta')\,\mathrm{ta}\ldots}{\mathrm{Sin}^2\,(\psi+\ldots}(\mathrm{Cos}\,(\psi+2\,d)+\mathrm{Cos}\,\psi),$$

er

$$(p'-p)+(x'-x)=\frac{2\,k\,(\delta-\delta')\ldots\,\mathrm{Sin}\,\psi\,\mathrm{Cos}\,(\psi+d)}{\mathrm{Sin}\ldots d)\,\mathrm{Cos}\,d}.$$

Noch hat man, wie in §. 17.,

$$q'-q=\frac{k\,(\delta'-\delta)}{\mathrm{Sin}^2\,(\psi+d)},$$

diese Werthe von $(p'-p)+(x'-x)$ und von $q'-q$ muss man in den beyden Gleichungen (B) substituiren, um die hieher gehörenden Ausdrücke für den Kreismicrometer zu erhalten.

Nimmt man das Vorhergehende zusammen, so erhält man daher folgendes Verfahren. Man suche zuerst f aus

$$f=1-\frac{k}{\mathrm{Sin}^2\,(\psi+d)}[\mathrm{Cos}^2\,\psi\,\mathrm{Cotg}^2\,\varphi+\mathrm{Sin}\,d\,\mathrm{Sin}\,(2\,\psi+d)],$$

findet man $\varDelta$ aus

$$\varDelta^2=r^2-\tfrac{1}{4}(t_{,,}-t_{,})^2\,\mathrm{Cos}\,(\delta-\varDelta)\,\mathrm{Cos}\,\delta\,.\,f^2,$$

oder nahe genug aus

$$\varDelta^2=r^2-\tfrac{1}{4}(t_{,,}-t_{,})^2\,\mathrm{Cos}^2\,d\,.\,f^2,$$

und eben so für den zweyten Stern

$$\varDelta'^2=r^2-\tfrac{1}{4}(t'_{,,}-t'_{,})^2\,.\,\mathrm{Cos}^2\,d\,.\,f^2.$$

Kennt man aber $\varDelta$ und $\varDelta'$, so hat man

$$\alpha'-\alpha=t'-t+\frac{2\,k\,(\delta'-\delta)\,\mathrm{tang}\,\tau\,\mathrm{Sin}\,\psi\,\mathrm{Cos}\,(\psi+d)}{\mathrm{Sin}^2\,(\psi+d)\,\mathrm{Cos}\,d}, \text{ und}$$

$$\delta'-\delta=\varDelta'-\varDelta+\frac{k\,(\delta'-\delta)}{\mathrm{Sin}^2\,(\psi+d)},$$

und in diesen Ausdrücken ist τ der Stundenwi
beobachteten Gestirns,

$$d = \frac{\delta + \delta'}{2}, \text{ und}$$

$$\tang \psi = \mathrm{Cotg}\, \varphi\, \mathrm{Cos}\, \tau.$$

I. Die oben erwähnten Werthe von k wird m
aus der Gleichung $\rho = k \tang z$ des §. 16. finden, w
sie mit der I. S. 105 gegebenen Tafel der Refract
gleicht, und bemerkt, dass z die wahre, nicht die
bare Zenithdistanz des Gestirns bezeichnet. Man
den, dass man von $z = 0$ bis $z = 64°$ diesen Wer
constant, und nahe gleich $k = 0.00028$ annehm
Für grössere Zenithdistanzen aber erhält man

z	k	z	
65°	0.000 27	82	0.00
70	27	83	
75	26	84	
76	26	85	
77	26	85° 30′	

[redacted]

Nehmen wir also $d = 34° 50'$ und $\tau = 146° 37'$, so findet man aus den Gleichungen

$$\operatorname{tg}\psi = \operatorname{Cotg}\varphi \operatorname{Cos}\tau \text{ und } \operatorname{Cos} z = \frac{\operatorname{Sin}\varphi \operatorname{Sin}(\varphi + d)}{\operatorname{Cos}\psi},$$

$$\psi = -30° 33' \text{ und } z = 85° 58' 10'',$$

und damit gibt die vorhergehende Tafel $\log k = 6.2465$, also auch $\log f = 9.99835$ und

$$\begin{aligned}
\Delta &= -\ \ 660''\\
\Delta' &= +\ \ 736\\
\Delta' - \Delta &= \ \ 1396\\
\frac{k(\Delta' - \Delta)}{\operatorname{Sin}^2(\psi + d)} &= \ \ \ 45\\
\delta' - \delta &= 1441'' = 0° 24' 1''.
\end{aligned}$$

Weiter ist

$$\begin{aligned}
t' - t &= -\ 35.''0\\
2k(\Delta' - \Delta)\frac{\operatorname{tg}\tau \operatorname{Sin}\psi \operatorname{Cos}(\psi + d)}{\operatorname{Sin}^2(\psi + d) \operatorname{Cos} d} &= +\ 36.0\\
\alpha' - \alpha &= +\ \ 1.''0.
\end{aligned}$$

20. §. Sey überhaupt x die Entfernung zweyer Puncte in Theilen des grössten Kreises, die man durch die Zeit messen will, welche ein Stern braucht, in seiner täglichen Bewegung von einem zu dem andern zu gelangen. Sind τ' und τ'' die scheinbaren, von der Refraction afficirten Stundenwinkel eines Sterns, wenn er durch jene beyden Puncte geht, und ist p' die scheinbare Poldistanz des Sterns, die wir hier als unveränderlich während den beyden Beobachtungszeiten voraussetzen. Dieses vorausgesetzt, gibt das Dreyeck zwischen dem Pole des Äquators und jenen beyden Puncten, wenn diese letzten einander sehr nahe liegen,

$$x = (\tau'' - \tau') \operatorname{Sin} p'.$$

Bezeichnen aber t' und t'' die beyden Stundenwinkel, unter welchen der Stern in denselben Momenten gesehen worden wäre, wenn keine Refraction Statt fände, also $t'' - t'$ die Zeit, die er in der That angewendet hat, um den Bogen x zu durchlaufen, so kann man, wenn α die Wirkung der Refraction auf den Stundenwinkel bedeutet, und man der Kürze wegen $t'' - t' = t$ und $\frac{1}{2}(\tau'' + \tau') = \tau$ setzt, annehmen

$$\tau'' - \tau' = t\left(1 + \frac{d\alpha}{d\tau}\right).$$

Es ist aber (II. S. 168)

$$\alpha = -\frac{k \operatorname{Sin}\psi \operatorname{tang}\tau}{\operatorname{Sin} p \operatorname{Cos}(p - \psi)},$$

wenn k und ψ die dort gegebene Bedeutung haben, al
$\mathrm{tg}\,\psi = \mathrm{Cos}\,\tau\,\mathrm{Cotg}\,\varphi$ ist. Daraus folgt

$$\frac{d\alpha}{d\tau} = -\frac{k \,\mathrm{Sin}\, 1'' \,\mathrm{Sin}\,\psi}{\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,(p-\psi)} - \frac{k\,\mathrm{Sin}\,1''\,\mathrm{Sin}^2\psi\,\mathrm{tg}^2\tau}{\mathrm{Cos}^2\,(p-\psi)},$$

also auch

$$\tau'' - \tau' = t\left(1 - \frac{k\,\mathrm{Sin}\,1''\,\mathrm{Sin}\,\psi}{\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,(p-\psi)} - \frac{k\,\mathrm{Sin}\,1''\,\mathrm{Sin}^2\psi\,\mathrm{tg}^2\tau}{\mathrm{Cos}^2\,(p-\psi)}\right).$$

Ferner ist die Refraction der Poldistanz oder

$$p' - p = k\,\mathrm{tg}\,(p-\psi), \text{ und sehr nahe}$$

$$\mathrm{Sin}\,p' = \mathrm{Sin}\,p\,(1 + k\,\mathrm{Sin}\,1''\,\mathrm{Cotg}\,p\,\mathrm{tg}\,(p-\psi)).$$

Substituirt man diese Werthe von $\tau'' - \tau'$ und $\mathrm{Sin}\,p'$ in d
vorhergehenden ersten Gleichung, so erhält man, wen
man die zweyten und höheren Potenzen der Refraction ve
nachlässiget,

$$x = t\,\mathrm{Sin}\,p\,\left(1 + k\,\mathrm{Sin}\,1''\left[\mathrm{Cotg}\,p\,\mathrm{tg}\,(p-\psi) - \frac{\mathrm{Sin}\,\psi}{\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,(p-\psi)} - \frac{\mathrm{Sin}^2\psi\,\mathrm{tg}^2\tau}{\mathrm{Cos}^2(p-\psi)}\right]\right),$$

oder nach einer einfachen Reduction

$$x = t\,\mathrm{Sin}\,p\,\left(1 - k\,\mathrm{Sin}\,1''\left[1 + \frac{\mathrm{Sin}^2\psi\,\mathrm{tg}^2\tau}{\mathrm{Cos}^2\,(p-\psi)}\right]\right) \ldots (\mathrm{I}).$$

Die Grösse $\frac{\mathrm{Sin}^2\psi\,\mathrm{tg}^2\tau}{\mathrm{Cos}\,(p-\psi)}$ wird $\frac{0}{0}$ für $\tau = 90°$. Man sieht ab
leicht, dass dann der wahre Werth dieser Grösse gleic
$\frac{1}{\mathrm{tg}^2\varphi\,\mathrm{Cos}^2\,p}$ ist.

I. Um den gefundenen allgemeinen Ausdruck (I) a
den Kreismicrometer anzuwenden, sey t die Zeit, die e
Stern gebraucht hat, dieses Micrometer zu durchlaufen,
ist x der wahre Werth der von dem Stern beschrieben
Chorde, oder wenn man der Kürze wegen

$$\frac{\mathrm{Sin}\,\psi\,\mathrm{tg}\,\tau}{\mathrm{Cos}\,(p-\psi)} = \mathrm{tg}\,\theta$$

setzt, und m der von dem Gange der Uhr (I. S. 51) u
der eigenen Bewegung des Sterns abhängige Factor ist,
hat man für die wahre Chorde den Ausdruck

$$x = 15\,m\,t\,\mathrm{Sin}\,p\left(1 - \frac{k\,\mathrm{Sin}\,1''}{\mathrm{Cos}^2\theta}\right).$$

Ist man aus dieser Chorde die Poldistanz berechnet, so ad-
dirt man nachher, um diese gänzlich von der Strahlenbre-
chung zu befreyen, bloss folgenden einfachen Ausdruck
hinzu:

$$\frac{k \operatorname{Sin} 1''.(p''-p)}{\operatorname{Cos}^2(p-\psi)},$$

wo p″ die Poldistanz des bekannten Sternes ist.

II. Ist ferner t die Zeit, die ein Stern braucht, in ei-
nem Äquatorial von einem Seitenfaden bis zu dem mittlern
Faden zu kommen, so hat man sehr nahe

$$t = x\left(\frac{1 + k \operatorname{Sin} 1'' \operatorname{Sec}^2 \theta}{\operatorname{Sin} p}\right),$$

wo x den Abstand der beyden Fäden in Theilen des gröss-
ten Kreises durch 15 dividirt, bezeichnet.

Ist endlich t dieselbe Zeit in einem Meridianinstru-
mente, so kann man die dritten und höheren Potenzen des
Stundenwinkels gleich Null setzen, wodurch man erhält

$$t = x\left(\frac{1 + k \operatorname{Sin} 1''}{\operatorname{Sin} p}\right),$$

woraus folgt, dass der Einfluss der Refraction auf die Re-
duction der Seitenfäden bey dem Meridianinstrumente für
jeden Stern nahe constant ist. Ist nämlich x der eigentliche
wahre Äquatorialabstand des Seitenfadens von dem mittleren,
der ohne Refraction gefunden werden würde, so ist der
durch Refraction afficirte Seitenabstand gleich $\frac{x(1 + k \operatorname{Sin} 1'')}{\operatorname{Sin} p}$,
der wahre Abstand $\frac{x}{\operatorname{Sin} p}$ der Fäden ist für jeden Stern
um den 0.00028^ten Theil dieses Abstandes kleiner, als der
beobachtete. (M. s. astr. Nachr. Nr. 47.)

Spiegelsextant.

21. §. Dieses Instrument ist eines der nützlichsten
zu Lande, und unentbehrlich zur See. Es ist bestimmt, die
Winkel zweyer Gegenstände in jeder Richtung desselben ge-
gen den Horizont selbst dann zu messen, wenn der Beobach-
ter keinen festen Stand hat.

Es besteht im Allgemeinen aus einem Kreissector A (Fig. 17), um dessen Mittelpunct C sich eine Alhidade bewegt, welche einen Spiegel C trägt, der durch den telpunct des Kreises senkrecht auf der Ebene desselben Ein anderer kleinerer Spiegel C′ steht auf der Ebene des tanten senkrecht und parallel mit der Linie CA, die Mittelpunct C mit dem ersten oder dem Anfangspun des eingetheilten Randes A B verbindet, daher beyde gel parallel sind, wenn die Alhidade auf dem Nullpun steht. Die obere Hälfte des kleinen Spiegels C′ ist durcl chen, so dass der Strahl von dem einen Gegenstan durch diesen durchbrochenen Theil des Spiegels unm bar in das Auge, oder in das auf dem Sextanten befe Fernrohr R kommen kann. Wird nun die Alhidade mit daran befestigten grossen Spiegel so lange gedreht, bi Strahl eines zweyten Objectes D in der Richtung D C den grossen Spiegel, von da in der Richtung C C′ auf kleinen Spiegel, und endlich von da in der Richtung ebenfalls in das Fernrohr fällt, während welcher Dre der Alhidade das über den kleinen Spiegel unmittelbar (Reflexion) gesehene Object immer in der Mitte des Fern erhalten wird, so decken sich die beyden Bilder von E D im Fernrohre, und der Winkel, welchen in diesem stande beyde Spiegel mit einander bilden, d. h. der des Gradbogens, um welchen sich von dem Anfangsp A an die Alhidade auf A B gedreht hat, ist gleich der des Winkels, welchen die beyden Objecte E, D im des Beobachters bilden.

Denn sind beyde Spiegel parallel, so decken sic zwey Bilder eines und desselben Gegenstandes, wovo eine unmittelbar in der Richtung R E, und das andere Reflexion von den beyden Spiegeln gesehen wird. nämlich erstens $a = a'$ und $b = b'$, weil der Einfallsw dem Reflexionswinkel gleich ist, und es ist zweytens b weil die beyden Spiegel parallel sind, also ist auch

$$DCC' = CC'R,$$

das heisst, es ist D C parallel mit E R, oder die beyde der decken sich.

Bewegt man nun die Alhidade, bis das reflectirte Bild ines anderen Gegenstandes G (Fig. 18) das unmittelbar gehene Object E deckt, so sey y der Winkel beyder Obcte, und x der Winkel beyder Spiegel oder der Bogen, den ie Alhidade von dem Puncte A aus beschrieben hat.

Da der kleine Spiegel mit C A parallel ist, so ist

$$b = a + x$$

nd überdiess

$$p = a - x.$$

Aber in dem Dreyecke C C F ist

$$2b = (a + x + p) + y.$$

Substituirt man in diesem Ausdrucke für b und p ihre igen Werthe, so hat man

$$x = \frac{1}{2} y.$$

Der Bogen A B ist der grösseren Bequemlichkeit wegen so getheilt, dass jeder halbe Grad für einen ganzen gilt, er ist der gelesene Bogen A a unmittelbar gleich der geen Distanz y beyder Objecte. Nimmt man die Höhe Objectes, indem man z. B. das Bild desselben auf der erfläche oder einem andern künstlichen Horizont von in dem grossen Spiegel durch Reflexion gesehenen des Objectes sich decken lässt, so erhält man offendie doppelte Höhe des Objectes über dem Horizonte. gens wird, wie man leicht sieht, die Deckung beyder er nicht merklich gestört, wenn man auch den Sextanetwas um sich selbst bewegt, und eben dieses macht s Instrument zur See so wichtig, wo man es, so wie dem Lande, während der Beobachtung, mittels einer ndhabe, in freyer Hand zu halten pflegt.

I. Ehe man mit diesem Instrumente beobachten , muss es zuerst in allen seinen Theilen gehörig recirt werden. Man sieht aus dem Vorhergehenden, dass kleine Spiegel senkrecht auf der Ebene des Sextanten ste-, und dass er, wenn der Index der Alhidade auf Null , mit dem grossen Spiegel parallel seyn soll. Der grosse gel aber wird gewöhnlich schon von dem Künstler unnderlich senkrecht auf der Ebene des Instrumentes begt, und bedarf dann keiner Correction. Der kleine hinn ist absichtlich beweglich eingerichtet, um eine durch

Zufall entstandene Störung desselben immer leicht verb sern zu können. Man kann nämlich diesem kleinen Spie durch zweyerley Schrauben eine doppelte Bewegung geb Die eine derselben ist auf der Rückseite des Spiegels an bracht, und durch sie kann man den Spiegel um eine die Fläche des Sextanten senkrechte Axe drehen; die and aber dient dazu, den Spiegel senkrecht auf die Ebene Instruments zu bringen. Diese zwey Correctionen kann m so finden:

Man stelle den Nullpunct der Alhidade auf den Nu punct des eingetheilten Randes. Decken sich in dieser La die beyden Bilder desselben sehr entfernten Gegensta des, so hat keiner der beyden Fehler Statt. Decken sie nicht, so bewege man die Schraube an der Rückseite d kleinen Spiegels so lange, bis sie sich decken. Kann m aber durch diese Schraube eine genaue Deckung der Bild nicht hervorbringen, sondern gehen die Bilder, statt sich decken, neben einander vorbey, so steht der kleine Spieg nicht senkrecht, und man muss nun noch die andern Schra ben in Bewegung setzen, bis man die Deckung scharf d stellt. Man kann auch noch vortheilhafter so verfahren:

Man drehe die Alhidade, bis die beyden Bilder dess ben sehr entfernten Gegenstandes sich decken, oder, wen dieses nicht möglich ist, wenigstens senkrecht über ein der stehen. Dann bringe man mit der zweyten Art von Schra ben die Verticalität des kleinen Spiegels oder die völlige D ckung der beyden Bilder hervor. Steht in diesem Zustand der Nullpunct der Alhidade z. B. auf a (Fig. 18), so das $Aa = 0^\circ 30'$ ist, so muss von allen beobachteten Winkel $0^\circ 30'$ subtrahirt werden, um den wahren Winkel zu erha ten. Diese Grösse wird im Gegentheile zu allen beobacht ten Winkeln addirt, wenn a auf der entgegengesetzten Se von A liegt. Diese Grösse heisst gewöhnlich der Collim tionsfehler des Instruments, und er soll von jeder Rei von Beobachtungen auf die angezeigte Art gesucht werde Am vortheilhaftesten wird man dazu sehr lichtstarke Geg stände, z. B. die Sonne, wählen, indem man die Ränd beyder Bilder auf beyden Seiten zur Berührung bringt, de diese Berührung der Ränder lässt sich viel schärfer beobac ten, als die völlige Bedeckung der ganzen Bilder. Dann ist die halbe Differenz der beyden Zahlen der Collimationsfehler, und die halbe Summe der Durchmesser der Sonne.

II. Die Axe des Fernrohrs, d. h. die Linie, welche den Mittelpunct des Objectivglases mit der Mitte des Sehfeldes verbindet, muss ferner mit der Ebene des Sextanten parallel seyn. Um sich davon zu überzeugen, bringe man z. B. die nächsten Ränder der Sonne und des Mondes, wenn der Winkel dieser beyden Gestirne von einander sehr gross ist, zur Berührung am Rande des Sehfeldes, stelle die Alhidade durch ihre Druckschraube fest, und führe den Berührungspunct an das entgegengesetzte Ende des Feldes. Schneiden sich hier die Ränder, so steht das Objectivende des Rohrs zu weit vom Sextanten ab und umgekehrt. Auch lässt sich durch eine eigene Schraube der Ring, welcher das Fernrohr trägt, über der Ebene des Sextanten erhöhen und erniedrigen. Sieht man den unmittelbar, ohne Reflexion gesehenen Gegenstand durch den oberen durchbrochenen Theil des kleinen Spiegels nicht deutlich genug, so muss das Fernrohr erhöht werden.

Um zu untersuchen, ob die Spiegel auf beyden Seiten parallel sind, suche man in dem Spiegel das Bild eines sehr entfernten, wohl begränzten Gegenstandes in einer gegen den Spiegel sehr schiefen Lage auf. Sieht man ein doppeltes Bild des Gegenstandes, so sind die beyden Seiten des Spiegels nicht parallel. Je dunkler die Farbe des Spiegels ist, desto besser ist er polirt, desto besser wird man also durch ihn sehen.

Zur Beobachtung der Sonne hat man, um die Augen zu schonen, eigene Blendgläser. Um zu sehen, ob ihre beyden Seiten parallel sind, lasse man die zwey Bilder der Sonne sich scharf berühren, und ändere die Gläser, oder drehe sie in ihren Fassungen. Bleibt die Berührung ungestört, so sind die Blendungen gut. Übrigens, wenn man bey den Beobachtungen dieselben Blendungen braucht, die man bey der Bestimmung des Collimationsfehlers gebraucht hat, so hat ein Fehler in dem Parallelismus keine nachtheiligen Folgen auf die Beobachtungen selbst.

III. Zur Beobachtung der Höhe irdischer und himmlischer Gegenstände braucht man natürliche oder künst-

liche Horizonte. Zu den ersten gehören Wasser in eine
Schale, über welches man Öhl giessen kann, damit nich
jeder leise Windhauch es wellenförmig bewegt, oder Tint
Buchdruckerschwärze, und am besten Quecksilber. Alle dies
Gegenstände werden gewöhnlich mit einem Glasdache be
deckt, sie vor dem Winde zu sichern. Statt dem Glase wir
man vortheilhafter die unter dem Namen Miroir d'âne od
Frauenglas bekannte Glimmergattung wählen, da dies
von der Natur schon in vollkommene parallele Blätter ge
spalten wird. Auf dem Meere endlich bedient man sich z
diesem Zwecke des Horizonts der See. Künstliche Ho
rizonte bestehen aus Spiegeln, die mit Hülfe von Libel
len horizontal gestellt werden.

IV. Während der Beobachtung hält man den Sextant
bey seiner Handhabe in der rechten Hand, so, dass das u
mittelbar gesehene Object links, das reflectirte aber rech
vom Beobachter steht. Wollte oder müsste man das unm
telbar gesehene Object rechts lassen, so wird der Sextar
umgekehrt, oder seine eingetheilte Fläche gegen die Er
gehalten. In der Ordnung nimmt man immer das schw
cher beleuchtete Object zu dem unmittelbar gesehenen, al
bey Sonne und Mond den letzten, bey Mond und Sterne
die letzten u. f.

Um den Winkel zwischen zwey Gegenständen zu mes
sen, sehe man auf den einen derselben unmittelbar durc
das Rohr, bringe die Ebene des Sextanten in die Ebene bey
der Objecte, und bewege die Alhidade, bis das Bild de
zweyten Objectes das erste beynahe deckt. Dann schliess
man die Alhidade, und bringt durch die feine Micromete
schraube die völlig scharfe Deckung hervor.

Um die Höhe eines Gegenstandes zu messen, sehe ma
auf das Bild desselben im Horizont unmittelbar durch d
Rohr, bringe die Ebene des Sextanten in eine verticale La
und bewege die Alhidade, bis das reflectirte Bild desselbe
Gegenstandes jenes erste beynahe deckt. Die völlig schar
Deckung erhält man, wie zuvor, durch die Micromete
schraube. Bey der Sonne wird man auch hier die Berühru
der Ränder der Deckung der Bilder vorziehen. Steht b
der Berührung der Ränder das bewegliche, oder durch I

sion der Spiegel gesehene Bild über dem andern, so er-
t man die doppelte Höhe des obern Randes der Sonne.
dem Winkel, welchen die Alhidade anzeigt, schlägt man
Collimationsfehler, halbirt das Resultat, subtrahirt da-
den Halbmesser der Sonne und die Refraction, und ad-
die Höhenparallaxe, das Endresultat ist die wahre Höhe
Mittelpunctes der Sonne. Bey Sternen fällt die Rücksicht
Halbmesser und Parallaxe weg.

Das Vorhergehende wird hinreichen, den Sextanten ge-
ig zu gebrauchen. Umständlichere Belehrungen darüber
let man in Bohnenberger's Anleitung zur geographi-
en Ortsbestimmung, und monatl. Correspondenz 1800
cember u. a. Berl. Jahrb. 1811, p. 117, u. 1812 p. 245.

Mittagsrohr.

11. §. Das Mittagsrohr oder das Passage-Instrument
teht aus einem Fernrohre, welches sich auf einer hori-
ntalen Axe in der Ebene des Meridians bewegt. Es ist
timmt, den Stand der Uhr und dadurch die Rectascen-
n der Gestirne zu bestimmen, und gehört daher zu einem
r wichtigsten Instrumente der beobachtenden Astronomie,
it welchem man übrigens auch noch andere Resultate er-
lten kann, wie z. B. I. S. 212 gezeigt worden ist. (M. s.
ron. Nachrichten Vol. VI. von Hansen.)

Seinem gehörigen Gebrauche müssen mehrere Correc-
nen vorausgehen. Die ersten derselben beziehen sich auf
gehörige Stellung der Fäden im Brennpuncte des Fern-
res, die nach dem Verfahren der §. 5. und 6. berichtiget
rden, daher die dort gegebenen Vorschriften hier keiner
ederholung bedürfen.

Ausser diesen kann aber das Mittagsrohr noch vorzüg-
den folgenden drey Fehlern unterliegen, die daher zu-
durch mechanische Correctionen, wenn nicht wegge-
cht, doch vermindert werden müssen, wenn man mit
em Instrumente genaue Beobachtungen erhalten will.
se Fehler beziehen sich 1) auf die Collimation der Fä-
, wenn die optische Axe des Fernrohres nicht senkrecht

auf der Drehungsaxe des Instrumentes steht; 2)
Horizontalität der Drehungsaxe, und 3) auf das Azin
Fernrohres, oder auf die Abweichung desselben v
Ebene des Meridians. Wir wollen jeden dieser Feh
sonders betrachten.

1) Collimation. — Man stellt, durch eine
Bewegung der horizontalen Drehungsaxe des Instru
den mittleren vertikalen Faden auf ein genau besti
terrestrisches Object, und kehrt dann das Instrument
nen beyden Lagern um, so dass die östliche Axe zu
lichen wird. Ist in dieser zweyten Lage des Instrume
Faden nicht mehr auf dem bezeichneten Puncte des O
so bringt man ihn (durch die die Fädenfassung bew
Schraube), um die Hälfte seiner gegenwärtigen
chung gegen die erste Lage desselben hin, und wie
dieses Verfahren, bis der Faden in beyden Beobach
denselben Punct des Objects trifft. Dann wird nämli
Fernrohr bey seiner Bewegung einen grössten Kr
Himmel beschreiben, während es früher, ehe seine
mation weggebracht wurde, nur einen kleineren,
grössten parallelen Kreis beschrieben hat.

2) Horizontalität der Drehungsaxe. —
hängt die Libelle mit ihren beyden Armen an die b
Enden der Rotationsaxe, und bemerkt den Ort A ein
beyden Endpuncte der Blase. Dann hebt man die I
ab, und hängt sie in verkehrter Lage (so dass der
östliche Arm jetzt westlich werde) wieder ein. St
dieser zweyten Lage der Libelle derselbe, früher be
Endpunct der Blase nicht mehr bey dem Orte A, sonde
einem anderen Orte B, so bringt man durch die Sch
welche das eine Ende der Rotationsaxe zu erhöhen
zu erniedrigen bestimmt ist, diese Axe dahin, dass
Endpunct der Blase den Ort $\frac{A+B}{2}$ angebe, wo dann
Axe selbst dem Horizonte parallel seyn wird. Auch hie
eine Wiederholung des Verfahrens, wodurch die etw
übrig bleibenden Fehler immer mehr vermindert w
vortheilhaft seyn.

5) **Azimut des Rohres.** — Durch 2) ist die Rota-
nsaxe des Instruments horizontal, und durch 1) die
tische Axe des Fernrohres auf jene Rotationsaxe senk-
cht gestellt worden, so dass daher diese optische Axe,
ihrend der Bewegung des Fernrohres, einen **Vertikal-
eis** beschreibt. Es ist nur noch übrig, das Azimut dieses
rtikalkreises zu untersuchen, und dann denselben in die
ene des Meridians zu bringen.

Zu diesem Zwecke sey t die Uhrzeit des beobachteten
rchganges eines bekannten Sterns durch den mittleren
rtikalen Faden, und α, δ die scheinbare Rectascension
d Declination des Sterns. Wurde der Stern in seiner un-
ren Culmination beobachtet, so wird man für δ nicht die
eclination, sondern das Complement derselben zu 180°
hmen. Endlich sey der Kürze wegen

$$m = \frac{\mathrm{Sin}\,(\varphi - \delta)}{\mathrm{Cos}\,\delta},$$

wo φ die Polhöhe des Beobachtungsortes bezeichnet.

Für einen zweyten Stern seyen dieselben Grössen

$$t',\ \alpha',\ \delta' \text{ und } m' = \frac{\mathrm{Sin}\,(\varphi - \delta')}{\mathrm{Cos}\,\delta'}.$$

Nehmen wir an, dass die vertikale Ebene, welche die opti-
sche Axe des Fernrohres während der Bewegung desselben
beschreibt, auf der Südseite des Zeniths östlich von dem
Meridian liege, und mit der Ebene des Meridians den Win-
kel a bilde, wo also a das gesuchte Azimut des Rohres ist,
und dass ferner zur Zeit der Beobachtung die Uhr um x Se-
kunden zu spät gegen Sternzeit gehe, so hat man, wie man
leicht sieht, für den ersten Stern

$$x = \alpha - t - m\,a,$$

und eben so für den zweyten

$$x = \alpha' - t' - m'\,a.$$

Diese beyden Gleichungen enthalten zwey unbekannte Grössen
a und x, die man daher aus ihnen finden wird. Man erhält so

$$a = \frac{(\alpha' - t') - (\alpha - t)}{m' - m}, \text{ oder}$$

$$a = \frac{(\alpha' - t') - (\alpha - t)}{\mathrm{Cos}\,\varphi\,(\mathrm{tg}\,\delta - \mathrm{tg}\,\delta')}, \text{ oder endlich}$$

$$a = [(\alpha' - t') - (\alpha - t)]\,\frac{\mathrm{Cos}\,\delta'\,\mathrm{Cos}\,\delta}{\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,(\delta - \delta')}.$$

Man sieht aus diesem Ausdrucke, dass zur Best-
immung von a solche Sternenpaare vorzüglich geeignet si[nd], die so nahe als möglich an dem Pole des Äquators, zwar zu verschiedenen Seiten desselben culminiren, so d[ass], wenn der eine dieser Circumpolarsterne in der oberen Culmination genommen würde, der andere in der unteren Culmination beobachtet werden soll. Hat man densel[ben] Stern in seinen beyden Culminationen beobachtet, so [ist], wenn t die Zeit der unteren Culmination, und δ die D[ecli]nation des Sterns ist,

$$a = \frac{12^h - (t' - t)}{24 \cos\varphi \tan\delta},$$

welcher Ausdruck von der Kenntniss der Rectascension [des] Sterns ganz unabhängig ist. Dass übrigens die zweyte [Beob]achtungszeit t' durch den bekannten Gang der Uhr [auf] Sternzeit corrigirt werden muss, ist für sich klar. K[ennt] man so das Azimut a des Rohres, so wird man das[selbe] durch die Schraube immer mehr vermindern können, w[elche] das eine Ende der Rotationsaxe in horizontaler Rich[tung] oder von Ost gegen West zu bewegen bestimmt ist, so [kann] man auch, wenn der Werth von a bekannt ist, für j[eden] anderen Stern entweder die Correction der Uhr, wenn [man] die Rectascension des Sterns kennt, oder diese aus j[ener] durch die Gleichung findet,

$$\sin(\varphi - \delta)$$

der Durchschnittspunct des Äquators mit dem Meridian, der wahre Ostpunct, und p der östliche Pol der Rotaaxe, oder der Punct des Himmels, in welchem er von der verlängerten östlichen Axe getroffen wird. Sey ferner der grösste Kreis, welchen das Instrument beschreiben würde, wenn die Collimation der optischen Axe desselben Null wäre, und der punctirte Kreis derjenige, den wegen seiner Collimation in der That beschreibt, so dass die beyden letzten Kreise parallel sind, und von einander um den Bogen c = Collimation entfernt sind.

Um die Lage von p auf den Meridian, auf den Pol auf das Zenith beziehen zu können, führe man die Bezeichnungen ein

$$\text{Winkel } AZp = 90 + a,\quad Zp = 90 + b,$$
$$APp = 90 + A,\quad Pp = 90 + B,$$

$PZ = 90 - \varphi$ die Äquatorhöhe.

Dieses vorausgesetzt, gibt das sphärische Dreyeck PZp folgenden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos} B\, \operatorname{Cos} A &= \operatorname{Cos} a \operatorname{Cos} b,\\ \operatorname{Sin} A \operatorname{Cos} B &= \operatorname{Sin} b \operatorname{Cos} \varphi + \operatorname{Cos} b \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Sin} a,\\ \operatorname{Sin} B &= \operatorname{Sin} b \operatorname{Sin} \varphi - \operatorname{Cos} b \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} a,\\ &\text{und überdiess}\\ \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} b &= -\operatorname{Sin} B \operatorname{Cos} \varphi + \operatorname{Cos} B \operatorname{Sin} A \operatorname{Sin} \varphi,\\ \operatorname{Sin} b &= \operatorname{Sin} B \operatorname{Sin} \varphi + \operatorname{Cos} B \operatorname{Sin} A \operatorname{Cos} \varphi, \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (I).$$

Befindet sich nun ein Stern, dessen Declination δ ist, in der wirklichen Gesichtslinie in s, und nennt man τ den Stundenwinkel, den man noch zu dem beobachteten hinzufügen muss, um die Zeit zu erhalten, wo der Stern im Meridian ist, so gibt das Dreyeck Psp die Gleichung

$$\operatorname{Sin} c = -\operatorname{Sin} \delta \operatorname{Sin} B + \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos} B \operatorname{Sin}(\tau - A) \ldots . (II),$$

aus welcher τ gefunden werden soll. Diese Gleichung gibt

$$\operatorname{Sin}(\tau - A) \operatorname{Cos} B = \operatorname{Sin} B \operatorname{tang} \delta + \operatorname{Sin} c \operatorname{Sec} \delta,$$

oder wenn man zu beyden Seiten Sin A Cos B addirt,

$$2 \operatorname{Sin} \tfrac{1}{2}\tau \operatorname{Cos}(\tfrac{1}{2}\tau - A) \operatorname{Cos} B = \operatorname{Sin} A \operatorname{Cos} B$$
$$+ \operatorname{Sin} B \operatorname{tang} \delta + \operatorname{Sin} c \operatorname{Sec} \delta \ldots . (A).$$

Substituirt man in diesen Ausdrücken für Sin B
Sin A Cos B ihre Werthe aus (I), so erhält man

$$2 \operatorname{Sin} \tfrac{1}{2} \tau \operatorname{Cos} (\tfrac{1}{2} \tau - A) \operatorname{Cos} B = \operatorname{Sin} a \frac{\operatorname{Sin} (\varphi - \delta)}{\operatorname{Cos} \delta} \operatorname{Cos} b$$
$$+ \operatorname{Sin} b \frac{\operatorname{Cos} (\varphi - \delta)}{\operatorname{Cos} \delta} + \operatorname{Sin} c \operatorname{Sec} \delta \ldots . (B),$$

und eben so

$$2 \operatorname{Sin} \tfrac{1}{2} \tau \operatorname{Cos} (\tfrac{1}{2} \tau - A) \operatorname{Cos} B = \frac{\operatorname{Sin} b}{\operatorname{Cos} \varphi}$$
$$- \operatorname{Sin} B \frac{\operatorname{Sin} (\varphi - \delta)}{\operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos} \varphi} + \operatorname{Sin} c \operatorname{Sec} \delta \ldots . (c).$$

Der Factor $\operatorname{Cos} (\frac{1}{2} \tau - A) \operatorname{Cos} B$ ist der Cosinus
Winkels, unter welchem der τ halbirende grösste Kreis
Kreis S p′ schneidet, so wie Cos A Cos B der Cosinu
Winkels von S p′, und dem Meridian in ihrem D
schnittspuncte Q ist. Die Entfernung A Q erhält man d
die Gleichung

$$\operatorname{tang} A Q = - \operatorname{Sin} A \operatorname{Cotg} B.$$

24. §. Die vorhergehenden Ausdrücke sind ganz g
Setzt man aber voraus, dass die Fehler des Instrum
durch das Verfahren des §. 22 schon so sehr vermindert
den sind, dass man ihre zweyten und höheren Potenzen
merklichen Fehler vernachlässigen kann, so sind τ, A
und a, b, c nur sehr kleine Grössen, und die drey le
Gleichungen gehen daher in folgende einfachere über:

$$\alpha - (t + x) = A + B \operatorname{tang} \delta + c \operatorname{Sec} \delta \ldots . (A),$$
$$\alpha - (t + x) = a \frac{\operatorname{Sin} (\varphi - \delta)}{\operatorname{Cos} \delta} + b \frac{\operatorname{Cos} (\varphi - \delta)}{\operatorname{Cos} \delta} + c \operatorname{Sec} \delta \ldots .$$
$$\alpha - (t + x) = \frac{b}{\operatorname{Cos} \varphi} - \frac{B \operatorname{Sin} (\varphi - \delta)}{\operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} \delta} + c \operatorname{Sec} \delta \ldots . (C),$$

wo α die scheinbare Rectascension des Sterns, t die Uh
der Beobachtungen, x die Verspätung der Uhr gegen St
zeit, also $\alpha - (t + x)$ den östlichen Stundenwinkel des St
zur Zeit der Beobachtung bezeichnet.

Die Grössen A, B, a und b hängen so von eina
ab, dass man hat

$$A = a \operatorname{Sin} \varphi + b \operatorname{Cos} \varphi,$$
$$B = b \operatorname{Sin} \varphi - a \operatorname{Cos} \varphi,$$
$$a = A \operatorname{Sin} \varphi - B \operatorname{Cos} \varphi,$$
$$b = A \operatorname{Cos} \varphi + B \operatorname{Sin} \varphi.$$

)ie allen diesen Ausdrücken von $\alpha-(t+x)$ gemein-liche Grösse c wird durch Umkehren des Instruments . 22. I.) bestimmt. Braucht man dann die Gleichung o findet man die Grösse b durch die Libelle (§. 22. II.). rösse B aber kann durch Beobachtung der beyden nationen eines Circumpolarsternes bestimmt werden. ere Culmination gibt nämlich (nach der Gleichung (A))

$$\alpha-(t+x)=A+B\tang\delta+c\,\mathrm{Sec}\,\delta,$$

e untere

$$12^h+\alpha-(t'+x)=A-B\tang\delta-c\,\mathrm{Sec}\,\delta,$$

ich beyder Differenz

$$B=\frac{(t'-t)-12^h}{2\tang\delta}-c\,\mathrm{Sec}\,\delta.$$

ir zwey verschiedene Sterne ist

$$B=\frac{\alpha-t-c\,\mathrm{Sec}\,\delta-(\alpha'-t'-c\,\mathrm{Sec}\,\delta')}{\mathrm{tg}\,\delta-\mathrm{tg}\,\delta'},$$

, t, δ die Rectascension, die beobachtete Culmina-it und die Declination des einen, und α', t', δ' des Sterns bezeichnet.

raucht man aber die Gleichung (A), so wird man c und B, wie zuvor, bestimmen, und dann ent-das Azimut a durch ein zu diesem Zwecke einge-es terrestrisches Meridianzeichen, oder auch b durch der Libelle (wie §. 22. II.) suchen. Ist so nebst den en c und B auch entweder a oder b bekannt, so findet lie Grössen A entweder aus

$$A=\quad B\,\mathrm{Cotg}\,\varphi+\frac{a}{\mathrm{Sin}\,\varphi},$$

us

$$A=-B\tang\varphi+\frac{b}{\mathrm{Cos}\,\varphi}.$$

Vill man bloss Differenzen der Rectascensionen durch ittagsinstrument bestimmen, so ist die Form (A) quemste, weil man dann die constante Grösse A nicht ücksichtigen braucht.

raucht man endlich die Form (B), so wird man c Umkehren (§. 22. I.), b durch die Libelle (§. 22. II.), ndlich a durch die Beobachtung der dem Pole sehr Sterne bestimmen. Um das hier zu beobachtende

Verfahren deutlich zu machen, wollen wir es umständli[...] angeben.

Sey also a das Azimut des Fernrohres, und c der Col[...]mationsfehler desselben, beyde positiv, wenn die Axe d[...] Rohres auf der Südseite des Zeniths gegen Ost abweic[...] Sey ferner b die Neigung der Rotationsaxe gegen den Ho[...]zont, positiv, wenn die Westseite derselben zu hoch ste[...] und t die Uhrzeit der Beobachtungen, so wie x die Correcti[...] der Uhr gegen Sternzeit, positiv, wenn die Uhr gegen Ster[...]zeit zu wenig gibt. Endlich sey α und δ die scheinba[...] Rectascension und Declination des beobachteten Sterns, u[...] φ die Polhöhe (für untere Culminationen ist α die um 1[...] vermehrte Rectascension, und δ das Complement der Dec[...]nation zu 180; südliche Declinationen sind negativ).

Setzt man der Kürze wegen

$$m = \mathrm{Sin}\,(\varphi - \delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta, \text{ und } n = \mathrm{Cos}\,(\varphi - \delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta,$$

und eben so für einen zweyten Stern

$$m' = \mathrm{Sin}\,(\varphi - \delta')\,\mathrm{Sec}\,\delta', \text{ und } n' = \mathrm{Cos}\,(\varphi - \delta')\,\mathrm{Sec}\,\delta',$$

so hat man die beyden Gleichungen

$$\alpha = t + x + a\,m + b\,n + c\,\mathrm{Sec}\,\delta,$$
$$\alpha' = t' + x + a\,m' + b\,n' + c\,\mathrm{Sec}\,\delta'.$$

Aus diesen beyden Gleichungen erhält man, wenn m[...] b und c kennt, das Azimut a durch den Ausdruck

$$a = \frac{(\alpha - t) - (\alpha' - t') - b\,(n - n') - c\,(\mathrm{Sec}\,\delta - \mathrm{Sec}\,\delta')}{m - m'},$$

oder wenn jeder der beyden Sterne seine eigene Neigu[...] der Axe b und b′ hat,

$$a = \frac{(\alpha - t) - (\alpha' - t') + b'n' - b\,n + c\,\mathrm{Sec}\,\delta' - c\,\mathrm{Sec}\,\delta}{m - m'} \ldots (\mathrm{III}$$

Um aus dieser Gleichung den Werth von a genau [...] finden, wird man (wie Seite 188), zwey dem Pole sehr na[...] Sterne, und zwar den einen in der oberen, den anderen [...] der unteren Culmination wählen.

Braucht man aber in beyden Beobachtungen dense[...] ben, dem Pole nahen Stern, so hat man für die obe[...] Culmination

$$(\alpha - t - x)\,\mathrm{Cos}\,\delta = a\,\mathrm{Sin}\,(\varphi - \delta) + b\,\mathrm{Cos}\,(\varphi - \delta) + c,$$

und für die untere

$$(12^h + \alpha - t' - x)\,\mathrm{Cos}\,\delta = a\,\mathrm{Sin}\,(\varphi + \delta) + b'\,\mathrm{Cos}\,(\varphi + \delta) -$$

raus für das Azimut folgt

$$a=\frac{12-t'+t+[b\,\mathrm{Cos}\,(\varphi-\delta)-b'\,\mathrm{Cos}\,(\varphi+\delta)+2\,c]\,\mathrm{Sec}\,\delta}{2\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{tang}\,\delta}\;\ldots.(\mathrm{III}'),$$

welcher letzten Gleichung die Grösse δ immer die Declination des Sterns bezeichnet.

25. §. Durch die Gleichung (III) oder (III') findet man so das Azimut a, wenn die beyden Grössen b und c bekannt sind. Wie findet man aber diese Grössen b und c?

I. Die Grösse b findet man (wie §. 22. II.) durch die Libelle. Diese gebe in der ersten Lage westlich die Zahl W, nd östlich O, und nach ihrer Umkehrung in der zweyten age westlich W', und östlich O'. Ist dann k der Werth nes Theilstriches der Libelle (Seite 160), so ist

$$b=\frac{k}{60}[(W+W')-(O+O')],$$

der abkürzend

$$b=\frac{k}{30}(W-O')=\frac{k}{30}(W'-O).$$

Ist z. B. $W=27.9$, $O=19.5$, $W'=23.0$, $O'=24.2$, nd $k=0.''639$, so ist $b=+0.''08$.

II. Die Grösse c kann man durch ein terrestrisches bject bestimmen, dessen Durchmesser (in Secunden des gens) bekannt ist. Der Mittelfaden des Instruments stehe der gewöhnlichen Lage des Fernrohres p Raumsecunden tlich von dem Mittelpuncte des terrestrischen Zeichens ht er so viel westlich, so ist p negativ). Dann kehre man s Rohr um, so dass das westliche Ende der Drehungsaxe zt östlich werde, und in dieser zweyten Lage des Rohres ehe der Mittelfaden q Secunden östlich von dem Mittelncte des Zeichens, so ist

$$c=\frac{p-q}{30}.$$

Sicherer noch findet man diese Grösse c durch die Beobhtung eines dem Pole nahen Sternes an dem ersten der in m Fernrohre ausgespannten Verticalfäden. Die Zeit dieser obachtung, durch das bekannte Intervall der Fäden auf n Mittelfaden reducirt, sey θ. Dann kehre man das Mitgsrohr um, so dass die westliche Axe desselben östlich werde, und beobachte den Stern wieder an dem letzten Faden (dass heisst, an demselben, der vorhin der erste war). Die Zeit dieser Beobachtung, auf den Mittelfaden reducirt sey θ', so ist

$$c = \frac{\theta' - \theta}{2} . \operatorname{Cos} \delta.$$

Ist bey diesen beyden Beobachtungen die Neigung der Rotationsaxe verschieden, und ist dieselbe bey der ersten Beobachtung b, und bey der zweyten b', so ist

$$c = \frac{\theta' - \theta + (b' - b)\,n}{2} . \operatorname{Cos} \delta,$$

wo wieder für untere Culminationen δ das Complement der Declination zu 180° ist.

Kennt man so für einen Beobachtungstag die Grössen a, b und c, so wird man aus jeden andern an diesem Tage beobachteten Stern entweder die Correction der Uhr durch die Gleichung

$$x = \alpha - t - am - bn - c \operatorname{Sec}\delta \ldots (IV),$$

oder wenn x bekannt ist, die Rectascension α des beobachteten Sterns aus der Gleichung

$$\alpha = t + x + am + bn + c \operatorname{Sec}\delta \ldots (V)$$

finden. Andere Anwendungen und Erweiterungen des Gebrauches des Mittagsrohres sehe man in den astronomischen Nachrichten Vol. VI.

Um das Vorhergehende durch ein Beyspiel deutlich zu machen, so wurde am 14. May 1828 der Polarstern in seiner unteren Culmination an den zwey ersten der fünf Fäden des Meridiankreises in Wien beobachtet. Die durch die bekannte Distanz der Fäden daraus abgeleitete Zeit des Mittelfadens war $\theta = 12^h\, 59'\, 56.''90$. Dann wurde der früher gegen Ost stehende Kreis nach West umgelegt, und derselbe Stern an den zwey letzten, das heisst also, an denselben Fäden, wie in der ersten Lage, beobachtet. Die daraus abgeleitete Zeit des Mittelfadens war $\theta' = 12^h\, 59'\, 35.''29$. Vor dem Umkehren zeigte die Libelle:

$$W = 32.5,\ O = 33.7,\ W' = 34.1,\ O' = 32.3,$$

und nach dem Umkehren zeigte die Libelle:

$$W = 29.2,\ O = 37.6,\ W' = 30.2,\ O' = 36.3.$$

Da nun der Werth eines Theilstriches der Libelle $l = 0.''639$ ist, so war vor der Umkehrung $b = +0.006$, und nach derselben $b' = -0.156$. Da ferner für diesen Tag die scheinbare Declination des Polarsterns

$$\delta = 88^\circ\ 23'\ 23.''63 \text{ ist, so ist}$$

$$\theta' - \theta = -21.''61,\ b' - b = -0''162,$$

und daher, weil man in der unteren Culmination $180^\circ - \delta$ statt δ setzen muss,

$$n = \operatorname{Cos}(\varphi - \delta) \operatorname{Sec} \delta = -25.''85, \text{ und}$$

$$c = \frac{\theta' - \theta + (b' - b)\,n}{2} \operatorname{Cos} \delta = -0.''2447.$$

Will man die Beobachtungen nebst den Collimationsfehler zugleich von der täglichen Aberration (I. S. 86) befreyen, so wird man für c setzen

$$c - 0.''0209 \operatorname{Cos} \varphi.$$

An demselben Tage waren die beobachteten Durchgangszeiten durch den mittleren Faden, im Mittel aus allen fünf Fäden von

α Urs. maj. $10^h\ 53'\ 41.''47 = t$ Uhrzeit,
α Urs. min. untere Culmination $12\ 59\ 56.90 = t'$ Uhrzeit.

Die scheinbaren Rectascensionen dieser Sterne sind

α Urs. maj.	10^h	$53'$	$3.''81$,
α Urs. min.	12	58	52.69.

Ferner ist $b = +0.006$, und $c = +0.231$, also auch für

	α Urs. maj.	α Urs. min.
$b\,n'$	$+0.01$	-0.16
$c \operatorname{Sec} \delta$	$+0.50$	-8.22,

und damit gibt die Gleichung (III)

$$a = \frac{-64.21 + 37.66 + 0.01 + 0.16 + 0.50 + 8.22}{24.99} = -0.''707.$$

Kennt man so a, b und c, so wird man durch die Beobachtung eines jeden anderen Sterns entweder die Correction x der Uhr nach (IV.), oder die Rectascension des Sterns nach (V) bestimmen. So war für denselben Tag

Uhrzeit des Mittelfadens	α Aurigae $5^h\,4'\,38.''66$	α Orionis $5^h\,46'\,31.''02$	β Geminorum $7^h\,35'\,26.''33$	α Le… $9^h\,59'$…
scheinbare Rectascension	5 4 0.27	5 45 52.13	7 34 47.57	9 59
$\alpha - t$	— 38.39	— 38.89	— 38.76	—
$b\,n$	+ 0.01	0.00	0.01	
$c \operatorname{Sec} \delta$	+ 0.33	0.23	0.26	
$a\,m$	— 0.05	— 0.47	— 0.27	—
$x =$	— 38.68	— 38.65	— 38.76	—

also im Mittel aus allen vier Bestimmungen

$$x = -38.''69.$$

Multiplicationskreise.

26. §. Zu Bestimmungen der Höhen oder der I… stanzen der Gestirne braucht man gewöhnlich ganze K… die sich durch eine eigene Vorrichtung vertical stelle… sen, und um deren Axe sich ein Fernrohr parallel mi… Kreisfläche bewegt. Die früher zu diesem Zwecke gebr… ten, unter den Namen der Quadranten, Sectoren u. f. bel… ten Theile eines Kreises sind den ganzen Kreisen mit … weit nachzusetzen, daher wir hier nur die letzteren … betrachten wollen.

Der nun auch immer mehr ausser Gebrauch komm… Multiplicationskreis besteht aus zwey concentri… Kreisen, die sich in einer Verticalfläche um ihre ge… schaftliche horizontale Axe drehen, welche letztere an … verticalen Säule befestiget ist. Der äussere Kreis träg… wöhnlich die Eintheilung, und der innere, mit welche… Fernrohr verbunden ist, trägt die Verniere, welche … der Eintheilung des äusseren Kreises hingleiten. Die … Kreise tragende verticale Säule hat noch einen klei… Azimutalkreis, durch welchen man die Fläche der b… verticalen Kreise wenigstens sehr nahe auf irgend eine… stimmten Punct des Horizonts stellen kann.

neren Kreis mit seinem Fernrohr concentrisch mit dem
:n festen Kreise auf und ab bewegen. Diese Einrich-
etzt den Beobachter in den Stand, denselben Winkel
ach einander zu messen, oder ihn zu multipliciren,
ch man sich von den Fehlern der Theilung u. f. un-
ig machen kann. Da aber die meisten dieser Fehler
n neueren Kreisen schon ungemein klein sind, so hat
iese, in der Beobachtung sowohl als in der Berech-
lieser Beobachtungen zeitraubende, und vielleicht
wegen der dabey nothwendigen immerwährenden Be-
g des Instruments und seiner Theile, auch unsichere
le in den neueren Zeiten wieder grösstentheils ver-
Man verfährt aber bey diesen Multiplicationen auf
le Weise:

an stellt einen der vier Verniere des innern Kreises
end einen Theilstrich des äussern, z. B. beynahe auf
lurch die drey anderen sehr nahe auf 90, 180 und 270
en. Dann befestige man durch die erste der oben
iten Druckschrauben den inneren Kreis an den äusse-
nd bringe durch die Micrometerschraube des inneren
den ersten Vernier genau auf 0° 0′ 0″. Dann öffne man
seren Kreis durch die zweyte Druckschraube, drehe
Kreise zugleich um ihre verticale Säule, bis ihre Ebene
das zu beobachtende Gestirn geht. In dieser Ebene

So ist die erste Beobachtung vollendet. Da diese aber weil der innere Kreis mit seinem Fernrohre noch immer a 0° steht, für sich allein keinen Werth hat, so geht man so fort zu der zweyten Beobachtung über.

Man löst nämlich den Azimutalkreis, und dreht d beyden Verticalkreise um ihre verticale Säule um 180 i Azimut, bis die Ebene beyder Kreise wieder durch das G stirn geht. Dann öffne man die erste Druckschraube, welc den inneren Kreis an den äusseren befestigte, und drehe di sen geöffneten inneren Kreis innerhalb des festen äusser so lange, bis das Fernrohr wieder auf den Stern steht. I dieser Lage schliesst man den inneren Kreis durch sei Druckschraube wieder an den äusseren, so wie den Az mutalkreis, bringt dann durch die Micrometerschra des inneren Kreises den Stern wieder genau auf d horizontalen Faden, und bemerkt endlich auch diesen A genblick der Beobachtung an der Uhr.

Jetzt ist auch die zweyte Beobachtung vollendet, un die Verniere, welche von ihren anfänglichen Standpunct sämmtlich um die doppelte Zenithdistanz des Gestirns fo gerückt sind, können abgelesen werden.

Will man aber die 4, 6, 8...fache Zenithdistanz des Ge stirns erhalten, so wiederholt man das so eben angezeig Verfahren noch 1, 2, 3...mal, und nur mit dem Unterschie dass der Vernier nicht, wie anfangs, auf Null zurückgefüh wird, sondern im Anfange einer jeden ungeraden Beobach tung dort stehen bleibt, wo er am Ende der vorhergehen den geraden Beobachtung war. Dass übrigens das Ablese der Verniere nicht nach jedem Beobachtungspaare, sonder erst am Schlusse der ganzen Beobachtungsreihe nöthig ist ist für sich klar.

Kann man die Höhenänderung des Gestirns währen der Zeit der Beobachtungen als der Zeit proportional anne men, so wird man das Mittel der so erhaltenen Zenithd stanzen, oder den durch die Anzahl der Beobachtungen d vidirten durchlaufenen Bogen des Kreises, als die Zenithd stanz des Mittels der sämmtlichen Beobachtungszeiten a sehen. Kann man sich aber diese Voraussetzung nicht e lauben, so wird man jedes einzelne Beobachtungspaar na der Gleichung der I. S. 197 auf die Mitte der Zeiten reduciren, und das Mittel dieser reducirten Beobachtungen als die gesuchte Zenithdistanz für die Mitte der sämmtlichen Beobachtungszeiten betrachten.

27. §. Die vorhergehende Beobachtungsart setzt voraus, dass die verticale Säule des Instruments in der That vertical stehe; dass die Ebene der beyden verticalen Kreise mit jener Säule parallel sey, und dass endlich auch die Gesichtslinie des Fernrohres mit der Ebene dieser Kreise parallel sey.

I. Die Verticalität der Säule erhält man gewöhnlich durch eine Libelle, die an ihrer Rückseite senkrecht auf diese Säule befestigt ist, und mit welcher man nach Seite 150 verfährt. Bemerkt man während den Beobachtungen eine Verstellung der Säule, dass heisst, eine Veränderung der Libelle, so kann man von ihr auf folgende Weise Rechnung tragen.

Heisst in jeden der beyden Lagen des Instruments a die Zahl des bey dem Beobachter stehenden, und b die Zahl des bey dem Gestirne stehenden Endpunctes der Blase, und nennt man diese Zahlen für die folgenden Beobachtungen a', b', a'', b''..., so hat man, wenn k den Werth eines Theilstrichs der Libelle bezeichnet, für die gesuchte Correction der beobachteten Zenithdistanz

$$\frac{k}{2N}[(a+a'+a''+..)-(b+b'+b''+..)],$$

wo N die Anzahl der Beobachtungen ist, und wo diese Correction mit ihrem Zeichen an der beobachteten Zenithdistanz angebracht wird.

II. Den Parallelismus der Ebene der beyden Kreise mit der verticalen Säule kann man durch eine zweyte Libelle herstellen, die, wie bey dem Mittagsrohre, an den beyden Enden der zu diesem Zwecke hervorstehenden horizontalen Axe dieser Kreise angehängt, und wodurch diese Axe nach Seite 186 horizontal, also auch die von dem Künstler schon darauf senkrecht gesetzte Ebene der Kreise vertical gemacht wird. Wäre n die Neigung der Ebene der Kreise gegen die verticale Säule, so ist die durch das Instrument gefundene Zenithdistanz z des Sterns von der wahren Zenithdistanz z' verschieden, und man hat

$$\mathrm{Cos}\, z' = \mathrm{Cos}\, n\ \mathrm{Cos}\, z, \text{ oder}$$

$$z' - z = \frac{n^2}{2} \mathrm{Cotg}\, z\ \mathrm{Sin}\, 1'',$$

woraus man sieht, dass dieser Fehler für Beobachtungen nahe am Zenithe sehr nachtheilige Folgen haben kann.

III. Den Parallelismus der optischen Axe des Fernrohrs mit den Kreisen untersucht man, wie bey dem Mittagsrohr Seite 186 gezeigt worden ist. Man stellt nämlich den verticalen Faden des Fernrohres auf einen scharf begrenzten und sehr entfernten Gegenstand, bewegt dann die Säule mittelst des Azimutalkreises genau um 180 Grade, und bemerkt, indem man das Fernrohr wieder auf den Gegenstand bringt, ob der Faden denselben wieder genau trifft: im entgegengesetzten Falle verbessert man die Hälfte des Fehlers durch die Schraube, welche das Fadennetz in horizontaler Richtung bewegt, und wiederholt das Verfahren, bis der Fehler verschwindet. Wäre m die Neigung der optischen Axe gegen die Kreise, und z die beobachtete, und z' die wahre Zenithdistanz, so hat man, wie zuvor,

$$\mathrm{Cos}\, z' = \mathrm{Cos}\, m\ \mathrm{Cos}\, z, \text{ oder}$$

$$z' - z = \frac{m^2}{2}\ \mathrm{Cotg}\, z\ \mathrm{Sin}\, 1''.$$

Meridiankreise.

28. §. Vorzüglicher, als die Multiplicationskreise, sind die Meridiankreise, die so genannt werden, weil man mit ihnen die Rectascensionen sowohl, als auch die Zenithdistanzen der Gestirne zur Zeit ihrer Culmination in dem Meridian beobachtet. Die von Reichenbach eingeführten Meridiankreise, auf welche ich mich hier beschränke, unterscheiden sich von einem zwischen zwey Pfeilern stehenden Mittagsrohr nur dadurch, dass sie an dem einen Endpuncte ihrer horizontalen Axe zwey concentrische, vertical

reise tragen, von welchen der eine, die Alhidade, welche die vier Verniere und eine Libelle trägt, an dem einen der beyden Pfeiler befestiget ist, während der andere sich mit der horizontalen Drehungsaxe und dem daran befestigten Fernrohre auf und ab bewegt. Die nähere Einrichtung der einzelnen Theile des Instruments wird man besser bey der unmittelbaren Ansicht desselben kennen lernen, daher wir hier dabey nicht verweilen, sondern sogleich zu der Anwendung und zu den Correctionen desselben übergehen, welche man an diesem Instrumente vornehmen muss, um den damit gemachten Beobachtungen die nöthige Genauigkeit zu geben.

Da das Instrument zugleich Höhenkreis und Mittagsrohr ist, oder da man durch dasselbe sowohl Zenithdistanzen als Rectascensionen beobachten kann, so gelten zuerst alle die Vorschriften, welche wir oben Seite 185 bis 195 für das Mittagsrohr gegeben haben, auch hier unverändert.

Die unmittelbar an den Kreisen gemachten Beobachtungen kann man entweder als Zenithdistanzen oder auch als Poldistanzen betrachten, wenn man in dem ersten Falle, durch Umkehren des Instruments (wodurch das früher östliche Ende der Rotationsaxe westlich wird) den Scheitelpunct, oder wenn man in dem zweyten Falle durch Beobachtung der Circumpolarsterne in ihren beyden Culminationen den Polpunct des Instruments bestimmt. Die letzte Methode ist einfacher und zugleich directer, weil sie unmittelbar das gesuchte Resultat, die Poldistanz der beobachteten Sterne gibt, aber nicht die Polhöhe, die man nur durch die erste Methode erhält.

Wählt man unter den Circumpolarsternen die beyden, α und δ Ursae minoris, deren Declination genau bekannt ist, so gibt jede einzelne Beobachtung, wenn man sie von der Refraction befreyt, und mit der scheinbaren Poldistanz des Sterns vergleicht, den Polpunct des Kreises, und daraus unmittelbar die Poldistanzen aller übrigen beobachteten Sterne. Erhält man so zwey Bestimmungen des Polpuncts in zwey entgegengesetzten Lagen des Kreises, so ist ihre halbe Differenz gleich der Äquatorhöhe des Beobachtungsorts. So erhält man in Wien

1827	Polpunct			Polpunct
Aug. 22	41° 48′ 32.″85	Kreis Ost.	Sept. 3	318° 13′ 42.
24	32.84		4	42.
25	32.80		5	42.
Mittel	P = 41° 48′ 32.″83		Mittel	P′ = 318° 13′ 42

also auch Äquatorhöhe $\frac{P-P'}{2} = 41° 47' 25.''23$,
Polhöhe 48 12 34.77.

29. §. Die beyden Enden der horizontalen Drehaxe sind bey dem Meridiankreise, wie bey dem Mittagsro Cylinder vom gehärteten Stahle, die in Lagern von Glockmetalle liegen. Man kann wohl in den meisten Fällen nehmen, dass die auf die Axe dieser Cylinder senkrech Durchschnitte genau kreisförmig sind, weil die Künstler Mittel besitzen, die Kreisform mit der grössten Schärfe erzeugen. Indessen wird eine Prüfung derselben nicht ü flüssig seyn.

I. Wenn das Niveau bey allen Drehungen des Inst ments, d. h. bey allen Lagen des Fernrohres unverän bleibt, so ist es sehr wahrscheinlich, dass die Durchschn dieser beyden Cylinder ähnliche und ähnlich liegende, o vielmehr, dass sie kreisförmige Figuren bilden.

Man stelle das Fernrohr horizontal, das Objectiv z. nach Süden. In dieser Lage gebe die Libelle, zweymahl verkehrter Lage eingehängt, a Par. Linien östlich. — V kehre das Instrument um, so dass der Kreis auf die and Seite kommt, stelle das Rohr wieder horizontal, das O ject nach Norden, und in dieser Lage gebe die zweym eingehängte Libelle b Linien westlich, so folgt daraus, d in der zweyten Lage die Libelle um $\frac{b-a}{2}$ westlicher ste als in der ersten (und östlicher, wenn b < a ist). Um di durch ein Beyspiel zu erläutern (Königsb. Astr. Beob. V VI), so hatte man

		Kreis Ost a Linien	Kreis West b Linien
1820. März	17	0.18 O	0.45 W
	28	0.45 W	0.10 O
April	7	0.15 W	0.31 W
	13	0.12 W	0.32 W u.

ıer Beobachtungstage gaben in der ersten Columne ımen aller O. gleich 1.02, und die aller W. gleich lso ist $a = \frac{6.36 - 1.02}{31} = \frac{5.34}{31} = 0.172$ W. Eben so der zweyten Columne die Summe aller O gleich 0.99, aller W gleich 7.67; also ist

$$b = \frac{7.67 - 0.99}{31} = \frac{6.68}{31} = 0.215 \text{ W.}$$

e Libelle stand daher im Mittel aus allen Beobach- in der zweyten Lage des Rohrs um $\frac{b - a}{2}$, oder da westlich oder negativ ist, um

$$\frac{0.215 + 0.172}{2} = \frac{0.387}{2} = 0.193$$

westlicher, oder da eine Par. Linie der Libelle 2.164 en beträgt, um (2.164)(0.193) = 0.418 Secunden, ıer als in der ersten Lage. Diese allerdings sehr ge- bweichung ist übrigens noch kein Beweis, dass die Enden der Rotationsaxe von der cylindrischen Figur eden sind, da sie auch daraus erklärt werden kann, Axen dieser Cylinder nicht ganz genau in einer ge- Linie liegen.

Um die Gleichheit der Durchmesser dieser Cylin- untersuchen, wiederhohle man die in I erwähnten htungen der Libelle vor und nach der Umkehrung eises, doch so, dass in beyden Lagen des Kreises das v des Fernrohres nach derselben Seite, z. B. nach gekehrt ist. Zeigt in der ersten Lage die doppelt ein- te Libelle x Linien gen Ost, und in der zweyten x′ gen West, so ist (x′+x) die gesuchte Abweichung linder, wofür man die Differenz dieser beyden Zah- men wird, wenn beyde östlich, oder beyde westlich Königsb. astr. Beob.). Man fand so an den in I ange- Beobachtungstagen

	x	x′	Abweichung
17. März	0.40 W	1.00 O	1.40
28. März	1.42 W	0.40 W	1.02
7. April	0.24 W	1.38 W	1.14 u. f.

33 solcher Beobachtungstage geben die Summe der letz
Columne gleich 42.438, also die gesuchte Abweichung

$$\frac{42.438}{33} = 1.286 \text{ Linien.}$$

Um daraus die Halbmesser r und r' der beyden Cy
der der Axenenden zu finden, sollen die Haken der Wass
wage B'DBF (Fig. 20) einen Winkel $BDB' = 90°$, und
beyden Lager von Glockenmetall einen Winkel $EAE' =$
bilden. Die Höhe des Punctes A, wo die Lager zusamm
stossen, über derselben Horizontalebene, sey h für das
liche Lager, und h' für das westliche. Ferner sey R=
Linien die Länge der ganzen Rotationsaxe, und, wie
vor, die Par. Linie der Libelle gleich 2.164 Secunden. D
ses vorausgesetzt, ist

$$AC = \frac{r}{\operatorname{Sin} 30} = 2r \text{ und } CD = \frac{r}{\operatorname{Sin} 45} = r\sqrt{2}, \text{ und (Fig.}$$

$$MD = MA + AC + CD = h + r(2 + \sqrt{2}),$$

und eben so

$$M'D' = h' + r'(2 + \sqrt{2}).$$

Ferner ist

$$\frac{M'D' - MD}{R} = \operatorname{Sin} \varphi = \varphi \operatorname{Sin} 1'',$$

und $\varphi = (2.164\,x)$ Secunden, wo x den Ausschlag der
belle vor der Umlegung des Instruments bezeichnet,
auch

$$x = \frac{M'D' - MD}{R \operatorname{Sin} 2.''164}, \text{ oder}$$

$$x = \frac{(h' - h) + (r' - r)(2 + \sqrt{2})}{R \operatorname{Sin} 2.''164},$$

und eben so nach der Umlegung des Instruments

$$x' = \frac{(h' - h) - (r' - r)(2 + \sqrt{2})}{R \operatorname{Sin} 2.''164}.$$

Die Differenz dieser beyden Gleichungen gibt den gesucht
Unterschied der beyden Halbmesser, oder

$$r' - r = \frac{(x - x') R \operatorname{Sin} 1.''082}{2 + \sqrt{2}}.$$

Es ist aber nach dem Vorhergehenden $x - x' = 1.286$ u
$R = 384$, also ist auch

$$r' - r = 0.00076 \text{ Linien.}$$

ist, dass sie in einem grössten Kreise vor sich
an statt der Seite 190 gegebenen Gleichung die

$\text{in}\,(\varphi-\delta)+(b-\beta)\,\text{Cos}\,(\varphi-\delta)+c,$

Umkehrung der Rotationsaxe

$\text{Sin}\,(\varphi-\delta)+(b'-\beta)\,\text{Cos}\,(\varphi-\delta)+c',$

a' b' c' die in Secunden ausgedrückten Abwei-
zimut, in der Horizontalität der Axe und in
on, und wo α und β die dem Instrumente ei-
n Abweichungen bezeichnen.

en Gleichungen geht hervor, dass man durch
Beobachtungen mit verkehrter Rotations-
Grösse β, nicht aber α bestimmen kann, da
mit dem Azimute a vereiniget, und daher
durch das Instrument erhaltene Rectascensio-
eiteren Einfluss hat.

össe β aber wird man am vortheilhaftesten da-
men, dass man die Rectascensionen der Cir-
ne in beyden Lagen des Instruments nicht nur
sondern auch die Bilder dieser Sterne in einem
r Quecksilberhorizonte beobachtet.

mittelbar beobachtete Zenithdistanz eines Sterns
ist sie für sein reflectirtes Bild gleich

$180°-z=180°-\varphi+\delta,$

Reflexion beobachtet, so ist, wenn der Kreis z. B. n Osten gewendet ist,

$$t+(a+\alpha)m+(b+\beta)n+c\,\mathrm{Sec}\,\delta$$
$$=t'+(a+\alpha)m-(b+\beta)n+c\,\mathrm{Sec}\,\delta,$$

und wenn er nach Westen gewendet ist,

$$t_,+(a'+\alpha)m+(b'-\beta)n+c'\,\mathrm{Sec}\,\delta$$
$$=t_,'+(a'+\alpha)m-(b'-\beta)n+c'\,\mathrm{Sec}\,\delta,$$

wo, wie Seite 192

$$m=\mathrm{Sin}\,(\varphi-\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta,\ \text{und}$$
$$n=\mathrm{Cos}\,(\varphi-\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta$$

gesetzt worden ist. Aus diesen Gleichungen erhält man die Bestimmung der Grösse β die Ausdrücke

$$b+\beta=\frac{t'-t}{2n}\ \text{und}\ b'-\beta=\frac{t_,'-t_,}{2n}.$$

Da b und b' durch die Libelle bekannt ist, so gibt die Üb einstimmung der in beyden Lagen des Instruments ge denen Werthe von β die Versicherung, dass die vier beob teten Puncte der von der optischen Axe des Fernrohrs der Himmelskugel beschriebenen krummen Linien in That in einem grössten Kreise liegen.

I. Bey den nach Reichenbach sowohl in Münc als in Wien verfertigten Meridiankreisen sind gewöhn die §. 29. und 30. erwähnten Fehler so klein, dass d ihre Berücksichtigung die Resultate der Beobachtungen selten wesentlich verbessert werden. Dasselbe gilt in ei vielleicht noch höherem Grade von der äusserst vollk menen Eintheilung dieser Kreise. Eine Anleitung genauen Prüfung dieser Eintheilung findet man in Bess astronomischen Beobachtungen Vol. I. und VII. Die Th lungsfehler sind im allgemeinen von der Form

$$A+a\,\mathrm{Sin}\,(b+z)+a'\,\mathrm{Sin}\,(b'+2z)+a''\,\mathrm{Sin}\,(b''+3z)+$$

wo z die Zenithdistanz, und A, a, b, a', b'.. die zu besti menden Constanten bezeichnet.

Wenn beyde Kreise nicht concentrisch sind, so der Fehler, welcher aus dieser Excentricität entsteht, Form a Sin (b + z), aus welcher Form zugleich folgt, dieser Fehler durch diametrale Ablesungen, oder durch z einander gegenüberstehende Verniere vermieden wird.

es Fehlers $a' \sin(b' + 2z)$ aber lässt sich sowohl durch
liptische Figur der zwey Endcylinder der Rotations-
s auch durch eine Ellipticität des Kreises erklären,
selbe durch den Transport, oder durch das Anschrau-
die Axe erhalten kann.

. §. Wichtiger scheint die Wirkung der Schwere auf
ernrohr und den Kreis in den verschiedenen Lagen
ben zu seyn. Diese Einwirkung suchte Reichen-
durch Anbringung unveränderlicher Gegengewichte
m Fernrohre aufzuheben. Wenn dieses möglich seyn
so muss der noch übrig bleibende Fehler der Beu-
g des Instruments die Form haben

$$a \sin z + b \cos z,$$

die beobachtete Zenithdistanz, oder den Ort des Krei-
, in welchem die Beobachtung gemacht worden ist, be-
net.

Diese Grössen a und b lassen sich durch die verschie-
n Polhöhen bestimmen, welche man sowohl durch un-
lbare Beobachtungen eines Circumpolarsternes, als
ch durch Beobachtung seines in einem Quecksilberhori-
reflectirten Bildes erhalten hat. So fand Bessel
bachtungen Vol. VII) durch unmittelbare Beobachtun-
on α Urs. min.,

1821		Kreis	Ort des Poles
April	20 bis 25	West	33° 44′ 2.″69
	25 — 35	Ost	323 9 46.21
May	5 — 23	West	33 44 3.22
	25 — 35	Ost	323 9 46.06
Juny	9 — 17	West	33 44 2.98.

Die westlichen Beobachtungen geben im Mittel

$$33° \; 44' \; 2.''963,$$

die östlichen

$$323° \; 9' \; 46.''135,$$

ihre halbe Differenz von 90 abgezogen gibt die Polhöhe

$$= 54° \; 42' \; 51.''586.$$

Mittel aus mehreren solchen Beobachtungen gab

$$\varphi = 54° \; 42' \; 51.''456.$$

Am 3. May wurde derselbe Stern in seiner oberen C
mination bey einer östlichen Lage des Kreises durch Re
xion von dem Quecksilberhorizonte beobachtet. Die du
die Refraction verbesserte Angabe des Kreises war

$$A = 212^\circ\ 5'\ 18.''42,$$

die Reduction auf den Anfang des Jahres 1820 ist

$$B = -\ 19.''40,$$

der Ort des Poles (aus den vorhergehenden directen Be
achtungen)

$$C = 323^\circ\ 9'\ 46.''06,$$

also die auf 1820 reducirte Entfernung des reflectirten Bil
von dem Polpuncte oder

$C-B-A=$	111°	4′	47.″54
scheinbare Poldistanz für 1820	1	39	5.61
	109	25	41.93
Polhöhe	54	42	50.96

Das Mittel aus mehreren solchen reflectirten Beoba
tungen gab

$$\varphi = 54^\circ\ 42'\ 50.''529.$$

Ähnliche Beobachtungen desselben Sterns in
Quecksilberhorizonte gaben

	Polhöhe φ	Angabe des Kreises z
Obere Culmination, Kreis Ost	54° 42′ 50.″529	212° 5′
Obere Culmination, Kreis West	54 42 50.986	144 48
Untere Culmination, Kreis Ost	54 42 50 708	215 22
Untere Culmination, Kreis West	54 42 50.907	141 30.

Da der Indexfehler des Kreises nahe 1° 33′ ist, so w
man zu jeder dieser fünf Polhöhen die Correction

$$a \sin(z + 1^\circ 33') + b \cos(z + 1^\circ 33')$$

hinzufügen, und dann alle diese verbesserten Polhöhen e
ander gleich setzen, wodurch man vier Gleichungen erhä
aus welchen man die wahrscheinlichsten Werthe der bey
Grössen a und b durch die bekannte Methode bestimm
wird. Bessel fand am angeführten Orte

$$a = +1.''16, \text{ und } b = +0.''20.$$

32. §. Eine andere Methode, die Beugung des Instrumentes zu bestimmen, gründet sich auf die folgende Eigenschaft des Fernrohres. So wie alle Lichtstrahlen, die unter sich parallel das Objectiv treffen, sich in einem Puncte der Ebene, in welcher das Fadennetz stehen soll, vereinigen, eben so müssen auch umgekehrt alle Strahlen, welche in entgegengesetzter Richtung von einem Puncte dieser Ebene ausgehen, und das Objectiv treffen, nach dem Durchgange durch dasselbe unter sich parallel werden, und die von verschiedenen Puncten jener Ebene ausgegangenen Strahlen werden nach dem Durchgange durch das Objectiv genau wieder dieselben Neigungen gegen einander haben, die der Entfernung jener Puncte von einander, wie sie bey dem Gebrauche des Instruments in der Form eines Winkels anzusehen sind, gleich sind. Wenn daher die Ocularseite des Fernrohres gegen den Himmel, oder sonst gegen eine helle Fläche gekehrt ist, so würde ein weitsichtiges Auge durch das Objectiv das Fadennetz deutlich, und unter den gehörigen Winkeln sehen, wenn es für so zarte Gegenstände Empfindlichkeit genug hätte. Was aber dem blossen Auge unmöglich ist, wird durch den Gebrauch eines zweyten Fernrohres möglich, wenn man das Ocular desselben so stellt, dass man dadurch sehr entfernte Gegenstände deutlich sieht. Ist dieses zweyte Fernrohr mit einem Instrumente (wie mit dem Theodoliten) verbunden, durch welches man zugleich horizontale Winkel messen kann, so lassen sich dadurch die Intervalle der senkrechten Fäden (Seite 154) des ersten Fernrohres sehr genau bestimmen, wie zuerst Gauss gezeigt hat (astron. Nach. Vol. II).

Stellt man also zwey mit Fadenkreuzen im Brennpuncte versehene Fernröhre so auf, dass das Fadenkreuz des einen durch das andere gesehen, mit dem Fadenkreuze des letzteren zusammenfällt, so sind die optischen Axen beyder Fernröhre parallel. Wenn man dann das zwischen jenen beyden so aufgestellten Fernröhren stehende Fernrohr des Meridiankreises zuerst nach dem einen, und dann nach dem andern Fadenkreuze richtet, so ist die optische Axe des Meridiankreises in diesen beyden Lagen desselben parallel. Durch dieses Mittel kann man daher das Fernrohr des

Meridiankreises in genau diametral entgegengesetzte Lage
bringen, und wenn bey der Bewegung des Fernrohres von
einer Lage in die andere der Kreis desselben nicht gena
180 Grade durchlauft, so ist der Unterschied der Einwir
kung der Schwere, der Beugung des Rohres zuzuschreiben
und diese kann daher durch dieses Verfahren bestimmt wer
den. Zu diesem Zwecke wird man also zuerst die Faden
kreuze der drey Fadenröhre genau in den Brennpunct der
selben bringen, und dann die beyden kleineren nördlic
und südlich von dem Meridiankreise, nahe in der Höhe de
Mittelpunctes des letztern, aufstellen. Dann wird Objecti
und Ocular aus dem mittleren Rohre herausgenommen, s
dass man mit dem südlichen, durch die leere Röhre de
mittleren, das nördliche Fernrohr sehen kann. In die
Lage richtet man das Fadenkreuz des südlichen Rohres a
das des nördlichen, setzt dann Objectiv und Ocular wied
in das mittlere Rohr ein, und beobachtet endlich dur
Umdrehung des Fernrohres von Süd nach Nord, den Wi
kel zwischen den beyden äussersten Fadenkreuzen des sü
lichen und des nördlichen Rohres. Auf diese Art fand Bess
(astron. Beob. Vol. X) im Mittel aus mehreren Messung
den erwähnten Winkel, oder die Summe der Zenithdistan
zen der beyden äussersten Fadenkreuze

Kreis Ost $180° + 0.''07$,
Kreis West $180° - 0.''09$,

also die Beugung in den beyden entgegengesetzten horizo
talen Bogen des Meridianrohres unmerklich.

I. Wenn man ein Fernrohr mit einer Libelle versieht
und dieses Fernrohr sowohl südlich als nördlich von dem
Meridiankreise so aufstellt, dass die Libelle beyde Mahl
dieselbe Lage gegen den Horizont anzeigt, so wird di
Beobachtung der Zenithdistanz des Fadenkreuzes diese
Fernrohres, in beyden Lagen desselben, den Zenithpunc
des Instruments bestimmen. Statt dieser Libelle, durc
welche dem Probefernrohre in seinen beyden Lagen ein
gleiche Neigung gegen den Horizont gegeben werden soll
hat bekanntlich Cap. Kater ein auf Quecksilber schwim
mendes Eisen, an welchem das Probefernrohr befestig
ist, vorgeschlagen.

II. Diese Bestimmung des Zenithpunctes des Meridian-eises wird noch durch das folgende Verfahren Bohnen-ergers (astron. Nachr. Vol. IV.) erhalten.

Wenn man ein mit einem Fadenkreuze versehenes rnrohr (so gestellt, wie es sehr entfernte Objecte erfor-rn), gegen einen ebenen Spiegel so richtet, dass die ptische Axe desselben senkrecht auf den Spiegel steht, so rd das von dem Fadenkreuze ausgehende Licht, nach der rechung durch das Objectiv, parallel auf den Spiegel fal-n, sodann von dem Spiegel wieder parallel zurückgewor-n, und durch das Objectiv zum zweyten Mahle so ge-rochen werden, dass es sich in demselben Puncte wieder reiniget, von welchem es ausgegangen ist. Es wird daher dem Orte des Fadenkreuzes ein Bild desselben entste-n, welches mit dem Fadenkreuze selbst coincidiren, oder cht coincidiren wird, je nachdem die optische Axe des rnrohres auf der Spiegelebene senkrecht oder schief steht. an man also das Fadenkreuz sowohl, als sein von dem Spiegel gemachtes Bild, beyde zu gleicher Zeit in dem rnrohre deutlich sehen, so wird man sie auch, durch eine wegung des Fernrohres, auf einander fallen, und daher e Axe des Fernrohres auf die Spiegelebene genau senk-echt stellen können.

Dieses deutliche Sehen der Fäden und ihrer Bilder kann an dadurch erreichen, dass man durch eine in der Ocular-hre gemachte Seitenöffnung, zwischen dem Fadennetze d dem Augendeckel, eine glatte, nicht ganz die Hälfte s Sehfeldes bedeckende Fläche anbringt, welche, durch en diese Öffnung beleuchtet, das Licht gegen das Objectiv n reflectirt. Dadurch wird man also das Bild der durch n Illuminator bedeckten Hälfte des Fadens in dem an-eren, oder unbedeckten Theil des Sehfeldes auf einem llen Grunde, und zugleich die andere unbedeckte Hälfte n dieses Fadens unmittelbar beobachten können. Bewegt n das Fernrohr so, dass jenes Bild auf den direct sichtbaren eil des Fadens fällt, so steht die optische Axe des Fern-hres in einer Ebene, welche auf der Spiegelfläche und leich auf diesem Faden senkrecht ist. Die Öffnung der pille verstattet übrigens, auch den anderen, auf den ersteren senkrechten Faden und sein Bild, und sonach auch den Durchschnitt beyder Fäden zu sehen, und daher auch die Axe des Fernrohres selbst in eine auf die Spiegelebene senkrechte Lage zu bringen.

Wenn man also das Fernrohr nahe senkrecht, das Objectiv abwärts, und unter das Objectiv einen Quecksilberhorizont stellt, so kann man durch die Micrometerschraube, welche das Fernrohr bewegt, den Horizontalfaden mit seinem Bilde genau zur Coincidenz bringen. Passt nicht zu gleicher Zeit auch der Verticalfaden auf sein Bild, so ist entweder die horizontale Drehungsaxe des Fernrohres nicht genau horizontal, oder die Collimation der optischen Ax (Seite 193) ist nicht weggebracht, oder beyde Fehler hab zugleich Statt.

Diese beyden Fehler sollen daher zuerst durch die bereits oben erwähnten Mittel weggebracht werden, obsch das gegenwärtige Verfahren selbst Mittel geben würde, s wegzuschaffen. Sind also diese beyden Fehler bereits früh verbessert, so wird, wenn der horizontale Faden und se Bild sich decken, dasselbe auch von dem verticalen Fad und von dem Durchschnitte beyder Fäden gelten, oder d optische Axe des Fernrohres *wird genau vertic* *seyn*, und man wird durch das Ablesen der Verniere u mittelbar den *Zenithpunct* des Kreises, oder den Inde fehler desselben erhalten, und zwar um so genauer, d diese Beobachtung der Coincidenz eine grosse Schärfe ve stattet, und da der Fehler durch die Reflexion dopp grösser erscheint.

Durch dieses Verfahren kann man auch die Horizonta axe eines Mittagsrohres dem Horizonte genau parallel stelle Nachdem man nämlich die optische Axe (nach Seite 19 berichtiget hat, stellt man das Fernrohr wie zuvor in ei nahe senkrechte Lage über den unter ihm stehenden Queck silberhorizont. Fällt der senkrechte Meridianfaden mit se nem Bilde nicht zusammen, so ist die Rotationsaxe d Mittagsrohres nicht horizontal, und man wird daher die Rotationsaxe durch die Schraube ihres Zapfenlagers auf d einen Seite derselben so lange erhöhen oder erniedrige bis der verticale Faden mit seinem Bilde coincidirt, w dann die Rotationsaxe horizontal seyn wird. Will man zugleich die optische Axe des Fernrohres berichtigen, so darf man nur das Instrument umhängen, und die eine Hälfte des Fehlers durch die Bewegung der Fäden, die andere aber durch die Bewegung der Rotationsaxe selbst verbessern.

Um diese Methode bequemer und sicherer anzuwenden, kann man noch Folgendes bemerken. Die Öffnung der Ocularröhre wird bey den Ocularen, wo zwey Linsen zwischen den Fäden und dem Auge stehen, zwischen diesen Linsen angebracht. Der Illuminator soll so gestellt werden, dass die Grenzlinie desselben, welche den bedeckten Theil des Sehfeldes von dem offenen trennt, den Winkel der zwey mittleren verticalen und horizontalen Fäden nahe halbirt, weil man dann die Bilder der zwey bedeckten Hälften der Fäden mit gleicher Deutlichkeit, und zugleich die beyden übrigen nicht bedeckten Hälften sehen, und sie sehr genau zur Coincidenz bringen kann. Man wird diesen Illuminator so einrichten lassen, dass er bey den anderen gewöhnlichen Beobachtungen leicht herausgenommen, oder auf die Seite geschoben werden kann. Steht das Fadenkreuz nicht genau in dem Brennpuncte des Objectivs, so kann man die Fäden und ihre Bilder nicht zugleich deutlich sehen, und man wird eine Parallaxe zwischen denselben bemerken, daher auf diesem Wege auch das Fadenkreuz auf den Punct gebracht werden kann, wo es bey der Beobachtung der Gestirne stehen muss. Macht man diese Berichtigungen bey Tage, so muss das Gefäss mit Quecksilber, dessen Stand am Boden fest und gesichert vorausgesetzt wird, mit einer auf ihrer inneren Seite geschwärzten Röhre umgeben seyn, um das Seitenlicht und den Luftzug von dem Quecksilberspiegel abzuhalten. Eine stärkere Beleuchtung dieses Spiegels kann man durch eine in die Seitenöffnung des Oculars gesteckte kleine Röhre mit einer Sammlungslinse, die durch eine Lampe erleuchtet wird, hervorbringen.

33. §. Noch ein anderes und vorzügliches Mittel, den Zenith- oder Nadirpunct des Kreises zu bestimmen, gibt der vom Capitän Kater erfundene Collimator. Er besteht in einem kleinen Fernrohre, welches mit einem Kreuzfaden in seinem Brennpuncte versehen, und nahe senkrecht auf

Scheibe von geschwärztem Papier gelegt, die bloss dieses Objectiv frey lässt, und alles fremde Seitenlicht abhält.

Kehrt man bey dem unveränderlich stehenden Collimator, zwischen den beyden Beobachtungen, nicht den Collimator, wie zuvor, sondern das grosse Fernrohr des Kreises, in seinem Lager um, so lässt sich dadurch der Fehler der optischen Axe (Seite 193) dieses Fernrohres bestimmen. Kann man denselben Collimator, das Objectiv desselben gegen die Erde gekehrt, auch über dem Meridiankreise fest stellen, wo dann das Kreisfernrohr [in eine senkrechte Lage, das Objectiv nach oben, gebracht wird, so lässt sich dadurch auch der Zenithpunct des Kreises bestimmen, so wie die zwey Horizontalpuncte, wenn das Fernrohr des Collimators auch in einer zu dem schwimmenden Teller parallelen Lage befestiget werden kann, in welchem letzten Falle dann der Collimator in derselben Höhe mit dem Mittelpuncte des Kreisfernrohres, nördlich und südlich von demselben, aufgestellt wird. (M. s. Philos. Transact. for 1828 und Annalen der Wiener Sternwarte Vol. X.)

54. §. Steht das Instrument nicht genau in dem Meridian, so kann man den Unterschied zwischen der Culminationszeit des Gestirns, und der Zeit seines Durchganges durch den Mittelfaden nach dem oben bey dem Mittagsrohre Gesagten finden, und daher die gemessene Zenithdistanz, welche eigentlich die Zenithdistanz des Sterns zur Zeit seines Durchganges durch den Faden ist, nach Band I. Seite 196 auf die Meridianzenithdistanz bringen. Diese Correction wird jedoch meistens unbedeutend seyn, da der Kreis immer schon sehr nahe in den Meridian steht.

Wenn man aber z. B. den Polarstern, von dem man einen grössern Theil seines Parallelkreises in dem Felde des Fernrohres übersehen kann, nicht in dem Durchschnitte des Horizontalfadens mit dem Meridianfaden, sondern in einem anderen Puncte des Horizontalfadens, z. B. bey dem Durchgange des Sterns durch einen Seitenfaden beobachtet, und die Zenithdistanz ablieset, so ist diese abgelesene Zenithdistanz nicht die Zenithdistanz des Sterns zur Zeit der Beobachtung, weil die Gesichtslinie nicht mit der Ebene des Kreises parallel ist, sondern, da der Horizontalfaden den Bogen eines auf den Meridian senkrechten grössten Kreises vorstellt, die Zenithdistanz ZB (Fig. 4., wo Z zwischen P und B liegt) des Punctes B, in welchem ein durch den Ort A des Sterns zur Zeit der Beobachtung auf den Meridian PZBC senkrechten grössten Kreis den Meridian schneidet. Die gesuchte Meridianzenithdistanz hingegen ist die Zenithdistanz ZC des Punctes C, in welchem der Parallelkreis AC des Sterns den Meridian schneidet.

Sey $z' = ZB$ die gelesene Zenithdistanz, $z = ZC$ die gesuchte Meridianzenithdistanz, $p = PA = PC$ die Poldistanz des Sterns, $p' = PB$, $s = APC$ der Stundenwinkel des Sterns zur Zeit der Beobachtung, so ist

$$z - z' = BC = p - p'.$$

Man hat aber in dem bey B rechtwinkeligen sphärischen Dreyecke

$$\operatorname{tang} p' = \operatorname{tang} p \operatorname{Cos} s,$$

woraus folgt

$$p - p' \text{ oder } z - z' = \operatorname{tg}^2 \frac{s}{2} \operatorname{Sin} 2p - \tfrac{1}{2} \operatorname{tg}^4 \frac{s}{2} \operatorname{Sin} 4p + \ldots$$

oder abkürzend

$$z - z' = \tfrac{1}{4} s^2 \operatorname{Sin} 2p . \operatorname{Sin} 1''.$$

In diesem Ausdrucke für die gesuchte Reduction wird man für nördliche Zenithdistanzen die Grösse z und z' negativ setzen, und eben so wird für untere Culminationen die Grösse p negativ seyn.

35. §. Es ereignet sich oft, dass ein Stern nur an einem oder an einigen der verticalen Seitenfäden beobachtet wird und daher die Reduction auf den Mittelfaden erfordert. Wenn die eigene Bewegung des Gestirns und die Parallaxe desselben beträchtlich ist, wie bey dem Monde, so wird man diese Reduction nicht durch das blosse, nach Seite 154 bekannte Intervall der Fäden vornehmen, sondern auf folgende Art verfahren:

Sey F der Äquatorialabstand eines Seitenfadens von dem mittleren in Sternzeit, $\Delta\alpha$ die in Graden ausgedrückte Bewegung des Mondes in Rectascension während eines mittleren Sonnentages, φ die Polhöhe, ϖ die Horizontalparallaxe, und p, p' die wahre und scheinbare Poldistanz des Mondes. Man denke sich durch den Mond in dem Augenblick

er den Seitenfaden berührt, also von dem Meridianfaden
n senkrechten Abstand 15F hat, einen Verticalkreis ge-
gen, und bezeichne seine alsdann Statt findende schein-
re Zenithdistanz durch z'. Ferner sey für denjenigen Punct
ses Verticalkreises, der die wahre Zenithdistanz z hat
nd der daher den vom Mittelpuncte der Erde aus gesehenen
t des Gestirns in dem Augenblicke bezeichnet, wo es von
Oberfläche der Erde am Seitenfaden erscheint), der senk-
hte Abstand von dem Meridianfaden gleich x, so hat man

$$\text{Sin } 15\,F : \text{Sin } x = \text{Sin } z' : \text{Sin } z \text{ oder Sin } x = \text{Sin } 15\,F \cdot \frac{\text{Sin } z}{\text{Sin } z'}.$$

eichnet man ferner den diesem letzteren Puncte zugehö-
den Stundenwinkel durch t, so hat man ebenfalls

$$\text{Sin } x = \text{Sin } t \text{ Sin } p.$$

endlich $\varDelta z$ die Höhenparallaxe oder $\varDelta z = z' - z$, so ist

$$\text{Sin } t = \frac{\text{Sin } 15\,F}{\text{Sin } p} \cdot \frac{\text{Sin } z}{\text{Sin}(z + \Delta z)} \text{ oder}$$

$$\text{Sin } t = \frac{\text{Sin } 15\,F}{\text{Sin } p} \cdot \frac{1}{\text{Cos } \Delta z\,(1 - \text{Cotg } z \text{ tg } \Delta z)}.$$

n hat aber, wie bekannt,

$$\text{tg } \varDelta z = \frac{\text{Sin } \varpi \text{ Sin } z}{1 - \text{Sin } \varpi \text{ Cos } z},$$

o auch, wenn man diesen Werth substituirt,

$$\text{Sin } t = \frac{\text{Sin } 15\,F}{\text{Sin } p} \cdot \frac{1 - \text{Sin } \varpi \text{ Cos } z}{\text{Cos } \Delta z}.$$

aber z in dem hier betrachteten Abstande vom Meridian
enbar gleich $\varphi - \delta$ ist, so hat man, wenn man nur die
te Potenz der Parallaxe berücksichtiget, und $\text{Cos } \varDelta z = 1$
tt, weil t und 15F nur kleine Bogen bezeichnen,

$$t = \frac{15\,F}{\text{Sin } p}\,(1 - \text{Sin } \varpi \text{ Sin } [p + \varphi]).$$

ist aber die Veränderung des Stundenwinkels in einer
unde Sternzeit gleich $(15 - 0.04155\,\varDelta\alpha)$ Secunden, also
h die Anzahl der Sternzeitsecunden, in welcher der Stun-
nwinkel t beschrieben wird (und den, wie aus dem Vor-
rgehenden erhellt, das Gestirn haben muss, um an den
itenfaden zu erscheinen), gleich

$$N = \frac{t}{15 - 0.04155\,\Delta\alpha} = \frac{F}{\text{Sin } p} \cdot \frac{1 - \text{Sin } \varpi \text{ Sin } (p + \varphi)}{1 - 0.00277\,\Delta\alpha}.$$

I. Man kann den Ausdruck der Reduction N au folgende Art finden. — Der scheinbare Stunden des Gestirns, den wir durch t' bezeichnen wollen, ist bar gleich $\frac{15F}{\text{Sin } p'}$. Wenn aber in dem Dreyecke zwische Zenith und dem scheinbaren Ort des Gestirns die P und das Azimut ungeändert bleibt, so hat man

$$dt' = \frac{\text{Cos } \varphi \text{ Sin } t'}{\text{Sin } p' \text{ Sin } z'} . dz'.$$

In unserem Falle bezeichnet dz' die Höhenparallaxe ist $dz' = -\varpi \text{ Sin } z'$. Da t' klein ist, so kann man t' stat setzen, wodurch man erhält

$$dt' = -\frac{t' \text{ Sin } \varpi \text{ Cos } \varphi}{\text{Sin } p'}, \text{ also auch}$$

$$t = t' + \Delta t' = \frac{15F}{\text{Sin } p'} \left(1 - \frac{\text{Sin } \varpi \text{ Cos } \varphi}{\text{Sin } p'}\right), \text{ und daher wi}$$

$$N = \frac{F}{\text{Sin } p'} . \frac{1 - \text{Sin } \varpi \text{ Cos } \varphi \text{ Cosec } p}{1 - 0.00277 \, \Delta \alpha},$$

welches der gesuchte zweyte Ausdruck von N ist. (astr. Nachr. N. 52.) Um die Identität beyder Ausdrüc zeigen, so kann man, wenn man, wie hier vorausg wurde, bloss die erste Potenz der Parallaxe berücksich statt $\text{Sin } \varpi \text{ Cos } \varphi \text{ Cosec } p'$ auch $\text{Sin } \varpi \text{ Cos } \varphi \text{ Cosec } p$ setzen dann hat man, wenn Δp die Parallaxe die Poldistan zeichnet,

$$\Delta p = p' - p = -\text{Sin } \varpi \text{ Cos } (p + \varphi)$$

(nach Band I. Seite 97).

$$\frac{1 - \text{Sin } \varpi \text{ Cos } \varphi \text{ Cosec } p'}{\text{Sin } p'} = \frac{1 - \text{Sin } \varpi \text{ Cos } \varphi \text{ Cosec } p}{\text{Sin}(p + \Delta p)}$$

$$= \frac{1 - \text{Sin } \varpi \text{ Cos } \varphi \text{ Cosec } p}{\text{Sin } p (1 + \text{Cotg } p \text{ Sin } \Delta p)}$$

$$= \frac{1 - \text{Sin } \varpi \text{ Cos } \varphi \text{ Cosec } q}{\text{Sin } p(1 - \text{Cotg } p \text{ Sin } \varpi \text{ Cos } [p + \varphi])}$$

$$= \frac{[1 - \text{Sin } \varpi \text{ Cos } \varphi \text{ Cosec } p] . [1 + \text{Cotg } p \text{ Sin } \varpi \text{ Cos } (p}{\text{Sin } p}$$

$$= \frac{1 - \text{Sin } \varpi [\text{Cosec } p \text{ Cos } \varphi - \text{Cotg } p \text{ Cos } (p + \varphi)]}{\text{Sin } p}$$

$$= \frac{1 - \text{Sin } \varpi \text{ Sin } (p + \varphi)}{\text{Sin } p} \text{ wie zuvor.}$$

6. §. Wir wollen nun das Vorzüglichste von demje-
, was bey dem mechanischen Gebrauche dieses In-
ents zu beobachten ist, hier kurz zusammenstellen.
Es ist bereits oben bemerkt worden, dass der eine der
n verticalen Kreise, die Alhidade, durch eine eigene
mme an einem der das Instrument tragenden Pfeiler be-
get ist, während der andere mit der horizontalen Dre-
saxe verbunden ist, und mit dem Fernrohre zugleich
auf- und abbewegt. Auch dieser zweyte Kreis kann durch
eigenen Hemmungsarm an die Drehungsaxe angedrückt
befestiget werden. Wenn man durch die freye Bewe-
des Fernrohres das zu beobachtende Gestirn in das
des Fernrohres, und bereits nahe zu dem horizontalen
en desselben gebracht hat, so wird dieser zweyte Kreis
ch jenen Hemmungsarm geschlossen, und die noch
ige Bewegung des Kreises oder des Fernrohres durch die
rometerschraube dieses Arms ausgeführt, und damit der
n genau auf den Horizontalfaden, oder besser noch, ge-
n die Mitte zwischen zwey horizontalen, etwa 8 bis
Secunden von einander abstehenden Fäden gebracht.
Die erwähnte Klemme des ersten Kreises aber, oder die
mme der Alhidade ist bestimmt, diese Alhidade immer
derselben unveränderten Lage zu erhalten. Da dieser Kreis
eigene, an ihn befestigte Libelle trägt, so wird der un-
nderte Stand dieser Libelle auch die Beständigkeit der
e des Kreises verbürgen. Kleine Abweichungen des Krei-
die sich durch ähnliche kleine Bewegungen der Libelle
athen, wird man durch eine leichte Rechnung verbes-
Setzt man nämlich voraus, dass für alle Beobachtungen
Blase dieser Libelle genau in der Mitte stehen soll, und
erkt man, dass bey einer Beobachtung das nördliche
e der Blase N, das südliche aber S zeigt, so ist die Cor-
on der beobachteten Zenithdistanz $dL = +\frac{1}{2}a(N-S)$,
n der Kreis auf der Westseite, und $dL = +\frac{1}{2}a(S-N)$,
n der Kreis auf der Ostseite steht, wo a den Werth ei-
Theilstriches der Libelle bezeichnet. Wenn mit der Zeit
Blase von der Mitte der Libelle zu sehr abweicht, so
rd sie, durch die an der erwähnten Klemme des Alhida-
nkreises angebrachte Micrometerschraube wieder gegen

die Mitte der Libelle zurückgeführt. Die Schraube welche an der Fassung der Libelle selbst angebrach dürfen nur dann berührt werden, wenn wieder ein Periode von Beobachtungen mit entgegengesetzten des Kreises beginnt, weil jede Periode die unveränd Verbindung der Libelle mit ihrer Alhidade voraussetz wird übrigens Sorge tragen, die Meridianeinschnitte einige Zeit vor den Beobachtungen zu öffnen, weil so Eindringen der äusseren Luft, die gewöhnlich in ihre peratur von der inneren verschieden ist, auf den Sta Libelle störend einwirkt. Da endlich die Micrometersc der Alhidadenklemme meistens eine beträchtliche Län so kann man sie, im Anfange einer Beobachtungsp so stellen, dass der Collimationsfehler des Kreises seh ist, oder dass er, wenn das Rohr senkrecht steht, au nahe die Zenithdistanz Null zeigt, wo dann die Libelle die Schrauben ihrer Fassung eingestellt wird, und dan rend der ganzen Periode unberührt bleibt. Doch ist es sentlich, diesen Collimationsfehler so klein zu machen ohne Nachtheil selbst mehrere Grade betragen kann. I bemerkt man, wenn man das Fernrohr bewegt, auch Änderung der Libelle. Diese Erscheinung hat ihren ge lichen Grund in der zu tief liegenden Alhidade, die als dem Umwenden des Instruments, etwas herausgezoge den muss, wobey man die Alhidade bey entgegenges Speicher so nahe als möglich an dem Mittelpuncte des ses umfasst. Jene Änderung kann aber auch von der zu g Öffnung der kugelförmigen Mutter am Ende der Kl der Alhidade kommen, in welcher Mutter die Micro schraube lauft, und dann muss sie durch ihr Seitensc chen fester angezogen werden.

Bey dem Nivelliren der horizontalen Rotationsaxe die Hänglibelle muss der oben erwähnte Hemmungsar beweglichen Kreises ausgelöst, und in verkehrter Ri durch seine Druckschraube wohl befestiget werden, wei sonst mit den Haken der Libelle nicht zu den stähl Zapfen der Rotationsaxe gelangen könnte, und weil Hemmungsarm, wenn er herabfällt, die Libelle besch würde.

Das Umkehren des Instrumentes, oder das Umwenden s Kreises von Ost gen West geschieht am besten durch ilfe eines Wagens, der mittels zweyer, an einer vertical f- und abgehenden starken schraubenförmigen Spindel be-tigten Arme die Drehungsaxe des Instruments aus ihren gern hebt, und sie in verkehrter Lage wieder sanft in se Lager zurücklegt. Wenn diese Arme bereits nahe unter r Drehungsaxe stehen, so werden die Pfannendeckel, welche er den Zapfen befestiget sind, geöffnet und weggenom-en, und die Rotationsaxe durch Erhebung der Spindel et-s aus ihren Lagern gehoben. Dann werden die Gegenge-chte herabgenommen, das Instrument noch weiter geho-en, in den Geleisen des Wagens zurückgezogen, umge-hrt und in der neuen Lage wieder über die Lager zurück-racht, und durch Senkung der Spindel sanft herabgelas-en. Noch ehe die Zapfen ihre Lagen berühren, werden die gengewichte wieder eingehängt, dann die Rotationsaxe ch herabgelassen, und die Pfannendeckel wieder auf-schraubt. Wenn in der neuen Lage des Kreises die Libelle r Alhidade nicht wieder, wie zuvor, nahe einspielt, so d, durch die Micrometerschraube der Klemme dieser hidade die Blase der Libelle wieder nahe in die Mitte ge-racht. Vor dem Wiedereinlegen der Axen in ihre Lager d man die Zapfen derselben, so wie die Lager selbst, m Staube reinigen, und ihnen etwas Öhl geben. Diese pfen sowohl als auch die inneren Axen der beyden Kreise rfen nie ohne Öhl gehen, weil sie sich sonst zu früh ab-tzen, aber auch nicht zu viel Öhl haben, sondern nur da-it sehr fein bedeckt seyn. Auch dürfen die Kreise nie an n Enden ihrer Speicher, sondern immer nur nahe bey ih-n Mittelpuncten ergriffen werden, um alle Biegungen rselben zu vermeiden, wie dann auch die erwähnte Klem-e der Alhidade sowohl, als auch der Hemmungsarm des weglichen Kreises nur auf den Mittelpunct oder vielmehr f die Axe dieser beyden Kreise wirkt. Der Ort, in wel-chem die Gegengewichte an ihre Stangen befestiget werden, wöhnlich schon von dem Künstler bemerkt, sonst muss rch Versuche oder durch Abwägen mittels des feinen fühls der Fingerspitzen gesucht werden. Die beyden Zapfen der Rotationsaxe z. B. sollen nämlich nur eben noch ihren Lagern aufliegen, so dass schon die geringste Verm rung des Gegengewichts sie über diese Lager hebt. U jeden zu starken Druck des Instruments auf seine Unte gen zu vermeiden, müssen die Balancirungen eingehä werden, und bereits ihre Wirkungen äussern, ehe noch Zapfen ihre Lager berühren. Daher sind auch die klein Metallfedern unter den Pfannendeckeln dazu bestimmt, d durch die Gegengewichte sich schon beynahe hebenden Z pfen doch noch in genauer, wiewohl sanfter Berührung m ihren Lagern zu erhalten. Auch versteht es sich von selbst dass die Frictionsrollen der Gegengewichte immer genau die für sie eingedrehten Nuthen der Drehungsaxe gest werden müssen.

Die Alhidade, welche durch ihr eigenes Gegengewi genau balancirt ist, wird durch eine schwache ringförm Stahlfeder an den, am Ende der metallenen Axe hervors henden stählernen Kegel angedrückt, und dadurch imm mit dem beweglichen Kreise in einer concentrischen La erhalten. Diese Feder stemmt sich gegen eine runde, mitt durchschnittene, und wieder von einem zweyten Ringe dur sechs Schräubchen zusammengehaltene Platte. Die ers greift in eine schmale, in die stählerne Axe eingedrehte Nu und wird dadurch an ihrer Stelle festgehalten. Da die Fe fortwährend wirkt, so wird durch das Drehen der Axe b längerem Gebrauche allmählig das Öhl zwischen der Büch der Alhidade und dem stählernen Kegel verdrängt, und die B wegung ist nicht mehr so leicht, als zuvor. Man drückt da einige Mahle die Alhidade behutsam gegen ihre Feder, so da diese etwas zurückgebogen wird, und dadurch tritt das Ö zwischen die reibenden Theile, und die Bewegung wi wieder sanft und leicht. Nach Jahre langem Gebrauche ab wird es nöthig, die Alhidade ganz herauszunehmen, Büch und Kegel zu reinigen, und wieder mit frischem Öhle v versorgen. Zu diesem Zwecke werden jene sechs Schräu chen, die beyde Ringe zusammenhalten, ausgeschraubt, d erste Ring von der Axe abgezogen, die beyden Hälften d anderen aus ihrer Nuth gedrückt, und die Stahlfeder we genommen. Dann lässt sich auch der Loupenträger abne ben, wodurch zugleich eine runde Platte von der Büchse der Alhidade los wird, an welche eben die Feder andrückt. Die Alhidade kann dann vorsichtig herausgenommen, und um ihren Mittelpunct sowohl, als auch an dem Rande ihrer Peripherie sorgfältig gereiniget werden.

Um die Theilung des Kreises möglichst zu schonen, muss sie öfters von dem sich auflegenden Staube gereiniget werden. Dieses soll nicht durch Leinwand, welche oft Risse auf dem Silber zurücklässt, sondern durch einen weichen Haarpinsel geschehen. Nur wenn der Schmutz schon fester sitzt, wird man ihn durch eine feine, abgetragene und mit Wasser etwas befeuchtete, oder auch bloss angehauchte Leinwand wegzubringen suchen. Wenn dieses Verfahren nicht zureicht, so müsste die Theilung mit einer feinen, und gut ausgebrannten Kohle von Erlen- oder Lindenholze, die man in Öhl taucht, abgerieben werden. Doch darf diess nur sehr selten, und mit der grössten Vorsicht geschehen, weil unreinen Kohlen manche noch stark schleifen, und dadurch die Theilung schwächen. Die Kohle muss daher zuvor auf einem andern Silber untersucht werden, ob sie dasselbe nicht angreift oder Risse zurücklässt.

37. §. Noch ist übrig, die Reductionen der an diesem Instrumente gemachten Beobachtungen näher anzugeben. Sie beziehen sich A. auf die Bestimmung der drey vorzüglichsten Fehler des Instrumentes in Rücksicht auf die damit beobachteten Rectascensionen. B. Auf die Angabe der Correction der Uhr. C. Auf die Kenntniss des Polpuncts des Kreises, und endlich D. auf die Reduction der beobachteten Orte der Gestirne auf ihren mittleren Ort für irgend eine gegebene Epoche.

Zu diesem Zwecke wollen wir die folgenden Beobachtungen benützen, welche 1827 den 15. August an dem Meridiankreise in Wien gemacht worden sind.

den 15. August	Fäden	aus vier Verniern	S
α Urs. min. untere Culmination	12h 59′ 24.″09	316° 37′ 49.″5	10.8
		51.2	12.1
		50.5	11.0
		49.7	10.9
		50.0	11.0
		50.2	10.7
		52.5	10.2
α Virginis	13 15 52.86	58 27 50.2	10.0
α Bootis	14 7 33.62	28 8 5.2	9.1
α² Librae	14 41 7.48	63 31 9.2	9.6
α Cor. bor.	15 27 9.45	20 55 7.7	9.7
α Serpentis	15 35 33.23	41 14 22.0	9.7
α Scorpii	16 18 37.88	74 13 5.5	9.6
ζ Ophiuchi	16 27 27.07	58 24 48.2	9.5
η Herculis	16 36 45.73	8 57 58.2	9.8
η Ophiuchi	17 0 16.75	63 42 1.0	10.0
α Herculis	17 6 34.01	33 37 16.5	9.8
α Ophiuchi	17 26 42.82	35 31 18.2	10.0
δ Urs. min.	18 27 53.06	321 39 5.2	10.1
		0.5	10.0
		4.2	10.0
		4.2	10.0
		1.2	10.0

[redacted]

m aus diesen durch die unmittelbaren Beobach-
gebenen Grössen die drey Fehler (Seite 189) des
nts in Beziehung auf die Rectascensionen zu finden,
zuerst der Fehler c der optischen Axe durch die
ion des Polarsterns in den zwey entgegengesetz-
n des Kreises gefunden, nach dem Ausdrucke
)

$$c = \frac{\theta' - \theta + (b' - b)\,n}{2} \operatorname{Cos} \delta,$$

Grössen θ, b, n... die dort angeführte Bedeutung
o wurde z. B. am 18. April 1829 der Kreis umge-
durch den Polarstern gefunden

$\theta = 0^h\ 59'\ 55.''37$, und $\theta' = 1^h\ 0'\ 2.''47$.

ch die Nivellirung mit der Hänglibelle erhielt man
Umwendung $b = 0.''254$, und nach derselben
.''223; ferner ist $n = \operatorname{Cos}(\varphi - \delta) \operatorname{Sec} \delta$, also auch
$10 - 0.031\,n) \operatorname{Cos} \delta$, oder da $\delta = 88°\ 23'\ 47''$ ist,
'0847, das obere Zeichen, wo der Kreis auf der
e steht. Will man alle Beobachtungen von der täg-
berration (I. Band Seite 80) befreyen, so hat man,
be für Wien gleich $-0.''0139$ im Äquator beträgt,

$c = +0.071$ Kreis West, und

$c = -0.099$ Kreis Ost.

Neigung b der Rotationsaxe gegen den Horizont
ch die Hänglibelle nach der Gleichung

$$b = \frac{k}{60}[(W + W') - (O + O')]$$

stimmt,

$k = 0.''636$, also $\frac{k}{60} = 0.0106$ ist.

so b und c bekannt, so findet man das Azimut a
rohres durch den Ausdruck (Seite 192)

$$\frac{\alpha - t) - (\alpha' - t') + b'n' - bn + c \operatorname{Sec} \delta' - c \operatorname{Sec} \delta}{m - m'},$$

r

$\operatorname{Cos}(\varphi - \delta) \operatorname{Sec} \delta$, und $m = \operatorname{Sin}(\varphi - \delta) \operatorname{Sec} \delta$ ist,
für obere Culminationen α und δ die Rectascension
ination, für untere Culminationen aber die um 12^h
e Rectascension, und das Complement der Decli-
es beobachteten Sterns zu 180° bezeichnet.

Für unseren Beobachtungstag, den 15. August :
ist für

α Urs. min. $t = 12^h 59' 24.''09$, scheinbar $\alpha = 0^h 59' 4$
δ Urs. min. $t' = 18\ 27\ 53.06$ $\alpha' = 18\ 28$

Ferner wurde durch die Hänglibelle gefunden

$$b = b' = -0.''235, \text{ und es war}$$

$$c = +0.''071,$$

da der Kreis auf der Westseite stand, also ist auch

$$(\alpha - t) - (\alpha' - t') = 4.10, \text{ und}$$

$$b(n' - n) = -9.17,$$

$$c(\operatorname{Sec}\delta' - \operatorname{Sec}\delta) = -3.71, \text{ und}$$

$$m - m' = 34.85, \text{ also auch}$$

$$a = \frac{4.10 - 9.17 - 3.71}{34.85} = -0.''252.$$

II. Nachdem wir so die drey Fehler a, b, c des I
ments für diesen Tag kennen gelernt haben, werden w
Correction x der Uhr gegen Sternzeit durch den Aus
(Seite 194) erhalten,

$$x = \alpha - t - a\,m - b\,n - c \operatorname{Sec}\delta.$$

So hat man

	α Virginis	α Bootis	α^2 Libr
t----	$13^h\ 15'\ 52.''86$	$14^h\ 7'\ 33.''62$	$14^h\ 41'$
α----	13 16 7.53	14 7 48.18	14 41
α—t----	14.67	14.56	
am----	— 0.22	— 0.13	—

[redacted]

der Uhr $x = + 14.''652$ gefunden wurde, so ist die
e Retardation der Uhr $0.''173$.

I. Wenn man aus den beobachteten Meridianhöhen
rne unmittelbar ihre Poldistanzen sucht, so muss der
ict des Instruments bestimmt werden. Man wählt dazu
yden Polarsterne, die man, der grösseren Sicherheit
, auch ausser der Mitte des Feldes, oder ausser dem
ian beobachtet. Um diese beobachteten Zenithdistanzen
n Meridian zu reduciren, hat man, wenn s den Stun-
nkel der Beobachtung bezeichnet, für die Polhöhe
(I. Band Seite 197)

Urs. min.

Reduction $= - 0.''0288$ M obere Culmination,
$+ 0.0270$ M untere Culmination,

Urs. min.

Reduction $= - 0.0639$ M obere Culmination,
$+ 0.0559$ M untere Culmination,

$$\text{wo } M = \frac{2 \operatorname{Sin}^2 \frac{s}{2}}{\operatorname{Sin} 1''}.$$

lie Höhen beobachtet worden, so werden die Zeichen
Ausdrücke geändert.

)ie Correction der fixen Libelle der Alhidade endlich
§. 36.) da der Werth eines Theilstriches $a = 1.''070$ ist
$= 0.''535 (N - S)$, wenn der Kreis westlich steht, und
$= 0.''535 (S - N)$, wenn der Kreis östlich steht.

'ür unseren Beobachtungstag hat man, da α Urs. min.
5ʰ 59′ 25″ Uhrzeit culminirte,

el der iere ° 37′	Correction der Libelle dL	Uhrzeit 13ʰ	Reduction auf den Meridian	Meridian-höhe 316° 37′
″5	—1.″0	59′ 25″	0.″0	48.″5
.2	—2.6	53 12	—2.1	46.5
.5½	—1.7	55 20	—0.8	48.0
7	—1.1	57 19	—0.2	48.4
0	—1.3	61 34	—0.2	48.5
.2	—1.2	63 37	—0.9	48.1
.5	—0.7	66 33	—2.7	49.1

Im Mittel aus allen sieben Beobachtungen ist also d
Meridianhöhe

$$h = 316° 37' 48.''16.$$

Ist dann r die wahre Refraction, und p die scheinba
Poldistanz des Sterns, so ist der Instrumentalpolpunct Π,

Kreis West $\Pi = h - r - p$ in der oberen Culmination,
$\Pi = h - r + p$ in der unteren Culmination,
Kreis Ost $\Pi = h + r + p$ in der oberen Culmination,
$\Pi = h + r - p$ in der unteren Culmination.

Es war aber Barometer 27.36 Pariser Zoll; inner
Thermometer $= 18.°6$, und äusseres $= 21.°8$ Réaumur, als
ist $r = 50.''20$. Ferner ist die scheinbare Poldistanz de
Polarsternes für den Beobachtungstag

$$p = 1° 36' 50.''51,$$

und daher

$$\Pi = 316° 37' 48.''16 - 50.''20 + 1° 36' 50.''51, \text{ oder}$$
$$\Pi = 318° 13' 48.''47.$$

Mehrere ähnliche Bestimmungen werden im Mittel die
Werth von Π mit grösserer Genauigkeit geben.

Nennt man dann m das durch die Libelle verbesser
Mittel der vier gelesenen Verniere eines der beobachte
Sterne, und r die wahre Refraction, so erhält man d
scheinbare Poldistanz p dieses Sterns durch die Ausdrücke

Kreis Ost, südlicher Meridian

$$p = \Pi - m + r,$$

Kreis Ost, nördlicher Meridian

$$p = \Pi - m - r \text{ obere Culmination},$$
$$p = m - \Pi + r \text{ untere Culmination},$$

Kreis West, südlicher Meridian

$$p = m - \Pi + r,$$

Kreis West, nördlicher Meridian

$$p = m - \Pi - r \text{ obere Culmination},$$
$$p = \Pi - m + r \text{ untere Culmination}.$$

Endlich findet man noch die scheinbare Zenithdistanz z z
Bestimmung des Logarithmus der mittleren Refracti
durch die Gleichung

südlicher Meridian $z = p' - \psi$,
nördlicher Meridian $z = \psi - p'$ obere Culmination,
$z = \psi + p'$ untere Culmination,

hen Ausdrücken $p' = \Pi - m$, oder $p' = m - \Pi$ die Refraction afficirte Poldistanz des Sterns, und ϕ die höhe bezeichnet.

Um endlich noch zu zeigen, wie man die so aus bachtungen abgeleitete scheinbare Rectascension und nz eines Sterns auf den mittleren Ort desselben für ine Epoche bringt, wollen wir η Ophiuchi auf seileren Ort für den Anfang des Jahres 1828 reduciren. war der reducirte Mittelfaden $t = 17$ 0′ 16.″75, durch die Libelle verbesserte Mittel der Verniere 42 0.″7; Barometer = 27.35; inneres Thermometer nd äusseres + 18.°2 Réaumur. Man hat daher nach chung

$$= t + x + am + bn + c \operatorname{Sec}\delta,$$
$$= 17^h\ 0'\ 16.''75 + 15.''02 - 0.''24 - 0.''11 - 0.''07,$$

scheinbare Rectascension

$$= 17^h\ 0'\ 31.''35.$$

der Polpunct im Mittel der Beobachtungen vom . August,

$$\Pi = 318^\circ\ 13'\ 46.''7$$

at man

$$p' = 105^\circ\ 28'\ 14.''0, \text{ und}$$
$$z = 63^\circ\ 40'\ 49.''0.$$

er Zenithdistanz findet man

	$\log r' =$	2.0823, und $n = 1.009$
	Barometer	9.9898
r	Thermometer	9.9982
	Thermometer	− 0.0349
	$\log r =$	2.0354
	$r =$	1′ 48.″5.

die scheinbare Poldistanz

$$= m - \Pi + r, \text{ oder}$$
$$= 63^\circ\ 42'\ 0.''7 - 318^\circ\ 13'\ 46.''7 + 1'\ 48.''5, \text{ d. h.},$$
$$= 105^\circ\ 30'\ 2.''5.$$

endlich diesen scheinbaren Ort auf den mittleren 828.00 zu bringen, wird man ihm die Präcession, tion und die Aberration (nach I. Seite 88) mit n Zeichen hinzusetzen. Bequemer findet man diese rectionen nach den Tafeln der Annalen der Wiener

Sternwarte Band VIII. Seite 82. Es ist nämlich ⊙ = 14
und ☊ ☾ = 219.°2, also auch

	α			p		
	17^h	0′	31.″35	105°	30′	2.″5
Präcession		+	1.30		+	1.9
Aberration		—	0.67		+	1.3
Nutation		—	0.76		+	5.7
	$\alpha_{,}$ = 17	0	31.23	p$_{,}$ = 105	30	11.4

wo $\alpha_{,}$ und p$_{,}$ die gesuchte mittlere Rectascension und distanz von η Ophiuchi für 1828.00 sind. Eben so fi man

	2 Ophiuchi			η Herculi		
Mittel der Fäden	16^h	27′	27.″07	16^h	36′	45
Correction der Uhr		+	15.02		+	15
Correction des Instr.		—	0.38		—	0
Präcession		+	1.24		+	0
Aberration		—	0.48		—	0
Nutation		—	0.73		—	0
	$\alpha_{,}$ = 16	17	41.74	$\alpha_{,}$ = 16	37	0
Beobachtete Poldistanz	100°	11′	1.″2	50°	44′	1
Refraction		+	27.0		+	
Präcession		+	2.8		+	
Aberration		+	2.7		+	1
Nutation		+	4.8		+	
	p$_{,}$ = 100	12	38.5	p$_{,}$ = 50	44	

38. §. Da endlich alle mit dem Meridiankreise gem ten Beobachtungen von der Refraction befreyt werden sen, und da die Correction der Refraction von dem Stande Barometers und Thermometers zur Zeit der Beobachtun abhängt, so werden zum Schlusse dieses Gegenstandes einige Bemerkungen über diese beyden meteorologis Instrumente nicht überflüssig seyn.

Nimmt man an, dass das nach den bekannten schriften richtig verfertigte Thermometer eine Scale Metall hat, deren Längen bey den Temperaturen des und Siedepunctes $1 : 1 + \alpha$ sind, dass die Dichten des Qu silbers bey denselben Temperaturen das Verhältniss 1 + haben, und ist b die abgelesene Barometerhöhe in ei

Masse, dessen Einheit k Pariser Linien beträgt, und t und t′ die Temperatur des Quecksilbers und der Scale (oder t die Höhe des äusseren, und t′ die des inneren, an den Barometer befestigten Thermometers), und ist endlich τ die Temperatur, bey welcher die Scale des Barometers ihre wahre Länge erhält, alle drey vom Gefrierpuncte an gerechnet, so ist das wahre Pariser Maass der abgelesenen Höhe des Barometers gleich (Bessel astr. Beob. Vol. XII)

$$\frac{k\,b\,(n+t'.\alpha)}{n+\tau.\alpha},$$

wo n = 80, 180 oder 100 für das Thermometer von Réaumur, Fahrenheit oder für das Thermometer centigrad ist, und wo daher vorausgesetzt wird, dass beyde Thermometer denselben Werth von n haben. Daraus folgt, dass die auf die Dichte des Quecksilbers bey dem Eispuncte reducirte Barometerhöhe im Pariser Maasse gleich ist

$$b' = \frac{k\,b\,(n+t'\alpha)}{n+\tau.\alpha}\cdot\frac{n}{n+t.\beta} \quad \text{oder}$$

$$b' = \frac{k\,b\,n}{n+\tau\alpha}\cdot\frac{n+t\alpha}{n+t\beta}\cdot\left(1+\frac{(t'-t)\,\alpha}{n+t\,\alpha}\right).$$

I. Da ferner die inneren Thermometerröhren nur selten, oder nie in allen ihren Theilen gleich weit sind, so ist es nothwendig, auf die daraus entspringende Verbesserung Rücksicht zu nehmen. Heisst man φx die Verbesserung der Thermometerhöhe für jeden Punct x derselben, so muss φx so bestimmt werden, dass für jeden in der Röhre befindlichen Quecksilberfaden, dessen oberer und unterer Endpunct auf x und x′ fällt, die Grösse

$$(x'+\varphi x')-(x+\varphi x)$$

unveränderlich ist, an welche Stelle der Röhre auch der Quecksilberfaden gebracht werden mag. Hat man dieses erfolgt, so ist

$$(b+\varphi b)-(a+\varphi a):80=(x+\varphi x)-(a+\varphi a):F,$$

wo a und b die Puncte der Scale sind, auf welche der Eis- und Siedepunct fallen, und wo F den wahren Grad des Réaumur'schen Thermometers bezeichnet, welcher dem Puncte x der Scale entspricht. Für das Fahrenheit'sche Thermometer wird diese Gleichung

$$(b+\varphi b)-(a+\varphi a):180=(x+\varphi x)-(a+\varphi a):f-32 \text{ u. f.}$$

Um φ x zu finden, kann man durch Schüttel
über einer Lichtflamme ein Stück des Quecksilbe
von etwa 20 Grad Réaumur abtrennen, und den
Endpunct x′ dieses Stückes nach und nach auf jeden
Grad der Scale bringen, und dabey den jedesmahlig
x des oberen Endpunctes anmerken, ein Verfahren, d
mit mehreren andern in ihrer Länge verschiedenen
des Quecksilberfadens wiederholen wird. Auf diese
fand Bessel (astronomische Beobachtungen Vol. V
ein Fahrenheit'sches Thermometer

x′	x	x	x	
0	69.75	81.5	91.4	9
20	89.85	101.25	111.3	11
40	109.75	121.3	131.2	13
60	129.5	141.1	151.1	15
80	149.5	161.2	171.0	17
100	169.6	181.1	191.0	19
120	189.6	201.1	211.0	..

Um daraus die oben durch φ x bezeichnete Ve
rung zu finden, kann man die Längen der verschi
Fäden so annehmen, wie sie in dem Theile der
erscheinen, welcher der Scale am nächsten ents
welches hier der obere Theil der Röhre ist. Nimm
also für jeden Faden diejenige Länge als die wal
welche das Mittel aus allen zwischen 80 und 120 gem
Ablesungen gibt, so kann man dadurch die nied
Puncte der Scale durch die höheren bestimmen. V
auf diese Weise bereits näherungsweise berichtigten
Puncten kann man dann wieder zu den oberen über
wodurch auch diese näherungsweise berichtiget w
Unter Anwendung der so gefundenen Verbesserunge
dann die Bestimmung der Längen der Fäden, so v
ganze vorige Rechnung wiederholt, wodurch ma
zweyte Annäherung erhält u. s. w.

Auf diese Weise fand man folgende Werthe von φx

x	φx
0	$+0.35$
10	$+0.28$
20	$+0.31$
30	$+0.35$
40	$+0.26$
.	
.	
.	
180	-0.02
190	0.00
200	$+0.03$
210	$+0.07$

Der Eispunct des Thermometers wurde durch Einsen-
in zerstossenes Eis im Mittel aus mehreren Versuchen
ı 32.°53, und der Siedpunct (für den Barometerstand
›.76 Meter) gleich 212.71 gefunden. Daraus und aus
etzten kleinen Tafel für φx folgt

$$a+\varphi a = 32.°53+0.33 = 32.°86, \text{ und}$$
$$b+\varphi b = 212.71+0.08 = 212.°79.$$

Man hat daher aus den letzten der oben angeführten
ortionen

$$f-32 = \frac{180}{179.93}(x+\varphi x-32.86), \text{ oder}$$

$$f = -0.°873+\frac{180}{179.93}(x+\varphi x),$$

endlich annähernd

$$f = 0.997\,x - 0.°538.$$

39. §. Wenn man einen, dem im Anfange des §. 2[illegible] beschriebenen ähnlichen Kreis so aufstellt, dass die frühe[re] auf dem Horizonte senkrechte Rotationsaxe jetzt auf de[m] Äquator senkrecht steht, so entsteht ein Äquatorial. I[n] dieser Lage ist die Rotationsaxe mit der Erdaxe, und d[er] frühere Azimutalkreis mit dem Äquator parallel, so wie d[er] zweyte der Axe parallele, und um diese Axe rotirende Kr[eis] den Declinationskreisen derjenigen Sterne parallel ist, d[ie] durch seine Ebene gehen. Dann wird das mit dem letzte[n] Kreise sich parallel bewegende Fernrohr die Declination d[es] beobachteten Sterns geben, und die an der Rotationsaxe b[e]festigte Alhidade wird auf dem Äquator- oder Stundenkr[eise] den Stundenwinkel des beobachteten Sterns anzeigen.

Welches auch immer die nähere Einrichtung dieses In[]strumentes seyn mag, so muss man doch vor dem Gebrauc[he] desselben auf folgende Correctionen vorzüglich Rücksic[ht] nehmen. 1) Soll die Rotationsaxe in der Ebene des Me[ri]dians liegen, und 2) mit dem Horizonte einen der Polhöhe d[es] Beobachtungsortes gleichen Winkel bilden. 3) Soll der D[e]clinationskreis mit der Rotationsaxe, und 4) die optische A[xe] des Fernrohres mit der Ebene des Declinationskreises p[a]rallel seyn. Andere Forderungen, wie z. B. die senkrec[hte] Stellung des Stundenkreises auf die Rotationsaxe u. f. w[er]den gewöhnlich schon von den Künstlern durch die da[zu] geeigneten Mittel hergestellt, daher sie hier als bereits erfül[lt] vorausgesetzt werden.

Den dritten und vierten Fehler wird man am bequem[]sten wegbringen, oder doch sehr klein machen, wenn ma[n] die Axe des Instruments durch irgend eine Vorrichtung ver[]tical stellt, und dann den dritten Fehler durch die Häng[e]libelle (wie Seite 199), und den vierten durch Umkehrung des Instruments im Horizonte (wie Seite 193) verbessert. Durch dieses Verfahren erhält man auch zugleich den Ze[]nithpunct des Declinationskreises, und wenn man davon die Äquatorhöhe des Beobachtungsortes subtrahirt, den Pol[]punct dieses Kreises. Um dann auch die beyden ersten Fehler zu verkleinern, wird man die Rotationsaxe wieder in ihre, der Weltaxe nur nahe parallele Lage, zurück, und den Declinationskreis in eine auf den Horizont senkrechte Lage bringen. Das letzte kann man durch die so eben erwähnte Hänglibelle erreichen, durch welche die Axe des Declinationskreises horizontal, also die schon von dem Künstler darauf senkrecht gesetzte Ebene des Declinationskreises selbst vertical wird. Auch lässt sich zu demselben Zwecke ein benachbarter hoher terrestrischer Gegenstand benützen, an welchem man durch einen Theodoliten oder durch irgend einen Höhenkreis zwey Puncte bestimmt hat, die in derselben Verticalebene liegen, oder endlich auch zwey in der Höhe sehr verschiedene Sterne, von denen man die Zeiten kennt, wann sie durch denselben Verticalkreis gehen, oder dasselbe Azimut haben.

Ist so der Verticalkreis in eine gegen den Horizont senkrechte Lage gebracht, so wird man durch horizontale Verschiebung des einen Endpunctes der Rotationsaxe zur Zeit der Culmination des Polarsterns das Fernrohr genau auf diesen Stern bringen, und die Rotationsaxe wird in der Ebene des Meridians liegen. Da man aber aus dem Vorhergehenden bereits den Zenithpunct des Declinationskreises, der jetzt der Polpunct desselben ist, kennt, so wird man das bereits in der Ebene des Meridians liegende Fernrohr auf die bekannte, durch die Refraction verbesserte Declination des Polarsterns stellen, und dann durch eine verticale Bewegung des einen Endpunctes der Rotationsaxe den Durchschnitt der Kreuzfäden des Fernrohrs wieder auf den culminirenden Stern bringen, wodurch die Rotationsaxe in der Ebene des Meridians der Weltaxe parallel gestellt wird.

40. §. Nach dieser vorläufigen Aufstellung wird man nun die noch übrig bleibenden kleinen Fehler durch unmittelbare Beobachtungen genauer bestimmen, und sie entweder noch mehr vermindern, oder bey künftigen Beobachtungen in Rechnung nehmen.

Sey P (Fig. 22) der Nordpol des Äquators, und Z das Zenith, also PZ der Meridian. Sey ferner Π der Instrumentalpol, oder der Punct des Himmels, der von der verlängerten Rotationsaxe des Instruments getroffen wird. Der Ort des Instrumentalpoles gegen den Weltpol werde durch die zwey Grössen MP$\Pi=\varphi$ und P$\Pi=\lambda$ gegeben, wo λ al eine kleine Grösse vorausgesetzt wird. Ist s der wahre Stundenwinkel, und p die wahre Poldistanz des beobachteten Gestirns, und ist σ und π der an dem Instrumente abgelesene Stundenwinkel und Poldistanz, so ist, wenn S den beobachteten Stern bezeichnet, $PS=p$, $\Pi S=\pi$, $NPS=s-$ und $N\Pi S=\sigma-\varphi$.

Dieses vorausgesetzt, gibt das Dreyeck PΠS die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}
&\sin(s-\varphi)\sin p=\sin(\sigma-\varphi)\sin\pi,\\
&\cos(\sigma-\varphi)\sin p=\cos(\sigma-\varphi)\sin\pi\cos\lambda+\cos\pi\sin\lambda,\\
&\cos p=-\cos(\sigma-\varphi)\sin\pi\sin\lambda+\cos\pi\cos\lambda,
\end{aligned}$$

und eben so

$$\begin{aligned}
&\sin(\sigma-\varphi)\sin\pi=\sin(s-\varphi)\sin p,\\
&\cos(\sigma-\varphi)\sin\pi=\cos(s-\varphi)\sin p\cos\lambda-\cos p\sin\lambda,\\
&\cos\pi=\cos(s-\varphi)\sin p\sin\lambda+\cos p\cos\lambda.
\end{aligned}$$

Aus jedem dieser zwey Systeme von Gleichungen findet man, wenn man λ klein annimmt,

$$\begin{aligned}
s&=\sigma+\lambda\sin(\varphi-s)\operatorname{Cotg}p=\sigma+\lambda\sin(\varphi-\sigma)\operatorname{Cotg}\pi,\\
p&=\pi+\lambda\cos(\varphi-s)\qquad\qquad=\pi+\lambda\cos(\varphi-\sigma).
\end{aligned}$$

Nennt man also die Fehler der Verniere, des Stundenkreises $\Delta\sigma$, und des Declinationskreises $\Delta\pi$, so hat man

$$\left.\begin{aligned}
s&=\sigma+\Delta\sigma+\lambda\sin(\varphi-s)\operatorname{Cotg}p\\
p&=\pi+\Delta\pi+\lambda\cos(\varphi-s)
\end{aligned}\right\}\ldots(\mathrm{I}),$$

und eben so für eine zweyte Beobachtung desselben Sterns,

$$\left.\begin{aligned}
s'&=\sigma'+\Delta\sigma+\lambda\sin(\varphi-s')\operatorname{Cotg}p\\
p'&=\pi'+\Delta\pi+\lambda\cos(\varphi-s')
\end{aligned}\right\}\ldots(\mathrm{II}).$$

In diesen vier Gleichungen I und II bezeichnen s, p und s', p$'$ die durch die Refraction veränderten Stundenwinkel und Poldistanzen des Sterns. Da sie nur die vier unbekannten Grössen φ, λ, $\Delta\sigma$ und $\Delta\pi$ enthalten, so wird man aus ihnen diese Grössen bestimmen können. Setzt man nämlich

$$\Sigma=(s'-s)-(\sigma'-\sigma)\text{ und }\Pi=(p'-p)-(\pi'-\pi),$$

so erhält man φ aus

$$\left.\begin{aligned}
&\operatorname{tang}[\varphi-\tfrac{1}{2}(s'+s)]=-\frac{\Pi}{\Sigma}\operatorname{Cotg}p\\
&\text{und dann }\lambda\text{ aus}\\
&\lambda=\frac{\frac{1}{2}\Pi}{\sin[\varphi-\frac{1}{2}(s'+s)]\sin\frac{1}{2}(s'-s)}
\end{aligned}\right\}\ldots(\mathrm{III}).$$

ı so die beyden Grössen φ und λ, so findet man
$\Delta\sigma$ und $\Delta\pi$ der beyden Verniere aus
$:s$ — [gelesenes $\sigma + \lambda \operatorname{Sin}(\varphi - s) \operatorname{Cotg} p$]
$= p$ — [gelesenes $\pi + \lambda \operatorname{Cos}(\varphi - s)$].

ndlich diese vier Fehler φ, λ, $\Delta\sigma$ und $\Delta\pi$ gefun-
ıält man für jede folgende Beobachtung den wah-
ınwinkel s, und die wahre Poldistanz p des Sterns
Gleichungen (I).

ll man aber diese Fehler φ und λ noch weiter
hanische Hülfsmittel vermindern, so sey der aus
Meridian senkrecht gefällte Bogen $\Pi A = y$ und
ınd man hat

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tang} x &= \operatorname{tang}\lambda \operatorname{Cos}\varphi \\ \operatorname{Sin} y &= \operatorname{Sin}\lambda \operatorname{Sin}\varphi \end{aligned}\right\}$$

ıur klein ist,

$$\left.\begin{aligned} x &= \lambda \operatorname{Cos}\varphi \\ y &= \lambda \operatorname{Sin}\varphi \end{aligned}\right\}$$

vird das eine Ende der Rotationsaxe in verticaler
ım x, und in horizontaler um y verändern, um
Π auf P zu bringen.

ifferentiirt man die Gleichungen (I) oder (II), so

$$= - d\pi \operatorname{Cos}(\varphi - s) - d\sigma \operatorname{Sin}(\varphi - s) \operatorname{tang} p$$

$$= \frac{d\pi}{\lambda} \operatorname{Sin}(\varphi - s) - \frac{ds}{\lambda} \operatorname{Cos}(\varphi - s) \operatorname{tg} p.$$

rt man aber die Gleichungen (III) in Beziehung
σ und π, so erhält man, wenn man der Kürze
$= \varphi - \frac{1}{2}(s' + s)$ setzt,

$$\frac{\sigma' - d\sigma)}{\Sigma} - \frac{(d\pi' - d\pi)}{\Pi}\Big] \operatorname{Sin}\psi \operatorname{Cos}\psi, \text{ oder}$$

$$\frac{\sigma' - d\sigma)}{\Pi} \operatorname{Sin}^2\psi \operatorname{tg} p + \frac{(d\pi' - d\pi)}{\Sigma} \operatorname{Cos}^2\psi \operatorname{Cotg} p, \text{ und}$$

$$\frac{(d\sigma' - d\sigma)}{\Sigma} \operatorname{Cos}^2\psi - \lambda \frac{(d\pi' - d\pi)}{\Pi} \operatorname{Sin}^2\psi.$$

Die Refraction endlich, welche an den scheinba-
s, p und s' p' der Tafeln angebracht werden muss,
ı auf folgende Art:

Ist r die der Zenithdistanz z entsprechende Refraction, $\mathrm{tg}\,\psi = \mathrm{Cos}\,s\,\mathrm{Cotg}$ Polhöhe,

$$\mathrm{tg}\,\omega = \frac{\mathrm{Sin}\,\psi\,\mathrm{tang}\,s}{\mathrm{Sin}\,(p-\psi)},\ \text{so ist}$$

$$\mathrm{Sin}\,z = \frac{\mathrm{Sin}\,s\,\mathrm{Cos\ Polhöhe}}{\mathrm{Sin}\,\omega},\ \text{und man hat}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{sch. Stundenw.} = \text{wah. Stundenw.} - \dfrac{r\,\mathrm{Sin}\,\omega}{\mathrm{Sin}\,p} \\ \text{sch. Poldistanz} = \text{wah. Poldist.} - r\,\mathrm{Cos}\,\omega\end{array}\right\},$$

wo der Winkel ω im III. und IV. Quadranten von s neg ist. Wenn der Stern nicht zu nahe an dem Horizonte ste so wird man statt den vorhergehenden Ausdrücken folge genäherte einfachere brauchen (Seite 168)

$$\left.\begin{array}{l}\text{sch. Stundw.} = \text{wah. Stundw.} - \dfrac{57''\,\mathrm{tg}\,s\,\mathrm{Sin}\,\psi}{\mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,(p-\psi)} \\ \text{sch. Pold.} = \text{wah. Pold.} - 57''\,\mathrm{tg}\,(p-\psi)\end{array}\right\}.$$

Durch die Refraction wird der Stundenwinkel der Ster immer vermindert im I. und II., und vermehrt im III. u IV. Quadranten von s. Die Poldistanz aber wird durch Refraction immer vermindert, wenn p grösser ist als Äquatorhöhe. Ist aber p kleiner, als die Äquatorhöhe, wird durch die Refraction die Poldistanz nur verminder wenn s zwischen 90° und 270° liegt, sonst aber vermehrt.

Nro.	Sternzeit	σ	π	Barometer und Thermometer	Verbindung der Beobachtungen	φ	λ
I	3h 8′ 9.″0	30° 3′ 48″	1° 37′ 32″	27.65 +16.3 +12.0	I u. II	280° 31′	8.″9
II	6 37 41.0	82 9 36	1 37 0	27.64 +15.9 +14.5	I u. III	289 30	9.6
III	11 7 7.0	149 40 36	1 36 12	27.66 +18.0 +14.0	II u. III	296 14	10.6

wo die scheinbare Position des Polarsterns aus **Schumachers Hülfstafeln** genommen wurde.

41. §. Bisher wurde auf die im §. 39 erwähnten zwe letzten Fehler noch keine Rücksicht genommen. Ist aber die Neigung des Declinationskreises gegen die Polaraxe d Instruments, und ν die Neigung der optischen Axe des Fern rohres gegen die Ebene des Declinationskreises, so wir so lange man bloss bey den ersten Potenzen dieser Fehl stehen bleibt, der vorhergehende Werth von p ungeände bleiben, während man dem Werthe von s wegen dem erst Fehler noch die Grösse $\mu\,\mathrm{Cotg}\,p$, und wegen dem zweyt Fehler, wie bey dem Mittagsrohre, die Grösse $\frac{\nu}{\mathrm{Sin}\,p}$ hinz fügen wird, so dass daher die vollständigen Ausdrücke, m Rücksicht auf alle sechs Fehler des Instruments, folgen sind:

$$\left.\begin{array}{l} s = \sigma + \Delta\sigma + \lambda\,\mathrm{Sin}(\varphi - s)\,\mathrm{Cotg}\,p + \mu\,\mathrm{Cotg}\,p + \nu\,\mathrm{Cosec}\,p \\ p = \pi + \Delta\pi + \lambda\,\mathrm{Cos}\,(\varphi - s) \end{array}\right\}\ldots(\mathrm{I}$$

I. Zur Bestimmung der Grösse ν hat man für ein dem Äquator sehr nahen Stern (vergl. Kreil's Abhandl. i. Annalen der W. Sternwarte B. X.)

$$s = \sigma + \Delta\sigma + \nu\,\mathrm{Cosec}\,p,$$

und wenn man ihn, immer in der Nähe des Meridians, au mit verkehrter Lage des Declinationskreises beobachtet,

$$s' = \sigma' + \Delta\sigma - \nu\,\mathrm{Cosec}\,p.$$

Die Differenz beyder Ausdrücke gibt

$$\nu = \frac{(s-\sigma) - (s'-\sigma')}{2}\,\mathrm{Sin}\,p.$$

Sind aber t, t' die Sternzeiten der Beobachtungen, und α die Rectascension des Sterns, so hat man

$$s = t - \alpha, \text{ und } s' = t' - \alpha,$$

also auch

$$\nu = \frac{(t-\sigma) - (t'-\sigma')}{2}\,\mathrm{Sin}\,p.$$

Dieser einfache Ausdruck kann ohne Rücksicht auf R fraction oder auf die Correction der Uhr, und ohne Redu tion auf den Meridian gebraucht werden, wenn der Ster nur nahe bey dem Äquator steht. Selbst die Position de Sterns ist entbehrlich, da p nahe genug durch das I ment selbst gegeben wird.

So wurde den 24. August 1829 gefunden:

	Kreis West	Kreis Ost
Uhrzeit	$17^h\ 42'\ 56.''25$	$17^h\ 48'\ 58.''49$
σ	$178^\circ\ 30'\ 50''$	$0^\circ\ 1'\ 24''$
π	$89^\circ\ 17'\ 48''$	

oraus folgt $\nu = +0.''75$.

Eben so gab ein anderer Stern den 27. August

Uhrzeit	$19^h\ 9'\ 59.''28$	$19^h\ 14'\ 36.''02$
σ	$182^\circ\ 4'\ 53''$	$2^\circ\ 59'\ 5''$
π	$90^\circ\ 30'\ 36''$	

oraus folgt $\nu = +0.''45$.

II. Zur Bestimmung der Grösse μ gibt die erste der ichungen (IV), wenn man denselben Stern in zwey nell auf einander folgenden Beobachtungen, bey entgegen- tzten Lagen des Declinationskreises, durchgehen lässt,

$$=s + \Delta\sigma + \lambda\,\mathrm{Cotg}\,p\,\mathrm{Sin}\,(\varphi - s) + \mu\,\mathrm{Cotg}\,p + \nu\,\mathrm{Cosec}\,p \text{ und}$$

$$=s' + \Delta\sigma + \lambda\,\mathrm{Cotg}\,p\,\mathrm{Sin}\,(\varphi - s) - \mu\,\mathrm{Cotg}\,p - \nu\,\mathrm{Cosec}\,p,$$

us man erhält

$$\mathrm{tg}\,p + \nu\,\mathrm{Cosec}\,p = \frac{(s-s')-(\sigma-\sigma')}{2} = \frac{(t-t')-(\sigma-\sigma')}{2} = m$$

t' wieder die Uhrzeiten der Beobachtungen sind.

Da sonach m und (aus I) die Grösse ν bekannt ist, so man $\mu = \frac{m\,\mathrm{Sin}\,p - \nu}{\mathrm{Cos}\,p}$, woraus folgt, dass man zur Bestim- g der Grösse μ einen dem Pole nahen Stern wählen soll.

Folgende Beobachtungen des Polarsterns setzen $\nu = 0.''75$ die scheinbare Poldistanz gleich $1^\circ\ 36'\ 14''$ voraus.

		Uhrzeit	σ	Werth von μ
Kreis	W	$12^h 30'\ 15.''0$	$172^\circ\ 2'\ 18''$	$+1.''86$
-	O	34 20.5	353 6 36	
-	O	36 14.5	353 35 19	$+1.12$
-	W	39 44.0	174 24 39	
-	W	41 21.5	174 49 56	$+1.55.$
-	O	43 44.3	355 28 26	

42. §. Kennt man aber μ und ν, so wird man jetzt die sen λ und φ genau bestimmen können. Setzt man näm- für die erste Beobachtung eines Sterns

$$\mu\,\mathrm{Cotg}\,p + \nu\,\mathrm{Cosec}\,p = n,$$

und für die zweyte Beobachtung desselben Sterns

$$\mu \operatorname{Cotg} p' + \nu \operatorname{Cosec} p' = n',$$

so hat man (wie in §. 40)

$$\operatorname{tg}[\varphi - \tfrac{1}{2}(s' - s)] = - \frac{\Pi \operatorname{Cotg} p}{\Sigma}, \text{ und}$$

$$\lambda = \frac{\tfrac{1}{2}\Pi}{\operatorname{Sin}[\varphi - \tfrac{1}{2}(s' + s)] \operatorname{Sin}\frac{s' - s}{2}} = - \frac{\tfrac{1}{2}\Sigma}{\operatorname{Cos}[\varphi - \tfrac{1}{2}(s' + s)] \operatorname{Sin}}$$

wo $\Sigma = (s' - s) - (\sigma' - \sigma) - (n' - n)$, und $\Pi = (p' - p) - (\pi' - \pi)$ ist.

I. Man kann aber auch die Grössen λ und φ, hängig von μ und ν, auf folgende Weise finden. Beob man einen Stern in dem Stundenwinkel s, und gleich auch mit verkehrter Lage des Instruments, so hat m die erste Beobachtung

$$p = \pi + \Delta\pi + \lambda \operatorname{Cos}(\varphi - s) \,..\, (A),$$

für die zweyte

$$p = \pi' - \Delta\pi + \lambda \operatorname{Cos}(\varphi - s) \,..\, (B).$$

Endlich gibt noch die Beobachtung eines zweyten nahe in dem Stundenwinkel $360 - s$

$$p'' = \pi'' + \Delta\pi + \lambda \operatorname{Cos}(\varphi - (360 - s)), \text{ oder}$$

$$p'' = \pi'' + \Delta\pi + \lambda \operatorname{Cos}(\varphi + s) \,..\, (C).$$

Von diesen drey Gleichungen gibt A und C

$$p - p'' = \pi - \pi'' + 2\lambda \operatorname{Sin}\varphi \operatorname{Sin} s.$$

[redacted]

Werthe der beyden letzten Fehler $\Delta\sigma$ und $\Delta\pi$ unmittelbar durch die Gleichungen (IV). Auch lassen sich diese Grössen $\Delta\sigma$ und $\Delta\pi$ noch auf folgende Art bestimmen. Beobachtet man einen Stern vor seiner Culmination in dem Stundenwinkel $360 - \sigma$, und nach seiner Culmination mit umgewendetem Declinationskreise in dem Stundenwinkel σ', wo σ' nahe gleich $360 - \sigma$ vorausgesetzt wird, so gibt die erste der Gleichungen (IV) folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned} 360 - s = 360 - \sigma + \Delta\sigma + \lambda \operatorname{Cotg} p \operatorname{Sin} (\varphi - (360 - s)) \\ + \mu \operatorname{Cotg} p + \nu \operatorname{Cosec} p, \text{ und} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s' = \sigma' + \Delta\sigma + \lambda \operatorname{Cotg} p \operatorname{Sin} (\varphi - s) \\ - \mu \operatorname{Cotg} p - \nu \operatorname{Cosec} p. \end{aligned}$$

Die Summe dieser beyden Gleichungen gibt

$$s' - s = \sigma' - \sigma + 2\Delta\sigma + \lambda \operatorname{Cotg} p \,[\operatorname{Sin} (\varphi + s) + \operatorname{Sin} (\varphi - s)],$$

oder

$$\Delta\sigma = \frac{(s' - s) - (\sigma' - \sigma)}{2} - \lambda \operatorname{Cotg} p \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} s,$$

oder endlich, wenn t' und t die Sternzeiten der Beobachtung sind,

$$\Delta\sigma = \frac{(t' - t) - (\sigma' - \sigma)}{2} - \lambda \operatorname{Cotg} p \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} s.$$

Für einen dem Äquator nahen Stern, oder auch, wenn man den Stern zu beyden Seiten des Meridians nahe in den Stundenwinkeln von $\pm 90°$ beobachtet hat, geht diese Gleichung in folgende einfachere über,

$$\Delta\sigma = \frac{(t' - t) - (\sigma' - \sigma)}{2}.$$

Eben so, wenn man denselben Stern oder auch zwey verschiedene Sterne in den Stundenwinkeln $360 - s$ und s so beobachtet hat, dass $\Delta\pi$ für beyde Beobachtungen sein Zeichen nicht ändert, so gibt die zweyte der Gleichungen (IV)

$$\begin{aligned} p &= \pi + \Delta\pi + \lambda \operatorname{Cos} (\varphi + s), \text{ und} \\ p' &= \pi' + \Delta\pi + \lambda \operatorname{Cos} (\varphi - s), \end{aligned}$$

woraus folgt

$$\Delta\pi = \frac{(p + p') - (\pi + \pi')}{2} - \lambda \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} s.$$

Ist also s nahe an 90° oder 270°, so hat man

$$\Delta\pi = \frac{(p+p')+(\pi+\pi')}{2}.$$

Da endlich $\Delta\pi$ das Zeichen ändert, wenn man dense Stern unmittelbar nach einander mit umgewendetem D nationskreis beobachtet, so hat man auch

$$p = \pi + \Delta\pi + \lambda \operatorname{Cos}(\varphi - s) \text{ und}$$
$$p = \pi' - \Delta\pi + \lambda \operatorname{Cos}(\varphi - s),$$

woraus folgt

$$\Delta\pi = \frac{\pi' - \pi}{2}.$$

Ex. α Canis minoris.

	Sternzeit	σ	Lage des Kreis
I.	$7^h\,21'\,21.''19$	$357°\,21'\,48''$	O
II.	7 24 37.48	178 10 50	W
III.	7 44 13.18	183 4 39	W
IV.	7 46 58.30	3 45 56	O

Von diesen Beobachtungen gibt

I. und III. $\Delta\sigma = 0.''30$ Zeit.

II. und IV. $\Delta\sigma = 0.''24$

δ Ursae minoris.

	Sternzeit	π	Lage des Kreis
I.	$18^h\,15'\,12''$	$176°\,34'\,54''$	W
II.	18 19 21	3 25 18	O
III.	18 22 59	176 34 52	W

[redacted]

orhergehenden Bestimmungen wurde gefunden
$\varphi = 291° 36'$, $\lambda = 9.''9$, $\mu = 1.''51$ und $\nu = 0.''75$.
cheinbaren Positionen dieser Sterne, von welchen wir
rsten als bekannt, und den zweyten als unbekannt an-
ien wollen, sind
ieinb. Rectasc. $A = 15^h 27' 28.''30$ $A' = 20^h 8' 36.''99$
ieinb. Poldist. $P = 62° 42' 4.''34$ $P' = 103° 3' 48.''39$.
Berechnung der Refraction hat man für α Coronae nach
abgekürzten Formeln
$= t -$ sch. Rect. $= 24° 59'$, $\psi = 39° 1'$, $d\sigma = +20.''56$,
$d\pi = +25.''00$.
2α Capricorni aber hat man nach den genauen Aus-
ken
$s = 336° 58'$, $\psi = 39° 26'$, $\omega = 16° 46'$, $z = 64° 41'$,
da Barometer $= 27.40$ Pariser Zoll, inneres Thermome-
$= +14.°0$, und äusseres Thermometer $= +14.°0$ R. war,
t die Refraction $r = 115.''8$, und daher $d\sigma' = -34.''30$,
$d\pi' = +110.''91$. Wir haben also

eRefract.	24° 59′ 54.″56	$\sigma' =$ 336° 56′ 29.″70
$(\varphi - s)$ Cotg p	−5.10	+1.63
μ Cotg p	+0.78	−0.35
ν Cosec p	+0.84	+0.77
$s =$	24 59 51.08	$s' =$ 336 58 31.75
		$s =$ 24 59 51.08

$$s' - s = \left\{ \begin{matrix} 311° 58' 40.''67 \\ 20^h 47' 54.''71 \end{matrix} \right\} = (t' - t) - (A' - A)$$

Es war $t' - t =$	$1^h 29$ 3.41
also ist $A' - A =$	4 41 8.70
gegebenes $A =$	15 27 28.30
gesuchtes $A' =$	20^h 8′ 37.″00
zu gross um	0.″01

n so hat man für die Poldistanz

ne Refract.	62° 41′ 25.″00	$\pi' =$ 103° 3′ 6.″91
os $(\varphi - s)$	−0.59	+6.96
$p =$	62 41 24.41	$p' =$ 103 3 13 87
		$p =$ 62 41 24.41
	$p' - p =$	40 21 49.46 $= P' - P$
	gegeb. P..	62 42 4.34 $= P$
	gesuchtes P′.	103° 3′ 53.″8″
	zu gross um	5.410

Eben so hat man an demselben Tage beobachtet

α Herculis	2 α Capricorni
$t = 17^h\ 12'\ 1.''83$	$t' = 18^h\ 36'\ 30.''90$
$\sigma = 1°\ 17'\ 8.''0$	$\sigma' = 336\ 59\ 4.0$
$\pi = 75\ 22\ 56.0$	$\pi' = 103\ 1\ 16.0$

Die Refractionen sind für α Herculis

$$d\sigma = +1.''06,\ d\pi = +37.''89,$$

und für 2 α Capricorni, wie zuvor

$$d\sigma' = -34.''30 \text{ und } d\pi' = +110.''91.$$

Es sind daher die von der Refraction befreyten

$\sigma = 1°\ 17'\ 9.''06$	$\sigma' = 336°\ 58'\ 29.''70$
$\pi = 75\ 23\ 33.89$	$\pi' = 103\ 3\ 6.91,$

und man hat für die Rectascensionen

$$\sigma' - \sigma = 335°\ 41'\ 20.''64$$

I. Corr. wegen λ	+4.05
II. - - μ	−0.74
III. - - ν	0.00

$$s' - s = 335°\ 41'\ 23.''95 = (t' - t) - (A' -$$

in Zeit $22^h\ 22'\ 45.''59$

$t' - t = 1\ 24\ 29.07$

$A' - A = 3^h\ 1'\ 43.''48$

[redacted]

seinen horizontalen Axen aufruht.
befestiget den Vernier des inneren Kreises auf einem
:hen Theilstrich des äusseren, und bewegt beyde
nmt dem Fernrohre, bis der zu beobachtende
d in dem Fadenkreuze des Fernrohres erscheint.
stiget man den äussern Kreis an das Gestelle des
ts, und rotirt den gelösten inneren Kreis, bis das
börige Höhe gestellte Fernrohr auch den zweyten
den Gegenstand trifft. Der Winkel, welchen
er des inneren Kreises an dem äusseren Kreise
n hat, ist der Winkel, welchen beyde Gegen-
dem Auge des Beobachters bilden, auf den Hori-
irt.
für sich klar, dass man nach geendeter zweyter
ng, wo der innere Kreis, wie zuvor, durch seine
aube mit dem äusseren verbunden ist, wieder
reise zugleich drehen kann, bis das Rohr
n ersten Gegenstand trifft, wo man dann, nach-
der innere Kreis gelöset wird, das Rohr wieder
eyten Gegenstand zurückführen, und so die Beob-
es gesuchten Winkels, so oft als man will, wieder-
n. Um sich während der Bewegung dieser Kreise
nverrückten Lage des ganzen Instruments zu ver-
lient ein unter diesen Kreisen angebrachtes Ver-
rohr.

[illegible]

Drehungsaxe aus seinen Lagern, und bringe es in verkehrter Stellung wieder in diese Lager zurück. Dadurch wird das Objectiv des Fernrohres, welches vorhin von dem Beobachter weggewendet war, jetzt auf die Seite des Beobachters gebracht, während der Höhenkreis oder sein Vernier unverändert an derselben Stelle bleibt. Dann dreht man das Fernrohr oder den horizontalen Kreis des Instruments um 180 Grade im Horizonte, bringt den horizontalen Faden des Fernrohres wieder auf das Object, und lieset den Verticalkreis ab. Der Unterschied der beyden Lesungen des Verticalkreises gibt die doppelte Zenithdistanz des Objectes, also auch ihre Hälfte die wahre Zenithdistanz desselben, die dann, mit den gemachten Ablesungen verglichen, den Zenithpunct des Verticalkreises oder denjenigen Punct desselben gibt, von welchem aus man alle Zenithdistanzen zählen soll.

45. §. Wenn man auf diese Weise die gegenseitige Zenithdistanz zweyer Signale messen will, so muss man auf die Erhöhung der Signalspitzen über den horizontalen Boden, so wie auf den Stand des Instruments in beyden Beobachtungen Rücksicht nehmen. Ist D die Distanz der beyden Signale, und a die Höhe des beobachteten Signalpunctes über dem Boden, und z die beobachtete, z' die corrigirte Zenithdistanz des Fusspunctes des Signals, so ist

$$z' = z + \frac{a}{D \operatorname{Sin} 1''}.$$

Ist a' die Höhe des Instruments über dem Boden der Beobachtungsstation, so ist die von dem Fusspuncte beobachtete Zenithdistanz

$$z' = z - \frac{a'}{D \operatorname{Sin} 1''}.$$

Ist endlich a'' die Höhe des Signals an dem Beobachtungsorte über dem Instrumente, so ist die von der Signalspitze des Beobachtungsortes gesehene Zenithdistanz des beobachteten Signals

$$z' = z + \frac{a''}{D \operatorname{Sin} 1''}.$$

Ist man gehindert, das Instrument in dem Mittelpuncte, oder genau unter dem Mittelpuncte C (Fig. 23) des

Signals an dem Beobachtungsorte aufzustellen, und mus man z. B. das Instrument seitwärts nach O stellen, so beobachtet man zwischen den beyden Objecten A und B der Winkel $AOB = O$ statt dem wahren $ACB = C$. Sey

$$BOC = x,\ OC = r \text{ und } AC = R,\ BC = L, \text{ so ist}$$

$$C = O + CAO - CBO.$$

$$\text{Aber } CAO = \frac{r}{R} \operatorname{Sin} AOC,$$

$$\text{und } CBO = \frac{r}{L} \operatorname{Sin} BOC,$$

also ist auch der gesuchte verbesserte Winkel

$$C = O + \frac{r . \operatorname{Sin}(O + x)}{R \operatorname{Sin} 1''} \quad \frac{r}{L \operatorname{Sin} 1''} . \operatorname{Sin} x,$$

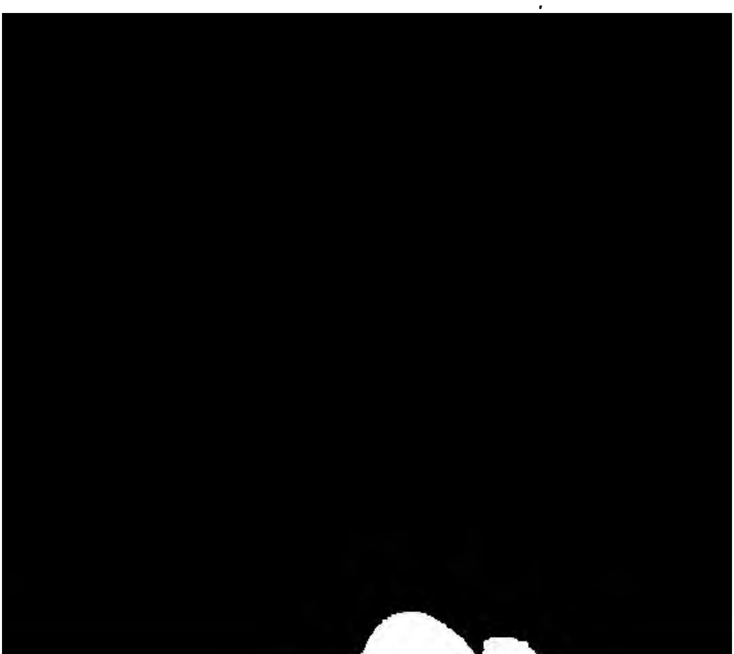
wo R und L die Entfernungen der rechts und links von dem Beobachter stehenden Signale A und B von dem Beobachter in O oder C sind.

Sind endlich die horizontalen Kreise des Instruments dem Horizont nicht genau parallel gestellt worden, und ist der in dieser fehlerhaften Stellung des Instruments gemessene Winkel zweyer Gegenstände gleich A, und sind $90 + \alpha$ und $90 + \beta$ die Zenithdistanzen der beyden Signale, so hat man für den verbesserten Winkel A' derselben die Gleichung

$$\operatorname{Cos} A' = \frac{\operatorname{Cos} A - \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} \beta}{\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta},$$

oder wenn α und β nur kleine Grössen sind,

STRONOMISCHE TAFELN.



Erklärung der Tafeln.

Tafel I.

enthält die geographische Länge und Breite der vorlichsten Städte der Erde, die erste in Beziehung auf den ridian von der königl. Sternwarte in Paris. Die von Paris tlich liegenden Orte sind durch W bezeichnet, und zähin demselben Augenblicke um ihre Meridiandifferenz niger als Paris, während die östlichen oder unbezeichne-Orte um ihre Meridiandifferenz mehr zählen. So zählt ladelphia —$5^h 10' 7''$ oder $18^h 49' 53''$ vor Mittag, und Peburg $+1^h 51' 56''$ nach Mittag oder Abends in dem Aublicke, in welchem Paris $0^h 0' 0''$ oder Mittag zählt. Die lichen Breiten oder Polhöhen sind durch S bezeichnet: unbezeichneten haben eine nördliche Breite, oder liegen der Nordseite des Äquators.

Tafel II.

Bey jedem Orte dieser Tafel steht der Logarithmus der , die anzeigt, wie viel der an diesem Orte gebräuchliche Pariser Linien hat. Diese Pariser Linien sind von der nnten Toise du Pérou, die Bouguer bey seinen Verungen in Amerika brauchte, und deren Etalon in Paris ewahrt wird, bey einer Temperatur von $+13$ Réaum. mmen. Sie enthält 144 Pariser Linien, und eben so entz. B. nach der Tafel der Wiener Fuss 140.13 Pariser en, da log $140.13 = 2.1465311$ ist.

Um eine gegebene Anzahl Fusse eines Ortes in die enthende Anzahl Fusse eines anderen Ortes zu verwan-, wird man so verfahren. Sey z. B. L die Zahl des Lohmus der Tafel bey London, und W die Zahl des Lohmus bey Wien, so multiplicirt man die gegebene An-log W = 9.9

1.3

oder 24 Londner Fuss

Sind 30.75 Meter
chende Anzahl Pariser F

log 30.75 =

log $\frac{M}{P}$ =

oder 30.75 Meter

Der provisorische
kömmt aber in früher
cél. vor.

So wie also

ist, so ist auch ein

ner Quadratfuss

Wiener Kubi

Pariser Qu

Weiter ist

secunden des Tages zu erhalten (wo der Tag 24 St
oder 1440 Minuten, oder 86400 Sexagesimalsecunden

Tafel III.

Sie dient zur Verwandlung des Bogens in Zeit,
Grade des Bogens gleich 24 Stunden der Zeit sind. H
z. B. 124° 37′ 48.″3 in Zeit zu verwandeln, so ist

100°	6^h 40′
20°	1 20
4°	0 16
37′	2 28″
48″	3.20
0.″3	0.02
	8^h 18′ 31.″22 in Zeit.

Tafel IV.

Sie dient zur Verwandlung der Zeit in Bogen. I
die Zeit 8^h 18″31.″22 gegeben, so hat man

8^h	120°
18′	4 30′
31″	7 45″
0.2	3.0
0.02	0.3

[redacted]

Poldistanz des Sterns, $\odot$ die mittlere Länge der Sonne, so ist die Aberration der Rectascension

$$da = -x \frac{\mathrm{Cos}\,(\odot + y - a)}{\mathrm{Sin}\,p},$$

und die Aberration in Poldistanz

$$dp = +x\,\mathrm{Sin}\,(\odot + y - a)\,\mathrm{Cos}\,p$$
$$+\ \text{Zahl von}\ \odot + (90 - p)$$
$$+\ \text{Zahl von}\ [illegible]$$ (M. s. I. S. 85.)

T a [illegible]

gibt eben so die Nutation [illegible]

$$da = -x\ \mathrm{Cos}\,([illegible]$$

$$dp = +x\ \mathrm{Sin}\,([illegible]$$

wo ☊ die Länge des au[illegible] der Mondsbahn in der Ecliptik ist (I. S. 78).

Man findet die mittlere Länge der Sonne oder die Grösse $\odot$ aus der ersten Columne der Tafel XIV, und die Grösse ☊ aus der Tafel XXIII, wenn man sie nicht aus den Ephemeriden nehmen kann.

Beyspiel für den Gebrauch dieser Tafeln der Aberration und Nutation.

$$\text{Sey}\ a = 308°\ 43'\ 5''$$
$$p = 45\ 24\ 12$$
$$\odot = 265°\ 9'\ \text{und}\ ☊ = 239°\ 18'.$$

Die Tafel VIII gibt $y = +0°24'$, also ist

$$\odot + y - a = 316°\ 50'$$
$$\odot + (90 - p) = 309\ 45$$
$$\odot - (90 - p) = 220\ 33.$$

Mit diesen Grössen findet man

$\log -x = 1.3063\,n$	$\log x = 1.3063$
$\log \mathrm{Cos}(\odot + y - a) = 9.8629$	$\log \mathrm{Sin}(\odot + y - a) = 9.8353\,n$
1.1692	1.1416
$\log \mathrm{Sin}\,p = 9.8525$	$\log \mathrm{Cos}\,p = 9.8464$
1.3167	$0.9880 = \log -9.''7$
$da = -20.''7$	$\odot + (90 - p) \quad +2.5$
	$\odot - (90 - p) \quad -3.1$
	$dp = -10.3$

Die Tafel IX gibt eben so

$y = -7° 53'$, also auch $\Omega +$

und mit diesen Grössen findet ma

$$\log - x = 0.8663\,n$$
$$\log \mathrm{Cos}(\Omega + y - a) = 9.3421$$
$$0.2084$$
$$\log \mathrm{tg}\, p = 0.0062$$
$$0.2022 = \log - 1.$$
$$z = +13.$$
$$da = +11.$$

Die so gefundenen da und
ausgedrückt, und werden mit i
nen mittleren Rectascension u
scheinbare (oder um die durch
änderte) Rectascension und P
daher

mittl. Rectasc.	308° 43′	5.″0
Aberration		−20.7
Nutation		+11.6
sch. Rectasc.	308° 42′	55.″

Diese mittlere Rectas
muss für den Tag gegeben

Will man endlich auch noch den von der Länge ☉ der
›nne abhängigen Theil der Nutation, oder die Solarnu-
ion, erhalten (I. S. 77), so wird man in dieselbe Tafel IX,
tt mit dem Argumente ☊, mit dem Argumente 2 ☉ ein-
hen, und die so erhaltenen Werthe der Nutation in a
d p durch die constante Zahl 0.08 multipliciren.

T a f e l X.

Sie enthält für jeden Werth von θ die Grösse

$$\frac{2 \operatorname{Sin}^2 \frac{15}{2} \theta}{\operatorname{Sin} 1''},$$

ren Gebrauch öfters, z. B. I. S. 198 vorgekommen ist.
ill man noch die a. a. O. gegebene Grösse

$$\frac{2 \operatorname{Sin}^4 \frac{15}{2} \theta}{\operatorname{Sin} 1''},$$

erhält man sie aus der folgenden kleinen Tafel:

θ		θ	
1′	0.″00	10′ 0″	0.″09
2	0.00	10 30	0.11
3	0.00	11 0	0.14
4	0.00	11 30	0.16
5	0.01	12 0	0.19
6	0.01	12 30	0.23
7	0.02	13 0	0.27
8	0.04	13 30	0.31
9	0.06	14 0	0.36
10	0.09	14 30	0.41

Tafel XI und XII.

Sie enthalten die Correctionen des Mittags oder Mitternacht aus den correspondirenden Höhen der Son deren Poldistanz veränderlich ist (I. S. 170).

Ex. Die Polhöhe des Beobachtungsortes sey $\varphi = 50°$ die Länge der Sonne für den Mittag des Beobachtungst 162° 56; der durch correspondirende Höhen gefundene verbesserte Mittag 23ʰ 59′ 12.″25, und die halbe Zwiscl zeit der Beobachtungen 4ʰ 40′.

Die erste der Tafeln XI gibt für die halbe Zwische von 4ʰ 40′

☉	I
160°	18.″23
170	19.07

also auch für ☉ = 162.°6 die Grösse I = 18.″45, und da ser erste Theil durch tang φ multiplicirt werden soll,

$$\mathrm{I}\ \mathrm{tg}\,\varphi = 22.''62.$$

Der zweyte Theil ist eben so für die halbe Zwiscl zeit von 4ʰ 40′

☉	II
160	−0.88
170	−0.45

also auch für ☉ = 162.6 die Grösse

$$\mathrm{II} = -0.''77.$$

Es ist daher

unverb. Mittag	23ʰ	59′	12.″25
I tg φ			+22.62
II			− 0.77
wahrer Mittag	23ʰ	59′	34.″10.

Dasselbe Verfahren wird man auch zur Bestimm der wahren Mitternacht anwenden (I. S. 176).

Tafel XIII.

Sie gibt die Correction der ausser der Culmination obachteten Zenithdistanz z des Polarsterns, um daraus Äquatorhöhe des Beobachtungsortes zu finden (I. S. 20

Ist t der Stundenwinkel, und p die scheinbare Poldi-
des Sterns, und nimmt man die Grössen M und N
dieser Tafel, so hat man

$$\psi = z + p \operatorname{Cos} t - M \operatorname{Cotg} z + N,$$

z die von der Refraction befreyte Zenithdistanz des
s bezeichnet. Die Stundenwinkel des Sterns werden
0^h bis 24^h gezählt, und man hat für das Argument θ
Tafel:

im I. Quadranten von t	$\theta = t$
II.	$\theta = 12^h - t$
III.	$\theta = t - 12^h$
IV.	$\theta = 24^h - t.$

Die Tafel setzt $p = 1^\circ 40'$ oder $p = 100$ Minuten vor-
Ist die Poldistanz des Sterns um eine Minute grösser
kleiner, als $1^\circ 40'$, so ist auch M um (0.02) M grösser
kleiner, als in der Tafel.

Tafel XIV.

Sie gibt die wahren Orte der Sonne für jeden Tag der
e von 1828 bis 1860 für den Meridian von Wien (I. S. 314).
en Schaltjahren nimmt man bey den zwey ersten Mo-
en einen Tag weniger, also z. B. den 7. Februar, wenn
den Ort der Sonne für den 8. Februar sucht. Die in
n Tafeln gegebenen Längen der Sonne enthalten schon
constante Aberration von $20.''25 = 0.^\circ0056$, daher man,
die von der Aberration befreyte Länge der Sonne zu
lten, zu der tabellarischen Länge noch $0.^\circ0056$ addiren
s.

Ex. Man suche den wahren Ort der Sonne für 1829 den
gust $0^h 5' 12''$ mittl. Zeit Greenwich, oder (da Green-
$1^h 5' 31''$ westlich von Wien liegt) für $1^h 10' 43''$ mittl.
Wien.

1829	279.°836	99.°972
August 0	208.957	0.010
9^h	8.871	99.982
1^h	0.041	137.713
$10'$	0.007	
$43''$	0.001	37.731 = M
	mittlere Länge = 137.713	mittlere Anom.

[redacted]

Gleichung der Bahn = —1.157

A - - -	2
B - - -	—3
C - - -	0
D - - -	—1
E - - -	—1
F - - -	0
G - - -	1
H - - -	1
Nutation Länge ☊ —	0

wahre Länge = 136.°555 = ☉

Ist dann $\varDelta = 0.^\circ 26697$ der Halbmesser der Sonne für die mittlere Entfernung derselben von der Erde, so ist für jede andere Entfernung der Halbmesser

$$\varDelta' = \frac{\Delta}{R} = \frac{\Delta}{1 + \varepsilon \operatorname{Cos} M},$$

wo $\varepsilon = 0.016780$ ist.

Ist ferner $m = 0.^\circ 041047$ die mittlere stündliche Bewegung der Sonne, so ist für jeden Ort derselben die wahre stündliche Bewegung der Sonne gleich

$$\frac{m\sqrt{1-\varepsilon^2}}{R^2} = \frac{0.99986\, m}{R^2}.$$

Ist endlich $\varpi = 0.^\circ 002388$ die Horizontalparallaxe der Sonne für die mittlere Entfernung, so ist für jeden Tag des Jahres die Horizontalparallaxe derselben gleich $\frac{\varpi}{R}$ und die Höhenparallaxe gleich $\frac{\varpi}{R} \operatorname{Sin} z$ (I. S. 93).

Kennt man aber aus den Tafeln die Länge ☉ der Sonne und die scheinbare Schiefe e der Ecliptik, so findet man die Rectascension A und die Poldistanz P derselben durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} \operatorname{Tang} A &= \operatorname{tg} \odot \operatorname{Cos} e \\ \operatorname{Cotg} P &= \operatorname{Sin} A \operatorname{tg} e, \text{ oder} \\ \operatorname{Cos} P &= \operatorname{Sin} \odot \operatorname{Sin} e. \end{aligned}$$

Die scheinbare Schiefe der Ecliptik aber endlich ist

$$\begin{aligned} e = 23^\circ\, 27'\, 53.''8 &- 0.''48368\,(T - 1800) \\ &+ 8.''977 \operatorname{Cos} ☊ ☾, \end{aligned}$$

wo T die Anzahl Jahre nach 1800, und ☊ ☾ die Länge des Mondsknotens bezeichnet.

Tafel XV.

Sie geben für jeden Tag der Jahre 1828 — 1860 den heliocentrischen Ort der Venus in ihrer Bahn. Da der Gebrauch dieser Tafeln ganz mit dem der vorhergehenden Tafel übereinstimmt, so wird es hinreichen, denselben durch ein Beyspiel zu erläutern. Man bemerke nur noch, dass man, um alle Störungen positiv zu machen, von der wahren Länge in der Bahn die Grösse $0.^\circ 012$, und von dem tabellarischen Radius die Grösse 0.00004 abziehen muss.

Man suche den heliocentrischen Ort der Venus für 1829 den 9. August $1^h\, 10'\, 43''$ mittlerer Zeit Wiens.

	Mittlere Länge	Aphel.	Knoten	A	B	C	D	E	F	G	H
1829	195.°255	309.°097	75.°146	735	130	747	216	673	759	654	702
August 0	339.660	7	5	637	106	854	128	49	71	982	102
9	14.420	309.104	75.151=k	985	962	994	963	2	3	999	4
1h	67	189.414	190.095=λ	357	198	595	307	724	833	635	808
10′	11	240.310	114.944=u								
45″	1										
	mittlere Länge 189.°414	mittlere Anomalie	Arg. der Breite								

Gleichung der Bahn +0.683

A - - - 3

B - - - 2

C - - - 2

D - - - 1

E - - - 1

F - - - 1

G - - - 0

H - - - 0

190.107

Const −0.012

190.095 = λ

+0.038 Reduction

190.133 = l

Rad. Vector 0.72091

A - - - 1

B - - - 1

0.72093

Const −4

r = 0.72089

Breite = + 3.°074 = b,

Reduction = + 0.038

wo λ die wahre Länge der Venus in der Bahn, und l die wahre Länge derselben in der Ecliptik, und u das Argument der Breite, k die Länge des aufsteigenden Knotens bezeichnet, also u = λ − k ist.

Kennt man aber das Argument u der Breite, und die liocentrische Länge l und Breite b, so wie den Radius ector des Planeten, nebst dem gleichzeitigen heliocentriben Ort der Erde, so wird man daraus, nach I. S. 114 ch den geocentrischen Ort des Planeten finden.

Tafel XVI.

Sie gibt die mittlere und die wahre heliocentrische Länge, wie den Radius Vector der sieben älteren Planeten für alle age der Jahre 1830 bis 1860, und für den Meridian von Vien. Die Epochen der Jahre sind für den mittleren Mitg des 1. Januars in Schaltjahren, und für den 0 Januar 31. December des vorigen Jahres), in gemeinen Jahren geben. Man wird daher in den mittleren Bewegungen für e einzelnen Tage in den zwey ersten Monaten der Schaltjahre einen Tag weniger nehmen, und z. B. die Bewegung des 9. Februars 1832 nehmen, wenn man die Länge des Planeten für den 10. Februar 1832 sucht.

Diese Tafeln enthalten keine Störungen, sondern nur den wahren elliptischen Ort der Planeten, daher sie in allen den Fällen, wo keine besondere Genauigkeit gefordert wird, bequem gebraucht werden können.

Die Länge des Apheliums erhält man aus dem Anhange dieser Tafeln, wo t die Anzahl Jahre nach 1840.00 bezeichnet. Für Jahre vor dieser Epoche ist t negativ. Das dort nicht angegebene Aphelium der Erde findet man aus der Gleichung $280.^\circ172 + 0.^\circ0172\,t$.

Den Gebrauch dieser Tafeln werden folgende Beyspiele erläutern.

I. Man suche den heliocentrischen Ort Saturns für 1831 den 24. May $4^h\ 16'\ 32''$ mittlere Zeit Paris, Abends.
Merid. Diff. 0 56 10

M. Z. Wien 5 12 42 = May $24.^T22$ (Tafel VI).

Nach Tafel XXIII ist $t = -8.61$, also auch das
lium Saturns $A = 269.°744$

1831	141.°57	
May 0	4.02	
Tage 24	0.80	
0.2	0.007	
0.02	0.0007	
mittlere Länge	146.40	146.40
Gleich. der Bahn	+5.56	A = 269.74
wahre Länge λ =	151.96 in d. Bahn.	236.66 mittl.

log Rad. Vect. = 0.9659 = log r.

II. Man suche den heliocentrischen Ort des Ma
1832 den 13. Februar 17^h 23′ 40″ mittl. Zeit Greenw. Mo

Merid. Diff.	1	5	31	
M. Z. Wien	18	29	11	= Febr. 13.770 (Tafel

Nach Tafel XXIII ist $t = -7.88$, also auch das
lium des Planeten für die gegebene Zeit $A = 152.°968$

1832	237.°88	
Febr. 0	16.25	
Tage (13 — 1)	6.29	
0.7	0.367	
0.07	0.0367	
Mittl. Länge	260.82	260.82
Gleich. der Bahn	—10.47	152.97
wahre Länge λ =	250.°35 in der Bahn	107.85 mittl. A

log Rad. Vect. = 0.1740 = log r.

Will man aus diesen Grössen λ und r, auch das A
ment u der Breite, die heliocentrische Länge l des Plan
in der Ecliptik, und die heliocentrische Breite b dess
finden, so sucht man zuerst mit dem entsprechenden We
von t aus dem Anhange dieser Tafeln die Länge k des
steigenden Knotens, und die Neigung N der Bahn gegen
Ecliptik, und man hat

$$u = \lambda - k$$

$$\operatorname{tg}(l - k) = \operatorname{Cos} N \operatorname{tg} u$$

$$\operatorname{Tang} b = \operatorname{tang} N \operatorname{Sin}(l - k), \text{ oder}$$

$$\operatorname{Sin} b = \operatorname{Sin} N \operatorname{Sin} u.$$

In unserm ersten Beyspiele war $t = -8.6$, also ist
12.°204, $N = 2.°492$ und $u = \lambda - k = 39.°756$

$$\begin{array}{rlrl} \log \mathrm{Cos}\, N = & 9.99959 & \log \mathrm{Sin}\, N = & 8.63828 \\ \log \mathrm{tg}\, u = & 9.92006 & \log \mathrm{Sin}\, u = & 9.80585 \\ \hline & 9.91965 & & 8.44413 \\ l - k = & 39° \, 43' \, 50'' & b = & +1° \, 35' \, 36'' \\ k = & 112 \;\; 12 \;\; 14 & & \text{hel. nördl. Breite.} \\ \hline l = & 151 \;\; 56 \;\; 4 & & \end{array}$$

hel. Länge in d. Ecliptik.

Will man aber aus jenen Grössen λ und r die geocen-e Rectascension a, und Poldistanz p des Planeten ı, so sucht man zuerst mit dem entsprechenden Werthe aus dem Anhange dieser Tafeln die Grössen A, B, C, ı, b, c, so hat man (I. S. 122)

$$x = r \,\mathrm{Sin}\, a \,\mathrm{Sin}\,(A + \lambda)$$
$$y = r \,\mathrm{Sin}\, b \,\mathrm{Sin}\,(B + \lambda)$$
$$z = r \,\mathrm{Sin}\, c \,\mathrm{Sin}\,(C + \lambda).$$

chnet dann $\odot$ die wahre Länge der Sonne, und R ihren Vector für dieselbe Zeit, so wie e die Schiefe der Eclip-o sey

$$X = R \,\mathrm{Cos}\, \odot$$
$$Y = R \,\mathrm{Sin}\, \odot \,\mathrm{Cos}\, e$$
$$Z = R \,\mathrm{Sin}\, \odot \,\mathrm{Sin}\, e$$

nan erhält die gesuchte geocentrische Rectascension a, lie geocentrische Poldistanz p, so wie die Entfernung Planeten von der Erde durch die Gleichungen

$$\mathrm{tg}\, a = \frac{Y + y}{X + x}$$

$$\mathrm{Cotg}\, p = \frac{Z + z}{X + x} \,\mathrm{Cos}\, a \text{ und } \rho = \frac{Z + z}{\mathrm{Cos}\, p}.$$

Man bemerkt, dass man die hier gebrauchten Grössen , C erhält, wenn man von den I. S. 122 eben so be-ıeten Grössen die Länge K des Knotens subtrahirt.

n unserem ersten Beyspiele findet man für 1831 den 24. 5ʰ 12′ 42″ mittl. Zeit Wien, aus der dritten Columne un-Tafel, die wahre Länge der Erde 242.°66, also

$$\odot = 62.°66; \; \log R = 0.0057,$$

und für $t = -8.6$

$$e = 23°.46 - 0.00014\,t = 23.°461\,,$$

also auch

$$X = 0.4653\,,\ Y = 0.8257\,,\ \text{und}\ Z = 0.3585.$$

Weiter gibt der Anhang unserer Tafel für $t = -8.6$

$A = 90°\ 1'\ 9''$	$\log \mathrm{Sin}\, a = 9.99965$
$B = \ \ 0\ 58\ 33$	$\log \mathrm{Sin}\, b = 9.96562$
$C = 354\ 28\ 12$	$\log \mathrm{Sin}\, c = 9.58522$

also auch

$x = -8.1550$ und	$X + x = -7.6897$
$y = \ \ 3.8866$	$Y + y = \ \ 4.7123$
$z = \ \ 1.9669$	$Z + z = \ \ 2.3254$

woraus folgt

geoc. Rectasc. Saturns	$a = 148°\,30'$
geoc. Poldistanz	$p = \ \ 75°\,32'$
Entfernung v. der Erde	$\rho = \ \ 9.3140$

wo ρ in Theilen der halben grossen Axe der Erdbahn angegeben ist.

Bequemer noch, und beynahe ohne alle Rechnung findet man diese Grössen XYZ und xyz durch die Tafeln meiner Calendariographie Seite 499.

Tafel XVII.

Diese Tafeln geben die vier vorzüglichsten Phasen des Mondes für jeden Monath eines gegebenen Jahres. In ihnen gehört 1 für den Neumond, 2 für das erste Viertel, 3 für den Vollmond, und 4 für das letzte Viertel. Ist die Summe der Phasen, die in der Tafel überhaupt durch P ausgedrückt wird, grösser als 4, so wird davon die Zahl 4 subtrahirt, so wie von der mittleren Anomalie M des Mondes, wenn sie grösser als 1000 ist, diese Zahl 1000 subtrahirt wird. In Schaltjahren setzt man bey den zwey ersten Monathen noch einen Tag hinzu. Endlich muss noch bemerkt werden, dass diese Tafeln die gesuchten Mondsphasen in der mittleren Zeit des Pariser Meridians geben, und dass man daher die Differenz der Meridiane hinzusetzen muss, wenn man für einen andern Ort rechnet.

Ex. I. Man suche die mittlere Wiener Zeit des Voll-
onds im May 1825

	Epoche	M	P
ie Tafel A gibt 1825	$3.^T521$	335	3
B , May	27.728	362	4
C M=697	0.256	697	7
	31.505		4
			3 Vollmond.

Die gesuchte Zeit des wahren (nicht kirchlichen) Voll-
onds (II. S. 57) ist daher 1825 May 31.505, oder den
1. May $12^h\,7'$ mittlerer Pariser Zeit, oder endlich 31. May
$3^h\,3'$ mittlerer Zeit Wien. Man hat hier im May die vierte
ahl genommen, weil zu ihr $P=4$ gehört, damit $3+4=7$,
. h. damit die Zahl 3 erhalten werde, die für den Voll-
ond gehört.

Ex. II. Man suche den Neumond für den Julius 1831.

	Epoche	M	P
1831	5.167	910	4
Juli	3.532	698	1
	0.390	608	5
	9.089		4
			1 Neumond,

lso Neumond Juli 9.089 oder den 9. Juli $2^h\,8'$ mittlerer
eit Paris.

Tafel XVIII.

Sie enthält die Refraction, wie sie Carlini in den
Efemeridi di Milano für 1820 gegeben hat. Die erste Tafel
gibt die mittlere Refraction R für Barometer 28 Par. Zoll,
und Thermometer $+10°$ Réaumur. Von der scheinbaren
Zenithdistanz 60 an ist der log R hinzugefügt. Die angehängten
Tafeln enthalten A und log $(1+A)$, welche Grössen von
dem Barometer, und B und log $(1+B)$, welche Grössen
von den Thermometer abhängen. Die wahre Refraction r ist
dann gleich

$$r = R + R\,(A + B + AB),$$

oder wenn man mit Logarithmen rechnet

$$\log r = \log \{R\,(1+A)(1+B)\}.$$

Bey grösseren Zenithdistanzen wird die Grösse C in —
multiplicirt, zu den so erhaltenen r noch hinzugefügt.

Ex. Sey die beobachtete Zenithdistanz $z = 83° 45'$3
Barometer $27^{z} 9^{l}$ Pariser Mass, und äusseres Thermom
$4.°0$, so hat man

$$
\begin{aligned}
\log R &= 2.6900 \\
\log(1+A) &= 9.9961 \\
\log(1+B) &= \underline{0.0124} \\
\log r &= 2.6985 \\
r &= 499.''6 = 8'\ 19.''6 \\
-10\,C & \qquad\quad \underline{+1.9} \\
\text{wahre Refraction} & \qquad\quad 8'\ 21.''5.
\end{aligned}
$$

Rechnet man aber ohne Logarithmen, so ist

$$
\begin{array}{rcl|rr}
A &=& -0.0089 & \text{mittl. Refr. R} & 8'\ 9.''88 \\
B &=& +0.0291 & & 9.75 \\
AB &=& \underline{-0.0003} & -10\,C \ldots & \underline{1.9} \\
A+B+AB &=& +0.0199 & \text{wahre Refr.} & 8'\ 21.''53 \text{ wie zu} \\
R(A+B+AB) &=& 9.''75 & &
\end{array}
$$

Die mittlere Refraction R dieser Tafeln ist nach d
folgenden Ausdrucke berechnet worden.

$R = 1624'' \mathrm{Sin}\, z \{(1.2824065 - 1.4351870\, T^2)Q + 0.717593$

wo $T = 28 \,\mathrm{Cos}\, z$, und

[redacted]

dlich erhält man die Refraction für 28 Zoll + x Lin. iser Barometers, und für 10 + y Grad des Réaum. ometers, wenn man R multiplicirt durch

$$\left(1 + \frac{x}{28 \times 12}\right) \text{ und durch } \frac{1}{1 - 0.0047086y},$$

$$+ \frac{x}{28 \times 12} = 1 + A \text{ und } \frac{1}{1 - 0.0047086y} = 1 + B$$

wurde.

Tafel XIX.

ese Tafel enthält die Refraction nach den im I. Th. gegebenen Ausdrücken. Bis $z = 85°$ ist die mittlere ion R nach der Gleichung (I. S. 105)

$$R = \frac{120.''2 \operatorname{Sin} z}{\operatorname{Cos} z + \sqrt{0.004 + \operatorname{Cos}^2 z}}$$

iet worden, wo z die beobachtete Zenithdistanz be- t. Die Grösse n wurde nach S. 109 und die drey an- ten kleinen Tafeln nach Seite 112 berechnet.

b die Barometerhöhe in Pariser Mass, und t′, t das und äussere Thermometer Réaumur, so sucht man nit dem Argumente z die Grösse R und n, aus der Tafel. Nennt man dann B, T′ und T die Zahlen der zten Tafeln, welche man mit dem Argumente b, t′ ndet, so ist der Logarithmus der wahren Refraction r

$$\log r = R + B + T' + n. T.$$

die beobachtete Zenithdistanz $z = 85° 24' 36''$
Barometer (Pariser Mass) $b = 28.75$ Zoll
ieres Thermometer Réaumur $t' = -8.3$
seres Thermometer Réaumur $t = -10.5$

z	$\log R = 2.8190$	$n = 1.109$
b	$B = 0.0114$	$T = 0.02125$
t′	$T' = 0.0008$	
t	$nT = 0.0236$	
	$\log r = 2.8548$	

Refraction $r = 715.''9 = 0° 11' 55.''9$.

Tafel XX.

Diese Tafel gibt die wahre Anomalie v in der Pa
aus der gegebenen Zeit seit dem Durchgange durch das
rihelium und der kürzesten Distanz q des Kometen von
Sonne. Ist nämlich T die Zeit des Durchgangs durc
Sonnennähe, und t die gegebene Zeit, so hat man (I. S

$$3\,\mathrm{tg}\,\frac{v}{2} + \mathrm{tg}^3\frac{v}{2} = \frac{6\mu(t-T)}{(2q)^{\frac{3}{2}}}\text{, oder auch}$$

$$75\,\mathrm{tg}\,\frac{v}{2} + 25\,\mathrm{tg}^3\frac{v}{2} = (t-T)\,\Delta m,$$

wo $\Delta m = \frac{0.9122802}{q^{\frac{3}{2}}}$ die mittlere tägliche Bewegung des
meten heisst.

Die Tafel gibt für jeden Werth von v den Werth
Grösse $M = 0.9122802\,(t-T)$, also auch $(t-T)$ ⊿
und umgekehrt, für einen Kometen, dessen kleinster
stand $q = 1$, oder gleich der halben grossen Axe der
bahn ist.

Aufg. I. Sey T und q gegeben. Man suche die w
parabolische Anomalie v, und den Radius Vector r für
gegebene Zeit t.

[redacted]

eser log M gibt in der Tafel $v = -9^\circ 21' 31.''2$, und dann
log $r = 0.069407$.

Aufg. II. Sey q und die wahre Anomalie v für irgend
ne Zeit t gegeben. Man suche die Zeit T des Durchgangs
rch die Sonnennähe.

Aufl. Suche $\varDelta m = 0.9122802\, q^{-\frac{3}{2}}$, und mit diesem
erthe von $\varDelta m$ aus der Tafel den der gegebenen Grösse v ent-
rechenden Werth von M, so ist

$$t - T = \frac{M}{\Delta m},$$

oraus man also T finden kann.

Ex. In dem vorhergehenden Beyspiele ist

$$t = 22 \text{ Jan. } 7^h 3' 31'', \text{ und}$$
$$v = -90^\circ 21' 31.''2.$$

ür dieses v gibt die Tafel

$$\begin{aligned}
\log M &= 2.004084\,n \\
\log \varDelta m &= 0.311653 \\
\hline
\log (t - T) &= -1.692431 \\
t - T &= -49.^T 25281 \\
\text{Es war } t &= 22.29411 \\
\hline
\text{also Zeit des Perih. } T &= 71.^T 54692 = 12. \text{ März } 13^h 7' 34''
\end{aligned}$$

ie zuvor.

Bis $v = 45^\circ$ gibt die Tafel die Grösse M, dann aber log M.
mständlich berechnet findet man diese Tafel in Olbers
nleitung, die Bahn eines Kometen zu berechnen. Wei-
mar 1797.

Tafel XXI.

Diese Tafel gibt in der I. Columne die Breiten- oder
Meridiangrade in Toisen; in der zweyten die Längengrade in
Toisen; in der III. den Logarithmus des Erdradius, den Halb-
messer des Äquators als Einheit voraussetzt, und in der IV.
den Winkel der Verticale in dem Beobachtungsorte mit dem
Radius dieses Ortes, oder die Grösse $(\varphi' - \varphi)$, wo φ' die be-
obachtete Polhöhe, und φ die geocentrische Polhöhe be-
zeichnet (I. S. 90). Das Argument dieser Tafel ist die beob-

achtete Polhöhe oder die geographische Breite φ'. Die A
plattung, welche diese Tafel voraussetzt, ist

$$\alpha = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{300},$$

wo a und b die halbe grosse und kleine Axe der Erde b
zeichnen, und a = 3273651 Toisen beträgt. Diese Tafel se
die Erde als durch Rotation einer Ellipse um ihre klei
Axe 2 b entstanden voraus.

Der Breiten- oder Meridiangrad B, dessen Mitte d
Polhöhe φ' hat, ist

$$B = \frac{a\varpi(1-\varepsilon^2)}{180(1-\varepsilon^2 \operatorname{Sin}^2\varphi')^{\frac{3}{2}}}$$

und der dazu gehörende Längegrad L ist

$$L = \frac{a\varpi \operatorname{Cos}\varphi'}{180(1-\varepsilon^2 \operatorname{Sin}^2\varphi')^{\frac{1}{2}}},$$

wo $\varpi = 3.1415926$ und $\varepsilon = \frac{1}{a}\sqrt{a^2 - b^2}$, oder $\varepsilon^2 = \alpha(2-$
ist. Der Erdradius r der Breite φ' ist (I. S. 91)

$$r = \sqrt{\frac{a^4 + b^4 \operatorname{tg}^2\varphi'}{a^2 + b^2 \operatorname{tg}^2\varphi'}} \text{ oder } r = a\sqrt{\frac{\operatorname{Cos}\varphi'}{\operatorname{Cos}\varphi' \operatorname{Cos}(\varphi'-\varphi)}},$$

und φ endlich findet man aus

$$\operatorname{tg}\varphi = (1-\varepsilon^2)\operatorname{tg}\varphi'. \text{ oder aus}$$

$$\varphi' - \varphi = m \operatorname{Sin} 2\varphi' - \frac{m^2}{2} \operatorname{Sin} 4\varphi' + \frac{m^3}{3} \operatorname{Sin} 6\varphi' -$$

$$\text{wo } m = \frac{\varepsilon^2}{2-\varepsilon^2} \text{ ist.}$$

Aus diesen Ausdrücken findet man leicht auch die Ä
derungen d B, d L, d φ und d r, welche aus einer gegeben
Änderung der halben Äquatorialaxe a und der Abplattung
folgen, da $1-\varepsilon^2 = (1-\alpha)^2$ oder $\alpha = 1 - \sqrt{1-\varepsilon^2}$ ist.
Für $k = 1 - \varepsilon^2 \operatorname{Sin}^2\varphi'$ hat man

$$\text{Radius der Erde } r = \sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2(1-\varepsilon^2)\operatorname{Sin}^2\varphi'}{k}},$$

$$\text{Breitegrad } B = \frac{a\varpi(1-\varepsilon^2)}{180\,k^{\frac{3}{2}}},$$

$$\text{Längegrad } L = \frac{a\varpi \operatorname{Cos}\varphi'}{180\,k^{\frac{1}{2}}}.$$

s des Parallelkreises

$$\frac{a}{k} \operatorname{Cos} \varphi',$$

mungshalbmesser des Meridians

$$\frac{a(1-\varepsilon^2)}{k^{\frac{3}{2}}},$$

mungshalbmesser des auf den Meridian senkrecht ste-
n Bogens

$$\rho = \frac{1}{k^{\frac{1}{2}}},$$

ale von der Oberfläche bis zum Durchschnitte mit dem
tor

$$\rho' = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{k^{\frac{1}{2}}},$$

ρ' sind zugleich der kleinste und grösste Krümmungs-
esser des Ellipsoids für die Breite φ'. Ist S der Bogen
eridians vom Aequator bis zur Breite φ', so hat man

$$S = \frac{b^2}{a}(1 + A\varepsilon^2 + B\varepsilon^4 + C\varepsilon^6)\frac{\varpi\varphi'}{180},$$

$$- \frac{b^2}{a}(A\varepsilon^2 + B\varepsilon^4 + C\varepsilon^6) \operatorname{Sin}\varphi' \operatorname{Cos}\varphi',$$

$$- \frac{2b^2}{3a}(B\varepsilon^4 + C\varepsilon^6) \operatorname{Sin}^3\varphi' \operatorname{Cos}\varphi',$$

$$- \frac{8b^2}{15a}(C\varepsilon^6) \operatorname{Sin}^5\varphi' \operatorname{Cos} - \ldots$$

$$= \frac{3}{4}, B = \frac{15}{16}A, C = \frac{35}{36}B \ldots \text{ ist.}$$

e Länge Q eines Quadranten des Meridians ist

$$Q = \frac{b^2}{o}(1 = A\varepsilon^2 + B\varepsilon^4 + C\varepsilon^6 + \ldots)\frac{\varpi}{2}$$

e Oberfläche Z einer Zone zwischen dem Aequator
n Parallelkreise der Breite φ' ist

$$b^2 (\operatorname{Sin}\varphi + \frac{2}{3}\varepsilon^2 \operatorname{Sin}^3\varphi + \frac{3}{5}\delta^4 \operatorname{Sin} 5\rho + \frac{4}{7}\varepsilon^6 \operatorname{Sin}^7 + \ldots).$$

Tafel XXII.

Diese Tafel gibt die tägliche Aberration der Fixsterne Rectascension zur Zeit ihrer Culmination, nach der G chung (I. S. 86)

$$d\alpha = + 0.''3 \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sec} p$$

Die Aberration der Poldistanz verschwindet im Meridian.

Tafel XXIII.

Sie gibt das Supplement der Länge des Mondsknot zu 360°, den Logarithmus der Horizontalparallaxe der S für den Anfang jedes Monaths, und die einzelnen Tage Monathe in Theilen des Jahres.

Man suche die Länge ☊ ☾ des Mondsknotens für d 17. May 1831. Die Tafel gibt

1831	206.°29
May 0	6.35
Tage 10	0.53
7	0.37
	213 54
	36°

[redacted]

Tafel XXIV.

Diese Tafel erleichtert die Interpolation, wenn man
y derselben auf die zweyten und dritten Differenzen Rück-
ht nimmt. Sie ist nach der bekannten Gleichung entworfen,

$$y = A + n\Delta + \frac{n(n-1)}{1.2}\Delta' + \frac{n(-1)n(n-2)}{1.2.3}\Delta'',$$

o A, B, C, D... die auf einander folgenden Glieder einer
gebenen Reihe, und

$=B-A,\ \Delta'=C-2B+A,\ \Delta''=D-3C+3B-A,$
e erste, zweyte und dritte Differenz der Zahlen A, B, C, D..
nd Die Tafel enthält die Factoren

$$n, \frac{n(n-1)}{1.2}, \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3},$$

it welchen diese Differenzen Δ, Δ', Δ'' zu multipliciren
nd, von 10 zu 10 Minuten des Tages, und also n in Theilen
n 24 Stunden ausgedrückt, wo z. B. für 6 Stunden

$$n = \tfrac{1}{4} = 0.25,\ \frac{n(n-1)}{1.2} = -0.0937,$$

$$\text{und } \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} = 0.0547 \text{ ist.}$$

Die Differenzen Δ, Δ', Δ'' wird man bequem in Minuten und
Theilen von Minuten ausdrücken. Die Zahlen der zweyten
Columne sind immer negativ.

Ex. Seyen folgende Längen oder Rectascensionen ei-
s Gestirns, für die auf einander folgenden Mittage ge-
en.

5 May 0^h..124° 57′ 32″
6 -- 0^h..136 47 47
7 -- 0^h..148 35 31
8 -- 0^h..160 23 26

suche den Ort dieses Gestirns für den 5. May 19^h 50′.
vorhergehenden Zahlen geben

Δ				Δ	Δ'	Δ''
11°	50′	15″	oder +	710.25		
11	47	44		707.72	— 2′.52	
11	47	55		707.92	+ 0.19...	+ 2′.71

Die Tafel aber gibt für $19^h\,50'$

$$\begin{aligned}
+\ 0.8264\ \Delta &= +\ 586'.95 \\
+\ 0.0717\ \Delta' &= +\quad 0.18 \\
+\ 0.0281\ \Delta'' &= +\quad 0.08 \\
\hline
587'.21 &= +\ 9^\circ\ 47'\ 12''6 \\
\text{5. May } 0^h \ldots A &= 124\ \ 57\ \ 32.6 \\
\hline
\text{gesuchter Ort}\ & \ 134^\circ\ 44'\ 44''.6
\end{aligned}$$

Seyen eben so folgende Orte gegeben

			Δ	Δ'	
23. August	0^h	$58^\circ\ 17'\ 32''$			
22. --	0^h	44 18 37	— 838'.92	— 27.90	
21. --	0^h	29 51 48	— 866.82	— 22.81	+
20. --	0^h	15 2 10	— 889.63		

Um den Ort desselben für den 22. August 21^h 3[illegible] zu finden, hat man, da diese Zeit $2^h\ 21'\ 33''$ vor dem tag des 23. Augusts fällt,

$$\begin{aligned}
+\ 0.0983\ \Delta &= -\ 82'.46 \\
-\ 0.0443\ \Delta' &= +\quad 1.24 \\
+\ 0.0281\ \Delta'' &= +\quad 0.14 \\
\hline
-\ 81.08 &= -\ 1^\circ\ 21'\ 5'' \\
A &= \ \ 58\ \ 17\ \ 32 \\
\hline
\text{gesuchter Ort}\ & \ 56^\circ\ 56\ 27''
\end{aligned}$$

Tafel XXV.

Seyen folgende Orte eines Gestirns gegeben

5. October 0^h	$4°$	$38'$	$59''$	Δ		Δ'	
5. -- 12	4	48	59	$10'$	$0''$		
6. -- 0	4	55	49	6	50	$3'$	$10''$
6. -- 12	4	59	23	3	34	3	16

In Mittel ist dieser $\Delta' = 3'\,13'' = 193''$. Man suche den Ort des Gestirns für den 5. October um $10^h\,21'$.

Für das erste Glied hat man

$$12^h : 10' = 12^h\,21' : x \ldots x = \ 8'\ 37.''5$$

$$\begin{array}{rrr} 4° & 38 & 59.0 \\ \hline 4 & 47 & 36.5 \\ x = + & & 11.6 \\ \hline \text{gesuchter Ort } 40° & 47' & 48.''1 \end{array}$$

Es ist nämlich für

$$\frac{10^h\,21'}{12} = \frac{10.35}{12} = 0.86$$

die Zahl der Tafel N = 0.06 und daher

$$N.\Delta' = 193\,(0.06) = 11.6.$$

T a f e l XXVI.

Diese Tafel enthält die mittleren Orte der vorzüglichsten Fixsterne für den Anfang des Jahres 1800 aus Piazzi's neuem Sterncatalog. Die jährlichen Änderungen enthalten die Präcession sowohl, als die eigene Bewegung in Rectascension und Poldistanz.

Sucht man z. B. den mittlern Ort von α Persei für den 1. October 1832, d. h. für 1832.80 (Taf. XXIII.) so hat man

$$t = 1832.80 - 1800 = 32.80.$$

Rectascension

$$\begin{array}{lrrrl} 1800 \text{ - - - - - - - - -} & 47° & 31' & 42.''4 & \text{- - - } 62.''94 \\ +\,(62.''94)\ 32.80 \text{ - - - } & + & 34 & 24.4 & \\ \hline a = & 48° & 6' & 6.''8 & \end{array}$$

Poldistanz

$$\begin{array}{lrrrl} 1800 \text{ - - - - - - - - - -} & 40° & 51' & 47.''0 & \text{ - } -13.''53 \\ -\,(13.53)\ 32.80 \text{ - - - } & - & 7 & 23.8 & \\ \hline p = & 40° & 44' & 23.''2 & \end{array}$$

und diese Grössen sind die mittlere Rectascension un
distanz des Sterns für den 20. October 1832. Zu diesen
lern Orte wird man dann noch die Aberration und N
hinzu fügen, um den scheinbaren Ort des Sterns f
gegebene Zeit zu erhalten. Ist diese Zeit vor 1800, s
negativ. Sucht man z. B. den mittlern Ort für 1783 d
May oder für 1783.36 so ist

$$t = 1783.36 - 1800 = -16.64,$$

womit man findet

$$a = 47^\circ\, 14'\, 15''.1 \text{ und } p = 40^\circ\, 55'\, 32''.1.$$

Tafel XXVII.

Diese Tafel gibt die mittlern Orte der 45 Fund
talsterne für das Jahr 1827.00 nach Bessel's Beobacht
Vol. VII. und Berliner Jahrbuch 1828. Die Columne
jährlichen Bewegung enthalten die Präcession und die
Bewegung des Sterns, sammt der Änderung dieser
gung in 100 Jahren. Man wird sie in allen den Fälle
wenden, wo vorzügliche Genauigkeit gefordert wird
Gebrauch dieser Tafel ist derselbe mit dem der vorhergeh

Tafel XXVIII.

Diese Tafel enthält die vorzüglichsten doppelte

[redacted]

Tafel I.

graphische Lage der vorzüglichsten Orte der Erde.

	Länge von Paris			Breite		
	1h	19′	48″	60°	26′	58″
ar	0	9	38	52	38	2
po	2	19	20	36	11	25
ndria	1	50	20	31	13	5
r	0	2	58	36	48	36
rf	0	28	56	47	45	8
na	0	30	26	53	32	51
ns	0	0	8W.	49	53	41
erdam	0	10	12	52	22	25
na	0	44	36	43	37	54
erpen	0	8	16	51	13	16
ngel	2	33	33	64	31	40
han	3	2	50	46	21	12
a	1	25	44	37	58	1
burg	0	34	18	48	21	46
ton	0	9	53	43	57	8
scha	10	25	46	52	51	45
ad	2	48	18	33	19	40
	0	21	1	47	33	34
lona	0	0	41W.	41	21	44
ia	6	58	15	6	12	0S.
	0	18	46W.	51	22	30
nne	0	15	15W.	43	29	15
er	1	49	4	46	50	32
n	0	12	2	60	24	0
	0	44	10	52	31	40
	0	20	23	46	57	8
eim	0	14	45W.	51	50	25
na	0	36	1	44	29	36
ay	4	41	12	18	56	40
aux	0	11	37W.	44	50	14
n	4	53	16W.	42	22	11
y-Bay	9	55	37	34	6	0 S.
gne	0	2	53W.	50	43	37
au	0	42	26	48	14	0
en	0	25	51	53	4	45
u	0	58	48	51	6	30
	0	27	18W.	48	23	14
l	0	19	43W.	51	27	6

285

r Erde.

				Breite		
			3″	50°	7′	1″
			52	52	22	10 S.
			35	50	33	4
		15	17	46	12	0
		26	32	44	25	0
		30	39 W.	36	6	30
	0	26	28 W.	55	51	32
	4	45	40	15	31	0
	0	33	35	50	56	17
	0	30	21	51	32	5
	0	52	28	47	4	9
	0	9	21 W.	2	20	24
	0	44	52	54	4	35
	0	34	53	51	53	55
	0	38	31	51	29	5
	0	30	34	53	33	1
	0	29	31	52	22	25
	0	9	12	52	22	56
	8	29	29	62	1	50
t	0	36	22	48	45	47
	0	36	14	47	16	8
	6	47	25	52	16	41
	3	18	0	32	24	34
	2	9	43	32	3	25
	2	12	0	31	47	47
	3	8	3	55	47	51
	0	10	24 W.	51	28	37
	1	52	30	50	27	0
t	0	47	59	46	37	10
rg	1	12	37	54	42	50
	0	17	41	46	31	5
	0	40	8	51	20	16
l	0	26	16	53	8	25
	5	17	51 W.	12	2	34 S.
	0	47	46	48	18	54
	0	45	47 W.	38	42	20
	0	21	8 W.	53	22	0
	0	31	46	43	33	5
	0	9	43 W.	51	30	49
rg	0	15	18	49	37	38
	0	9	57	45	45	58
	5	11	45	13	4	8

Tafel I.

	Länge von Paris			Breite	
Brünn	0^h	57′	0″	49°	11′
Brüssel	0	8	8	50	50
Buenos-Ayres	4	3	25W.	34	35
Bukarest	1	35	12	44	26
Cadix	0	34	31W.	36	32
Cairo	1	55	52	30	3
Calais	0	1	56W.	50	57
Calcutta	5	44	23	22	34
Cambridge	0	9	3W.	52	12
Canton	7	22	50	23	8
Cap der guten Hoffnung	1	4	11	33	55
Carlsburg	1	24	57	46	4
Cassel	0	29	0	51	19
Cattaro	1	4	51W.	42	23
Charkow	2	16	25	49	59
Christiania	0	33	54	59	55
Coburg	0	34	31	50	15
Coimbra	0	42	59W.	40	12
Cölln	0	18	20	50	55
Constantinopel	1	46	20	41	1
Copenhagen	0	41	2	55	41
Cordova	4	39	10W.	45	45
Corfu	1	10	23	39	38
Cracau	1	10	23	50	3

Tafel I.

	Länge von Paris			Breite		
furt am Main	0ʰ	25′	3″	50°	7′	29″
furt an der Oder	0	48	52	52	22	8
	0	29	35	50	33	57
	0	15	17	46	12	0
a	0	26	32	44	25	0
ltar	0	30	39W.	36	6	30
ow	0	26	28W.	55	51	32
	4	45	40	15	31	0
	0	33	35	50	56	17
ngen	0	30	21	51	32	5
	0	52	28	47	4	9
nwich	0	9	21W.	2	20	24
swalde	0	44	52	54	4	35
rstadt	0	34	53	51	53	55
	0	38	31	51	29	5
urg	0	30	34	53	33	1
over	0	29	31	52	22	25
m	0	9	12	52	22	56
sk	8	29	29	62	1	50
stadt	0	36	22	48	45	47
uck	0	36	14	47	16	8
sk	6	47	25	52	16	41
an	3	18	0	32	24	34
	2	9	43	32	3	25
alem	2	12	0	31	47	47
a	3	8	3	55	47	51
	0	10	24W.	51	28	37
	1	52	30	50	27	0
nfurt	0	47	59	46	37	10
sberg	1	12	37	54	42	50
nne	0	17	41	46	31	5
ig	0	40	8	51	20	16
thal	0	26	16	53	8	25
	5	17	51W.	12	2	34 S.
	0	47	46	48	18	54
bon	0	45	47W.	38	42	20
pol	0	21	8W.	53	22	0
no	0	31	46	43	33	5
on	0	9	43W.	51	30	49
nburg	0	15	18	49	37	38
	0	9	57	45	45	58
as	5	11	45	13	4	8

Tafel I.

	Länge von Paris			Breite		
. . . .	1ʰ	27′	10″	56°	57′	1″
Janeiro	3	0	20W.	22	54	10 S
. . . .	0	40	30	41	53	54
rdam	0	9	16	51	55	19
urg	0	42	45	47	48	10
a	1	39	6	38	28	7
. . . .	0	28	33	53	36	32
holm	1	2	55	59	20	31
und	0	44	48	54	19	0
burg	0	21	38	48	34	56
gart	0	27	23	48	46	15
lsk	4	23	4	58	11	42
k	5	31	18	56	29	38
a	1	27	28	65	50	50
n	0	14	22	43	7	9
use	0	3	35 W.	43	35	46
t	0	45	47	45	38	8
. . . .	2	18	43	54	11	40
. . . .	0	21	20	45	4	0
. . . .	0	30	35	48	23	20
a	1	1	15	59	51	50
ht	0	11	8	52	5	31
lig	0	40	3	45	25	53
a	0	34	44	45	26	7
bus	1	55	7	70	22	36
chau	1	14	50	52	14	28
ar	0	36	3	50	59	12
. . . .	0	56	10	48	12	35
. . . .	1	31	45	54	41	2
nberg	0	41	41	51	52	39
s	0	24	4	49	37	49
. . . .	0	24	45	47	22	33

Tafel II.

Vergleichung der Längenmasse.

Aachen . . .	2.0969 100	Meter défin. . .	2.64
Amsterdam . .	2.0985 745	Meter provis. .	2.64
Antwerpen . .	2.1024 337	München . . .	2.11
Augsburg . . .	2.1182 647	Neapel . . .	2.06
Basel	2.1212 315	Nürnberg . .	2.12
Berlin	2.1434 208	Padua	2.27
Bologna . . .	2.2258 260	Palermo . . .	2.030
Bremen . . .	2.1078 880	Paris	2.158
Brüssel . . .	2.0870 712	Petersburg . .	2.377
Cölln	2.1055 102	Prag	2.118
Danzig . . .	2.1044 871	Rheinländ. Fuss	2.143
Dresden . . .	2.0988 859	Rom	2.115
Frankfurt a. M. .	2.1038 037	Stockholm . .	2.119
Genua . . .	2.0443 437	Stuttgart . . .	2.103
Gotha	2.1055 102	Turin	2.181
Hamburg . . .	2.1038 037	Venedig . . .	2.187

[redacted]

Tafel III.

Verwandlung des Bogens in Zeit.

…de	Minuten						Secunden				Secunden	
′	′	′	″	′	′	″	″	″	″	″	″	″
4	1	0	4	31	2	4	1	0.07	31	2.07	0″.1	0.01
8	2	0	8	32	2	8	2	0.13	32	2.13	0 .2	0.01
12	3	0	12	33	2	12	3	0.20	33	2.20	0 .3	0.02
16	4	0	16	34	2	16	4	0.27	34	2.27	0 .4	0.03
20	5	0	20	35	2	20	5	0.33	35	2.33	0 .5	0.03
24	6	0	24	36	2	24	6	0.40	36	2.40	0 .6	0.04
28	7	0	28	37	2	28	7	0.47	37	2.47	0 .7	0.05
32	8	0	32	38	2	32	8	0.53	38	2.53	0 .8	0.05
36	9	0	36	39	2	36	9	0.60	39	2.60	0 .9	0.06
40	10	0	40	40	2	40	10	0.67	40	2.67		
20	11	0	44	41	2	44	11	0.73	41	2.73		
0	12	0	48	42	2	48	12	0.80	42	2.80		
40	13	0	52	43	2	52	13	0.87	43	2.87		
20	14	0	56	44	2	56	14	0.93	44	2.93		
0	15	1	0	45	3	0	15	1.00	45	3.00		
40	16	1	4	46	3	4	16	1.07	46	3.07		
20	17	1	8	47	3	8	17	1.13	47	3.13		
0	18	1	12	48	3	12	18	1.20	48	3.20		
40	19	1	16	49	3	16	19	1.27	49	3.27		
20	20	1	20	50	3	20	20	1.33	50	3.33		
0	21	1	24	51	3	24	21	1.40	51	3.40		
	22	1	28	52	3	28	22	1.47	52	3.47		
	23	1	32	53	3	32	23	1.53	53	3.53		
	24	1	36	54	3	36	24	1.60	54	3.60		
	25	1	40	55	3	40	25	1.67	55	3.67		
	26	1	44	56	3	44	26	1.73	56	3.73		
	27	1	48	57	3	48	27	1.80	57	3.80		
	28	1	52	58	3	52	28	1.87	58	3.87		
	29	1	56	59	3	56	29	1.93	59	3.93		
	30	2	0	60	4	0	30	2.00	60	4.00		

Tafel I.

	Länge von Paris			Breite	
Madrid	0h	24′	9″W.	40°	25′
Magdeburg	0	37	15	52	8
Malta	0	48	42	35	53
Manheim	0	24	32	49	29
Marseille	0	12	8	43	17
Memel	1	15	11	55	42
Messina	0	52	57	38	14
Mexico	6	45	42W.	19	25
Mayland	0	27	25	45	28
Mirepoix	0	1	51W.	43	5
Mitau	1	25	33	56	39
Modena	0	34	19	44	38
Montpellier	0	6	10	43	36
Moskau	2	20	51	55	45
München	0	36	57	48	8
Namur	0	10	3	50	28
Neapel	0	47	44	40	51
Nicolajeff	1	58	42	46	58
Odessa	1	53	40	46	30
Ofen	1	6	51	47	29
Orel	2	14	28	52	56
Orenburg	3	30	58	51	46
Orleans	0	1	42W.	47	54
Osnabrück	0	22	44	52	16
Oxford	0	14	23W.	51	45
Padua	0	38	10	45	23
Palermo	0	44	6	38	6
Paramatta	9	54	44	33	48
Paris	0	0	0	48	50
Pavia	0	27	18	45	10
Peking	7	36	30	39	54
Perm	3	36	25	58	1
Petersburg	1	51	56	59	56
Philadelphia	5	10	7W.	39	56
Pic auf Teneriffa	2	3	14W.	38	27
Pisa	0	32	15	43	43
Portsmouth	0	13	45W.	50	48
Prag	0	48	19	50	5
Pressburg	0	59	22	48	8
Quebeck	4	54	0W.	46	47
Quito	5	24	22W.	0	13
Regensburg	0	39	4	49	0

				Secunden	Tage
				0.1	0.000 00
					0.000 00
					0.000 00
					0.000 00
					0.000 01

				0.000 28	31	
				0.000 56	32	
				0.000 83	33	
			4	0.001 11	34	
			5	0.001 39	35	
			6	0.001 67	36	0.010 00
			7	0.001 94	37	0.010 28
		33	8	0.002 22	38	0.010 56
		00	9	0.002 50	39	0.010 83
		66 67	10	0.002 78	40	0.011 11
		0.683 33	11	0.003 06	41	0.011 39
		0.700 00	12	0.003 33	42	0.011 67
		0.716 67	13	0.003 61	43	0.011 94
		0.733 33	14	0.003 89	44	0.012 22
	45	0.750 00	15	0.004 17	45	0.012 50
	46	0.766 67	16	0.004 44	46	0.012 78
3	47	0.783 33	17	0.004 72	47	0.013 06
00	48	0.800 00	18	0.005 00	48	0.013 33
67	49	0.816 67	19	0.005 28	49	0.013 64
33 33	50	0.833 33	20	0.005 56	50	0.013 89
0.350 00	51	0.850 00	21	0.005 83	51	0.014 17
0.366 67	52	0.866 67	22	0.006 11	52	0.014 44
0.383 33	53	0.883 33	23	0.006 39	53	0.014 72
0.400 00	54	0.900 00	24	0.006 67	54	0.015 00
0.416 67	55	0.916 67	25	0.006 94	55	0.015 28
0.433 33	56	0.933 33	26	0.007 22	56	0.015 56
0.450 00	57	0.950 00	27	0.007 50	57	0.015 83
0.466 67	58	0.966 67	28	0.007 78	58	0.016 11
0.483 33	59	0.983 33	29	0.008 06	59	0.016 39
0.500 00	60	1.000 00	30	0.008 33	60	0.016 67
	0.01	0.000 00	0.1	0.000 03		
	0.02	0.000 00	0.2	0.000 05		
	0.03	0.000 01	0.3	0.000 08		
	0.04	0.000 01	0.4	0.000 11		
	0.05	0.000 01	0.5	0.000 14		
	0.06	0.000 02	0.6	0.000 17		
	0.07	0.000 02	0.7	0.000 19		
	0.08	0.000 02	0.8	0.000 22		
	0.09	0.000 02	0.9	0.000 25		

Tafel V.

Verwandlung der Minuten und Secunden in Grade oder Stunden.

…u- …	Grade oder Stunden	Minu-ten	Grade oder Stunden	Secun-den	Grade oder Stunden	Secun-den	Grade oder Stunden
1	0.016 67	31	0.516 67	1	0.000 28	31	0.008 61
2	0.033 33	32	0.533 33	2	0.000 56	32	0.008 89
3	0.050 00	33	0.550 00	3	0.000 83	33	0.009 17
4	0.066 67	34	0.566 67	4	0.001 11	34	0.009 44
5	0.083 33	35	0.583 33	5	0.001 39	35	0.009 72
6	0.100 00	36	0.600 00	6	0.001 67	36	0.010 00
7	0.116 67	37	0.616 67	7	0.001 94	37	0.010 28
8	0.133 33	38	0.633 33	8	0.002 22	38	0.010 56
9	0.150 00	39	0.650 00	9	0.002 50	39	0.010 83
0	0.166 67	40	0.666 67	10	0.002 78	40	0.011 11
1	0.183 33	41	0.683 33	11	0.003 06	41	0.011 39
2	0.200 00	42	0.700 00	12	0.003 33	42	0.011 67
3	0.216 67	43	0.716 67	13	0.003 61	43	0.011 94
4	0.233 33	44	0.733 33	14	0.003 89	44	0.012 22
5	0.250 00	45	0.750 00	15	0.004 17	45	0.012 50
6	0.266 67	46	0.766 67	16	0.004 44	46	0.012 78
7	0.283 33	47	0.783 33	17	0.004 72	47	0.013 06
8	0.300 00	48	0.800 00	18	0.005 00	48	0.013 33
9	0.316 67	49	0.816 67	19	0.005 28	49	0.013 64
0	0.333 33	50	0.833 33	20	0.005 56	50	0.013 89
1	0.350 00	51	0.850 00	21	0.005 83	51	0.014 17
2	0.366 67	52	0.866 67	22	0.006 11	52	0.014 44
3	0.383 33	53	0.883 33	23	0.006 39	53	0.014 72
4	0.400 00	54	0.900 00	24	0.006 67	54	0.015 00
5	0.416 67	55	0.916 67	25	0.006 94	55	0.015 28
6	0.433 33	56	0.933 33	26	0.007 22	56	0.015 56
7	0.450 00	57	0.950 00	27	0.007 50	57	0.015 83
8	0.466 67	58	0.966 67	28	0.007 78	58	0.016 11
9	0.483 33	59	0.983 33	29	0.008 06	59	0.016 39
0	0.500 00	60	1.000 00	30	0.008 33	60	0.016 67
		0.01	0.000 00	0.1	0.000 03		
		0.02	0.000 00	0.2	0.000 05		
		0.03	0.000 01	0.3	0.000 08		
		0.04	0.000 01	0.4	0.000 11		
		0.05	0.000 01	0.5	0.000 14		
		0.06	0.000 02	0.6	0.000 17		
		0.07	0.000 02	0.7	0.000 19		
		0.08	0.000 02	0.8	0.000 22		
		0.09	0.000 02	0.9	0.000 25		

Tafel VII.

Mittlere Rectascension der Sonne im mittleren M
Wiens in Zeit.

	Rectas. ⊙			Nutat. im Anfang des Jahrs
1828 B	18ʰ	40.′	18.″02	0.″57
1829		39	20. 71	0. 23
1830		38	23. 41	—0. 13
1831		37	26. 10	—0. 48
1832 B		40	25. 35	—0. 70
1833		39	28. 04	—0. 99
1834		38	30. 74	—0. 08
1835		37	33. 43	—0. 06
1836 B		40	32. 68	—0. 91
1837		39	35. 37	—0. 66
1838		38	38. 07	—0. 34
1839		37	40. 76	0. 01
1840 B		40	40. 00	0. 38
1841		39	42. 70	0. 70
1842		38	45. 39	0. 94
1843		37	48. 09	1. 08
1844 B		40	47. 33	1. 09
1845		39	50. 03	0. 98
1846		38	52. 72	0. 75
1847		37	55. 42	0. 45
1848 B		40	54. 66	0. 09
1849		39	57. 36	—0. 27
1850		39	0. 05	—0. 62
1851		38	2. 74	—0. 89
1852 B		41	1. 99	—1. 05
1853		40	4. 68	—1. 10
1854		39	7. 38	—1. 03
1855		38	10. 07	—0. 85
1856 B		41	9. 32	—0. 56
1857		40	12. 01	—0. 21
1858		39	14. 70	0. 16
1859		38	17. 40	0. 51
1860 B	18	41	16. 64	0. 81

	Recta	
0 Februar .	2ʰ	2′
0 März . .	3	52
0 April . .	5	54
0 May . .	7	53
0 Juny . .	9	55
0 July . .	11	53
0 August .	13	55
0 September	15	58
0 October .	17	56
0 November	19	58
0 December	21	56

Tafel VI.

…un- …n	Tage	Secun- den	Tage	Secun- den	Tage
1	0.000 01	31	0.000 36	0.1	0.000 00
2	0.000 02	32	0.000 37	0.2	0.000 00
3	0.000 03	33	0.000 38	0.3	0.000 00
4	0.000 05	34	0.000 39	0.4	0.000 00
5	0.000 06	35	0.000 41	0.5	0.000 01
6	0.000 07	36	0.000 42	0.6	0.000 01
7	0.000 08	37	0.000 43	0.7	0.000 01
8	0.000 09	38	0.000 44	0.8	0.000 01
9	0.000 10	39	0.000 45	0.9	0.000 01
0	0.000 12	40	0.000 46		
11	0.000 13	41	0.000 47		
12	0.000 14	42	0.000 49		
13	0.000 15	43	0.000 50		
14	0.000 16	44	0.000 51		
15	0.000 17	45	0.000 52		
16	0.000 19	46	0.000 53		
17	0.000 20	47	0.000 54		
18	0.000 21	48	0.000 56		
19	0.000 22	49	0.000 57		
20	0.000 23	50	0.000 58		
1	0.000 24	51	0.000 59		
2	0.000 26	52	0.000 60		
3	0.000 27	53	0.000 61		
4	0.000 28	54	0.000 63		
5	0.000 29	55	0.000 64		
6	0.000 30	56	0.000 65		
7	0.000 31	57	0.000 66		
[illegible]	0.000 32	58	0.000 67		
[illegible]	0.000 34	59	0.000 68		
[illegible]	0.000 35	60	0.000 69		

Fortsetzung der Tafel VII.

Acceleration der Fixsterne.

Stunden			Minuten		Minuten		Secunden		S
1	0′	9.″83	1	0.″16	31	5. 08	1	0.″00	31
2	0	19. 66	2	0. 33	32	5. 24	2	0. 00	32
3	0	29. 49	3	0. 49	33	5. 41	3	0. 01	33
4	0	39. 32	4	0. 65	34	5. 57	4	0. 01	34
5	0	49. 15	5	0. 82	35	5. 73	5	0. 01	35
6	0	58. 98	6	0. 98	36	5. 89	6	0. 02	36
7	1	8. 81	7	1. 15	37	6. 06	7	0. 02	37
8	1	18. 64	8	1. 31	38	6. 22	8	0. 02	38
9	1	28. 46	9	1. 47	39	6. 39	9	0. 02	39
10	1	38. 29	10	1. 64	40	6. 55	10	0. 03	40
11	1	48. 12	11	1. 80	41	6. 72	11	0. 03	41
12	1	57. 95	12	1. 97	42	6. 88	12	0. 03	42
13	2	7. 78	13	2. 13	43	7. 04	13	0. 04	43
14	2	17. 61	14	2. 29	44	7. 21	14	0. 04	44
15	2	27. 44	15	2. 46	45	7. 37	15	0. 04	45
16	2	37. 27	16	2. 62	46	7. 54	16	0. 04	46
17	2	47. 10	17	2. 78	47	7. 70	17	0. 05	47
18	2	56. 93	18	2. 95	48	7. 86	18	0. 05	48
19	3	6. 76	19	3. 11	49	8. 03	19	0. 05	49
20	3	16. 59	20	3. 28	50	8. 19	20	0. 05	50

[redacted]

Tafel VIII.

Aberration.

Arg. Länge der Sonne.

0°	180°	30°	210°	60°	240°	
log. x	y +	log. x	y +	log. x	y +	
1.2690	0° 0′	1.2790	2° 11′	1.2977	2° 6′	30
1.2690	0 5	1.2796	2 14	1.2983	2 3	29
1.2691	0 11	1.2802	2 16	1.2988	2 0	28
1.2692	0 16	1.2808	2 18	1.2993	1 57	27
1.2692	0 22	1.2815	2 20	1.2998	1 54	26
1.2693	0 27	1.2821	2 21	1.3003	1 51	25
1.2695	0 32	1.2827	2 23	1.3008	1 47	24
1.2696	0 37	1.2834	2 24	1.3012	1 44	23
1.2698	0 43	1.2840	2 25	1.3017	1 40	22
1.2700	0 48	1.2847	2 26	1.3021	1 36	21
1.2703	0 53	1.2853	2 27	1.3025	1 32	20
1.2705	0 58	1.2860	2 28	1.3028	1 28	19
1.2708	1 3	1.2866	2 28	1.3032	1 24	18
1.2711	1 8	1.2873	2 28	1.3036	1 20	17
1.2714	1 12	1.2879	2 28	1.3039	1 16	16
1.2818	1 17	1.2886	2 28	1.3042	1 11	15
1.2721	1 22	1.2892	2 28	1.3045	1 7	14
1.2725	1 26	1.2899	2 27	1.3048	1 3	13
1.2729	1 30	1.2905	2 27	1.3050	0 58	12
1.2733	1 34	1.2912	2 26	1.3053	0 53	11
1.2738	1 39	1.2918	2 25	1.3055	0 49	10
1.2742	1 42	1.2924	2 24	1.3057	0 44	9
1.2747	1 46	1.2931	2 22	1.3059	0 39	8
1.2752	1 50	1.2938	2 21	1.3060	0 34	7
1.2757	1 53	1.2944	2 19	1.3061	0 30	6
1.2762	1 57	1.2949	2 17	1.3063	0 25	5
1.2768	2 0	1.2956	2 15	1.3064	0 20	4
1.2773	2 3	1.2961	2 13	1.3064	0 15	3
1.2779	2 6	1.2966	2 11	1.3065	0 10	2
1.2785	2 9	1.2972	2 8	1.3065	0 5	1
1.2790	2 11	1.2977	2 6	1.3065	0 0	0
log. x	— y	log. x	— y	log. x	— y	
150	330	120	300	90	270	

Tafel VIII.

Arg. Länge der Sonne ± (90 − p)

	0 180	30 210	60 240	
	+ −	+ −	+ −	
0	4.″0	3.″5	2.″0	30
1	4. 0	3. 5	2. 0	29
2	4. 0	3. 4	1. 9	28
3	4. 0	3. 4	1. 8	27
4	4. 0	3. 3	1. 8	26
5	4. 0	3. 3	1. 7	25
6	4. 0	3. 3	1. 6	24
7	4. 0	3. 3	1. 6	23
8	4. 0	3. 2	1. 5	22
9	4. 0	3. 2	1. 4	21
10	4. 0	3. 1	1. 4	20
11	4. 0	3. 1	1. 3	19
12	3. 9	3. 0	1. 2	18
13	3. 9	2. 9	1. 2	17
14	3. 9	2. 9	1. 1	16
15	3. 9	2. 8	1. 0	15
16	3. 9	2. 8	1. 0	14
17	3. 9	2. 7	0. 9	13
18	3. 8	2. 7	0. 8	12
19	3. 8	2. 6	0. 8	11
20	3. 8	2. 6	0. 7	10
21	3. 8	2. 5	0. 6	9
22	3. 7	2. 5	0. 6	8
23	3. 7	2. 4	0. 5	7
24	3. 7	2. 4	0. 4	6
25	3. 7	2. 3	0. 3	5
26	3. 6	2. 3	0. 3	4
27	3. 6	2. 2	0. 2	3
28	3. 6	2. 1	0. 1	2
29	3. 5	2. 1	0. 1	1
30	3. 5	2. 0	0. 0	0
	− +	− +	− +	
	150 330	120 300	90 270	

$$da = -\frac{x\,\mathrm{Cos.}\,(\odot\ldots}{\mathrm{Sin.}\ldots}$$

$dp = \mp x\,\mathrm{Sin.}(\odot + y -$ …

$+$ Zahl von $\odot + ($ …

$+$ Zahl von $\odot - ($ …

Tafel IX.

Nutation.

Arg. Länge des Knotens der Mondsbahn.

		180	30		210	60		240	
x	y −	z − +	log. x	y −	z − +	log. x	y −	z − +	
31	0° 0′	0.″00	0.9275	6° 45′	7.″70	0.8647	7° 48′	13.″33	30
31	0 15	0. 27	0.9258	6 54	7. 93	0.8625	7 40	13. 46	29
30	0 31	0. 54	0.9241	7 3	8. 16	0.8604	7 32	13. 59	28
29	0 46	0. 80	0.9223	7 12	8. 39	0.8583	7 23	13. 72	27
27	1 1	1. 07	0.9205	7 20	8. 61	0.8562	7 14	13. 84	26
24	1 16	1. 34	0.9187	7 28	8. 83	0.8541	7 4	13. 95	25
21	1 32	1. 61	0.9168	7 36	9. 05	0.8521	6 53	14. 06	24
17	1 47	1. 88	0.9149	7 43	9. 26	0.8501	6 42	14. 17	23
13	2 2	2. 14	0.9129	7 49	9. 48	0.8482	6 29	14. 27	22
08	2 17	2. 41	0.9109	7 56	9. 69	0.8463	6 17	14. 37	21
02	2 31	2. 67	0.9089	8 1	9.90	0.8445	6 3	14. 47	20
96	2 46	2. 94	0.9069	8 6	10.10	0.8427	5 49	14. 56	19
89	3 1	3. 20	0.9048	8 10	10.30	0.8410	5 35	14. 64	18
83	3 15	3. 46	0.9027	8 14	10.50	0.8394	5 20	14. 72	17
74	3 29	3. 72	0.9005	8 17	10.70	0.8378	5 4	14. 80	16
65	3 43	3. 98	0.8984	8 20	10.89	0.8363	4 48	14. 87	15
56	3 57	4. 24	0.8962	8 23	11.08	0.8349	4 31	14. 94	14
47	4 12	4. 50	0.8940	8 24	11.26	0.8336	4 14	15. 00	13
37	4 24	4. 76	0.8917	8 25	11.44	0.8324	3 56	15. 06	12
26	4 37	5. 01	0.8895	8 25	11.62	0.8312	3 38	15. 11	11
15	4 50	5. 27	0.8873	8 25	11.79	0.8302	3 20	15. 16	10
03	5 3	5. 52	0.8850	8 24	11.96	0.8292	3 1	15. 21	9
91	5 16	5. 77	0.8827	8 23	12.13	0.8283	2 41	15. 25	8
78	5 28	6. 02	0.8805	8 21	12.28	0.8275	2 22	15. 28	7
65	5 40	6. 26	0.8782	8 18	12.45	0.8268	2 2	15. 31	6
51	5 51	6. 51	0.8759	8 15	12.61	0.8263	1 42	15. 34	5
37	6 3	6. 75	0.8737	8 11	12.76	0.8258	1 22	15. 36	4
22	6 14	6. 99	0.8714	8 6	12.91	0.8254	1 2	15. 37	3
07	6 24	7. 23	0.8691	8 1	13.06	0.8252	0 41	15. 39	2
91	6 35	7. 46	0.8670	7 55	13.20	0.8250	0 21	15. 39	1
75	6 45	7. 70	0.8647	7 48	13.33	0.8249	0 0	15. 40	0
x	+ y	− + z	log. x	+ y	− + z	log. x	+ y	− + z	
0		330	120		300	90		270	

$$- x \frac{\text{Cos.}\,(\Omega + y - a)}{\text{Tang. } p} + z, \qquad dp = + x\,\text{Sin.}\,(\Omega + y - a)$$

Tafel X.

$$\frac{2\,\mathrm{Sin}^2\,\frac{1}{2}\,\theta}{\mathrm{Sin}\,1''}$$

″	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′
0	0.″0	2.″0	7.8	17.7	31.4	49.1	70.7
1	0. 0	2. 0	8.0	17.9	31.7	49.4	71.1
2	0. 0	2. 1	8.1	18.1	31.9	49.7	71.5
3	0. 0	2. 2	8.2	18.3	32.2	50.1	71.9
4	0. 0	2. 2	8.4	18.5	32.5	50.4	72.3
5	0. 0	2. 3	8.5	18.7	32.7	50.7	72.7
6	0. 0	2. 4	8.7	18.9	33.0	51.1	73.1
7	0. 0	2. 4	8.8	19.1	33.3	51.5	73.5
8	0. 0	2. 5	8.9	19.3	33.5	51.7	73.9
9	0. 0	2. 6	9.1	19.5	33.8	52.1	74.3
10	0. 1	2. 7	9.2	19.7	34.1	52.4	74.7
11	0. 1	2. 7	9.4	19.9	34.4	52 7	75.1
12	0. 1	2. 8	9.5	20.1	34.6	53.1	75.5
13	0. 1	2. 9	9.6	20.3	34.9	53.4	75.9
14	0. 1	3. 0	9.8	20.5	35.2	53.8	76.3

[redacted]

Tafel X.

$$\frac{2\,\mathrm{Sin}^2 \tfrac{1}{2}\,\theta}{\mathrm{Sin}\,1''}$$

7′	8′	9′	10′	11′	12′	″
96.2	125.7	159.0	196.3	237.5	282.7	0
96.9	126.2	159.6	197.0	238.3	283.5	1
97.1	126.7	160.2	197.6	239.0	284.2	2
97.6	127.2	160.8	198.3	239.7	285.0	3
98.1	127.8	161.4	198.9	240.4	285.8	4
98.5	128.3	162.0	199.6	241.2	286.6	5
99.0	128.8	162.6	200.3	241.9	287.4	6
99.4	129.4	163.2	200.9	242.6	288.2	7
99.9	129.9	163.8	201.6	243.3	289.0	8
100.4	130.4	164.4	202.2	244.1	289.8	9
100.8	131.0	165.0	202.9	244.8	290.6	10
101.3	131.5	165.6	203.6	245.5	291.4	11
101.8	132.0	166.2	204.2	246.2	292.2	12
102.3	132.6	166.8	204.9	247.0	293.0	13
102.7	133.1	167.4	205.6	247.7	293.8	14
103.2	133.6	168.0	206.3	248.5	294.6	15
103.7	134.2	168.6	206.9	249.2	295.4	16
104.2	134.7	169.2	207.6	249.9	296.2	17
104.6	135.3	169.8	208.3	250.7	297.0	18
105.1	135.8	170.4	208.9	251.4	297.8	19
105.6	136.4	171.0	209.6	252.2	298.6	20
106.1	136.9	171.6	210.3	252.9	299.4	21
106.6	137.4	172.2	211.0	253.6	300.2	22
107.0	138.0	172.9	211.6	254.4	301.0	23
107.5	138.5	173.5	212.3	255.1	301.8	24
108.0	139.1	174.1	213.0	255.9	302.6	25
108.5	139.6	174.7	213.7	256.6	303.5	26
109.0	140.2	175.3	214.4	257.4	304.3	27
109.5	140.7	175.9	215.1	258.1	305.1	28
110.0	141.3	176.6	215.8	258.9	305.9	29
110.4	141.8	177.2	216.4	259.6	306.7	30

Tafel X.

$$\frac{2\,\mathrm{Sin}^2\,\frac{1}{2}\,\theta}{\mathrm{Sin}\,1''}$$

"	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′
0	0.″0	2.″0	7.8	17.7	31.4	49.1	70.7
1	0. 0	2. 0	8.0	17.9	31.7	49.4	71.1
2	0. 0	2. 1	8.1	18.1	31.9	49.7	71.5
3	0. 0	2. 2	8.2	18.3	32.2	50.1	71.9
4	0. 0	2. 2	8.4	18.5	32.5	50.4	72.3
5	0. 0	2. 3	8.5	18.7	32.7	50.7	72.7
6	0. 0	2. 4	8.7	18.9	33.0	51.1	73.1
7	0. 0	2. 4	8.8	19.1	33.3	51.5	73.5
8	0. 0	2. 5	8.9	19.3	33.5	51.7	73.9
9	0. 0	2. 6	9.1	19.5	33.8	52.1	74.3
10	0. 1	2. 7	9.2	19.7	34.1	52.4	74.7
11	0. 1	2. 7	9.4	19.9	34.4	52.7	75.1
12	0. 1	2. 8	9.5	20.1	34.6	53.1	75.5
13	0. 1	2. 9	9.6	20.3	34.9	53.4	75.9
14	0. 1	3. 0	9.8	20.5	35.2	53.8	76.3
15	0. 1	3. 1	9.9	20.7	35.5	54.1	76.7
16	0. 1	3. 1	10.1	20.9	35.7	54.5	77.1
17	0. 2	3. 2	10.2	21.2	36.0	54.8	77.5
18	0. 2	3. 3	10.4	21.4	36.3	55.1	77.9
19	0. 2	3. 4	10.5	21.6	36.6	55.5	78.3
20	0. 2	3. 5	10.7	21.8	36.9	55.8	78.8
21	0. 3	3. 6	10.8	22.0	37.2	56.2	79.2
22	0. 3	3. 7	11.0	22.3	37.4	56.5	79.6
23	0. 3	3. 8	11.1	22.5	37.7	56.9	80.0
24	0. 3	3. 8	11.3	22.7	38.0	57.3	80.4
25	0. 3	3. 9	11.5	22.9	38.3	57.6	80.8
26	0. 4	4. 0	11.6	23.1	38.6	58.0	81.3
27	0. 4	4. 1	11.8	23.4	38.9	58.3	81.7
28	0. 4	4. 2	11.9	23.6	39.2	58.7	[illegible]
29	0. 5	4. 3	12.1	23.8	39.5	59.0	[illegible]
30	0. 5	4. 4	12.3	24.0	39.8	59.4	[illegible]

Tafel X.

$$\frac{2\ \mathrm{Sin}^2\ \frac{1}{2}\theta}{\mathrm{Sin}\ 1''}$$

″	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6
30	0.″5	4.″4	12.″3	24.″0	39.″8	59.″4	83
31	0. 5	4. 5	12. 4	24. 3	40. 1	59. 8	83
32	0. 6	4. 6	12. 6	24. 5	40. 3	60. 1	83
33	0. 6	4. 7	12. 8	24. 7	40. 6	60. 4	84
34	0. 6	4. 8	12. 9	25. 0	40. 9	60. 8	84
35	0. 7	4. 9	13. 1	25. 2	41. 2	61. 2	85
36	0. 7	5. 0	13. 3	25. 4	41. 5	61. 6	85
37	0. 7	5. 1	13. 4	25. 7	41. 8	61. 9	86
38	0. 8	5. 2	13. 6	25. 9	42. 1	62. 3	86
39	0. 8	5. 3	13. 8	26. 2	42. 5	62. 7	86
40	0. 9	5. 4	14. 0	26. 4	42. 8	63. 0	87
41	0. 9	5. 6	14. 1	26. 6	43. 1	63. 4	87
42	1. 0	5. 7	14. 3	26. 9	43. 4	63. 8	88
43	1. 0	5. 8	14. 5	27. 1	43. 7	64. 2	88
44	1. 1	5. 9	14. 7	27. 4	44. 0	64. 5	89
45	1. 1	6. 0	14. 8	27. 6	44. 3	64. 9	89.
46	1. 2	6. 1	15. 0	27. 9	44. 6	65. 3	89.
47	1. 2	6. 2	15. 2	28. 1	44. 9	65. 7	90.
47	1. 3	6. 4	15. 4	28. 3	45. 2	66 0	90.
49	1. 3	6. 5	15. 6	28. 6	45. 5	66. 4	91.
50	1. 4	6. 6	15. 8	28. 8	45. 9	66. 8	91.
51	1. 4	6. 7	15. 9	29. 1	46. 2	67. 2	92.
52	1. 5	6. 8	16. 1	29. 4	46. 5	67. 6	92.
53	1. 5	7. 0	16. 3	29. 6	46. 8	68. 0	93.
54	1. 6	7. 1	16. 5	29. 9	47. 1	68. 3	93.
55	1. 6	7. 2	16. 7	30. 1	47. 5	68. 7	93.
56	1. 7	7. 3	16. 9	30. 4	47. 8	69. 1	94.
57	1. 8	7. 5	17. 2	30. 6	48. 1	69. 5	94.
58	1. 8	7. 6	17. 3	30. 9	48. 4	69. 8	95.
59	1. 9	7. 7	17. 5	31. 1	48. 8	70. 3	95.
60	2. 0	7. 8	17. 7	31. 4	49. 1	70. 7	96

Tafel X.

"	7′	8′	9′	10′	11′	12′	"
30	110.″4	141.″8	177.″2	216.″4	259.″6	306.″7	30
31	110. 9	142. 4	177. 8	217. 1	260. 4	307. 5	31
32	111. 4	143. 0	178. 4	217. 8	261. 1	308. 4	32
33	111. 9	143. 5	179. 0	218. 5	261. 9	309. 2	33
34	112. 4	144. 1	179. 7	219. 2	262. 6	310. 0	34
35	112. 9	144. 6	180. 3	219. 9	263. 4	310. 8	35
36	113. 4	145. 2	180. 9	220. 6	264. 1	311. 6	36
37	113. 9	145. 8	181. 6	221. 3	264. 9	312. 5	37
38	114. 4	146. 3	182. 2	222. 0	265. 7	313. 3	38
39	114. 9	146. 9	182 8	222. 7	266. 4	314. 2	39
40	115. 4	147. 5	183. 4	223. 4	267. 2	315. 0	40
41	115. 9	148. 0	184. 1	224. 1	267. 9	315. 8	41
42	116. 4	148. 6	184. 7	224. 8	268. 7	316. 6	42
43	116. 9	149. 2	185. 4	225. 3	269. 5	317. 4	43
44	117. 4	149. 7	186. 0	226. 2	270. 2	318. 3	44
45	117. 9	150. 3	186. 5	226. 9	271. 0	319. 1	45
46	118. 4	150. 9	187. 3	227. 6	271. 8	319. 9	46
47	118. 9	151. 5	187. 9	228. 3	272. 6	320. 8	47
48	119. 5	152. 0	188. 5	229. 0	273. 3	321. 6	48
49	120. 0	152. 6	189. 2	229. 7	274. 1	322. 4	49
50	120. 5	153. 2	189. 8	230. 4	274. 9	323. 3	50
51	121. 0	153. 8	190. 5	231. 1	275. 6	324. 1	51
52	121. 5	154. 4	191. 1	231. 8	276. 4	325. 0	52
53	122. 0	154. 9	191. 8	232. 5	277. 2	325. 8	53
54	122. 5	155. 5	192. 4	233. 3	278. 0	326. 7	54
55	123. 1	156. 1	193. 1	234. 0	278. 9	327. 5	55
56	123. 6	156. 7	193. 7	234. 7	279. 5	328. 4	56
57	124. 1	157. 3	194. 4	235. 4	280. 4	329. 2	57
58	124. 6	157. 8	195. 0	236. 1	281. 1	330. 0	58
59	125. 1	158. 4	195. 7	236. 8	281. 9	330. 9	59
60	125. 7	159. 0	196. 3	237. 5	282. 7	331. 8	60

Tafel IX.

Correspondirende Höhen.

Erster Theil. Durch Tang. Polhöhe zu multipliciren.
Arg. Halbe Zwischenzeit und wahre Länge der Sonne.

°	2^h 0′	2^h 30′	3^h 0′	3^h 30′	4^h 0′	4^h 30′	5^h
0	—15.″79	—16.″23	—16.73	—17.40	—18.23	—19.23	—2
10	—15. 50	—15. 93	—16.43	—17.10	—17.90	—18.90	—2
20	—14. 80	—15. 20	—15.70	—16.33	—17.10	—18.03	—1
30	—13. 72	—14. 08	—14.53	—15.12	—15.83	—16.70	—1
40	—12. 23	—12. 56	—12.96	—13.49	—14.13	—14.88	—1
50	—10. 35	—10. 66	—11.00	—11.45	—12.00	—12.63	—1
60	— 8. 15	— 8. 39	— 8.65	— 9.00	— 9.42	— 9.93	—1
70	— 5. 61	— 5. 76	— 5.96	— 6.20	— 6.49	— 6.85	—
80	— 2. 86	— 2. 95	— 3.05	— 3.16	— 3.32	— 3.50	—
90	0. 00	0. 00	0.00	0.00	0.00	0.00	[illegible]
100	2. 86	2. 95	3.05	3.16	3.31	3.50	[illegible]
110	5. 60	5. 75	5.95	6.19	6.49	6.83	[illegible]
120	8. 12	8. 33	8.60	8.95	9.36	9.88	1
130	10. 32	10. 59	10.92	11.35	11.90	12.55	1
140	12. 15	12. 48	12.86	13.40	14.02	14.73	1
150	13. 60	13. 96	14.42	15.00	15.70	16.53	1
160	14. 66	15. 06	15.55	16.16	16.93	17.85	1
170	15. 35	15. 76	16.29	16.92	17.72	18.68	1
180	15. 63	16. 05	16.59	17.23	18.05	19.03	2
190	15. 52	15. 93	16.46	17.12	17.93	18.90	2
200	15. 00	15. 38	15.90	16.53	17.32	18.26	1
210	14. 05	14. 41	14.89	15.50	16.23	17.12	1
220	12. 66	13. 00	13.43	13.98	14.63	15.42	1
230	10. 83	11. 13	11.50	11.96	12.53	13.22	1
240	8. 53	8. 82	9.12	9.40	9.93	10.46	1
250	5. 98	6. 12	6.32	6.59	6.90	7.26	
260	3. 06	3. 15	3.25	3.39	3.53	3.73	
270	0. 00	0. 00	0.00	0.00	0.00	0.00	
280	— 3. 06	— 3. 15	— 3.25	— 3.39	— 3.53	— 3.73	—
290	— 6. 00	— 6. 15	— 6.33	— 6.60	— 6.92	— 7.30	—
300	— 8. 63	— 8. 86	— 9.15	— 9.52	—10.00	—10.52	—1
310	—10. 92	—11. 22	—11.58	—12.03	—12.60	—13.30	—1
320	—12. 76	—13. 12	—13.53	—14.08	—14.73	—15.53	—1
330	—15. 16	—14. 56	—15.03	—15.63	—16.36	—17.26	—1
340	—15. 13	—15. 56	—16.06	—16.70	—17.49	—18.43	—1
350	—15. 66	—16. 12	—16.62	—17.26	—18.10	—19.08	—2
360	—15. 79	—16. 23	—16.73	—17.40	—18.23	—19.23	—2

Tafel XI.

0′	6^h 0′	6^h 30′	7^h 0′	7^h 30′	8^h 0′	8^h 30′	9^h 0′
92	—23.08	25.84	28.61	32.05	36.47	42.30	50.25
50	—23.25	25.65	28.05	31.40	35.75	41.46	49.26
53	—22.20	24.47	26.75	29.97	34.10	39.55	47.00
02	—20.56	22.65	24.74	27.71	31.54	36.58	43.46
96	—18.35	20.18	22.02	24.67	28.07	32.56	38.68
38	—15.55	17.08	18.61	20.85	23.73	27.52	32.69
30	—12.23	13.39	14.56	16.31	18.56	21.52	25.57
80	— 8.43	9.19	9.96	11.16	12.70	14.73	17.49
00	— 4.30	4.63	4.96	5.55	6.32	7.33	8.78
00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
96	4.30	— 4.87	— 5.44	— 6.09	— 6.93	— 8.04	— 9.55
76	8.41	— 9.39	—10.38	—11.63	—13.23	—15.34	—18.23
23	12.16	—13.52	—14.89	—16.68	—18.98	—22.01	—26.14
28	15.45	—17.14	—18.83	—21.09	—24.00	—27.83	—33.07
83	18.20	—20.16	—22.12	—24.77	—28.19	—31.70	—38.84
85	20.30	—22.51	—24.72	—27.69	—31.51	—36.54	—43.41
35	22.00	—24.30	—26.61	—29.81	—33.93	—39.35	—46.75
28	23.03	—25.41	—27.81	—31.15	—35.45	—41.12	—48.85
68	23.46	—25.88	—28.30	—31.73	—36.07	—41.84	—49.70
53	23.28	—25.69	—28.10	—31.44	—35.77	—41.49	—49.29
80	22.48	—24.78	—27.08	—30.34	—34.52	—40.05	—47.57
49	21.08	—23.20	—25.33	—28.38	—32.29	—37.45	—44.49
56	19.00	—20.89	—22.78	—25.52	—29.04	—33.68	—40.02
03	16.26	—17.87	—19.44	—21.77	—24.78	—28.73	—34.14
92	12.89	—14.10	—15.32	—17.17	—19.54	—22.66	—26.92
26	8.97	— 9.76	—10.55	—11.81	—13.44	—15.59	—18.52
25	4.60	— 4.92	— 5.25	— 5.88	— 6.69	— 7.76	— 9.22
00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
25	— 4.60	5.21	5.83	6.53	7.44	8.62	10.25
30	— 8.99	10.05	11.11	12.44	14.16	16.42	19.51
98	—12.92	14.39	15.87	17.77	20.23	23.46	27.87
13	—16.36	18.16	19.96	22.36	25.46	29.51	35.05
70	—19.15	21.21	23.28	23.08	29.68	34.42	40.89
65	—21.26	23.53	25.80	28.90	32.89	38.14	45.32
00	—22.70	25.10	27.51	30.82	35.07	40.68	48.32
75	—23.50	25.97	28.44	31.86	36.26	42.05	49.95
91	—23.67	26.14	28.61	32.05	36.47	42.30	50.25

Tafel XII.

Correspondirende Höhen.

Zweyter Theil.

Arg. Halbe Zwischenzeit und wahre Länge der Sonne.

	$2^h\ 0'$	$2^h\ 30'$	$3^h\ 0'$	$3^h\ 30'$	$4^h\ 0'$	$4^h\ 30'$	$5^h\ 0'$
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.93	0.86	0.80	0.72	0.61	0.50	0.39
20	1.76	1.66	1.52	1.36	1.16	0.98	0.70
30	2.42	2.26	2.09	1.87	1.60	1.30	0.93
40	2.82	2.65	2.43	2.19	1.86	1.52	1.09
50	2.90	2.72	2.50	2.23	1.92	1.56	1.12
60	2.58	2.45	2.15	2.00	1.73	1.40	1.02
70	1.96	1.85	1.70	1.52	1.32	1.05	0.76
80	1.06	1.00	0.92	0.83	0.72	0.56	0.42
90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
100	−1.06	−1.00	−0.92	−0.83	−0.72	−0.56	−0.42
110	−1.98	−1.83	−1.69	−1.52	−1.30	−1.05	−0.76
120	−2.59	−2.43	−2.23	−2.00	−1.72	−1.23	−1.00
130	−2.86	−2.70	−2.46	−2.22	−1.90	−1.53	−1.10
140	−2.7[illegible]	−2.63	−2.42	−2.16	−1.87	−1.50	−1.07
150	−2.40	−2.26	−2.09	−1.86	−1.60	−1.28	−0.92
160	−1.75	−1.65	−1.52	−1.36	−1.16	−0.93	−0.79
170	−0.88	−0.86	−0.80	−0.72	−0.62	−0.50	−0.36
180	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
190	0.93	0.86	0.80	0.72	0.62	0.50	0.36
200	1.78	1.70	1.55	1.39	1.19	0.96	0.70
210	2.47	2.33	2.13	1.92	1.65	1.33	1.00
220	2.92	2.73	2.52	2.25	1.95	1.56	1.13
230	3.02	2.83	2.61	2.33	2.02	1.63	1.16
240	2.73	2.59	2.38	2.13	1.82	1.46	1.05
250	2.09	1.98	1.82	1.62	1.38	1.12	0.80
260	1.13	1.07	1.00	0.88	0.75	0.62	0.43
270	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
280	−1.13	−1.07	−1.00	−0.90	−0.75	−0.62	−0.43
290	−2.09	−1.98	−1.82	−1.61	−1.38	−1.13	−0.82
300	−2.73	−2.58	−2.38	−2.13	−1.83	−1.49	−1.07
310	−3.03	−2.85	−2.62	−2.35	−2.02	−1.63	−1.19
320	−2.93	−2.75	−2.53	−2.26	−1.95	−1.58	−1.13
330	−2.49	−2.35	−2.16	−1.93	−1.66	−1.33	−0.97
340	−1.78	−1.70	−1.56	−1.40	−1.20	−0.96	−0.70
350	−0.93	−0.89	−0.82	−0.73	−0.63	−0.52	−0.37
360	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tafel XII.

	6h 0′	6h 30′	7h 0′	7h 30′	8h 0′	8h 30′	9h 0′
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	—0.25	—0.50	—0.83	—1.24	—1.75	—2.41
20	0.00	—0.47	—0.95	—1.58	—2.34	—3.31	—4.57
30	0.00	—0.65	—1.30	—2.16	—3.20	—4.52	—6.24
40	0.00	—0.75	—1.51	—2.50	—3.72	—5.25	—7.24
50	0.00	—0.77	—1.54	—2.56	—3.80	—5.37	—7.41
60	0.00	—0.69	—1.38	—2.29	—3.41	—4.81	—6.64
70	0.00	—0.52	—1.04	—1.72	—2.56	—3.62	—5.00
80	0.00	—0.27	—0.55	—0.91	—1.07	—1.90	—2.63
90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
100	0.00	0.30	0.60	1.00	1.48	2.09	2.88
110	0.00	0.54	1.08	1.80	2.67	3.77	5.20
120	0.00	0.71	1.42	2.34	3.49	4.92	6.79
130	0.00	0.78	1.56	2.59	3.84	5.43	7.49
140	0.00	0.76	1.52	2.51	3.73	5.27	7.27
150	9.00	0.65	1.30	2.15	3.20	4.52	6.24
160	0.00	0.47	0.95	1.57	2.33	3.29	4.54
170	0.00	0.25	0.50	0.83	1.23	1.74	2.39
180	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
190	0.00	—0.25	—0.50	—0.83	—1.24	—1.75	—2.41
200	0.00	—0.48	—0.96	—1.59	—2.37	—3.35	—4.62
210	0.00	—0.66	—1.33	—2.21	—3.28	—4.63	—6.39
220	0.00	—0.78	—1.56	—2.58	—3.84	—5.43	—7.49
230	0.00	—0.81	—1.61	—2.67	—3.96	—5.60	—7.73
240	0.00	—0.73	—1.46	—2.41	—3.59	—5.07	—6.91
250	0.00	—0.54	—1.09	—1.81	—2.71	—3.83	—5.28
260	0.00	—0.28	—0.57	—0.96	—1.43	—2.01	—2.78
270	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
280	0.00	0.32	0.64	1.06	1.58	2.24	3.09
290	0.00	0.58	1.16	1.92	2.86	4.03	5.57
300	0.00	0.75	1.51	2.50	3.71	5.25	7.29
310	0.00	0.82	1.65	2.74	4.07	5.75	7.94
320	0.00	0.79	1.59	2.64	3.92	5.54	7.65
330	0.00	0.68	1.36	2.25	3.34	4.72	6.51
340	0.00	0.49	0.98	1.62	2.41	3.40	4.69
350	0.00	0.25	0.51	0.84	1.26	1.77	2.45
360	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tafel XIII.

Zur Bestimmung der Polhöhe durch den Polarstern.

θ	M	N	θ	M	N
0ʰ 0′	0.″0	0.″0	3ʰ 0′	43.″6	0.″6
5	0. 0	0. 0	5	45. 5	0. 6
10	0. 2	0. 0	10	47. 4	0. 6
15	0. 4	0. 0	15	49. 3	0. 6
20	0. 7	0. 0	20	51. 2	0. 6
25	1. 0	0. 0	25	53. 1	0. 6
30	1. 5	0. 0	30	54. 9	0. 6
35	2. 0	0. 0	35	56. 7	0. 6
40	2. 6	0. 0	40	58. 6	0. 6
45	3. 3	0. 1	45	60. 3	6. 6
50	4. 1	0. 1	50	62. 1	0. 6
55	4. 9	0. 1	55	63. 8	0. 6
1 0	5. 8	0. 1	4 0	65. 4	0. 6
5	6. 8	0. 1	5	67. 1	0. 6
10	7. 9	0. 1	10	68. 7	0. 6
15	9. 0	0. 2	15	70. 2	0. 6
20	10. 2	0. 2	20	71. 7	0. 6
25	11. 5	0. 2	25	73. 1	0. 6
30	12. 8	0. 2	30	74. 5	0. 5
35	14. 1	0. 2	35	75. 8	0. 5
40	15. 6	0. 2	40	77. 1	0. 5
45	17. 1	0. 2	45	78. 2	0. 5
50	18. 6	0. 2	50	79. 4	0. 5

[redacted]

Tafel XIV.

Tafeln der Sonne für den Meridian von Wien.

Jahre

	Mittlere Länge	Apogeum	A ☾	B ♀	C ♂	D ♃	E ♀	F ♂	G ♃	H ♀	☊
1828 B	280.° 075	99.° 954	473	640	744	687	2	791	590	642	412
1829	279. 836	99. 972	833	265	212	602	253	854	674	518	466
1830	279. 597	99. 989	193	890	680	518	503	917	759	393	519
1831	279. 358	100. 006	553	515	148	433	754	980	843	269	573
1832 B	280. 105	100. 024	947	142	617	351	6	44	928	148	627
1833	279. 866	100. 041	307	767	85	266	257	107	12	24	681
1834	279. 628	100. 058	667	392	553	181	508	170	96	900	734
1835	279. 389	100. 075	27	17	21	96	759	233	180	776	788
36 B	280. 136	100. 093	421	644	490	14	10	297	265	655	842
37	279. 897	100. 110	781	269	958	929	261	360	349	530	895
38	279. 658	100. 127	141	894	426	844	512	423	433	406	949
39	279. 419	100. 144	501	519	894	759	762	486	517	281	3
840 B	280. 166	100. 161	895	146	363	676	14	551	602	160	57
41	279. 927	100. 179	255	771	831	591	265	614	686	36	111
42	279. 688	100. 196	615	396	299	506	516	678	770	912	164
43	279. 450	100. 213	975	21	767	421	766	741	854	787	218
44 B	280. 197	100. 230	369	648	236	339	18	805	939	666	272
45	279. 958	100. 248	729	273	704	254	269	868	24	542	326
46	279. 719	100. 265	89	898	172	169	520	931	108	418	379
47	279. 481	100. 282	449	523	640	84	770	994	192	293	433
8 B	280. 228	100. 299	843	150	109	1	22	59	278	172	487
9	279. 989	100. 316	203	775	577	916	273	122	362	48	540
0	279. 750	100. 334	563	400	46	831	523	185	446	923	594
1	279. 511	100. 351	923	25	514	746	774	248	530	799	648
2 B	280. 258	100. 368	317	652	983	664	26	322	615	678	701
3	280. 019	100. 385	677	277	451	579	277	375	699	554	755
4	279. 781	100. 403	37	902	919	494	528	438	784	430	809
5	279. 542	100. 420	397	527	388	409	779	501	868	306	863
6 B	280. 289	100. 437	791	154	857	326	31	565	953	185	916
7	280. 050	100. 454	151	779	325	241	282	628	37	61	970
8	279. 811	100. 471	511	404	793	156	533	691	121	937	24
9	279. 572	100. 489	871	29	261	71	784	754	205	813	77

Sonnentafeln.

Monate und Tage.

Monate	M.Länge	Apogeum	A	B	C	D	E	F	G	H	☊
0 Febr.	30.°555	0.°001	50	53	39	78	21	5	7	74	5
0 März	58. 153	0. 002	998	101	75	148	40	10	14	141	9
0 April	88. 708	0. 004	48	154	115	226	62	16	21	216	13
0 May	118. 278	0. 005	64	206	153	301	82	21	28	288	18
0 Juny	148. 833	0. 007	113	259	193	379	104	26	35	263	22
0 July	178. 402	0. 009	129	310	232	454	124	31	41	434	27
0 Aug.	208. 957	0. 010	179	363	271	531	146	37	49	509	31
0 Sept.	239. 512	0. 011	229	416	311	609	167	42	56	583	36
0 Oct.	269. 082	0. 013	245	468	349	684	188	47	63	656	40
0 Nov.	299. 637	0. 014	294	521	391	762	210	52	70	731	45
0 Dec.	329. 206	0. 016	310	572	428	837	230	57	77	802	49
Tage 0	0. 000		0	0	0	0					
1	0. 986		34	2	1	3					
2	1. 971		68	3	2	5					
3	2. 966		102	5	3	8					
4	3. 943		135	7	5	11					
5	4. 928		169	9	6	13					
6	5. 914		203	10	7	15					
7	6. 900		237	12	8	18					
8	7. 885		271	14	10	20					
9	8. 871		305	15	11	23					
10	9. 857		339	17	12	25					
11	10. 842		372	19	14	28					
12	11. 828		406	21	15	30					
13	12. 813		440	22	16	33					
14	13. 799		474	24	17	35					
15	14. 785		508	26	19	38					
16	15. 770		542	27	20	40					
17	16. 756		576	29	21	43					
18	17. 742		610	31	23	45					
19	18. 727		643	33	24	48					
20	19. 713		677	34	25	50					
21	20. 699		711	36	26	53					
22	21. 684		745	38	28	55					
23	22. 670		779	39	29	58					
24	23. 656		813	41	30	60					
25	24. 641		847	43	32	63					
26	25. 627		880	45	33	65					
27	26. 613		914	46	34	68					
28	27. 598		948	48	35	70					
29	28. 584		982	50	37	73					
30	29. 570		16	51	38	75					
31	50. 555		50	53	39	78					

Sonnentafeln.

Stunden, Minuten und Secunden.

Stunde	M. Länge	A	B	C	D	Min.	M. Länge	Min.	M. Länge	Sec.	M. Länge	Sec.	M. Länge
1	0.° 041	1	0	0	0	1	0.° 001	31	0.° 021	1	0.° 000	31	0.° 000
2	0. 082	3	0	0	0	2	0. 001	32	0. 022	2	0. 000	32	0. 000
3	0. 123	4	0	0	0	3	0. 002	33	0. 022	3	0. 000	33	0. 000
4	0. 164	6	0	0	0	4	0. 003	34	0. 023	4	0. 000	34	0. 000
5	0. 205	7	0	0	1	5	0. 003	35	0. 024	5	0. 000	35	0. 000
6	0. 246	8	0	0	1	6	0. 004	36	0. 025	6	0. 000	36	0. 000
7	0. 287	10	0	0	1	7	0. 005	37	0. 025	7	0. 000	37	0. 000
8	0. 329	11	1	0	1	8	0. 005	38	0. 026	8	0. 000	38	0. 000
9	0. 370	13	1	0	1	9	0. 006	39	0. 027	9	0. 000	39	0. 000
10	0. 411	14	1	0	1	10	0. 007	40	0. 027	10	0. 000	40	0. 000
11	0. 452	16	1	0	1	11	0. 007	41	0. 028	11	0. 000	41	0. 000
12	0. 493	17	1	0	1	12	0. 008	42	0. 029	12	0. 000	42	0. 000
13	0. 534	18	1	0	1	13	0. 009	43	0. 029	13	0. 000	43	0. 001
14	0. 575	20	1	0	1	14	0. 010	44	0. 030	14	0. 000	44	0. 001
15	0. 616	21	1	0	2	15	0. 010	45	0. 031	15	0. 000	45	0. 001
16	0. 657	23	1	1	2	16	0. 011	46	0. 031	16	0. 000	46	0. 001
17	0. 698	24	1	1	2	17	0. 012	47	0. 032	17	0. 000	47	0. 001
18	0. 739	25	1	1	2	18	0. 012	48	0. 033	18	0. 000	48	0. 001
19	0. 780	27	1	1	2	19	0. 013	49	0. 033	19	0. 000	49	0. 001
20	0. 821	28	1	1	2	20	9. 014	50	0. 034	20	0. 000	50	0. 001
21	0. 862	30	1	1	2	21	0. 014	51	0. 035	21	0. 000	51	0. 001
22	0. 904	31	2	1	2	22	0. 015	52	0. 035	22	0. 000	52	0. 001
23	0. 945	32	2	1	2	23	0. 016	53	0 036	23	0. 000	53	0. 001
24	0. 986	34	2	1	3	24	0. 016	54	0. 037	24	0. 000	54	0. 001
						25	0. 017	55	0. 037	25	0. 000	55	0. 001
						26	0. 018	56	0. 038	26	0. 000	56	0. 001
						27	0. 018	57	0. 039	27	0. 000	57	0. 001
						28	0. 019	58	0. 040	28	0. 000	58	0. 001
						29	0. 020	59	0. 040	29	0. 000	59	0. 001
						30	0. 020	60	0. 041	30	0. 000	60	0. 001

Sonnentafeln.

Gleichung der Bahn für 1800.

Arg. mittl. Länge — Apog. = M.

	—0°	—30°	—60°	—90°	—120°	—150°	
0°	0.000	0.945	1.649	1.924	1.684	0.980	30
1	0.033	0.964	1.666	1.924	1.667	0.950	29
2	0.066	1.002	1.682	1.924	1.650	0.920	28
3	0.099	1.030	1.698	1.924	1.633	0.890	27
4	0.132	1.058	1.714	1.922	1.614	0.860	26
5	0.164	1.085	1.728	1.920	1.595	0.829	25
6	0.197	1.112	1.743	1.918	1.576	0.798	24
7	0.230	1.139	1.757	1.915	1.556	0.767	23
8	0.262	1.165	1.770	1.911	1.536	0.735	22
9	0.294	1.191	1.783	1.907	1.515	0.703	21
10	0.327	1.217	1.795	1.902	1.494	0.671	20
11	0.359	1.242	1.807	1.898	1.472	0.639	19
12	0.392	1.268	1.818	1.890	1.450	0.607	18
13	0.424	1.292	1.829	1.884	1.428	0 574	17
14	0.456	1.317	1.839	1.877	1.405	0.541	16
15	0.488	1.341	1.849	1.869	1.381	0.508	15
16	0.520	1.364	1 858	1.860	1.357	0.475	14
17	0.552	1.387	1.866	1.851	1.330	0.442	13
18	0 583	1.410	1.874	1.842	1.308	0.409	12
19	0.614	1.433	1.881	1.832	1.283	0.375	11
20	0.645	1.454	1 888	1.821	1.257	0.341	10
21	0.676	1.476	1.894	1.810	1.231	0.307	9
22	0 707	1.497	1.900	1.798	1.205	0.273	8
23	0.738	1.518	1.905	1.786	1.178	0.239	7
24	0.768	1.537	1.909	1.773	1.151	0.205	6
25	0.798	1.558	1.913	1.759	1.123	0.171	5
26	0.828	1.577	1.917	1.745	1.095	0.137	4
27	0.858	1.595	1.919	1.731	1.067	0.103	3
28	0.887	1.614	1.921	1.716	1.038	0.069	2
29	0.916	1.632	1.923	1.700	1.009	0.034	1
30	0.945	1.649	1.924	1.684	0.980	0.000	0
	+330°	+300°	+270°	+240°	+210°	+180°	

Correction für t Jahre nach 1800.

(t — 1800) 0.0000522 Sin. M.

Sonnentafeln.

Störungen der Länge der Sonne.

	A	B	C	D	E	F	G	H	☊	☊
	☾	♀	♂	♃	♀	♂	♃	♀	Nutation Länge	Nutation Rectasc.
0	0	0	0	0	+1	+1	0	+1	0	+0
50	+1	−1	0	0	+1	+1	0	+1	+2	+1
100	1	−1	−1	0	+1	+1	0	0	+3	+3
150	2	0	−1	−1	0	+1	−1	0	+4	+4
200	2	+1	0	−1	0	0	−1	0	+5	+4
250	2	+2	0	−2	0	0	−1	0	+5	+4
300	2	+3	0	−2	0	0	−1	0	+5	+4
350	2	+3	+1	−2	0	0	−1	0	+4	+4
400	1	+2	+1	−2	−1	0	0	0	+3	+3
450	1	+1	0	−1	−1	0	0	0	+2	+1
500	0	0	0	0	−1	0	0	−1	+1	+0
									+0	
550	−1	−1	0	+1	−1	0	0	−1	−2	−1
600	−1	−2	−1	+2	−1	0	0	0	−3	−3
650	−2	−3	−1	+2	0	−1	+1	0	−4	−4
700	−2	−3	0	+2	0	−1	+1	0	−5	−4
750	−2	−2	0	+2	0	−1	+1	0	−5	−4
800	−2	−1	0	+1	0	0	+1	0	−5	−4
850	−2	0	+1	+1	0	0	+1	0	−4	−4
900	−1	+1	+1	0	+1	0	0	0	−3	−3
950	−1	+1	0	0	+1	0	0	0	−2	−1
1000	0	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0

Sonnentafeln.

Radius Vector der Sonne für 1800.

Arg. Mittlere Länge — Apog. = M.

	0	30	60	90	120	150
0	1.01679	1.01461	1.00861	1.00028	0.99182	0.985
1	1.01679	1.01447	1.00835	0.99999	0.99156	0.985
2	1.01678	1.01432	1.00810	0.99970	0.99131	0.985
3	1 01677	1.01417	1.00784	0.99940	0.99106	0.985
4	1.01675	1.01401	1.00759	0.99911	0.99081	0.984
5	1.01673	1.01385	1.00733	0.99882	0.99056	0.984
6	1.01670	1.01368	1.00706	0.99852	0.99032	0.984
7	1.01667	1.01351	1.00680	0.99823	0.99008	0.984
8	1.01663	1.01334	1.00653	0.99794	0.98984	0.984
9	1.01659	1.01316	1.00626	0.99765	0.98961	0.984
10	1.01655	1.01298	1.00599	0.99736	0.98937	0.9842
11	1.01649	1.01279	1.00572	0.99707	0.98915	0.9841
12	1.01644	1.01260	1.00544	0.99678	0.98892	0.9340
13	1.01638	1.01241	1.00517	0.99649	0.98870	0.9839
14	1.01631	1.01221	1.00489	0.99620	0.98848	0.9838
15	1.01624	1.01201	1.00461	0.99592	0.98827	0.9838
16	1.01616	1.01181	1.00433	0.99563	0.98806	0.9837
17	1.01608	1.01160	1.00404	0.99535	0.98785	0.9336
18	1.01600	1.01139	1.00376	0.99507	0.98765	0.9835
19	1.01591	1.01117	1.00347	0.99479	0.98745	0.9835
20	1.01581	1.01110	1.00319	0.99451	0.98726	0.9834
21	1.01571	1.01107	1.00290	0.99423	0.98706	0.9834
22	1.01561	1.01105	1.00261	0.99395	0.98688	0.983
23	1.01550	1.01103	1.00232	0.99368	0.98669	0.983
24	1.01539	1.01101	1.00203	0.99341	0.98651	0.983
25	1.01527	1.00982	1.00174	0.99314	0.98634	0.983
26	1.01515	1.00958	1.00145	0.99287	0.98617	0.983
27	1.01502	1.00934	1.00116	0.99260	0.98600	0.983
28	1.01489	1.00910	1.00087	0.99234	0.98584	0.983
29	1.01475	1.00885	1.00057	0.99208	0.98568	0.983
30	1.01461	1.00861	1.00028	0.99182	0.98553	0.983
	330	300	270	240	210	18

Correction für t Jahre nach 1800

— (t — 1800) 0.00000046 Cos. M

Sonnentafeln.

Störungen des Rad. Vectors.

	A ☾	B ♀	C ♂	D ♃
0	4	2	1	1
50	4	1	0	1
100	3	0	0	1
150	2	— 1	0	1
200	1	— 2	0	1
250	0	— 2	— 1	1
300	— 1	— 1	— 1	0
350	— 2	0	0	— 1
400	— 3	1	0	— 2
450	— 4	2	0	— 2
500	— 4	2	+ 1	— 2
550	— 4	2	0	— 2
600	— 3	1	0	— 2
650	— 2	0	0	— 1
700	— 1	— 1	— 1	0
750	0	— 2	— 1	0
800	1	— 2	0	1
850	2	— 1	0	1
900	3	0	0	1
950	4	1	0	1
1000	4	2	1	1

Venustafeln.

Stunden, Minuten und Secunden.

Stunden	Mit. Länge	Min.	Mit. Länge	Min.	Mit. Länge	Sec.	Mit. Länge	Sec.
1	0.°067	1	0.001	31	0.035	1		31
2	0. 133	2	0.002	32	0.036	2		32
3	0. 201	3	0.003	33	0.037	3		33
4	0. 267	4	0.004	34	0.038	4		34
5	0. 334	5	0.006	35	0.039	5		35
6	0. 401	6	0.007	36	0.040	6		36
7	0. 468	7	0.008	37	0.041	7		37
8	0. 534	8	0.009	38	0.042	8		38
9	0. 601	9	0.010	39	0.043	9		39
10	0. 668	10	0.011	40	0.045	10		40
11	0. 735	11	0.012	41	0.046	11		41
12	0. 801	12	0.013	42	0.047	12		42
13	0. 868	13	0.014	43	0.048	13		43
14	0. 935	14	0.016	44	0.049	14		44
15	1. 002	15	0.017	45	0.050	15		45
16	1. 068	16	0.018	46	0.051	16		46
17	1. 135	17	0.019	47	0.052	17		47
18	1. 202	18	0.020	48	0.053	18		48
19	1. 269	19	0.021	49	0.055	19		49
20	1. 335	20	0.022	50	0.056	20		50
21	1. 402	21	0.023	51	0.057	21		51
22	1. 469	22	0.024	52	0.058	22		52
23	1. 536	23	0.026	53	0.059	23		53
24	1. 602	24	0.027	54	0.060	24		54
		25	0.028	55	0.061	25		55
		26	0.029	56	0.062	26	0.000	56
		27	0.030	57	0.063	27	0.000	57
		28	0.031	58	0.065	28	0.000	58
		29	0.032	59	0.066	29	0.000	59
		30	0.033	60	0.067	30	0.000	60

Venustafeln.
Gleichung der Bahn für 1800.
Arg. Mit. Länge — Aphel. = M.

0	30	60	90	120	150	
—	—	—	—	—	—	
.°000	0.390	0.678	0.786	0.684	0.396	30
. 014	0.402	0.685	0.786	0.677	0.384	29
. 027	0.414	0.691	0.786	0.670	0.372	28
. 041	0.425	0.698	0.786	0.663	0.360	27
. 054	0.437	0.704	0.785	0.655	0.347	26
. 068	0.448	0.710	0.784	0.647	0.335	25
. 082	0.459	0.716	0.783	0.639	0.322	24
. 095	0.470	0.721	0.781	0.631	0.310	23
. 108	0.481	0.727	0.780	0.623	0.297	22
. 122	0.492	0.732	0.778	0.614	0.284	21
. 135	0.502	0.737	0.775	0.606	0.271	20
. 149	0.513	0.741	0.773	0.597	0.258	19
. 162	0.523	0.746	0.770	0.588	0.245	18
. 175	0.533	0.750	0 768	0.578	0.232	17
. 189	0.543	0.754	0.764	0.569	0.219	16
. 202	0.553	0.758	0.761	0.559	0.205	15
. 215	0.562	0.761	0.756	0.550	0.192	14
. 228	0.572	0.765	0.754	4.540	0.178	13
. 241	0.581	0.768	0.750	0.529	0.165	12
. 254	0.590	0.771	0.746	0.519	0.151	11
. 267	0.599	0.773	0.741	0.509	0.138	10
. 280	0.608	0.776	0.736	0.498	0.124	9
. 292	0.616	0.778	0.731	0.487	0.110	8
. 305	0.625	0.780	0.726	0.477	0.097	7
. 317	0.633	0.781	0.721	0.465	0.083	6
. 329	0.641	0.783	0.715	0.454	0.069	5
. 342	0.649	0.784	0.709	0.443	0.055	4
. 354	0.656	0.785	0.703	0.431	0.041	3
. 366	0.664	0.786	0.697	0.420	0.028	2
. 378	0.671	0.786	0.691	0.408	0.014	1
. 390	0.678	0.786	0.684	0.396	0.000	0
+ 330	+ 300	+ 270	+ 240	+ 210	+ 180	

Correction für t Jahre nach 1800
(t — 1800) 0.000123 Sin. M.

Venustafeln.

Störungen der Länge der Venus.

	A	B	C	D	E	F	G	H
0	0.005	0.001	0.000	0.000	0.001	0.000	0.001	0.001
50	0.006	0.001	0.000	0.000	0.001	0.000	0.001	0.001
100	0.007	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001
150	0.009	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001
200	0.010	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001
250	0.009	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.001	0.001
300	0.006	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.001	0.001
350	0.003	0.002	0.002	0.001	0.000	0.000	0.001	0.001
400	0.002	0.002	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.001
450	0.003	0.002	0.002	0.001	0.000	0.001	0.000	0.001
500	0.006	0.001	0.002	0.001	0.000	0.001	0.000	0.000
550	0.008	0.001	0.002	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
600	0.009	0.000	0.002	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
650	0.008	0.000	0.002	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
700	0.005	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
750	0.002	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
800	0.001	0.001	0.001	0.000	0.001	0.001	0.001	0.000
850	0.002	0.001	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.000
900	0.004	0.001	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001
950	0.005	0.001	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001
1000	0.006	0.001	0.000	0.000	0.001	0.000	0.001	0.001

Venustafeln.

dius Vector für 1800.

Arg. mittl. Länge — Apog. = M.

30	60	90	120	150	
2764	0.72584	0.72337	0.72088	0.71904	30
2759	0.72576	0.72328	0.72080	0.71900	29
2755	0.72569	0.72319	0.72073	0.71896	28
2750	0.72561	0.72311	0.72065	0.71892	27
2746	0.72553	0.72302	0.72058	0.71888	26
2741	0.72546	0.72293	0.72051	0.71884	25
2736	0.72538	0.72285	0.72044	0.71880	24
2731	0.72530	0.72276	0.72037	0.71877	23
2726	0.72522	0.72267	0.72030	0.71873	22
2720	0.72514	0.72259	0.72023	0.71870	21
2715	0.72506	0.72250	0.72016	0.71867	20
2709	0.72498	0.72242	0.72010	0.71864	19
2704	0.72490	0.72233	0.72003	0.71861	18
2698	0.72481	0.72225	0.71997	0.71859	17
2692	0.72473	0.72216	0.71990	0.71856	16
2686	0.72465	0.72208	0.71984	0.71854	15
2680	0.72456	0.72200	0.71978	0.71852	14
2673	0.72448	0.72191	0.71972	0.71850	13
2667	0.72440	0.72183	0.71966	0.71848	12
2661	0.72431	0.72175	0.71960	0.71846	11
72654	0.72423	0.72167	0.71954	0.71845	10
72648	0.72414	0.72158	0.71949	0.71843	9
72641	0.72406	0.72150	0.71943	0.71842	8
72634	0.72397	0.72142	0.71938	0.71841	7
72627	0.72388	0.72134	0.71933	0.71840	6
72620	0.72380	0.72126	0.71928	0.71839	5
72613	0.72371	0.72118	0.71923	0.71838	4
72606	0.72363	0.72111	0.71918	0.71838	3
72599	0.72354	0.72103	0.71913	0.71837	2
72591	0.72345	0.72095	0.71909	0.71837	1
72584	0.72337	0.72088	0.71904	0.71837	0
300	270	240	210	180	

orrection für t Jahre nach 1800.

— (t — 1800) 0.00000079 Cos. M.

Venustafeln.

Störungen des Radius Vectors.

	A	B
0	3	1
50	3	1
100	4	1
150	4	1
200	2	1
250	1	1
300	0	1
350	1	1
400	3	0
450	4	0
500	5	0
550	4	0
600	3	0
650	1	1
700	0	1
750	1	1
800	2	1
850	4	1
900	4	1
950	3	1
1000	3	1

Venustafeln.

Helioc. Breite und Reduction auf die Ecliptik.

Arg. Wahre Länge ♀ — Länge des Knotens.

Breite 180	0 Red. 180	30 Breite 210	30 Red. 210	60 Breite 240	60 Red. 240	
Nördl. Südl.	—	Nördl. Südl.	—	Nördl. Südl.	—	
0.°000	0.000	1.°695	0.043	2.°936	0.043	30
0. 059	0.002	1. 746	0.044	2. 966	0.043	29
0. 118	0.004	1. 796	0.045	2. 994	0.042	28
0. 177	0.005	1. 846	0.046	3. 021	0.041	27
0. 236	0.007	1. 896	0.047	3. 048	0.040	26
0. 295	0.009	1. 944	0.047	3. 073	0.038	25
0. 354	0.010	1. 993	0.048	3. 098	0.037	24
0. 413	0.012	2. 040	0.048	3. 121	0.036	23
0. 472	0.014	2. 087	0.049	3. 144	0.035	22
0. 530	0.016	2. 133	0.049	3. 166	0.034	21
0. 588	0.017	2. 179	0.049	3. 188	0.032	20
0. 647	0.019	2. 224	0.050	3. 206	0.031	19
0. 705	0.020	2. 268	0.050	3. 225	0.030	18
0. 762	0.022	2. 312	0.050	3. 243	0.028	17
0. 820	0.024	2. 356	0.050	3. 260	0.027	16
0. 877	0.025	2. 397	0.050	3. 276	0.025	15
0. 934	0.027	2. 440	0.050	3. 290	0.024	14
0. 991	0.028	2. 480	0.050	3. 304	0.022	13
1. 047	0.030	2. 520	0.050	3. 317	0.020	12
1. 103	0.031	2. 559	0.050	3. 329	0.019	11
1. 159	0.032	2. 597	0.049	3. 340	0.017	10
1. 215	0.034	2. 635	0.049	3. 349	0.016	9
1. 270	0.035	2. 672	0.049	3. 358	0.014	8
1. 324	0.036	2. 708	0.048	3. 366	0.012	7
1. 379	0.037	2. 743	0.048	3. 373	0.010	6
1. 432	0.038	2. 777	0.047	3. 378	0.009	5
1. 486	0.040	2. 811	0.047	3. 383	0.007	4
1. 539	0.041	2. 844	0.046	3. 387	0.005	3
1. 591	0.042	2. 865	0.045	3. 389	0.004	2
1. 643	0.043	2. 906	0.044	3. 391	0.002	1
1. 695	0.043	2. 936	0.043	3. 391	0.000	0
Südl. Nördl.	+	Südl. Nördl.	+	Südl. Nördl.	+	
330 Breite 150	330 Red. 150	300 Breite 120	300 Red. 120	270 Breite 90	270 Red. 90	

Venustafeln.

Helioc. Breite und Reduction auf die Ecliptik.

Arg. Wahre Länge ♀ — Länge des Knotens.

Breite 180	0 Red. 180	30 Breite 210	30 Red. 210	60 Breite 240	60 Red. 240	
Nördl. Südl.	—	Nördl. Südl.	—	Nördl. Südl.	—	
0.″000	0.000	1.″695	0.043	2.°936	0.043	30
0. 059	0.002	1. 746	0.044	2. 966	0.043	29
0. 118	0.004	1. 796	0.045	2. 994	0.042	28
0. 177	0.005	1. 846	0.046	3. 021	0.041	27
0. 236	0.007	1. 896	0.047	3. 048	0.040	26
0. 295	0.009	1. 944	0.047	3. 073	0.038	25
0. 354	0.010	1. 993	0.048	3. 098	0.037	24
0. 413	0.012	2. 040	0.048	3. 121	0.036	23
0. 472	0.014	2. 087	0.049	3. 144	0.035	22
0. 530	0.016	2. 133	0.049	3. 166	0.034	21
0. 588	0.017	2. 179	0.049	3. 188	0.032	20
0. 647	0.019	2. 224	0.050	3. 206	0.031	19
0. 705	0.020	2. 268	0.050	3. 225	0.030	18
0. 762	0.022	2. 312	0.050	3. 243	0.028	17
0. 820	0.024	2. 356	0.050	3. 260	0.027	16
0. 877	0.025	2. 397	0.050	3. 276	0.025	15
0. 934	0.027	2. 440	0.050	3. 290	0.024	14
0. 991	0.028	2. 480	0.050	3. 304	0.022	13
1. 047	0.030	2. 520	0.050	3. 317	0.020	12
1. 103	0.031	2. 559	0.050	3. 329	0.019	11
1. 159	0.032	2. 597	0.049	3. 340	0.017	10
1. 215	0.034	2. 635	0.049	3. 349	0.016	9
1. 270	0.035	2. 672	0.049	3. 358	0.014	8
1. 324	0.036	2. 708	0.048	3. 366	0.012	7
1. 379	0.037	2. 743	0.048	3. 373	0.010	6
1. 432	0.038	2. 777	0.047	3. 378	0.009	5
1. 486	0.040	2. 811	0.047	3. 383	0.007	4
1. 539	0.041	2. 844	0.046	3. 387	0.005	3
1. 591	0.042	2. 865	0.045	3. 389	0.004	2
1. 643	0.043	2. 906	0.044	3. 391	0.002	1
1. 695	0.043	2. 936	0.043	3. 391	0.000	0
Nördl.	+	Südl. Nördl.	+	Südl. Nördl.	+	
Breite 150	330 Red. 150	300 Breite 120	300 Red. 120	270 Breite 90	270 Red. 90	

Tafel XVI.

Mittlere Längen der Planeten für den Meridian von V

Jahre.

Jahre	Mercur	Venus	Erde	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus
1830	308.°19	60.°05	99.°60	214.°80	272.°99	129.°34	302.43
1831	1. 91	284. 84	99. 36	46. 08	303. 33	141. 57	306.73
1832 B	59. 72	151. 23	100. 10	237. 88	333. 76	153. 84	311.04
1833	113. 44	16. 03	99. 86	69. 16	4. 10	166. 07	315.33
1834	167. 15	240. 82	99. 63	260. 45	34. 44	178. 29	319.63
1835	220. 87	105. 61	99. 40	91. 73	64. 78	190. 52	323.92
1836 B	278. 68	332. 06	100. 13	283. 56	95. 21	202. 78	328.23
1837	332. 40	196. 79	99. 89	114. 84	125. 55	215. 01	332.53
1838	26. 12	61. 59	99. 66	306. 12	155. 89	227. 24	336.82
1839	79. 84	286. 38	99. 42	137. 41	186. 23	239. 47	341.12
1840 B	137. 65	152. 77	100. 16	329. 24	216. 66	251. 73	345.43
1841	191. 36	17. 56	99. 92	160. 52	247. 00	263. 96	349.72
1842	245. 08	242. 35	99. 69	351. 81	277. 35	276. 18	354.03
1843	298. 80	107. 15	99. 45	183. 09	307. 69	288. 41	358.33
1844 B	356. 61	333. 54	100. 19	14. 90	338. 11	300. 69	2.63
1845	50. 33	198. 33	99. 96	306. 19	8. 46	312. 91	6.93
1846	104. 04	63. 12	99. 72	37. 47	38. 80	325. 13	11.22
1847	157. 76	287. 91	99. 48	228. 76	69. 14	337. 36	15.52
1848 B	215. 57	154. 31	100. 22	60. 56	99. 57	349. 62	19.83

[redacted]

Mittlere Bewegungen der Planeten.

Monate.

Monate	Mercur	Venus	Erde	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Monate
0 Januar	0°.00	0°.00	0°.00	0°.00	0°.00	0°.00	0°.00	0 Januar
0 Febr.	126.86	49.67	30.55	16.25	2.58	1.04	0.36	0 Febr.
0 März	241.45	94.53	58.15	30.92	4.90	1.98	0.69	0 März
0 April	8.31	144.19	88.71	47.17	7.48	3.01	1.06	0 April
0 May	131.08	192.26	118.27	62.89	9.97	4.02	1.41	0 May
0 Juny	257.95	241.93	148.83	79.13	12.55	5.06	1.78	0 Juny
0 July	20.72	290.00	178.40	94.86	15.05	6.06	2.13	0 July
0 August	147.58	339.66	208.96	111.10	17.62	7.10	2.49	0 August
0 Sept.	274.45	29.33	239.51	127.35	20.20	8.14	2.86	0 Sept.
0 Oct.	37.22	77.39	269.08	143.07	22.69	9.14	3.21	0 Oct.
0 Nov.	164.08	127.06	299.64	159.32	25.27	10.18	3.58	6 Nov.
0 Dec.	286.85	175.12	329.21	175.04	27.76	11.19	3.93	0 Dec.

Tage.

Tag	Mercur	Venus	Erde	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Tag
Tag 1	4.°09	1.°60	0.°98	0.°52	0.°08	0.°03	0.°01	Tag 1
2	8.18	3.20	1.97	1.05	0.17	0.07	0.02	2
3	12.28	4.81	2.95	1.57	0.25	0.10	0.03	3
4	16.37	6.41	3.94	2.10	0.33	0.13	0.05	4
5	20.46	8.01	4.92	2.62	0.42	0.17	0.06	5
6	24.55	9.61	5.91	3.14	0.50	0.20	0.07	6
7	28.65	11.21	6.89	3.67	0.58	0.23	0.08	7
8	32.74	12.82	7.88	4.19	0.66	0.27	0.09	8
9	36.83	14.42	8.86	4.72	0.75	0.30	0.11	9
10	40.92	16.02	9.85	5.24	0.83	0.33	0.12	10
15	61.38	24.03	14.77	7.86	1.25	0.50	0.18	15
20	81.85	32.04	19.70	10.48	1.66	0.67	0.23	20
25	102.31	40.05	24.62	13.10	2.08	0.84	0.29	25
30	122.77	48.05	29.57	15.72	2.49	1.00	0.35	30
31	126.86	49.63	30.55	16.25	2.58	1.04	0.36	31

Tafel

zur Reduction der Planetenorte.

1840	Mercur	Venus	Mars
Länge des Apheliums A	254.°957 +0.°0155 t	309.°240 + 0.°0130 t	153.°112 + 0.°0183 t
Länge des Knotens K	46.°421 +0.°0117 t	75.°242 + 0.°0085 t	48.°272 +0°.0069 t
Neigung gen die Ecliptik N	7°.004 +0.°00005 t	3.°393 +0.°00001 t	1.°850 —0.°00001 t
A	89° 47′ 5″ +0.″35 t	89° 58′ 30″ +0.″33 t	89° 59′ 12″ —0.″50 t
B	2° 30′ 37″ +0.″75 t	1° 27′ 20″ +0.″50 t	0° 37′ 12″ — 0.″50 t
C	350° 28′ 18″ —8.″30 t	352° 45′ 40″ —1.″83 t	356° 59′ 2″ —1.″83 t
Log. Sin. a	9.99826 +0.000 0005 t	9.99928 +0.000 0022 t	9.99989 —0.000 0012 t
Log. Sin. b	9.94520 +0.000 0620 t	9.95977 +0.000 0018 t	9.95839 +0.000 0020 t
Log. Sin. c	9.68159 —0.000 0100 t	9.61826 —0.000 0100 t	9.62176 —0.000 0080 t
1840	**Jupiter**	**Saturn**	**Uranus**
Länge des Apheliums A	191.°757 +0.°0158 t	269.°910 +0.°0193 t	348.°090 +0.°0146 t
Länge des Knotens K	98.°810 +0.°0095 t	112.°277 +0.°0085 t	73.°147 +0.°0039 t
Neigung gen die Ecliptik N	1.°312 —0.°00007 t	2.°492 —0.°00004 t	0.°773 —0.°00001 t
A	90° 0′ 8″ +0.″00 t	90° 1′ 9″ +0.″00 t	89° 59′ 57″ —0.″03 t
B	0° 33′ 33″ —0.″17 t	0° 58′ 29″ —0.″45 t	0° 19′ 18″ +0.″13 t
C	356° 59′ 23″ +0.″98 t	354° 28′ 29″ +2.″00 t	358° 18′ 32″ —0.″15 t
Log. Sin. a	9.99982 +0.000 0008 t	9.99965 +0.000 0001 t	9.99998 —0.000 0002 t
Log. Sin. b	9.96320 +0.000 0012 t	9.96563 +0.000 0013 t	9.96180 +0.000 0005 t
Log. Sin. c	9.59709 —0.000 0063 t	9.58515 —0.000 0081 t	9.60410 —0.000 0035 t

Tafel XVII. A.

Mondsphasen.

Jahre	Epochen	M	P
1825	3.ᵀ521	335	3
1826	0. 271	464	4
1827	4. 403	860	2
1828 B	0. 153	989	3
1829	4. 285	385	1
1830	1. 035	514	2
1831	5. 167	910	4
1832 B	0. 917	39	1
1833	5. 049	435	3
1834	1. 799	564	4
1835	5. 931	960	2
1836 B	1. 681	88	3
1837	5. 813	485	1
1838	2. 563	613	2
1839	6. 695	10	4
1840 B	2. 445	138	1
1841	6. 577	535	3
1842	3. 327	663	4
1843	0. 077	792	1
1844 B	3. 209	188	3
1845	7. 342	584	1
1846	4. 091	713	2
1847	0. 841	841	3
1848 B	3. 973	238	1
1849	0. 723	366	2

Tafel XVII. B.

Mondsphasen.

Monate	Mond	M	P	Monate	Mond	M	P
Januar	7.^{T}402	269	1	July	3.^{T}532	698	1
	14. 805	538	2		10. 893	965	2
	22. 207	807	3		18. 255	232	3
	29. 607	75	4		25. 617	499	4
Februar	6. 007	344	1	August	1. 982	766	1
	13. 405	612	2		9. 348	34	2
	20. 802	881	3		16. 716	301	3
	28. 197	149	4		24. 087	568	4
					31. 460	836	1
März	7. 589	417	1	Septemb.	7. 836	104	2
	14. 976	685	2		15. 215	371	3
	22. 366	953	3		22. 596	639	4
	29. 750	221	4		29. 980	907	1
April	6. 132	489	1	October	7. 367	175	2
	13. 510	757	2		14. 756	443	3
	20. 887	25	3		22. 147	711	4
	28. 260	292	4		29. 541	980	1
May	5. 630	560	1	November	5. 937	248	2
	13. 000	827	2		13. 334	517	3
	20. 365	94	3		20. 732	785	4
	27. 728	362	4		28. 132	54	1
Juny	4. 091	629	1	December	5.534	322	2
	11. 452	896	2		12.935	591	3
	18. 812	163	3		20.337	860	4
	26. 173	430	4		27.740	129	1
					35.143	396	2

Tafel XVII. C.

Mondsphasen.

M	Syzygien	Quadraturen	M	Syzygien	Quadraturen	M	Syzygien	Quadraturen
0	$0.^{\mathrm{T}}634$	$0.^{\mathrm{T}}634$	350	$0.^{\mathrm{T}}956$	$1.^{\mathrm{T}}131$	700	$0.^{\mathrm{T}}253$	$0.^{\mathrm{T}}040$
10	0. 662	0. 678	360	0. 940	1. 106	710	0. 243	0. 028
20	0. 689	0. 716	370	0. 922	1. 080	720	0. 243	0. 018
30	0. 716	0. 755	380	0. 904	1. 052	730	0. 232	0. 010
40	0. 742	0. 796	390	0. 885	1. 022	740	0. 229	0. 005
50	0. 769	0. 835	400	0. 865	0. 991	750	0. 226	0. 002
60	0. 794	0. 874	410	0. 844	0. 959	760	0. 225	0. 000
70	0. 819	0. 911	420	0. 823	0. 926	770	0. 227	0. 003
80	0. 842	0. 947	430	0. 800	0. 891	780	0. 229	0. 008
90	0. 866	0. 982	440	0. 778	0. 856	790	0. 233	0. 016
100	0. 888	1. 015	450	0. 755	0. 820	800	0. 239	0. 026
110	0. 908	1. 048	460	0. 731	0. 784	810	0. 247	0. 038
120	0. 928	1. 077	470	0. 707	0. 748	820	0. 256	0. 053
130	0. 946	1. 105	480	0. 683	0. 710	830	0. 267	0. 070
140	0. 963	1. 131	490	0. 659	0. 673	840	0. 279	0. 090
150	0. 978	1. 155	500	0. 635	0. 635	850	0. 293	0. 112
160	0. 992	1. 177	510	0. 610	0. 597	860	0. 308	0. 136
170	1. 005	1. 196	520	0. 586	0. 559	870	0. 325	0. 162
180	1. 015	1. 214	530	0. 563	0. 521	880	0. 343	0. 190
190	1. 025	1. 229	540	0. 539	0. 485	890	0. 363	0. 220
200	1. 033	1. 241	550	0. 515	0. 448	900	0. 383	0. 253
210	1. 038	1. 251	560	0. 492	0. 412	910	0. 406	0. 286
220	1. 043	1. 258	570	0. 470	0. 377	920	0. 428	0. 320
230	1. 045	1. 263	580	0. 448	0. 342	930	0. 452	0. 357
240	1. 046	1. 265	590	0. 427	0. 309	940	0. 476	0. 394
250	1. 045	1. 265	600	0. 406	0. 277	950	0. 501	0. 433
260	1. 043	1. 262	610	0. 386	0. 245	960	0. 527	0. 472
270	1. 040	1. 257	620	0. 367	0. 216	970	0. 554	0. 512
280	1. 034	1. 249	630	0. 349	0. 188	980	0. 580	0. 553
290	1. 027	1. 239	640	0. 332	0. 160	990	0. 607	0. 593
300	1. 018	1. 226	650	0. 315	0. 135	1000	0. 635	0. 635
310	1. 009	1. 211	660	0. 300	0. 113			
320	0. 997	1. 195	670	0. 287	0. 092			
330	0. 985	1. 175	680	0. 274	0. 073			
340	0. 970	1. 154	690	0. 263	0. 055			

Tafel XVIII.

Refraction nach Carlini.

Bar. 28 Par. Zoll. Therm. + 10° Réaum.

z	r	z	r	z	r	log. r
0°	0.″0	30°	33.″4	60° 0	1′ 40.″0	2.0000
1	1. 0	31	34. 8	60 30	1 42. 1	2.0088
2	2. 0	32	36. 2	61 0	1 44. 1	2.0176
3	3. 0	33	37. 6	61 30	1 46. 3	2.0266
4	4. 1	34	39. 1	62 0	1 48. 5	2.0356
5	5. 1	35	40. 6	62 30	1 50. 8	2.0447
6	6. 1	36	42. 1	63 0	1 53. 2	2.0539
7	7. 1	37	43. 6	63 30	1 55. 7	2.0633
8	8. 1	38	45. 2	64 0	1 58. 2	2.0728
9	9. 2	39	46. 9	64 30	2 0. 9	2.0824
10	10. 2	40	48. 6	65 0	2 3. 6	2.0921
11	11. 2	41	50. 3	65 30	2 6. 5	2.1019
12	12. 3	42	52. 1	66 0	2 9. 4	2.1120
13	13. 4	43	54. 0	66 30	2 12. 5	2.1221
14	14. 4	44	55. 9	67 0	2 15. 7	2.1324
15	15. 5	45	57. 9	67 30	2 19. 0	2.1429
16	16. 6	46	59. 9	68 0	2 22. 4	2.1536
17	17. 7	47	62. 1	68 30	2 26. 0	2.1645
18	18. 8	48	64. 3	69 0	2 29. 8	2.1755
19	19. 9	49	66. 6	69 30	2 33. 7	2.1868
20	21. 1	50	68. 9	70 0	2 37. 9	2.1983
21	22. 2	51	71. 4	70 30	2 42. 2	2.2100
22	23. 4	52	74. 0	71 0	2 46. 7	2.2219
23	24. 6	53	76. 7	71 30	2 51. 5	2.2342
24	25. 8	54	79. 6	72 0	2 56. 5	2.2466
25	27. 0	55	82. 6	72 30	3 1. 7	2.2594
26	28. 3	56	85. 7	73 0	3 7. 3	2.2725
27	29. 5	57	89. 0	73 30	3 13. 3	2.2859
28	30. 8	58	92. 5	74 0	3 19. 4	2.2996
29	32. 1	59	96. 1	74 30	3 25. 9	2.3137

XVIII.

Refraction nach Carlini.

z	r	log r	z	r	log r	z	C
75° 0	3′ 32.″9	2.3282	85° 0′	9′ 50.″2	2.7711	80°	−0.″05
75 20	3 38. 0	2.3384	85 10	10 6. 6	2.7830	81	0. 07
75 40	3 43. 1	2.3485	85 20	10 23. 9	2.7951	82	0. 10
76 0	3 48. 4	2.3588	85 30	10 42. 1	2.8076	83	0. 14
76 20	3 54. 0	2.3693	85 40	11 1. 2	2.8203	84	0. 21
76 40	3 59. 9	2.3800	85 50	11 21. 4	2.8334	85	−0. 33
77 0	4 6. 0	2.3910	86 0	11 42. 6	2.8467	86	0. 55
7 20	4 12. 5	2.4022	86 10	12 5. 1	2.8604	86 10	0. 60
7 40	4 19. 2	2.4137	86 20	12 28. 8	2.8744	86 20	0. 66
8 0	4 26. 3	2.4254	86 30	12 54. 0	2.8887	86 30	0. 73
8 20	4 33. 8	2.4374	86 40	13 20. 6	2.9034	86 40	−0. 81
8 40	4 41. 7	2.4497	86 50	13 48. 8	2.9185	86 50	0. 90
79 0	4 50. 0	2.4624	87 0	14 18. 8	2.9339	87 0	0. 99
79 20	4 58. 8	2.4754	87 10	14 50. 6	2.9497	87 10	1. 10
79 40	5 8. 1	2.4887	87 20	15 24. 5	2.9659	87 20	1. 23
80 0	5 17. 9	2.5023	87 30	16 0. 5	2.9825	87 30	−1. 39
80 20	5 28. 4	2.5164	87 40	16 38. 8	2.9995	87 40	1. 57
80 40	5 39. 5	2.5308	87 50	17 19. 6	3.0169	87 50	1. 77
81 0	5 51. 3	2.5457	88 0	18 3. 1	3.0347	88 0	2. 00
81 20	6 4. 0	2.5611	88 10	18 49. 5	3.0529	88 10	2. 27
81 40	6 17. 5	2.5769	88 20	19 38. 9	3.0715	88 20	−2 59
82 0	6 32. 0	2.5933	88 30	20 31. 5	3.0904	88 30	2. 97
82 20	6 47. 6	2.6102	88 40	21 27. 5	3.1097	88 40	3. 42
82 40	7 4. 4	2.6278	88 50	22 26. 9	3.1293	88 50	3. 95
83 0	7 22. 6	2.6460	89 0	23 29. 9	3.1492	89 0	4. 58
3 20	7 42. 2	2.6648	89 10	24 36. 3	3.1692	89 10	−5. 35
3 40	8 3. 5	2.6844	89 20	25 46. 1	3.1892	89 20	6. 27
4 0	8 26. 7	2.7047	89 30	26 58. 7	3.2092	89 30	7. 39
4 20	8 52. 0	2.7259	89 40	28 13. 4	3.2289	89 40	8. 75
4 40	9 19. 8	2.7480	89 50	29 30. 0	3.2480	89 50	10. 44
			90 0	30 45. 7	3.2662	90 0	−12.49

XVIII. A.

Refraction nach Carlini.

Barom. Par.	A	Log. (1 + A)	Therm. Réaum.	B
26 Z 0 L	—0.0714	9.9678	—10°	0.1040
26 1	—0.0685	9.9692	— 9	0.0983
26 2	—0.0655	9.9706	— 8	0.0926
26 3	—0.0625	9.9720	— 7	0.0870
26 4	—0.0595	9.9733	— 6	0.0815
26 5	—0.0565	9.9747	— 5	0.0760
26 6	—0.0536	9.9761	— 4	0.0706
26 7	—0.0506	9.9775	— 3	0.0652
26 8	—0.0476	9.9788	— 2	0.0599
26 9	—0.0446	9.9802	— 1	0.0546
26 10	—0.0417	9.9815	0	0.0494
26 11	—0.0387	9.9829	1	0.0443
27 0	—0.0357	9.9842	2	0.0391
27 1	—0.0327	9.9855	3	0.0341
27 2	—0.0298	9.9869	4	0.0291
27 3	—0.0268	9.9882	5	0.0241
27 4	—0.0238	9.9895	6	0.0192
27 5	—0.0208	9.9909	7	0.0143
27 6	—0.0179	9.9922	8	0.0095
27 7	—0.0149	9.9935	9	0.0047
27 8	—0.0119	9.9948	10	0.0000
27 9	—0.0089	9.9961	11	—0.0047
27 10	—0.0060	9.9974	12	—0.0093
27 11	—0.0030	9.9987	13	—0.0139
28 0	0.0000	0.0000	14	—0.0185
28 1	0.0030	0.0013	15	—0.0230
28 2	0.0060	0.0026	16	—0.0275
28 3	0.0089	0.0039	17	—0.0319
28 4	0.0119	0.0051	18	—0.0363
28 5	0.0149	0.0064	19	—0.0406
28 6	0.0179	0.0077	20	—0.0450
			21	—0.0492
			22	—0.0535
			23	—0.0577

Tafel XIX.

tlere Refraction für Barometer, 28. 0 Par. Zolle, und 0° Thermomet. Réaum.

log. r	Differ. für 1 Min. 0.000	z	log. r	Differ. für 1 Min. 0.000
- - - - -		12° 0′	1.1059	61
9.5432		20	1.1182	59
9.8443		40	1.1301	58
0.0204		13 0	1.1418	56
0.1453		20	1.1532	55
0.2422		40	1.1643	54
0.3213		14 0	1.1752	53
0.3882		20	1.1858	52
0.4465		40	1.1963	51
0.4976		15 0	1.2064	50
0.5432		20	1.2165	49
0.5845		40	1.2262	48
0.6231		16 0	1.2359	47
0.6578		20	1.2453	46
0.6902		40	1.2546	45
0.7205		17 0	1.2637	44
0.7487		20	1.2727	44
0.7750		40	1.2815	43
0.8001		18 0	1.2902	42
0.8238		20	1.2987	42
0.8460		40	1.3071	41
0.8676		19 0	1.3153	40
0.8880		20	1.3234	40
0.9074		40	1.3315	39
0.9262	89	20 0	1.3394	39
0.9442	86	20	1.3472	38
0.9615	83	40	1.3549	38
0.9781	80	21 0	1.3625	37
0.9942	77	20	1.3700	37
1.0097	75	40	1.3774	36
1.0247	72	22 0	1.3852	35
1.0393	70	20	1.3920	35
1.0534	68	40	1.3991	35
1.0671	66	23 0	1.4062	34
1.0804	64	20	1.4132	34
1.0933	63	40	1.4201	34

Tafel XIX.

z	log. r	Diff. für 1 Min. 0.000	z	log. r	Diff. für 1 Min. 0.000	n
24° 0′	1.4269	34	38° 0′	1.6710	26	
20	1.4337	34	20	1.6761	26	
40	1.4404	33	40	1.6813	26	
25 0	1.4470	33	39 0	1.6865	26	
20	1.4536	32	20	1.6917	26	
40	1.4601	32	40	1.6968	26	
26 0	1.4665	32	40 0	1.7020	25	
20	1.4729	31	20	1.7071	25	
40	1.4792	31	40	1.7122	25	
27 0	1.4855	31	41 0	1.7173	25	
20	1.4917	31	20	1.7224	25	
40	1.4979	30	40	1.7274	25	
28 0	1.5040	30	42 0	1.7325	25	
20	1.5101	30	20	1.7376	25	
40	1.5161	30	40	1.7427	25	
29 0	1.5220	30	43 0	1.7477	25	
20	1.5280	29	20	1.7527	25	
40	1.5339	29	40	1.7578	25	
30 0	1.5397	29	44 0	1.7628	25	
20	1.5455	29	20	1.7679	25	
40	1.5513	29	40	1.7729	25	
31 0	1.5570	29	45 0	1.7780	25	1.001
20	1.5628	28	20	1.7830	25	1.001
40	1.5684	28	40	1.7881	25	1.001
32 0	1.5741	28	46 0	1.7931	25	1.001
20	1.5797	27	10	1.7956	25	1.001
40	1.5852	27	20	1.7982	25	1.001
33 0	1.5907	27	30	1.8007	25	1.001
20	1.5962	27	40	1.8032	25	1.001
40	1.6018	27	50	1.8057	25	1.001
34 0	1.6072	27	47 0	1.8083	25	1.002
20	1.6126	27	10	1.8108	25	1.002
40	1.6180	27	20	1.8133	25	1.002
35 0	1.6234	27	30	1.8158	26	1.002
20	1.6288	26	40	1.8184	26	1.002
40	1.6341	26	50	1.8209	25	1.002
36 0	1.6394	26	48 0	1.8235	25	1.002
20	1.6447	26	10	1.8260	25	1.002
40	1.6500	26	20	1.8285	26	1.002
37 0	1.6553	26	30	1.8311	25	1.002
20	1.6605	26	40	1.8336	25	1.003
40	1.6657	26	50	1.8361	26	1.003

Tafel XIX.

log. r	Diff. für 1 Min. 0.000	n	z	log. r	Diff. für 1 Min. 0.000	n
1.8387	25	1.003	56° 0′	1.9485	27	1.008
1.8412	26	1.003	10	1.9512	27	1.008
1.8438	25	1.003	20	1.9539	28	1.008
1.8463	26	1.003	30	1.9567	27	1.008
1.8489	25	1.003	40	1.9594	27	1.008
1.8514	26	1.003	50	1.9621	28	1.008
1.8540	26	1.004	57 0	1.9649	27	1.009
1.8566	25	1.004	10	1.9676	28	1.009
1.8591	26	1.004	20	1.9704	28	1.009
1.8617	26	1.004	30	1.9732	28	1.009
1.8643	25	1.004	40	1.9760	27	1.009
1.8668	26	1.004	50	1.9787	28	1.009
1.8694	26	1.005	58 0	1.9815	28	1.009
1.8720	26	1.005	10	1.9843	28	1.009
1.8746	25	1.005	20	1.9871	29	1.009
1.8771	26	1.005	30	1.9900	28	1.009
1.8797	26	1.005	40	1.9928	28	1.009
1.8823	26	1.005	50	1.9956	28	1.009
1.8849	26	1.006	59 0	1.9985	28	1.009
1.8875	26	1.006	10	2.0013	29	1.009
1.8901	26	1.006	20	2.0042	28	1.009
1.8927	26	1.006	30	2.0070	29	1.009
1.8953	26	1.006	40	2.0099	29	1.009
1.8979	26	1.006	50	2.0128	29	1.009
1.9005	26	1.007	60 0	2.0157	29	1.009
1.9032	27	1.007	10	2.0186	29	1.009
1.9058	27	1.007	20	2.0215	29	1.009
1.9084	27	1.007	30	2.0244	30	1.009
1.9111	26	1.007	40	2.0274	29	1.009
1.9137	26	1.007	50	2.0303	30	1.009
1.9163	27	1.008	61 0	2.0333	29	1.009
1.9190	26	1.008	10	2.0362	30	1.009
1.9216	27	1.008	20	2.0392	30	1.009
1.9243	27	1.008	30	2.0422	30	1.009
1.9270	26	1.008	40	2.0452	30	1.009
1.9296	27	1.008	50	2.0482	30	1.009
1.9323	27	1.008	62 0	2.0512	31	1.009
1.9350	27	1.008	10	2.0543	30	1.009
1.9377	27	1.008	20	2.0573	31	1.009
1.9404	27	1.008	30	2.0604	30	1.009
1.9431	27	1.008	40	2.0634	31	1.009
1.9458	27	1.008	50	2.0665	31	1.009

Tafel XIX.

z	log. r	Diff. für 1 Min. 0.000	n	z	log. r	Diff. für 1 Min. 0.000	n
63° 0′	2.0696	31	1.009	70° 0′	2.2141	39	1.011
10	2.0727	31	1.009	10	2.2180	39	1.011
20	2.0758	32	1.009	20	2.2219	40	1.011
30	2.0790	31	1.009	30	2.2259	39	1.012
40	2.0821	32	1.009	40	2.2298	40	1.012
50	2.0853	31	1.009	50	2.2338	41	1.012
64 0	2.0884	32	1.009	71 0	2.2379	40	1.012
10	2.0916	32	1.009	10	2.2419	41	1.012
20	2.0948	32	1.009	20	2.2460	41	1.012
30	2.0980	33	1.009	30	2.2501	42	1.012
40	2.1013	32	1.009	40	2.2543	41	1.012
50	2.1045	33	1.009	50	2.2584	42	1.012
65 0	2.1078	33	1.010	72 0	2.2626	42	1.013
10	2.1111	32	1.010	10	2.2668	43	1.013
20	2.1143	33	1.010	20	2.2711	43	1.013
30	2.1176	34	1.010	30	2.2754	44	1.013
40	2.1210	33	1.010	40	2.2798	43	1.013
50	2.1243	34	1.010	50	2.2841	44	1.013
66 0	2.1277	34	1.010	73 0	2.2885	44	1.014
10	2.1311	33	1.010	10	2.2929	45	1.014
20	2.1344	34	1.010	20	2.2974	46	1.014
30	2.1378	35	1.010	30	2.3020	45	1.014
40	2.1413	34	1.010	40	2.3065	46	1.014
50	2.1447	35	1.010	50	2.3111	47	1.015
67 0	2.1482	35	1.010	74 0	2.3158	46	1.015
10	2.1517	35	1.010	10	2.3204	47	1.015
20	2.1552	35	1.010	20	2.3251	48	1.015
30	2.1587	35	1.010	30	2.3299	48	1.016
40	2.1622	36	1.010	40	2.3347	49	1.016
50	2.1658	36	1.010	50	2.3396	49	1.016
68 0	2.1694	36	1.011	75 0	2.3445	49	0.017
10	2.1730	36	1.011	10	2.3494	50	1.017
20	2.1766	37	1.011	20	2.3544	50	1.017
30	2.1803	36	1.011	30	2.3594	51	1.018
40	2.1839	37	1.011	40	2.3645	52	1.018
50	2.1876	37	1.011	50	2.3697	52	1.018
69 0	2.1913	38	1.011	76 0	2.3749	52	1.019
10	2.1951	37	1.011	10	2.3801	53	1.019
20	2.1988	38	1.011	20	2.3854	53	1.019
30	2.2026	38	1.011	30	2.3907	55	1.020
40	2.2064	39	1.011	40	2.3962	54	1.020
50	2.2103	38	1.011	50	2.4016	56	1.021

Tafel XIX.

z	log. r	Diff. für 1 Min. 0.000	n	z	log. r	Diff. für 1 Min. 0.00	n
0'	2.4072	56	1.021	84° 0'	2.7221	105	1.072
[illegible]	2.4128	56	1.021	10	2.7326	107	1.076
[illegible]	2.4184	57	1.022	20	2.7433	110	1.080
[illegible]	2.4241	58	1.022	30	2.7543	112	1.084
[illegible]	2.4299	59	1.023	40	2.7655	114	1.088
[illegible]	2.4358	59	1.023	50	2.7769	117	1.092
[illegible]	2.4417	60	1.024	85 0	2,7888	120	1.096
[illegible]	2.4477	60	1.024	10	2.8009	124	1.101
[illegible]	2.4537	62	1.025	20	2.8132	126	1.106
[illegible]	2 4599	62	1.026	30	2.8259	130	1.112
[illegible]	2.4661	63	1.026	40	2.8388	133	1.118
[illegible]	2.4724	64	1.027	50'	2.8521	136	1.124
[illegible]	2.4788	64	1.027	86 0	2.8658	140	1,130
[illegible]	2.4852	65	1.027	10	2.8798	144	1.138
[illegible]	2.4917	67	1.028	20	2.8942	148	1.144
[illegible]	2.4984	67	1.028	30	2.9089	153	1.158
[illegible]	2.5051	68	1.029	40	2.9241	157	1.161
50	2.5119	69	1.030	50	2.9398	161	1.171
0	2.5188	70	1.031	87 0	2.9559	166	1.181
10	2.5258	70	1.032	10	2.9725	171	1.192
20	2.5328	73	1.033	20	2.9896	177	1.203
30	2.5401	73	1.034	30	3.0073	182	1.215
40	2.5474	75	1.035	40	3.0255	188	1.228
50	2.5549	75	1.036	50	3.0444	195	1.243
81 0	2.5624	77	1.037	88 0	3.0639	202	1.259
10	2.5701	78	1.038	10	3.0840	209	1.276
20	2.5779	79	1.039	20	3.1049	217	1.292
30	2.5858	80	1.041	30	3.1266	225	1.309
40	2.5938	81	1.042	40	3.1491	234	1.328
50	2.6019	83	1.043	50	3.1725	243	1.348
82 0	2.6102	84	1.045	89 0	3.1968	253	1.368
10	2.6186	86	1.047	10	3.2222	264	1.389
20	2 6272	87	1.049	20	3.2486	276	1.410
30	2.6359	90	1.051	30	3.2762	288	1.432
40	2.6449	90	1 053	40	3.3051	302	1.454
50	2.6539	92	1.055	50	3.3353	317	1.477
83 0	2.6631	0.00093	1.057	90 0	3.3670		1.500
10	2.6724	096	1.059				
20	2.6820	097	1.062				
30	2.6917	099	1.064				
40	2.7016	101	1.067				
50	2.7117	103	1.069				

Tafel XIX. A.

Barometer in Par. Zollen.

b		b		b		b	
25. 0	9.9508	26. 5	9.9761	28. 0	0.0000	29. 5	0.0227
1	9.9525	6	9.9777	1	0.0015	6	0.0241
2	9.9542	7	9.9794	2	0.0031	7	0.0256
3	9.9560	8	9.9810	3	0.0046	8	0.0271
4	9.9577	26. 9	9.9826	4	0.0062	29. 9	0.0285
5	9.9594	27. 0	9.9842	5	0.6077	30. 0	0.0300
6	9.9611	1	9.9858	6	0.0092	1	0.0314
7	9.9628	2	9.9874	7	0.0107	2	0.0328
8	9.9645	3	9.9890	8	0.0122	3	0.0343
25. 9	9.9661	4	9.9906	28. 9	0.0137	4	0.0357
26. 0	9.9678	5	9.9922	29. 0	0.0152	5	0.0371
1	9.9695	6	9.9937	1	0.0167	6	0.0386
2	9.9711	7	9.9953	2	0.0182	7	0.0400
3	9.9728	8	9.9969	3	0.0197	8	0.0414
4	9.9744	27. 9	9.9984	4	0.0212	30. 9	0.0428

Inneres Thermometer Réaum.

t′		t′		t′		t′	
— 0°	0.0000	+ 0	0.0000	—20	0.0020	+20	9.9980
— 5	0.0005	+ 5	9.9995	—25	0.0024	+25	9.9976
—10	0.0010	+10	9.9990	—30	0.0029	+30	9.9971
—15	0.0015	+15	9.9985				

Äusseres Thermometer Réaum.

t +		t —		t +		t —	
0°	0.0000	0°	+0.0000	15°	—0.0287	15	+0.0307
1	—0.0020	1	0.0020	16	—0.0305	16	0.0329
2	—0.0039	2	0.0040	17	—0.0324	17	0.0350
3	—0.0059	3	0.0060	18	—0.0342	18	0.0372
4	—0.0078	4	0.0080	19	—0.0360	19	0.0393
5	—0.0098	5	0.0100	20	—0.0379	20	0.0415
6	—0.0117	6	0.0120	21	—0.0397	21	0.0437
7	—0.0136	7	0.0141	22	—0.0415	22	0.0459
8	—0.0155	8	0.0161	23	—0.0433	23	0.0481
9	—0.0174	9	0.0182	24	—0.0451	24	0.0503
10	—0.0193	10	0.0202	25	—0.0468	25	0.0525
11	—0.0212	11	0.0223	26	—0.0486	26	0.0547
12	—0.0231	12	0.0244	27	—0.0504	27	0.0570
13	—0.0250	13	0.0265	28	—0.0521	28	0.0593
14	—0.0268	14	0.0286	29	—0.0539	29	0.0615

Tafel XX.

Barker's parabolische Kometentafel.

M	v	M	v	M
0.05455	15° 0′	9.93098	30° 0′	20.57713
0.32725	15 30	10.27007	30 30	20.95392
0.65453	16 0	10.60995	31 0	21.33256
0.98183	16 30	10.95069	31 30	21.71301
1.30927	17 0	11.29227	32 0	22.09532
1.63678	17 30	11.63473	32 30	22.47956
1.96439	18 0	11.97816	33 0	22.86577
2.29217	18 30	12.32252	33 30	23.25396
2.62012	19 0	12.66785	34 0	23.64422
2.94827	19 30	13.01417	34 30	24.03656
3.27665	20 0	13.36157	35 0	24.43103
3.60528	20 30	13.71002	35 30	24.82767
3.93418	21 0	14.05959	36 0	25.22653
4.26328	21 30	14.41028	36 30	25.62766
4.59292	22 0	14.76215	37 0	26.03112
4.92280	22 30	15.11520	37 30	26.43693
5.25306	23 0	15.46946	38 0	26.85417
5.58381	23 30	15.82499	38 30	27.25585
5.91481	24 0	16.18182	39 0	27.66905
6.24635	24 30	16.53997	39 30	28.08482
6.57840	25 0	16.89949	40 0	28.50319
6.91093	25 30	17.26039	40 30	28.92421
7.24400	26 0	17.62274	41 0	29.34798
7.57763	26 30	17.98655	41 30	29.77451
7.99184	27 0	18.35185	42 0	30.20387
8.24667	27 30	18.71868	42 30	30.63612
8.58214	28 0	19.08708	43 0	31.07132
8.91830	28 30	19.45706	43 30	31.50951
9.25512	29 0	19.82874	44 0	31.95077
9.59268	29 30	20.20208	44 30	32.39514

Tafel XX.

y	log M	v	log M	v	log M
45° 0′	1.516439	63° 0′	1.713601	81° 0′	1.901085
45 30	1.522360	63 30	1.718797	81 30	1.906429
46 0	1.528243	64 0	1.723988	82 0	1.911789
46 30	1.534091	64 30	1.729173	82 30	1.917164
47 0	1.539905	65 0	1.734354	83 0	1.922555
47 30	1.545685	65 30	1.739530	83 30	1.927962
48 0	1.551432	66 0	1.744703	84 0	1.933385
48 30	1.557149	66 30	1.749873	84 30	1.938826
49 0	1.562836	67 0	1.755041	85 0	1.944286
49 30	1.568494	67 30	1.760206	85 30	1.949763
50 0	1.574123	68 0	1.765371	86 0	1.955260
50 30	1.579726	68 30	1.770535	86 30	1.960774
51 0	1.585303	69 0	1.775698	87 0	1.966314
51 30	1.590855	69 30	1.780863	87 30	1.971872
52 0	1.596383	70 0	1.786028	88 0	1.977452
52 30	1.601888	70 30	1.791196	88 30	1.983054
53 0	1.607370	71 0	1.796365	89 0	1.988679
53 30	1.612832	71 30	1.801537	89 30	1.994327
54 0	1.618272	72 0	1.806713	90 0	2.000000
54 30	1.623694	72 30	1.811892	90 30	2.005697
55 0	1.629096	73 0	1.817077	91 0	2.011421
55 30	1.634481	73 30	1.822266	91 30	2.017169
56 0	1.639848	74 0	1.827460	92 0	2.022945
56 30	1.645199	74 30	1.832661	92 30	2.028749
57 0	1.650534	75 0	1.837869	93 0	2.034580
57 30	1.655854	75 30	1.843083	93 30	2.040440
58 0	1.661160	76 0	1.848306	94 0	2.046330
58 30	1.666453	76 30	1.853537	94 30	2.052250
59 0	1.671733	77 0	1.858777	95 0	2.058200
59 30	1.677001	77 30	1.864026	95 30	2.064183
60 0	1.682258	78 0	1.869286	96 0	2.070198
60 30	1.687504	78 30	1.874556	96 30	2.076246
61 0	1.692741	79 0	1.879837	97 0	2.082328
61 30	1.697968	79 30	1.885130	97 30	2.088445
62 0	1.703187	80 0	1.890435	98 0	2.094597
62 30	1.708397	80 30	1.895753	98 30	2.100786

Tafel XX.

v	log M	v	log M	v	log M
0'	2.107011	117° 0'	2.363663	135° 0'	2.726599
30	2.113274	117 30	2.371956	135 30	2.739120
0	2.119576	118 0	2.380329	136 0	2.751813
30	2.125917	118 30	2.388784	136 30	2.764683
0	2.132299	119 0	2.397321	137 0	2.777732
30	2.138722	119 30	2.405943	137 30	2.790966
0	2.145187	120 0	2.414652	138 0	2.804390
30	2.151694	120 30	2.423449	138 30	2.818007
0	2.158246	121 0	2.432336	139 0	2.831822
30	2.164842	121 30	2.441314	139 30	2.845842
0	2.171485	122 0	2.450387	140 0	2.860070
30	2.178173	122 30	2.459555	140 30	2.874513
0	2.184909	123 0	2.468821	141 0	2.889175
30	2.191694	123 30	2.478186	141 30	2.904064
0	2.198528	124 0	2.487653	142 0	2.919183
30	2.205413	124 30	2.497224	142 30	2.934540
0	2.212349	125 0	2.506901	143 0	2.950142
30	2.219338	125 30	2.516686	143 30	2.965995
0	2.226381	126 0	2.526581	144 0	2.982105
30	2.233478	126 30	2.536590	144 30	2.998480
0	2.240631	127 0	2.546713	145 0	3.015128
30	2.247842	127 30	2.556955	145 30	3.032057
0	2.255110	128 0	2.567317	146 0	3.049273
30	2.262438	128 30	2.577801	146 30	3.066788
0	2.269826	129 0	2.588411	147 0	3.084607
30	2.277275	129 30	2.599149	147 30	3.102742
0	2.284788	130 0	2.610019	148 0	3.121202
30	2.292365	130 30	2.621022	148 30	3.139997
0	2.300007	131 0	2.632162	149 0	3.159137
30	2.307716	131 30	2.643443	149 30	3.178634
0	2.315493	132 0	2.654866	150 0	3.198498
30	2.323339	132 30	2.666435	150 30	3.218744
0	2.331256	133 0	2.678155	151 0	3.239382
30	2.339246	133 30	2.690027	151 30	3.260427
0	2.347309	134 0	2.702056	152 0	3.281892
30	2.355448	134 30	2.714246	152 30	3.303793

Tafel XX.

v	log M	v	log M	v	log M
153° 0′	3.326145	162° 0′	3.830315	171° 0′	4.717983
153 30	3.348964	162 30	3.865917	171 30	4.791885
154 0	3.372268	163 0	3.902612	172 0	4.870333
154 30	3.396077	163 30	3.940460	172 30	4.953913
155 0	3.420406	164 0	3.979533	173 0	5.043328
155 30	3.445280	164 30	4.019908	173 30	5.139439
156 0	3.470719	165 0	4.061667	174 0	5.243316
156 30	3.496747	165 30	4.104904	174 30	5.356305
157 0	3.523388	166 0	4 149720	175 0	5.480137
157 30	3.550668	166 30	4.196228	175 30	5.617097
158 0	3.578615	167 0	4 244554	176 0	5.770275
158 30	3.607260	167 30	4 294838	176 30	5.944003
159 0	3.636635	168 0	4.347239	177 0	6.144629
159 30	3.666774	168 30	4.401934	177 30	6.381991
160 0	3.697712	169 0	4.459124	178 0	6.672572
160 30	3.729492	169 30	4.519040	178 30	7.047273
161 0	3.762154	170 0	4.581944	179 0	7.575464
161 30	3.795745	170 30	4.648141	179 30	8.478504
				180 0	. . . . .

Tafel XXI.

Geogr. Breite	Breitengrad in Toisen	Längengrad in Toisen	Logar. des Radius des Beobachters	Winkel der Vertic. mit dem Radius
65	57225	24213	9.998811	8′ 48.″ 7
66	57232	23305	8792	8 32. 9
67	57239	22389	8773	8 16. 6
68	57246	21466	8755	7 59. 6
69	57256	20536	8738	7 42. 0
70	57260	19599	8721	7 23. 8
71	57266	18657	8705	7 5. 1
72	57272	17709	8690	6 45. 9
73	57278	16756	8675	6 26. 2
74	57284	15798	8661	6 6. 0
75	57289	14835	8648	5 45. 0
76	57294	13866	8636	5 24. 3
77	57298	12893	8624	5 2. 8
78	57302	11917	8613	4 41. 0
79	57306	10937	8603	4 18. 8
80	57310	9953	8594	3 56. 3
81	57313	8967	8586	3 33. 5
82	57316	7978	8578	3 10. 4
83	57319	6986	8572	2 47. 2
84	57321	5992	8566	2 23. 7
85	57323	4996	8561	2 0. 0
86	57324	3999	8557	1 36. 2
87	57325	3000	8554	1 12. 3
88	57326	2000	8552	0 48. 2
89	57327	1000	8550	0 24. 1
90	57327	0000	8550	0 0. 0

Tafel XXI.

Geogr. Breite	Breitengrad in Toisen	Längengrad in Toisen	Logar. des Radius des Beobachters	Winkel der Vertic. mit dem Radius
30	56898	49523	9.999640	9′ 55.″4
31	56906	49019	9618	10 7. 2
32	56915	48500	9596	10 18. 1
33	56924	47966	9573	10 28. 3
34	56934	47418	9550	10 37. 8
35	56943	46855	9526	10 46. 4
36	56952	46277	9502	10 54. 3
37	56962	45686	9478	11 1. 4
38	56971	45081	9454	11 7. 7
39	56981	44462	9429	11 13. 2
40	56991	43829	9404	11 17. 9
41	57001	43183	9379	11 21. 7
42	57011	42524	9354	11 24. 7
43	57021	41852	9329	11 26. 9
44	57030	41167	9304	11 28. 2
45	57040	40469	9279	11 28. 7
46	57050	39759	9253	11 28. 4
47	57060	39036	9228	11 27. 3
48	57070	38302	9203	11 25. 2
49	57080	37556	9178	11 22. 3
50	57090	36799	9152	11 18. 6
51	57100	36030	9128	11 14. 1
52	57110	35250	9103	11 8. 8
53	57119	34459	9078	11 2. 6
54	57129	33657	9054	10 55. 7
55	57138	32845	9030	10 47. 9
56	57148	32024	9006	10 39. 4
57	57157	31192	8983	10 30. 0
58	56166	30350	8960	10 19. 9
59	57175	29499	8937	10 9. 0
60	57184	28640	8915	9 57. 4
61	57192	27772	8893	9 45. 1
62	57201	26894	8872	9 32. 0
63	57209	26009	8851	9 18. 3
64	57217	25115	8831	9 3. 8

Tafel XXI.

Geogr. Breite	Breitengrad in Toisen	Längengrad in Toisen	Logar. des Radius des Beobachters	Winkel der Vertic. mit dem Radius
65	57225	24213	9.998811	8′ 48.″7
66	57232	23305	8792	8 32. 9
67	57239	22389	8773	8 16. 6
68	57246	21466	8755	7 59. 6
69	57256	20536	8738	7 42. 0
70	57260	19599	8721	7 23. 8
71	57266	18657	8705	7 5. 1
72	57272	17709	8690	6 45. 9
73	57278	16756	8675	6 26. 2
74	57284	15798	8661	6 6. 0
75	57289	14835	8648	5 45. 0
76	57294	13866	8636	5 24. 3
77	57298	12893	8624	5 2. 8
78	57302	11917	8613	4 41. 0
79	57306	10937	8603	4 18. 8
80	57310	9953	8594	3 56. 3
81	57313	8967	8586	3 33. 5
82	57316	7978	8578	3 10. 4
83	57319	6986	8572	2 47. 2
84	57321	5992	8566	2 23. 7
85	57323	4996	8561	2 0. 0
86	57324	3999	8557	1 36. 2
87	57325	3000	8554	1 12. 3
88	57326	2000	8552	0 48. 2
89	57327	1000	8550	0 24. 1
90	57327	0000	8550	0 0. 0

Tafel XXII.

Tägliche Aberration in Rectascension zur Zeit der Culmination der Fixsterne.

Polhöhe.

Poldist.	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	Poldist.
1°	17.4	17.1	16.4	15.1	13.3	11.2	8.7	6.0	3.0	0.0	1°
Polarst.	10.0	9.8	9.3	8.6	7.6	6.4	5.0	3.4	1.7	0.0	Polarst.
2	8.7	8.6	8.2	7.5	6.7	5.6	4.4	3.0	1.5	0.0	2
3	5.8	5.7	5.5	5.0	4.4	3.7	2.9	2.0	1.0	0.0	3
6	2.9	2.9	2.7	2.5	2.2	1.9	1.4	1.0	0.5	0.0	6
9	1.9	1 9	1.8	1.7	1.5	1.2	1.0	0.7	0.3	0.0	9
12	1.5	1.4	1.4	1.3	1.1	0.9	0.7	0.5	0.2	0.0	12
15	1.2	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8	0.6	0.4	0.2	0.0	15
18	1.0	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.3	0.2	0.0	18
21	1.0	0.8	0.8	1.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.1	0.0	21
24	0.8	0.7	0.7	0.6	0.6	0.5	0.4	0.3	0.1	0.0	24
27	0.7	0.7	0.6	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0	27
30	0.6	0.6	0.6	0.5	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0	30
35	0.5	0.5	0.5	0.5	0.4	0.3	0.3	0.2	0.1	0 0	35
40	0.5	0.5	0.4	0.4	0.4	0.3	0.2	0.2	0.1	0.0	40
45	0.4	0.4	0.4	0 4	0.3	0.3	0.2	0.1	0.1	0.0	45
50	0.4	0.4	0.4	0.3	0.3	0.3	0.2	0.1	0.1	0.0	50
55	0.4	0.4	0.3	0.3	0.3	0.2	0.2	0.1	0.1	0 0	55
60	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.2	0.2	0.1	0.1	0.0	60
70	0.3	0.3	0.3	0.3	0.2	0.2	0.2	0.1	0.0	0.0	70
80	0.3	0.3	0.3	0.3	0.2	0.2	0.1	0.1	0.0	0.0	80
90	0.3	0.3	0.3	0.3	0 2	0.2	0.1	0.1	0.0	0.0	90

Tafel XXIII.

Jahre	Supplem. des ☊ ☾
1830	186.°96
1831	206. 29
1832	225. 67
1833	245. 00
1834	264. 33
1835	283. 66
1836	303. 04
1837	322. 37
1838	341. 70
1839	1. 03
1840	20. 41
1841	39. 74
1842	59. 07
1843	78. 40
1844	97. 77
1845	117. 10
1846	136. 43
1847	155. 76
1848	175. 14
1849	194. 47
1850	213. 80
1851	233. 13
1852	252. 51
1853	271. 84
1854	291. 17
1855	310. 50
1856	329. 88
1857	349. 21
1858	8. 54
1859	27. 87
1860	47. 24

Monate	Supplem des ☊ ☾
Febr. 0	1.°64
März 0	3. 12
April 0	4. 76
May 0	6. 35
Juny 0	7. 99
July 0	9. 59
Aug. 0	11. 23
Sept. 0	12. 87
Oct. 0	14. 46
Nov. 0	16. 10
Dec. 0	17. 69
Tage	
Tag 1	0. 05
2	0. 11
3	0. 16
4	0. 21
5	0. 26
6	0. 32
7	0. 37
8	0. 42
9	0. 48
10	0. 53
20	1. 06
30	1. 59

Monatstage	Theile d. Jahres
Jan. 10	0.03
20	0.05
30	0.08
Febr. 9	0.11
19	0.14
März 1	0.16
11	0.19
21	0.22
31	0.25
April 10	0.27
20	0.30
30	0.33
May 10	0.36
20	0.38
30	0.41
Juny 9	0.44
19	0.47
29	0.49
July 9	0.52
19	0.55
29	0.58
Aug. 8	0.60
18	0.63
28	0.66
Sept. 7	0.68
17	0.71
27	0.74
Oct. 7	0.77
17	0.79
27	0.82
Nov. 6	0.85
16	0.88
26	0.90
Dec. 6	0.93
16	0.96
26	0.98

Monatstage	Zahl der Tage im gem. Jahr
Jan. 0	0
Febr. 0	31
März 0	59
April 0	90
May 0	120
Juny 0	151
July 0	181
Aug. 0	212
Sept. 0	243
Octob. 0	273
Nov. 0	304
Dec. 0	334
Factor	0.00274

	Logar. der Horiz. parall. d. Sonne: mittlere = 8″. 6
Jan. 1	0.9419
Febr. 1	0.9408
März 1	0.9383
April 1	0.9345
May 1	0.9310
Juny 1	0.9283
July 1	0.9273
Aug. 1	0.9281
Sept. 1	0.9307
Octob. 1	0.9343
Nov. 1	0.9380
Dec. 1	0.9408

Tafel XXIV.

Zur Interpolation mit zweyten und dritten Differenzen.

Stund.	Min.	n +	$\frac{1}{2}$ n (n—1) —	$\frac{1}{6}$ n (n—1) (n—2) +
0ʰ	0′	0.0000	0.0000	0.0000
	10	0.0069	0.0034	0.0023
	20	0.0139	0.0068	0.0045
	30	0.0208	0.0102	0.0067
	40	0.0278	0.0135	0.0089
	50	0.0347	0.0167	0.0110
1	0	0.0417	0.0200	0.0130
	10	0.0486	0.0231	0.0150
	20	0.0556	0.0262	0.0170
	30	0.0625	0.0293	0.0189
	40	0.0694	0.0323	0.0208
	50	0.0764	0.0353	0.0226
2	0	0.0833	0.0382	0.0244
	10	0.0903	0.0411	0.0261
	20	0.0972	0.0439	0.0278
	30	0.1042	0.0467	0.0295
	40	0.1111	0.0494	0.0311
	50	0.1181	0.0521	0.0327
3	0	0.1250	0.0547	0.0342
	10	0.1319	0.0573	0.0357
	20	0.1389	0.0598	0.0371
	30	0.1458	0.0623	0.0385
	40	0.1528	0.0647	0.0399
	50	0.1597	0.0671	0.0412
4	0	0.1667	0.0694	0.0424
	10	0.1736	0.0717	0.0437
	20	0.1806	0.0740	0.0449
	30	0.1875	0.0762	0.0460
	40	0.1944	0.0783	0.0471
	50	0.2014	0.0804	0.0482
5	0	0.2083	0.0825	0.0493
	10	0.2153	0.0845	0.0503
	20	0.2222	0.0864	0.0512
	30	0.2292	0.0883	0.0521
	40	0.2361	0.0902	0.0530
	50	0.2431	0.0920	0.0539
6	0	0.2500	0.0938	0.0547
	10	0.2569	0.0955	0.0555
	20	0.2639	0.0971	0.0562
	30	0.2708	0.0987	0.0569
	40	0.2778	0.1003	0.0576
	50	0.2847	0.1018	0.0582

Tafel XXIV.

Stund.	Min.	n +	½ n (n—1) —	⅙ n (n—1) (n—2) +
7	0	0.2917	0.1033	0.0588
	10	0.2986	0.1047	0.0594
	20	0.3056	0.1061	0.0599
	30	0.3125	0.1074	0.0604
	40	0.3194	0.1087	0.0609
	50	0.3264	0.1099	0.0613
8	0	0.3333	0.1111	0.0617
	10	0.3403	0.1123	0.0621
	20	0.3472	0.1133	0.0624
	30	0.3542	0.1144	0.0627
	40	0.3611	0.1154	0.0630
	50	0.3681	0.1163	0.0633
9	0	0.3750	0.1172	0.0635
	10	0.3819	0.1180	0.0637
	20	0.3889	0.1188	0.0638
	30	0.3958	0.1196	0.0639
	40	0.4028	0.1203	0.0640
	50	0.4097	0.1209	0.0641
10	0	0.4167	0.1215	0.0641
	10	0.4236	0.1221	0.0642
	20	0.4306	0.1226	0.0641
	30	0.4375	0.1231	0.0641
	40	0.4444	0.1235	0.0640
	50	0.4514	0.1238	0.0639
11	0	0.4583	0.1241	0.0638
	10	0.4653	0.1244	0.0636
	20	0.4722	0.1246	0.0635
	30	0.4792	0.1248	0.0633
	40	0.4861	0.1249	0.0630
	50	0.4931	0.1250	0.0628
12	0	0.5000	0.1250	0.0625
	10	0.5069	0.1250	0.0622
	20	0.5139	0.1249	0.0619
	30	0.5208	0.1248	0.0615
	40	0.5278	0.1246	0.0612
	50	0.5347	0.1244	0.0608
13	0	0.5417	0.1241	0.0603
	10	0.5486	0.1238	0.0599
	20	0.5556	0.1235	0.0594
	30	0.5625	0.1231	0.0590
	40	0.5694	0.1226	0.0585
	50	0.5764	0.1221	0.0579

Tafel XXV.

Zur Interpolation mit zweyten Differenzen.

n	$\frac{n(n-1)}{2}$	n	n	$\frac{n(n-1)}{2}$	n
0.00	0.000	1.00	0.30	0.105	0.70
0.01	0.005	0.99	0.31	0.107	0.69
0.02	0.010	0.98	0.32	0.109	0.68
0.03	0.015	0.97	0.33	0.111	0.67
0.04	0.020	0.96	0.34	0.112	0.66
0.05	0.024	0.95	0.35	0.114	0.65
0.06	0.028	0.94	0.36	0.115	0.64
0.07	0.033	0.93	0.37	0.117	0.63
0.08	0.037	0.92	0.38	0.118	0.62
0.09	0.041	0.91	0.39	0.119	0.61
0.10	0.045	0.90	0.40	0.120	0.60
0.11	0.049	0.89	0.41	0.121	0.59
0.12	0.053	0.88	0.42	0.122	0.58
0.13	0.057	0.87	0.43	0.123	0.57
0.14	0.060	0.86	0.44	0.123	0.56
0.15	0.064	0.85	0.45	0.123	0.55
0.16	0.067	0.84	0.46	0.124	0.54
0.17	0.071	0.83	0.47	0.124	0.53
0.18	0.074	0.82	0.48	0.125	0.52
0.19	0.077	0.81	0.49	0.125	0.51
0.20	0.080	0.80	0.50	0.125	0.50
0.21	0.083	0.79	0.51	0.125	0.49
0.22	0.086	0.78	0.52	0.125	0.48
0.23	0.088	0.77	0.53	0.124	0.47
0.24	0.091	0.76	0.54	0.124	0.46
0.25	0.094	0.75	0.55	0.123	0.45
0.26	0.096	0.74	0.56	0.123	0.44
0.27	0.100	0.73	0.57	0.123	0.43
0.28	0.101	0.72	9.58	0.123	0.42
0.29	0.103	0.71	0.59	0.121	0.41

Tafel XXIV.

Stund.	Min.	n +	½ n (n—1) —	⅙ n (n—1) (n—2) +
21	0	0.8750	0.0547	0.0205
	10	0.8819	0.0521	0.0194
	20	0.8889	0.0494	0.0183
	30	0.8958	0.0467	0.0172
	40	0.9028	0.0439	0.0161
	50	0.9097	0.0411	0.0149
22	0	0.9167	0.0382	0.0138
	10	0.9236	0.0353	0.0127
	20	0.9306	0.0323	0.0115
	30	0.9375	0.0293	0.0104
	40	0.9444	0.0262	0.0092
	50	0.9514	0.0231	0.0081
23	0	0.9583	0.0200	0.0069
	10	0.9653	0.0168	0.0058
	20	0.9722	0.0135	0.0046
	30	0.9792	0.0102	0.0035
	40	0.9861	0.0069	0.0023
	50	0.9931	0.0035	0.0012
24	0	1.0000	0.0000	0.0000

Tafel XXV.

Zur Interpolation mit zweyten Differenzen.

n	$\frac{n(n-1)}{2}$	n	n	$\frac{n(n-1)}{2}$	n
0.00	0.000	1.00	0.30	0.105	0.70
0.01	0.005	0.99	0.31	0.107	0.69
0.02	0.010	0.98	0.32	0.109	0.68
0.03	0.015	0.97	0.33	0.111	0.67
0.04	0.020	0.96	0.34	0.112	0.66
0.05	0.024	0.95	0.35	0.114	0.65
0.06	0.028	0.94	0.36	0.115	0.64
0.07	0.033	0.93	0.37	0.117	0.63
0.08	0.037	0.92	0.38	0.118	0.62
0.09	0.041	0.91	0.39	0.119	0.61
0.10	0.045	0.90	0.40	0.120	0.60
0.11	0.049	0.89	0.41	0.121	0.59
0.12	0.053	0.88	0.42	0.122	0.58
0.13	0.057	0.87	0.43	0.123	0.57
0.14	0.060	0.86	0.44	0.123	0.56
0.15	0.064	0.85	0.45	0.123	0.55
0.16	0 067	0.84	0.46	0.124	0.54
0.17	0.071	0.83	0.47	0.124	0.53
0.18	0.074	0.82	0.48	0.125	0.52
0.19	0.077	0.81	0.49	0.125	0 51
0.20	0.080	0.80	0.50	0.125	0.50
0.21	0.083	0.79	0.51	0.125	0.49
0.22	0.086	0.78	0.52	0.125	0.48
0.23	0.088	0.77	0.53	0.124	0.47
0.24	0.091	0.76	0.54	0.124	0.46
0.25	0.094	0.75	0.55	0.123	0.45
0.26	0.096	0.74	0.56	0.123	0.44
0.27	0.100	0.73	0.57	0.123	0.43
0.28	0.101	0.72	9.58	0.123	0.42
0.29	0.103	0.71	0.59	0.121	0.41

Tafel XXVI.

Verzeichniss der vorzüglichsten Fixsterne für den Anfang des Jahres 1800 nach Piazzi.

Namen	Grösse	Rectascension °	′	″	Jährl. Aenderung +	Poldistanz °	′	″	Jährl. Aenderung —
γ Pegasi . .	2.3	0°	44′	15.″9	46.″07	75°	55′	43.″4	19.″97
8 ι Ceti . .	4	2	18	30.6	45.96	99	55	58.5	20.09
α Phoenicis .	2	4	5	30.9	44.69	133	23	35.8	20.01
15 κ Cassiopeiae	4	5	26	0.3	49.59	28	10	27.7	19.99
17 ζ Cassiopeiae	4	6	28	30.7	49.12	37	12	20.6	19.94
29 π Andromedae	4.5	6	33	33.0	47.81	57	23	0.2	20.03
30 ε Andromedae	4	7	0	12.0	47.25	61	46	34.5	19.71
31 δ Andromedae	3	7	9	57.3	47.82	60	14	5.8	19.82
18 α Cassiopeiae	3	7	18	35.7	49.70	34	33	42.4	19.83
16 β Ceti . .	2.3	8	23	11.0	45.24	109	5	11.0	19.92
34 ζ Andromedae	4	9	11	28.0	47.31	66	49	23.2	19.71
24 κ Cassiopeiae	4	9	16	21.0	52.75	33	14	57.7	19.08
35 ν Andromedae	4	9	42	29.4	49.68	50	0	48.2	19.68
γ Cassiopejae .	3	11	11	7.6	52.68	30	22	8.6	19.72
37 μ Andromedae	4	11	25	29.7	50.28	52	35	19.0	20.07
α Ursae min. .	2.3	13	6	19.5	194.10	1	45	35.7	19.54
71 ε Piscium .	4	13	8	37.8	46.43	83	11	22.5	19.60
31 η Ceti . .	3.4	14	38	0 0	45.31	101	14	42.8	19.31
43 β Andromedae	2	14	38	33.7	49.88	55	26	36.5	19.31
33 θ Cassiopeiae	4.5	14	45	15.0	53.29	35	55	7.0	19.60
36 ψ Cassiopeiae	4.5	17	59	51.0	60.70	22	55	11.6	19.08
37 δ Cassiopeiae	3	18	12	43.8	57.20	30	48	33.8	18.90
45 θ Ceti . .	3	18	30	25.8	44.82	99	13	9.5	18.85
γ Phoenicis .	3	19	54	50.1	39.24	134	20	48.3	18.62
99 η Piscium .	4	20	12	2.4	47.88	75	41	22.7	18.77
51 B' Andromedae	3.4	21	26	48.6	54.08	42	23	26.6	18.67
52 τ Ceti . .	3.4	23	41	39.0	41.72	106	59	40.5	19.21
45 ε Cassiopeiae	3.4	25	2	24.6	62.43	27	19	23.2	18.03
55 ζ Ceti . .	3	25	23	51.0	44.16	101	19	42.5	18.23
2 α Triang. bor.	3.4	25	25	43.5	50.77	61	24	7.7	17.76
5 γ Arietis . .	4.5	25	38	43.8	49.06	71	41	22.6	17.97
. . . . . .	4.5	.	.	.	. .	71	41	31.5	17.97
6 β Arietis . .	3	25	54	12.6	49.34	70	10	31.0	17.82
50 F Cassiopeiae	4.5	26	39	40.5	72.86	18	33	22.7	17.93
59 υ² Ceti . .	4.5	27	38	41.4	42.37	112	3	7.0	17.82

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz			Jährl. Aenderung —
57 γ Andromedae	3.4	27°	55′	11.″5	54.″57	48°	38′	14.″5	17.″62
13 α Arietis .	3	28	58	54.0	50. 27	67	29	23. 5	17. 35
4 β Trianguli .	4	29	25	21. 0	53. 03	55	57	55. 4	17. 41
Mira (variab.) .	.	32	13	45. 6	45. 13	93	53	31. 2	16. 81
Cassiopeiae .	4.5	33	11	58. 6	71. 30	23	30	30. 0	16. 79
78 ν Ceti . .	4.5	36	20	53. 5	46. 83	85	17	12. 0	16. 03
82 δ Ceti . .	4	37	18	39. 0	46. 00	90	32	31. 0	15. 91
63 ε Ceti . .	4.5	37	28	27. 4	43. 43	102	43	41. 0	15. 48
13 θ Persei .	4	37	39	12. 0	60. 51	41	37	39. 3	15. 78
35 Arietis . .	4	37	56	10. 8	52. 43	63	9	10. 0	15. 78
1 Eridani . .	4.5	38	11	32. 7	35. 36	130	43	1. 5	15. 77
86 γ Ceti . .	3	38	14	14. 4	46. 21	87	36	53. 5	15. 56
87 μ Ceti . .	4	38	32	10. 5	48. 14	80	44	16. 0	15. 90
89 π Ceti . .	4	38	39	7. 2	42. 72	104	42	41. 0	15. 78
39 ♈ Lil. bor.	4	39	0	31. 5	53. 10	61	35	34. 0	15. 46
16 ρ′ Persei .	4.5	39	30	9. 0	56. 20	52	30	52. 4	15. 40
41 ♈ Lil. aust.	3	39	33	40. 5	52. 59	63	34	22. 0	15. 33
2 τ² Eridani .	4.5	40	29	32. 4	40. 82	111	50	4. 8	15. 26
3 η Eridani .	3	41	39	59. 7	43. 92	99	42	4. 0	14. 69
23 γ Persei .	4	42	35	56. 1	63. 73	37	17	21. 0	14. 72
θ Eridani praec.	4.5	42	40	15. 0	34. 07	131	6	44. 5	14. 75
92 α Ceti . .	2.3	42	57	34. 3	46. 75	86	42	11. 2	14. 53
25 ρ Persei .	4	43	6	5. 4	57. 03	51	56	43. 6	14. 54
11 Eridani . .	4	43	23	39. 9	39. 78	114	24	54. 4	14. 53
Persei . . .	4	43	40	36. 6	61. 89	41	9	50. 0	14. 51
26 β Persei (var.)	..	43	48	3. 6	57. 88	49	49	33. 0	14. 44
57 δ Arietis .	4	45	3	14. 4	51. 16	71	2	22. 5	14. 17
13 ζ Eridani	4	46	31	53. 7	43. 47	99	34	14. 5	13. 82
33 α Persei .	2.3	47	31	42. 4	62. 94	40	51	47. 0	13. 53
16 Eridani . .	3.4	47	39	21. 9	39. 90	112	29	39. 0	13. 51
e Eridani . .	4	47	59	13. 5	36. 02	133	50	34. 0	14. 26
Camelopard .	4	48	14	51. 0	71. 18	30	46	20. 0	13. 36
. . . . . .	4.5	48	30	46. 5	70. 25	31	49	48. 0	13. 29
1 ο Tauri . .	4.5	48	30	58. 2	48. 00	81	41	3. 9	13. 16
2 ξ Tauri . .	4	49	5	10. 8	48. 37	80	58	26. 5	13. 14
17 Eridani .	4.5	50	10	33. 6	44. 63	95	46	12. 0	12. 81
18 ε Eridani .	4	50	52	43. 9	43 25	100	8	37. 0	12. 66
19 Eridani . .	4	51	14	24. 0	39. 62	112	18	42. 5	12. 56
39 δ Persei .	3.4	52	11	12. 6	63. 16	42	51	58. 0	12. 20
41 ν Persei .	4.5	52	54	43. 5	60. 42	48	3	58. 1	12. 10

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz			Jährl. Aenderung —
Persei . . .	4	52°	57′	12.″4	55.″91	58°	21′	26.″7	12.″09
17 b Pleiadum	4.5	53	15	21. 3	53. 01	66	31	34. 0	11. 98
23 δ Eridani .	3.4	53	25	9. 3	42. 84	100	26	56. 2	11. 36
25 η Pleiadum	3	53	54	16. 3	53. 04	66	31	29. 0	11. 73
44 ζ Persei .	3.4	55	23	50. 4	55. 93	58	43	22. 5	11. 39
45 ε Persei .	3.4	56	7	7. 3	59. 73	50	34	54. 2	11. 19
34 γ Eridani .	2.3	57	10	33. 6	41. 97	104	5	12. 0	10. 77
35 λ Tauri . .	4	57	24	10. 3	49. 77	78	5	5. 7	10. 81
51 μ Persei .	4.5	60	3	59. 4	65. 36	42	6	52. 6	9. 83
38 ο Eridani .	4.5	60	31	37. 0	43. 89	97	22	9. 0	9. 91
54 γ Tauri .	3.4	62	6	22. 8	50. 98	74	52	2. 6	9. 30
41 Eridani . .	3.4	62	34	54. 6	33. 89	124	17	40. 5	9. 24
61 δ^1 Tauri .	4	62	51	13. 2	51. 62	72	56	16. 4	9. 11
64 δ^2 Tauri .	4.5	63	8	44. 1	51. 62	73	1	52. 2	9. 01
43 Eridani . .	4.5	64	7	57. 0	33. 64	124	29	20. 5	8. 75
74 ε Tauri . .	4	64	14	17. 1	52. 35	71	16	32. 5	8. 59
87 α Tauri .	1	66	6	50. 4	51. 37	73	54	18. 0	7. 91
48 ν Eridani .	4	66	34	59. 4	44. 81	93	46	19. 6	7. 92
52 υ^2 Eridani .	3	66	56	43. 0	35. 01	120	58	50. 0	7. 86
53 Eridani . .	4	67	15	22. 9	40. 86	104	42	15. 1	7. 63
54 Eridani . .	4	67	55	28. 2	39. 37	110	3	52. 2	7. 48
α Caeli scul. .	4.5	68	31	52. 6	29. 08	132	15	10. 0	7. 34
Camelopard. .	4.5	68	34	2. 5	87. 95	24	1	11. 0	7. 33
1 Orionis . .	4	69	44	54 3	48. 76	83	24	0. 5	6. 87
3 Orionis . .	4	70	8	29. 5	47. 99	84	44	53. 8	7. 26
8 π Orionis .	4.5	70	57	31. 8	46. 74	87	53	53. 0	6. 55
3 ι Aurigae . .	4	70	59	46 8	58. 28	57	9	54. 0	6. 55
10 Camelopard.	4.5	71	25	20. 4	79. 15	29	52	14. 7	6. 39
7 ε Aurigae .	4	71	54	37. 5	64. 15	46	29	20. 5	6. 23
8 ζ Aurigae .	4	72	7	51 0	62. 50	49	13	56. 9	6. 16
102 ι Tauri .	4.5	72	47	15. 9	53. 51	68	42	32. 5	5. 88
10 η Aurigae .	4	73	7	39. 6	62. 80	49	3	8. 5	5. 70
2 ε Leporis .	4	74	14	54. 0	37. 98	112	38	55. 0	5. 45
67 β Eridani .	3	74	30	20 8	43. 93	95	21	22. 0	5. 25
69 λ Eridani .	4	74	53	40. 5	42. 97	99	1	16. 5	5. 23
13 α Aurigae .	1	75	29	0. 9	66. 12	44	13	22. 5	4. 59
3 ι Leporis .	4.5	75	44	33. 0	41. 86	102	7	11. 0	4. 94
19 β Orionis .	1	76	13	57. 4	43. 10	98	26	36. 4	4. 76
40 τ Orionis .	4	76	58	30. 0	43. 61	97	4	18. 0	4. 52
6 λ Leporis .	4.5	77	35	25. 8	41. 37	103	23	36. 8	4. 31

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz		
9 ι Urs. maj.	3.4	131°	21′	37.″5	62.″20	41°	11′	2.″5
12 κ Urs. maj.	4.5	132	28	36.0	62.44	42	3	51.0
λ Navis . .	3.4	135	9	45.7	32.98	132	37	48.0
22 θ Hydrae .	4.5	135	59	14.2	46.92	86	50	59.5
38 Lyncis .	4	136	35	16.0	56.95	52	21	37.2
40 Lyncis .	4.5	137	12	28.5	55.36	54	46	13.7
23 h Ursae .	4	138	53	52.5	72.90	26	4	30.0
30 α Hydrae .	2	139	26	20.2	44.10	97	47	54.5
25 θ Ursae .	3	139	50	52.8	61.15	37	25	14.6
4 λ Leonis .	4.5	140	4	16.5	51.73	66	9	27.5
ψ Navis . .	4.5	140	42	28.8	35.54	129	35	50.0
14 ο Leonis .	4	142	36	53.7	48.14	79	12	16.6
17 ε Leonis .	3	143	37	2.2	51.48	65	18	42.0
29 υ Urs. maj.	4.5	144	9	41.1	65.76	30	1	48.7
24 μ Leonis .	3	145	20	21.3	51.45	63	3	28.6
29 π Leonis .	4.5	147	24	28.8	47.63	81	0	7.5
30 η Leonis .	3.4	149	6	7.5	49.28	72	16	5.0
32 α Leonis .	1	149	25	33.4	48.10	77	3	38.0
41 λ Hydrae .	4.5	150	12	33.0	43.68	101	22	14.0
33 λ Urs maj. .	3.4	151	14	38.1	55.33	46	5	35.5
36 ζ Leonis .	4.5	151	23	5.1	50.32	65	35	28.5
q Navis . . .	4	151	35	25.0	37.70	131	8	0.0
41 γ Leonis .	2	152	13	50.7	49.95	69	9	7.8
34 μ Urs. maj.	3	152	35	22.3	54.21	47	30	0.0
r Navis . . .	4.5	153	26	35.4	38.34	130	38	48.1
30 Leon. min. .	4.5	153	36	0.7	51.96	55	11	25.0
31 Leon. min. .	4.5	154	3	54.0	52.83	52	16	23.0
42 μ Hydrae .	4	154	6	18.0	43.35	105	49	9.2
α Antl. Pneum.	4.5	154	30	15.9	41.04	120	3	12.2
47 ρ Leonis .	4	155	34	0.9	47.41	79	40	5.5
37 Leon. min.	4	156	51	24.0	51.13	56	59	20.7
42 Leon. min.	4.5	158	40	33.3	50.54	58	16	5.0
4 υ Hydrae . .	4	159	56	26.7	44.24	105	8	59.8
46 Leon. min. .	4.5	160	31	18.5	50.77	54	42	38.7
54 Leonis . .	4.5	161	11	20.1	49.17	64	11	11.1
48 β Urs. maj.	2	162	25	9.0	55.66	32	32	55.5
7 α Hyd. et Crat.	4	162	30	33.0	43.58	107	14	11.2
50 α Urs. maj.	1.2	162	48	52.2	57.35	27	10	21.6
63 χ Leonis .	4.5	163	40	20.1	46.35	81	35	6.0
52 ψ Ursae .	3.4	164	35	30.0	51.40	44	25	7.2

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz			Jährl. Aenderung —
31 ξ² Geminor.	4	98°	30′	35.″2	50.″52	76°	54′	3.″5	3.″17
9 α Can. maj.	1	99	4	59. 2	39. 68	106	27	6. 2	4. 31
13 κ² Canis .	4	100	35	34. 5	33. 48	122	17	9. 5	3. 65
16 ε¹ Canis .	4	101	27	30. 7	37. 21	113	56	37. 0	3. 99
20 ι Canis . .	4.5	101	48	15. 0	40. 11	106	48	17. 0	4. 10
Camelopard. .	4.5	102	2	27. 9	200.24	7	15	8. 0	4. 19
21 ε Can. maj.	2.3	102	41	28. 9	35. 27	118	42	30. 3	4. 34
43 ζ Geminor.	4	103	3	33. 9	53. 48	69	9	0. 0	4. 58
22 σ Canis .	3.4	103	26	18. 1	25. 77	117	39	27. 4	4. 66
24 ο² Canis .	4	103	40	5. 4	37. 53	113	33	2. 0	4. 72
23 γ Can. maj.	4	103	40	36. 3	40. 69	105	20	51. 0	4. 78
25 δ Can. maj.	3.4	105	3	53. 5	36. 51	116	5	5. 2	5. 11
22 Monocerotis	4.5	105	24	44. 2	45. 98	90	10	23. 0	5. 33
27 E¹ Canis .	4.5	106	31	32. 2	36. 69	116	0	59. 5	5. 73
54 λ Geminor.	4.5	106	38	51. 9	51. 78	73	6	41. 0	5. 79
55 δ Geminor.	3.4	107	2	27. 6	53. 86	67	39	45. 7	5. 83
π Navis . .	3.4	107	31	1. 5	31. 75	126	44	46. 7	6. 04
60 ι Geminor.	4	108	19	18. 0	55. 98	61	49	3. 6	6. 39
31 η Can. maj	3	109	2	42. 6	35. 44	118	55	18. 0	6. 55
3 β Can. min.	3	109	4	24. 4	48. 88	81	19	8. 0	6. 52
66 α Gem. praec.	3.4	110	27	7. 2	57. 77	57	41	15. 0	7. 11
— — — seq.	3	110	27	13. 0	57. 77	57	41	15. 0	7. 11
σ Navis . . .	4	110	43	10. 5	28. 17	132	54	10. 5	6. 80
10 α Can. min.	1.2	112	12	21. 7	47. 19	84	16	21. 5	8. 56
26 Monocerotis	4.5	112	55	21. 0	43. 08	99	5	39. 7	7. 81
77 κ Geminor.	4	113	5	15. 0	54. 43	65	8	7. 3	7. 89
78 β Geminor	2	113	15	49. 6	55. 33	61	30	13. 2	8. 03
C Navis . .	4	114	32	1. 5	32. 04	127	29	27. 0	8. 33
7 ξ Argo. Navis	4	115	13	15. 0	37. 75	114	22	0. 0	8. 55
P Navis . .	4.5	115	47	13. 5	27. 40	135	52	32. 0	8. 73
ζ Argo. Navis .	3	119	8	19. 5	31. 62	129	26	46. 8	9. 77
15 1 Argo. Navis	3.4	119	45	20. 8	38. 17	113	44	8. 7	9. 87
17 β Caneri .	4	121	24	49. 6	48. 86	80	12	30. 0	10. 48
Q Navis . .	4.5	122	46	8. 4	33. 76	126	2	45. 5	10. 86
10 Urs. maj. .	4.5	123	22	45. 0	76. 43	28	37	46. 0	11. 08
4 δ Hydrae .	4	126	45	49. 5	47. 84	83	36	28. 3	12. 01
47 δ Caneri .	4.5	128	19	27. 4	51. 32	71	7	13. 5	12. 65
α Pixidis Naut.	4.5	128	53	25. 0	36. 10	122	28	22. 2	12. 60
11 ε Hydrae .	4	129	2	34. 5	47. 99	82	51	26. 0	12. 64
16 ζ Hydrae .	4	131	12	13. 8	47. 95	83	18	5. 9	13. 70

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension	Jährl. Aenderung +	Poldistanz	Jährl. Aenderung —
9 ι Urs. maj.	3.4	131° 21′ 37.″5	62.″20	41° 11′ 2.″5	13.″58
12 κ Urs. maj.	4.5	132 28 36. 0	62. 44	42 3 51. 0	13. 85
λ Navis . .	3.4	135 9 45. 7	32. 98	132 37 48. 0	14. 17
22 θ Hydrae .	4.5	135 59 14. 2	46. 92	86 50 59. 5	14. 80
38 Lyncis .	4	136 35 16. 0	56. 95	52 21 37. 2	14. 77
40 Lyncis .	4.5	137 12 28. 5	55. 36	54 46 13. 7	14. 86
23 h Ursae .	4	138 53 52. 5	72. 90	26 4 30. 0	15. 16
30 α Hydrae .	2	139 26 20. 2	44. 10	97 47 54. 5	15. 29
25 θ Ursae .	3	139 50 52. 8	61. 15	37 25 14. 6	15. 94
4 λ Leonis .	4.5	140 4 16. 5	51. 73	66 9 27. 5	15. 39
ψ Navis . .	4.5	140 42 28. 8	35. 54	129 35 50. 0	15. 53
14 ο Leonis .	4	142 36 53. 7	48. 14	79 12 16. 6	15. 98
17 ε Leonis .	3	143 37 2. 2	51. 48	65 18 42. 0	16. 13
29 υ Urs. maj.	4.5	144 9 41. 1	65. 76	30 1 48. 7	16. 58
24 μ Leonis .	3	145 20 21. 3	51. 45	63 3 28. 6	16. 57
29 π Leonis .	4.5	147 24 28. 8	47. 63	81 0 7. 5	16. 92
30 η Leonis .	3.4	149 6 7. 5	49. 28	72 16 5. 0	17. 24
32 α Leonis .	1	149 25 33. 4	48. 10	77 3 38. 0	17. 28
41 λ Hydrae .	4.5	150 12 33. 0	43. 68	101 22 14. 0	17. 47
33 λ Urs maj. .	3.4	151 14 38. 1	55. 33	46 5 35. 5	17. 64
36 ζ Leonis .	4.5	151 23 5. 1	50. 32	65 35 28. 5	17. 64
q Navis . . .	4	151 35 25. 0	37. 70	131 8 0. 0	17. 65
41 γ Leonis .	2	152 13 50. 7	49. 95	69 9 7. 8	17. 95
34 μ Urs. maj.	3	152 35 22. 3	54. 21	47 30 0. 0	17. 78
r Navis . . .	4.5	153 26 35. 4	38. 34	130 38 48. 1	17. 95
30 Leon. min. .	4.5	153 36 0. 7	51. 96	55 11 25. 0	18. 05
31 Leon. min. .	4.5	154 3 54. 0	52. 83	52 16 23. 0	18. 05
42 μ Hydrae .	4	154 6 18. 0	43. 35	105 49 9. 2	18. 12
α Antl. Pneum.	4.5	154 30 15. 9	41. 04	120 3 12. 2	18. 10
47 ρ Leonis .	4	155 34 0. 9	47. 41	79 40 5. 5	18. 27
37 Leon. min.	4	156 51 24. 0	51. 13	56 59 20. 7	18. 44
42 Leon. min.	4.5	158 40 33. 3	50. 54	58 16 5. 0	18. 69
4 ν Hydrae . .	4	159 56 26. 7	44. 24	105 8 59. 8	18. 65
46 Leon. min. .	4.5	160 31 18. 5	50. 77	54 42 38. 7	18. 92
54 Leonis . .	4.5	161 11 20. 1	49. 17	64 11 11. 1	18. 99
48 β Urs. maj.	2	162 25 9. 0	55. 66	32 32 55. 5	19. 07
7 α Hyd. et Crat.	4	162 30 33. 0	43. 58	107 14 11. 2	19. 08
50 α Urs. maj.	1.2	162 48 52. 2	57. 35	27 10 21. 6	19. 1[illegible]
63 χ Leonis .	4.5	163 40 20. 1	46. 35	81 35 6. 0	19. 2[illegible]
52 ψ Ursae .	3.4	164 35 30. 0	51. 40	44 25 7. 2	19. 4[illegible]

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz			Jährl. Aenderung —
11 β Crateris	4	165°	27′	34.″5	44.″08	11°	44′	9.″0	19.″53
68 δ Leonis .	3	165	51	43. 5	48. 16	68	22	56. 0	19. 57
70 θ Leonis .	3	165	55	54. 1	47. 33	73	28	45. 0	19. 52
53 ξ Urs. maj.	4	166	52	10. 0	48. 44	57	20	52. 6	20. 18
54 γ Urs. maj.	4	166	54	26. 1	49. 10	55	48	58. 0	19. 49
12 δ Crateris .	3.4	167	20	15. 0	44. 78	103	41	48. 6	19. 64
77 σ Leonis . .	4	167	42	14. 4	46. 41	82	52	35. 5	19. 65
78 ι Leonis .	4	168	22	18. 0	46. 87	78	22	12. 5	19. 68
15 χ Crateris . .	4	168	43	29. 5	44. 58	106	35	12. 5	19. 66
84 τ Leonis .	4	169	24	42. 1	46. 27	86	2	35. 5	19. 74
1 λ Draconis .	3.4	169	50	27 0	55. 85	19	34	0. 3	19. 84
87 E Leonis .	4.5	170	1	29. 1	45. 90	91	54	4. 0	19. 78
19 ξ Hydrae .	4	170	47	46. 5	43. 71	120	45	8. 5	19. 92
21 θ Crateris .	4	171	38	6. 3	45. 45	98	41	47. 0	19. 80
91 υ Leonis .	4.5	171	40	37. 0	46. 00	89	43	13. 0	19. 80
27 ζ Crateris .	4	173	39	35. 1	45. 29	107	14	21. 5	20. 03
63 χ Urs. maj.	4	173	51	22. 5	48. 14	41	6	43. 4	20. 02
3 ν Virginis .	4.5	173	58	35. 1	46. 25	82	21	1. 0	20. 13
93 Leouis . .	4	174	24	45. 9	46. 80	68	40	11. 0	19. 97
94 β Leonis .	2.3	174	42	42. 0	46. 03	74	18	35. 3	20. 06
5 β Virginis .	3 4	175	4	7. 8	46. 89	87	6	30. 0	20. 29
28 β Hydrae .	4	175	42	35. 5	44. 87	122	47	44. 0	20. 14
63 γ Urs. maj.	2	175	48	37. 2	48. 18	45	11	37. 0	20. 04
9 ο Virginis .	4.5	178	45	13. 5	45. 92	80	9	19. 5	20. 03
1 α Corvi . .	4.5	179	31	50. 1	46. 03	113	36	44. 7	19. 90
2 ε Corvi . .	4	179	57	52. 5	46. 03	111	30	25. 0	20. 16
69 δ Urs. maj.	3	181	21	46. 0	45. 22	31	51	19. 8	20. 14
4 γ Corvi . .	3	181	23	3. 3	45. 86	106	25	47. 0	20. 00
15 η Virginis .	3.4	182	25	10 2	45. 98	90	33	13. 0	20. 09
16 α Berenices .	4.5	184	14	26. 7	45. 25	62	3	53. 0	20. 01
ρ Centauri . .	4	184	26	53. 4	47. 25	127	55	46. 0	20. 00
7 δ Corvi . .	3	184	52	59. 4	46. 44	105	23	58. 6	20. 19
8 η Corvi . .	4.5	185	26	45. 0	46. 13	105	5	9. 0	20. 10
9 β Corvi . .	2.3	185	58	35. 1	46. 90	112	17	19. 5	19. 95
8 Can. ven. .	4.5	186	3	15. 0	43. 08	37	33	10. 5	19. 62
5 κ Draconis .	3.4	186	12	49. 0	39. 27	19	6	27. 3	20. 13
23 k Berenices	4.5	186	12	59. 5	45. 08	66	16	1. 5	19. 95
29 γ' Virginis .	4	187	52	57. 0	45. 34	90	20	59. 0	19. 78
γ'' Virginis . .	4	187	52	59. 1	45. 29	90	21	2. 0	19. 79
77 ε Urs. maj. .	3	191	17	43. 2	40. 22	32	57	7. 5	19. 78

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz			Jährl. Aenderung −
43 δ Virginis .	3.4	191°	22′	57.″9	45.″08	85°	30′	43.″8	19.″69
12 Can. venat.	2.3	191	39	42. 3	42. 42	50	35	55. 0	19. 61
36 Berenices .	4.5	192	15	20. 4	44. 62	71	30	28. 8	19. 61
47 ε Virginis .	3.4	193	3	17. 4	44. 70	77	57	43. 3	19. 48
41 Comae Beren.	4	194	23	29. 2	43. 31	61	17	53. 0	19. 44
1 ψ Hydrae .	4.5	194	34	36. 0	48. 00	112	2	40. 2	19. 51
51 θ Virginis .	4.5	194	54	7. 0	46. 29	94	28	2. 4	19. 44
42 Berenices .	4.5	195	3	46. 0	43. 84	71	24	32. 3	19. 22
61 Virginis . .	4.5	196	59	25. 5	46. 55	107	11	40. 0	20. 27
2 γ Hydrae . .	4.5	197	1	9. 0	48. 57	112	6	41. 0	19. 29
ι Centauri . .	3	197	21	2. 5	50. 33	125	39	8. 0	19. 15
67 α Virginis .	1	198	40	6. 3	47. 09	100	6	44. 0	19. 04
79 ζ Urs. maj. .	3	198	57	27. 0	36. 30	34	1	34. 2	18. 99
Variab. Hydr. .	..	199	42	13. 0	48. 81	112	14	31. 8	18. 89
D Centauri .	4	199	52	33. 0	51. 44	128	22	5. 5	18. 87
79 ζ Virginis .	4	201	7	41. 1	45. 58	89	34	4. 4	18. 64
ν Centauri . .	4	204	23	34. 5	53. 16	130	41	1. 0	18. 27
μ Centauri . .	4	204	24	32. 1	53. 37	131	28	11. 5	18. 27
85 η Urs. maj.	2.3	204	54	33. 7	35. 35	39	41	0. 8	18. 20
5 υ Bootis . .	4	204	57	24. 6	43. 48	73	12	13. 8	18. 19
3 k Cent. praec.	4.5	205	5	1. 5	51. 43	121	59	42. 0	18. 30
ζ Centauri . .	3	205	47	10. 0	55. 17	136	17	44. 0	18. 07
8 η Bootis . .	3	206	17	22. 5	42. 81	70	35	38. 0	18. 39
10 i Draconis .	4.5	206	23	39. 0	25. 95	24	17	8. 0	18. 14
93 τ Virginis .	4.7	207	52	10. 0	45. 63	87	28	50. 3	17. 74
5 θ Centauri .	2	208	44	31. 8	52. 26	125	22	41. 0	17. 99
5 π Hydrae .	4.5	208	45	16. 0	50. 77	115	42	41. 0	17. 77
11 α Draconis .	3.4	209	44	36. 6	24. 21	24	39	52. 3	17. 33
98 κ Virginis .	4	210	33	40. 8	47. 54	99	20	8. 0	17. 15
99 ι Virginis .	4	211	23	7. 8	46. 95	95	2	20. 0	17. 60
16 α Bootis .	1	211	38	6. 6	40. 99	69	46	11. 7	19. 04
ι Lupi . . .	4.5	211	40	0. 1	56. 62	135	7	30. 0	17. 03
100 λ Virginis	4	212	4	36. 7	48. 31	102	26	33. 0	16. 93
19 λ Bootis .	4	212	11	31. 0	34. 02	42	59	16. 0	16. 71
21 ι Bootis . .	4.5	212	16	4. 8	31. 84	37	42	19. 0	16. 99
23 θ Bootis .	4	214	35	41. 4	30. 24	37	13	12. 0	17. 06
η Centauri . .	3	215	43	4. 0	56. 32	131	16	9. 0	16. 29
25 ρ Bootis .	4	215	48	7. 0	38. 85	58	44	40. 0	16. 18
24 γ Bootis .	3.4	216	0	14. 1	36. 29	50	48	37. 7	16. 08
29 π Bootis .	3.4	217	49	52. 2	42. 21	72	42	59. 6	15. 85

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz			Jährl. Aenderung —
30 ζ Bootis .	3.4	217°53′		59.″4	42.″83	75°	24″	20.″0	15.″80
107 μ Virginis	4.5	218	8	2. 1	47. 19	94	46	48. 0	16. 12
34 Bootis . .	4.5	218	39	22. 9	39. 55	62	36	53. 5	15. 67
35 ο Bootis . .	4.5	218	58	37. 5	41. 97	72	10	52. 7	15. 70
109 Virginis .	4	219	2	10. 0	45. 43	87	15	19. 6	15. 59
36 ε Bootis .	3	219	3	43. 2	39. 57	62	4	31. 5	15. 62
9 α² Librae .	3	219	57	34. 0	49. 34	105	12	4. 0	15. 46
37 ξ Bootis .	3.4	220	32	28. 0	41. 54	70	3	42. 4	15. 43
β Lupi . . .	3.4	221	22	28. 5	58. 17	132	18	58. 0	15. 27
χ Centauri .	3	221	33	13. 0	57. 73	131	17	27. 0	15. 02
19 δ Librae .	4.5	222	34	33. 0	47. 89	97	42	55. 8	14. 77
7 β Urs. min. .	3	222	51	40. 0	—5.10	15	1	39. 6	14. 89
20 γ Librae .	3.4	223	5	55. 5	52. 14	114	29	6. 5	14. 73
42 β Bootis .	3	223	36	8. 1	33. 73	48	48	49. 0	14. 55
2 δ Lupi . .	4.5	226	25	30. 0	54. 24	119	24	6. 5	13. 90
27 β Librae .	2.3	226	33	55. 0	47. 95	98	38	4. 7	13. 87
49 δ Bootis .	3.4	226	51	32. 4	36. 24	55	55	52. 0	13. 79
ε Lupi . . .	4.5	227	17	28. 0	60. 25	133	57	20. 5	13. 61
51 μ Bootis .	4	229	13	59. 1	33. 83	51	54	48. 8	12. 94
3 β Cor. bor. .	4	229	53	45. 0	37. 25	60	11	47. 0	12. 78
12 ι Draconis .	3	230	7	25. 0	19. 72	30	19	46. 0	12. 71
13 γ Urs. min.	3.4	230	17	10. 8	—3.05	17	27	16. 0	12. 82
γ Lupi . . .	4	230	28	3. 0	59. 25	130	28	49. 0	12. 77
37 Librae . .	4	230	48	57. 0	48. 93	99	22	5. 5	12. 98
38 γ Librae .	4.5	231	5	25. 5	50. 11	104	6	38. 0	12. 57
4 θ Cor. bor. .	4.5	231	12	59. 4	36. 25	57	57	37. 0	12. 57
13 δ Serpentis	3	231	18	48. 0	42. 87	78	46	58. 0	12. 47
5 α Cor. bor. .	2	231	33	17. 7	37. 80	62	36	12. 0	12. 58
40 Librae . .	4.5	231	36	7. 0	54. 90	119	6	25. 4	12. 54
44 η Librae .	4.5	233	12	34. 5	50. 11	105	1	24. 8	12. 15
24 α Serpentis	2.3	233	36	22. 2	43. 94	82	56	6 3	11. 86
27 λ Serpentis	4.5	234	11	9. 7	43. 76	82	0	38. 8	11. 74
28 β Serpentis	3.4	234	14	23. 4	41. 35	73	56	30. 8	11. 68
λ Lupi . . .	4.5	234	34	19. 5	56. 66	123	0	16. 2	11. 63
32 μ Serpentis	3.4	234	47	56. 1	46. 80	92	48	24. 1	11. 57
35 κ Serpentis	4	234	56	5. 4	40. 40	71	13	52. 0	11. 63
ε Serpentis .	3	235	12	48. 6	44. 69	84	54	35. 6	11. 46
10 δ Cor. bor.	4.5	235	18	7. 0	37. 75	63	18	36. 2	11. 42
46 θ Librae .	4.5	235	36	54. 0	50. 93	106	7	47. 7	11. 22
5 ρ Scorpii .	4	236	8	30. 0	55. 14	118	37	0. 7	11. 35

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz			Jährl. Aenderung —
6 π Scorpii .	3.4	236°	41′	42.″6	54.″15	115°	31′	30.″8	11.″21
41 γ Serpentis	3	236	48	20. 1	41. 47	73	40	32. 2	12. 29
7 δ Scorpii .	3	237	7	59. 4	52. 86	112	2	20. 5	10. 99
13 ε Cor. bor.	4.5	237	19	39. 0	37. 18	62	32	3. 0	10. 88
16 ζ Urs. min.	4	237	52	37. 0	—36. 76	11	35	52. 0	10. 81
51 Librae .	4.5	238	20	48. 0	49. 07	100	48	32. 9	10. 63
θ Lupi . .	4	238	22	26. 4	58. 56	126	14	37. 0	10. 52
44 π Serpentis	4.5	238	25	13. 5	38. 50	66	37	50. 5	10. 42
8 β Scorpii .	2	238	27	27. 6	52. 04	109	14	42. 0	10. 60
9 ω¹ Scorpii	4.5	238	46	58. 0	52. 26	110	6	51. 4	10. 53
10 ω² Scorpii	4.5	238	55	26. 4	52. 27	110	18	52. 5	10. 48
13 θ Draconis	3.4	239	32	19. 0	17. 14	30	53	47. 4	9. 87
14 ν Scorpii	4	240	5	54. 3	51. 94	108	55	42. 3	10. 08
1 δ Ophiuchi	3	240	58	7. 5	46. 86	93	10	3. 0	9. 82
2 ε Ophiuchi	3	241	56	15. 6	47. 49	94	11	33. 5	9. 41
20 σ Scorpii	4	242	15	49. 8	54. 30	115	5	55. 8	9. 38
20 γ Herculis	3.4	243	16	31. 0	39. 61	70	22	0. 5	8. 93
22 τ Herculis	4	243	26	2. 1	26. 94	43	12	21. 0	8. 97
21 α Scorpii	1	244	17	32. 2	54. 80	115	58	26. 0	8. 80
8 φ Ophiuchi	4.5	244	55	37. 0	51. 35	106	9	47. 6	8. 57
10 λ Ophiuchi	4	245	12	28. 5	45. 24	87	33	58. 7	8. 47
14 η Draconis	3	245	19	27. 0	11. 80	28	1	49. 0	8. 43
27 β Herculis	2.3	245	24	20. 7	38. 47	68	3	53 5	8. 39
29 h Herculis	4.5	245	48	48. 0	41. 90	78	4	17. 6	8. 28
23 τ Scorpii	3.4	245	51	50. 4	55. 65	117	47	10. 5	8. 37
13 ζ Ophiuchi	3.4	246	32	22. 7	49. 49	100	8	56. 3	7. 89
35 σ Herculis	4	246	54	52. 0	28. 61	47	8	34. 5	7. 84
15 A Draconis	4.5	247	6	30. 0	—2. 62	20	47	57. 0	7. 80
40 ζ Herculis	3	248	26	10. 5	33. 71	58	1	33. 5	6. 90
44 η Herculis	3	249	0	34. 0	30. 46	50	41	21. 5	7. 28
26 ε Scorpii	3	249	18	32. 2	58. 01	123	54	53. 0	5. 27
μ¹ Scorpii .	3 4	249	35	16. 0	60. 57	127	41	15. 0	7. 00
μ² Scorpii .	4	249	42.	17. 7	60. 56	127	39	35. 4	7. 96
25 ι Ophiuchi	4	251	8	16. 0	42. 52	79	29	35. 0	6. 49
27 κ Ophiuchi	4	252	3	7. 0	42. 48	80	18	8. 8	6. 10
58 ε Herculis	3	253	9	34. 5	34. 22	58	46	11. 6	5. 76
η Scorpii .	4	254	27	50. 4	64. 04	132	57	27. 0	5. 38
35 η Ophiuchi	2.3	254	43	48. 6	51. 36	105	27	46. 0	5. 20
21 μ Draconis	4	255	18	0. 0	18. 39	35	15	40. 8	4. 93
36 A Ophiuchi	4.5	255	46	3. 0	55. 06	116	17	37. 2	6. 18

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz			Jährl. Aenderung —
64 α Herculis	3.4	256°	22′	57.″1	40.″84	75°	22′	12.″3	4.″60
41 Ophiuchi	4.5	256	35	18.0	46.35	90	12	25.8	4.69
65 δ Herculis	4	256	42	13.2	36.70	64	54	52.6	4.76
22 ε Urs. min.	4	256	43	55.0	—98.43	7	39	24.6	4.61
67 π Herculis	3.4	257	1	16.5	31.28	52	57	25.6	4.51
22 ζ Draconis	3	257	3	28.0	1.88	24	2	17.7	4.45
40 ρ Ophiuchi	4.5	257	15	22.0	53.65	110	53	1.0	4.50
53 ν Serpentis	4.5	257	23	51.6	50.68	102	37	47.0	4.30
42 θ Ophiuchi	3.4	257	26	5.4	55.00	114	47	4.0	4.44
68 u Herculis	4	257	29	10.5	33.20	56	40	32.0	4.35
69 e Herculis	4.5	257	41	37.0	30.99	52	29	22.5	4.28
49 σ Ophiuchi	4.5	259	8	56.4	44.55	85	40	24.5	3.68
75 ρ Herculis	4	259	11	44.1	31.00	52	39	38.7	3.76
34 υ Scorpii	3.4	259	17	46.0	61.02	127	7	7.4	3.73
35 λ Scorpii	3	260	0	39.6	60.82	126	56	26.6	3.50
67 λ Herculis	4.5	260	39	54.0	36.22	63	43	44.5	3.25
55 α Ophiuchi	2	261	24	48.6	41.65	77	16	57.0	3.18
23 β Draconis	2	261	28	45.6	19.95	37	32	41.3	2.97
κ Scorpii	3	262	9	58.8	62.08	128	54	34 0	2.74
56 o Serpentis	4.5	262	32	42.0	50.54	102	45	14.8	2.59
60 β Ophiuchi	3	263	23	55.5	44.35	85	20	11.9	2.09
ι¹ Scorpii	4.5	263	24	3.0	62.78	130	1	52.5	2.31
85 ρ Herculis	4	263	27	12.0	25.31	43	52	48.5	2.31
γ Telescopii	4	264	3	46.5	61.06	126	57	42.0	2.08
62 γ Ophiuchi	4	264	28	1.5	45.08	87	12	17.0	2.04
86 μ Herculis	4	264	39	28.5	35.20	62	9	11.2	2.71
64 ν Ophiuchi	4	267	0	16.0	49.48	99	44	3.5	1.05
91 θ Herculis	4	267	20	54.0	30.61	52	42	51.9	0.87
92 ξ Herculis	4	267	29	55.5	34.80	69	43	13.3	0.88
32 ξ Draconis	3.4	267	31	1.0	15.28	33	5	31.0	0.57
67 o Ophiuchi	4	267	39	26.1	45.00	87	2	44.0	0.82
33 γ Draconis	2	267	59	26.4	20.51	38	28	55.5	0.77
10 γ² Sagittarii	4	268	14	30.0	57.77	120	24	35.5	0.77
10 p Ophiuchi	4.5	268	50	18.0	45.44	87	26	28.5	1.58
72 s¹ Ophiuchi	4	269	28	1.0	42.67	80	27	7.7	0.19
103 o Herculis	4	269	56	8.1	35.03	61	15	18.4	0.02
13 μ¹ Sagittarii	3.4	270	27	3.1	53.70	111	5	45.7	0.07
β Telescopii	4	271	1	28.5	60.86	126	48	14.7	0.29
19 δ Sagittarii	3.4	272	2	50.4	57.67	119	53	50.5	0.62
20 ε Sagittarii	3	272	43	27.0	59.64	124	27	40.7	0.87

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz			Jährl. Aenderung −
58 η Serpentis	4	272°	44′	28.″0	46.″40	92°	56′	16.″5	0.″28
α Telescopii	4.5	273	2	6. 0	66. 82	136	3	32. 0	1. 05
1 κ Lyrae .	4.5	273	12	50. 4	31. 49	54	1	0. 7	1. 12
22 λ Sagittarii	4	273	54	24. 3	55. 49	115	31	1. 0	1. 12
44 χ Draconis	4.5	276	9	39. 0	—16. 06	17	21	26. 7	1. 82
3 α Lyrae .	1	277	32	29. 4	30. 44	51	23	39. 2	2. 88
27 φ Sagittarii	4.5	278	17	23. 4	56. 35	117	10	50. 5	2. 84
23 δ Urs. min.	3	279	8	46. 0	—284.68	3	26	17. 5	3. 19
10 β Lyrae .	3	280	40	24. 6	33. 04	56	51	36. 8	3. 46
34 σ Sagittarii	3	280	42	52. 0	55. 82	116	31	47. 2	3. 63
43 θ' Serpentis	4.5	281	34	9. 6	44. 72	86	2	39. 5	4. 34
38 ζ Sagittarii	3.4	282	28	9. 6	57. 24	120	9	1. 6	4. 32
13 ε Aquilae	3.4	282	38	7. 0	40. 69	75	11	30. 7	4. 31
14 γ Lyrae .	3	282	51	53. 1	33. 69	57	34	32. 2	4. 38
39 ο Sagittarii	4.5	283	10	22. 8	53. 91	112	1	9. 6	4. 54
40 τ Sagittarii	4	283	36	38. 1	56. 22	117	56	51. 0	4. 43
16 λ Antinoi	3	283	54	26. 4	47. 73	95	10	9. 8	4. 81
17 ζ Aquilae	3	284	3	15. 0	41. 26	76	25	18. 5	4. 76
41 π Sagittarii	4.5	284	27	56. 2	53. 55	111	19	38. 0	4. 87
β' Sagittarii	4	287	3	30. 0	65. 14	134	49	0. 0	5. 81
β² Sagittarii	4	287	11	18. 0	65. 69	135	9	30. 0	5. 82
α Sagittarii	4.5	287	30	3. 0	62. 72	130	58	30. 3	5. 97
57 δ Draconis	3	288	6	58. 0	0. 50	22	41	24. 3	6. 26
1 κ Cygni .	4	288	7	5. 1	20. 75	36	59	43. 0	6. 38
30 δ Aquilae	3.4	288	51	10. 0	45. 31	87	16	19. 0	6. 58
60 τ Draconis	4.5	289	49	37. 5	—15. 62	17	1	12. 0	6. 80
58 π Draconis	4	289	54	8. 1	4. 96	24	40	8. 8	6. 83
Lucida Anseris	4	290	5	42. 0	37. 24	65	43	49. 3	6. 78
6 β' Cygni .	3	290	39	49. 5	36. 18	62	27	3. 7	7. 13
38 μ Aquilae	4.5	291	4	43. 5	44. 01	83	2	3. 3	7. 09
52 h² Sagittarii	4.5	291	7	48. 6	54. 92	115	18	39. 2	7. 23
39 k Antinoi .	4	291	31	53. 5	48. 58	97	27	34. 7	7. 28
13 θ Cygni .	4	292	46	4. 8	24. 11	40	14	8. 1	8. 11
5 α Sagittae	4	292	47	18. 6	40. 08	72	26	7. 4	7. 78
12 φ Cygni	4	292	52	12. 6	35. 44	60	17	54. 6	7. 90
50 γ Aquilae	3	294	11	14. 4	42. 83	79	51	48. 6	8. 26
7 δ Sagittae	4	294	36	59. 1	40. 10	71	56	58. 3	8. 36
18 δ Cygni .	3.4	294	40	49. 0	27. 91	45	20	59. 4	8. 49
53 α Aquilae	1.2	295	15	20. 5	43. 89	81	38	54. 8	8. 94
Sagit. 1624C.A.	4.5	295	21	27. 4	62. 58	132	22	40. 4	8. 59

I.

…	Poldistanz			Jährl. Aende-rung
78	89°	29′	44.″8	8.68
15	84	4	54.8	8.37
96	71	2	25.0	9.53
50	118	15	6.8	9.30
38	91	24	12.7	10.17
97	103	6	51.5	10.44
07	103	9	10.2	10.80
27	43	51	31.2	10.76
28	62	47	26.0	10.59
90	34	2	22.2	10.69
79	42	53	39.5	10.73
67	105	24	3.6	10.68
19	50	22	35.2	11.18
53	12	53	52.0	11.17
66	60	17	26.2	11.62
98	79	21	59.0	11.77
19	76	5	24.0	12.17
62	74	47	2.5	12.34
70	115	58	41.1	12.25
12	45	25	40.2	12.53
83	100	13	1.5	12.74
40	95	44	58.7	12.71
76	74	35	14.0	12.72
71	124	30	26.8	12.72
2	56	46	14.0	13.17
5	28	56	3.7	13.79
7	99	43	22.6	12.96
4	62	41	41.4	13.32
5	49	35	45.8	13.69
1	46	51	51.0	14.03
1	60	35	10.5	14.38
7	80	47	41.7	14.19
0	85	34	14.0	14.56
1	51	26	16.8	14.77
3	55	56	9.6	14.73
60	71	2	37.3	15.01
55	28	15	31.2	14.94
46	113	16	4.5	14.80
43	96	26	33.0	15.28
14	20	18	57.2	15.67

Tafel XXVI.

Namen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz			Jährl. Aenderung —
40 γ Capricorni	4	322°	14′	51.″0	50.″08	107°	33′	26.″2	15.″76
9 ι Pisc. aust.	4.5	323	14	55. 0	54. 10	123	55	45. 8	16. 16
8 ε Pegasi	2.3	323	35	25. 0	44. 27	81	2	4. 7	16. 15
80 π' Cygni	4.5	323	45	2. 4	31. 60	39	43	6. 3	16. 14
9 g Pegasi	4.5	323	45	40. 0	42. 61	73	33	38. 0	16. 21
10 κ Pegasi	4	323	53	57. 0	40. 59	65	16	2. 7	16. 21
49 δ Capricorni	3.4	323	59	46. 5	49. 89	107	1	36. 2	15. 97
11 Cephei	4.5	324	43	51. 0	13. 57	19	36	29. 4	16. 34
10 Cephei	4.5	324	55	4. 0	25. 90	29	47	55. 8	16. 42
γ Gruis	4	325	26	31. 5	55. 03	128	17	47. 2	16. 49
34 α Aquarii	3	328	52	36. 0	46. 15	91	17	6. 1	17. 13
33 ι Aquarii	4.5	328	54	20. 4	48. 77	104	49	55. 0	17. 10
24 ι Pegasi	4	329	25	39. 0	41. 75	65	37	32. 0	17. 33
26 θ Pegasi	4	330	1	39. 0	44. 86	84	46	47. 2	17. 49
29 π Pegasi	4	330	16	48. 6	39. 77	57	47	52. 3	17. 42
21 ζ Cephei	4	330	58	52. 0	30. 79	32	46	52. 7	17. 43
43 θ Aquarii	4.5	331	34	1. 5	47. 47	98	46	23. 0	17. 46
23 ε Cephei	4.5	331	55	17. 1	32. 01	33	57	0. 5	17. 70
48 γ Aquarii	4	332	49	48. 3	46. 31	92	23	20. 4	17. 90
31 Pegasi	4.5	332	55	9. 0	44. 36	78	47	47. 2	17. 91
3 Lacertae	4	333	55	40. 0	35. 06	38	46	9. 4	18. 02
δ' Gruis	4	334	18	52. 0	54. 59	134	30	39. 9	18. 08
51 ζ Aquarii	4	334	37	56. 1	46. 10	91	2	17. 6	17. 99
17 β Pisc. aust.	4	335	1	31. 0	51. 65	123	21	56. 7	18. 18
27 δ Cephei	4.5	335	26	24. 9	32. 90	32	36	18. 3	18. 10
7 Lacertae	4	335	46	8. 7	36. 13	40	44	31. 0	18. 30
62 η Aquarii	4	336	16	7. 5	46. 04	91	8	33. 8	18. 24
18 ε Pisc. aust.	4	337	23	30. 0	50. 20	118	4	52. 5	18. 54
42 ζ Pegasi	3	337	52	21. 7	44. 82	80	12	28. 0	18. 53
44 η Pegasi	3	338	24	36. 7	41. 89	60	49	13. 5	18. 54
47 λ Pegasi	4.5	339	13	44. 4	43. 30	67	28	54. 2	18. 91
48 μ Pegasi	4	340	5	22. 2	43. 06	66	27	2. 9	18. 87
73 λ Aquarii	4	340	32	34. 5	46. 91	98	38	22. 6	18. 88
32 ι Cephei	4	340	38	49. 5	31. 44	24	50	57. 1	18. 82
76 δ Aquarii	3	341	0	19. 0	47. 85	106	52	47. 7	18. 85
24 α Pisc. Aust.	1	341	38	32. 1	50. 12	120	40	41. 3	18. 78
1 o Andromedae	4	343	11	7. 5	40. 88	48	44	46. 0	19. 18
53 β Pegasi	2	343	31	25. 0	43. 38	62	59	54. 8	19. 44
k Argo. Navis	2	343	42	5. 4	44. 64	75	52	2. 9	19. 19
56 Pegasi	4.5	344	20	48. 0	43. 60	65	36	27. 6	19. 32

Tafel XXVI.

…amen	Grösse	Rectascension			Jährl. Aenderung +	Poldistanz			Jährl. Aenderung —
Aquarii .	4.5	344°41′		28.″5	48.″22	112°	15′	14.″6	19.″35
…iscium .	4.5	346	41	58.5	46.68	87	48	27.2	19.53
…Andromedae	4.5	351	57	11.1	43.46	44	37	25.1	19.45
…Piscium .	4.5	352	25	1.0	46.13	85	27	22.2	19.34
Cephei .	3	352	48	38.2	35.33	13	29	1.0	19.80
Piscium .	4.5	357	15	43.8	46.00	84	14	37.0	19.86
…scium .	4.5	357	55	28.0	46.03	97	7	30.5	19.95
…eti . .	4	358	22	16.5	46.47	108	26	54.3	20.02
…Andromedae	1	359	31	6.6	46.09	62	0	51.0	19.85
Cassiopeiae	2.3	359	38	43.8	46.66	31	57	14.5	19.81

Tafel XXVII.

Fundamentalsterne nach Bessels Beobachtungen.

Für den Anfang des Jahres 1827.

Gestirn	Mittlere Rectascension	Jährliche Bewegung	Seculäre Änderung
γ Pegasi	0^h 4′ 20.″217	3.″079	0.″010
α Cassiopeiae . .	0 30 44. 090	3. 327	. . . .
α Arietis	1 57 26. 332	3. 567	0. 020
α Ceti	2 53 14. 659	3. 123	0. 010
α Persei	3 12 0. 650	4. 220	. . . .
α Tauri	4 26 0. 125	3. 430	0. 011
α Aurigae	5 3 55. 351	4. 414	0. 018
β Orionis	5 6 13. 588	2. 878	0. 004
β Tauri	5 15 21. 699	3. 786	0. 009
α Orionis	5 45 48. 454	3. 245	0. 003
α Can. maj. . . .	6 37 31. 336	2. 644	0. 000
α Gemin. med. . .	7 23 32. 534	3. 843	—0. 012
α Can. min. . . .	7 30 14. 466	3. 147	—0. 004
β Geminor. . . .	7 34 43. 015	3. 685	—0. 012
α Hydrae	9 19 5. 049	2. 947	—0. 001
α Leonis	9 59 8. 962	3. 205	—0. 010
α Urs. maj. . . .	10 52 58. 380	3. 840	. . . .
β Leonis	11 40 13. 710	3. 067	—0. 008
β Virginis . . .	11 41 40. 992	3. 124	—0. 001
γ Urs. maj. . . .	11 44 41. 220	3. 290	. . . .
α Virginis . . .	13 16 5. 410	3. 146	0. 011
η Urs. maj. . . .	13 40 42. 260	2. 370	. . . .
α Bootis	14 7 46. 376	2. 732	0. 001
1. α Librae . . .	14 41 7. 968	3. 300	0. 016
2. α Librae . . .	14 41 19. 342	3. 302	0. 015
β Urs. min. . . .	14 51 18. 180	—0. 305	. . . .
α Cor. bor. . . .	15 27 21. 895	2. 536	0. 002
α Serpentis . . .	15 35 45. 143	2. 949	0. 006
α Scorpii	16 18 48. 840	3. 662	0. 016
α Herculis . . .	17 6 45. 747	2. 731	0. 004

Tafel XXVII.

Gestirn	Mittlere Poldistanz	Jährliche Bewegung	Seculäre Änderung
γ Pegasi	75° 46′ 43.″ 58	—20.″ 03	0.″ 02
α Cassiopeiae . .	34 24 46. 69	—19. 84	. . . .
α Arietis	67 21 36. 23	—17. 35	0. 25
α Ceti	86 35 40. 89	—14. 49	0. 32
α Persei	40 45 43. 26	—13. 435	. . . .
α Tauri	73 50 47. 86	—7. 85	0. 46
α Aurigae . . .	44 11 19. 53	—4. 48	0. 63
β Orionis . . .	98 24 31. 59	—4. 66	0. 41
β Tauri	61 32 53. 62	—3. 71	0. 54
α Orionis . . .	82 38 0. 44	—1. 27	0. 47
α Can. maj. . . .	106 29 8. 53	4. 48	0. 38
α Gemin. med. . .	57 44 29. 28	7. 19	0. 53
α Can. min. . . .	84 20 20. 84	8. 74	0. 42
β Geminor. . . .	61 33 51. 07	8. 09	0. 49
α Hydrae	97 54 48. 59	15. 27	0. 27
α Leonis	77 11 27. 59	17. 31	0. 23
α Urs. maj. . . .	27 19 2. 13	19. 29	. . . .
β Leonis	74 27 40. 54	20. 08	0. 04
β Virginis . . .	87 15 39. 21	20. 29	0. 03
γ Urs. maj. . . .	35 20 38. 12	20. 04	. . . .
α Virginis . . .	100 15 20. 88	19. 03	—0. 15
η Urs. maj. . . .	39 49 11. 22	18. 15	. . . .
α Bootis	69 54 47. 63	19. 01	—0. 22
1 α Librae . . .	105 16 21. 10	15. 40	—0. 31
2 α Librae . . .	105 19 2. 67	15. 37	—0. 31
β Urs. min. . . .	15 8 19. 66	14. 82	. . . .
α Cor. bor. . . .	62 41 52. 94	12. 48	—0. 30
α Serpentis . . .	83 1 27. 70	11. 79	—0. 35
α Scorpii . . .	116 2 32. 54	8. 65	—0. 48
α Herculis . . .	75 24 21. 85	4. 61	—0. 39

Tafel XXVII.

Gestirn	Mittlere Rectascension	Jährliche Eewegung	Seculäre Änderung
α Ophiuchi . . .	17h 26′ 54.″372	2.″777	0.″003
γ Draconis . . .	17 52 35. 230	1. 388	. . . .
α Lyrae	18 31 4. 891	2. 030	0. 002
γ Aquilae . . .	19 38 2. 081	2. 855	—0. 001
α —	19 42 20. 494	2. 929	—0. 001
β —	19 46 48. 925	2. 950	—0. 001
1 α Capricorni . .	20 8 3. 161	3. 333	—0. 008
2 α — — . .	20 8 27. 002	3. 337	—0. 008
α Cygni	20 35 32. 171	2. 041	—0. 002
α Cephei	21 14 25. 960	1. 431	. . . .
β —	21 26 22. 670	0. 802	. . . .
α Aquarii . . .	21 56 53. 749	3. 084	—0. 004
α Pisc. aust. . .	22 48 4. 292	3. 240	—0. 022
α Pegasi	22 56 8. 935	2. 981	—0. 005
α Andromedae . .	23 59 27. 670	3. 078	—0. 018

Tafel XXVII.

…stirn	Mittlere Poldistanz	Jährliche Bewegung	Seculäre Änderung
…chi . . .	77° 18′ 26.″ 21	3. 12	—0. 40
…nis . . .	38 29 15. 23	0. 71	. . . .
. . . .	51 22 21. 50	—2. 96	—0. 29
…e . . .	79 48 8. 03	—8. 29	—0. 38
. . . .	81 34 56. 30	—9. 00	—0. 38
. . . .	84 1 9. 74	— 8. 49	—0. 37
…icorni . .	103 2 11. 52	—10. 58	—0. 41
— . .	103 4 29. 23	—10. 61	—0. 41
. . . .	45 20 3. 59	—12. 56	—0. 23
…i	28 8 47. 11	—14. 98	. . . .
. . . .	20 11 56. 34	—15. 59	. . . .
…i	91 9 25. 12	—17. 19	—0. 23
…ust. . .	120 32 16. 83	—18. 84	—0. 15
. . . .	75 43 26. 14	—19. 26	—0. 12
…edae . .	61 51 54. 07	—19. 91	0. 00

Tafel XXVIII.

Verzeichniss der vorzüglichsten Doppelsterne.

Nr.	Gestirn	Rectasc. 1826	Poldist. 1826	Distanz Δ	Position P	Grössen der Sterne
1	35 Piscium .	0^h 6′	82° 9′	11″	61° S. F.	6.8
2	38 Piscium .	0 8	82 7	5	32 S. V.	7.8
3	Anonymus . .	0 10	74 58	2	- - -	8.8
4	51 Piscium .	0 23	84 1	26	7 N. F.	6.9
5	π Andromedae	0 27	57 17	36	86 S. F.	- -
6	α Cassiop. . .	0 31	34 25	53	- - -	3.10
7	η Cassiop. .	0 38	33 7	9	8 N. F. 1821	4. 9
8	65 Pisc. . .	0 40	63 13	6	26 N. V. 1822	7. 7
9	Anonymus . .	0 42	22 9	3	55 S. V.	8. 8
10	26 Ceti . . .	0 54	89 34	16	15 S. V.	7.10
11	α Ursae min. .	1 0	1 37	19	61 S. V. 1823	2.11
12	42 Ceti . .	1 11	91 25	2	- - -	6. 7
13	100 Piscium .	1 25	78 20	16	9 N. F.	7. 8
14	Anonymus .	1 34	29 28	6	- - -	8. 9
15	γ Arietis . .	1 44	71 33	10	89 N. V.	5. 5
16	292 (Bode) Ceti	1 51	113 48	9	36 N. V. 1822	8. 9
17	α Piscium .	1 53	88 4	5	66 N. V.	2. 4
18	γ Andromedae	1 53	48 30	11	25 N. F.	3. 5
19	ι Trianguli .	2 2	60 31	4	12 N. F.	5. 6
20	Mira Ceti . .	2 10	93 48	113	1 N. F.	- -
21	Anonymus .	2 21	32 20	2	- - -	8. 8
22	η Persei . .	2 38	34 50	30	31 N. V.	4. 8
23	π Arietis . .	2 39	73 15	3	32 S. F.	4. 9
24	ε Arietis . .	2 49	69 23	2	83 S. V.	7. 7
25	Atlas Pleiad. .	3 39	66 30	0	- - -	5.
26	32 Eridani .	3 45	93 27	8	79 N. V.	4. 6
27	ε Persei . .	3 46	50 30	8	80 N. F.	3. 9
28	μ Persei . .	4 2	42 3	91	39 S. V.	- -

Tafel XXVIII.

[N]r.	Gestirn	Rectasc. 1826	Poldist. 1826	Distanz Δ	Position P	Grössen der Sterne
[2]9	χ Tauri . .	4^h 12′	64° 47′	20″	66° N. F.	5. 9
[3]0	62 Tauri . .	4 13	66 8	29	20 N. V.	6. 8
[3]1	ι Camelopardi	4 18	36 29	10	36 N. V.	5. 6
[3]2	m Persei . .	4 21	47 21	110	71 S. V.	- -
[3]3	Anonymus .	4 35	85 2	2	- - -	8. 8
[3]4	ω Aurigae . .	4 47	52 22	8	82 N. V.	4. 8
[3]5	26 (Bode) Orion.	4 49	75 45	39	- - -	7.8.15.
[3]6	Anonymus .	4 55	93 6	2	- - -	8. 9
[3]7	β Orionis . .	5 6	98 25	9	69 S. V.	1.10
[3]8	Anonymus .	5 13	92 11	2	- - -	8. 8
[3]9	32 Orionis .	5 21	84 12	1	67 S. V.	5. 6
[4]0	117 Tauri . .	5 22	73 5	10	52 S. F.	6. 6
[4]1	n Orionis . .	5 22	86 51	2	66 N. F.	6. 8
[4]2	θ Orionis . .	5 27	95 32	—	- - -	- -
[4]3	σ Orionis . .	5 30	92 43	—	- - -	- -
[4]4	ζ Orionis . .	5 32	92 4	2	60 S. F. 1822	2. 7
[4]5	Anonymus .	5 54	71 41	2	- - -	8. 9
[4]6	Anonymus .	5 58	41 16	9	83 N. V.	7. 8
[4]7	Anonymus .	6 13	72 21	2	- - -	8. 9
[4]8	8 Monocerotis	6 14	85 19	14	65 N. F.	6. 8
[4]9	11 Monocerotis	6 20	96 55	ab = 7 bc = 3	39 S. F. 11 S. F.	7. 8. 9. 10
	γ Canis maj. .	6 29	108 31	17	10 S. V.	- -
	12 Lyncis .	6 30	30 23	ac = 10 ab = 3	- - -	6. 7
	38 Geminorum	6 44	76 36	5	84 S. F.	6. 8
	ζ Geminorum	6 53	69 10	91	85 N. V.	- -
	19 Lyncis .	7 8	34 25	ab = 14 ac = 213	- - -	5. 6
	δ Geminorum	7 9	67 43	7	75 S. V.	3.13
	Anonymus .	7 17	40 26	2	- - -	8.10

Tafel XXVIII.

Nr.	Gestirn	Rectasc. 1826	Poldist. 1826	Distanz Δ	Position P	Grössen der Sterne
57	Castor . . .	7h 23′	57° 45′	5″	5° S. V. 1823	3. 4
58	31 (Bode) Canis minoris!	7 31	84 17	—	37 S. F.	- -
59	201 Geminorum	7 38	71 14	6	0 S. V. 1823	6. 9
60	Anonymus .	7 50	75 50	2	- - -	8. 8
61	ζ Cancri . .	8 2	71 50	6	68 S. F.	5. 6
62	Anonymus .	8 2	59 56	2	- - -	8. 9
63	24 υ Cancri .	8 16	64 55	6	52 N. F. 1822	7. 8
64	φ² Cancri . .	8 16	62 30	5	58 S. V.	6. 6
65	18 Hydrae .	8 26	82 46	11	66 N. F. 1823	6. 8
66	Anonymus .	8 39	18 33	9	59 S. V.	8. 8
67	ι² Cancri . .	8 43	58 45	2	70 N. V.	6. 7
68	17 Hydrae .	8 47	97 18	6	86 N. V.	7. 8
69	Urs. maj. . .	8 59	27 38	25	64 N. F.	6. 7
70	38 Lyncis .	9 7	52 28	3	28 S. V.	4. 7
71	ω Leonis . .	9 19	80 10	3	- - -	6. 7
72	τ Hydrae . .	9 20	92 0	66	86 N. F.	- -
73	Anonymus .	9 30	50 16	2	- - -	7. 8
74	Anonymus .	9 40	72 38	1	- - -	8.10
75	Anonymus .	9 54	81 28	2	- - -	9.10
76	Anonymus .	10 3	18 5	17	75 S. F.	7. 8
77	γ Leonis . .	10 10	69 16	3	9 S. F.	2. 4
78	Leonis . . .	10 14	83 22	60	60 N. V.	7.12
79	178 Leonis .	10 24	65 45	4	- - -	7. 9
80	35 Sextantis .	10 34	84 20	8	33 S. V.	7. 8
81	54 Leonis .	10 46	64 18	7	8 S. F.	5. 7
82	Anonymus .	11 6	36 18	13	76 N. V.	7. 8
83	ξ Urs. maj. .	11 9	57 30	3	11.5 S. V. 1823	5. 6
84	88 Leonis .	11 23	74 40	15	50 N. V.	6.10

Tafel XXVIII.

stirn	Rectasc. 1826	Poldist. 1826	Distanz Δ	Position P	Grösse der Sterne
onis .	11h 25′	72° 14′	5″	61° S. V.	6. 7
			59	36 S. V.	
ginis .	11 39	80 45	—	- - -	- -
s. maj.	11 46	42 33	2	54 N. F.	7. 7. 11
			60	22 S. F.	
a. Beren.	11 55	67 34	4	31 S. V.	7. 7
. Venat.	12 7	48 24	11	10 S. V.	6. 8
mus . .	12 9	92 57	21	73 S. V.	6. 7
Beren. .	12 12	62 55	9	24 S. V.	- -
rginis .	12 13	83 41	22	69 N. V.	7.12
vi . .	12 21	105 30	24	56 S. V.	4. 9
m. Ber.	12 26	70 39	21	2 N. V.	5. 6
ginis . .	12 33	90 29	3	13 S. F. (1822)	3. 3
m. Ber.	12 44	67 49	29	38 S. F.	5. 8
mus . .	12 46	93 53	7	60 S. F.	7.10
mus . .	12 47	77 31	29	74 S. V.	6. 9
nis. Venat.	12 48	50 44	20	43 S. V.	3. 7
mus . .	12 48	34 58	4	15 N. V.	8.10
mus . .	12 54	78 35	2	- - -	8. 9
ginis . .	13 1	94 36	ab=8	ab=77 NV	4.11
				ac=24 NV	
ae maj. .	13 17	34 9	14	58 S. F. (1822)	3. 4
rginis .	13 28	96 56	4	47 N. F.	8. 8
ginis. .	13 34	85 33	4	40 S. V.	- -
mus .	13 41	62 11	6	70 S. F.	8. 8
is . .	13 46	70 41	126	29 S. F.	- -
inis .	13 52	87 34	79	20 N. V.	4. 9
is . .	14 7	37 23	13	31 S. V.	5. 8
mus .	14 14	80 47	7	83 S. V.	6. 8
tis . .	14 32	72 49	7	8° S. F.	5. 6
is . .	14 33	75 31	2	37 S. F.	6. 6

Tafel XXVIII.

Nr.	Gestirn	Rectasc. 1826	Poldist. 1826	Distanz Δ	Position P	Grösse der Sterne
113	Anonymus . .	14ʰ 36′	81° 35′	7″	4° S. F.	8. 9
114	ε Bootis . .	14 37	62 11	4	53 N. V.	3. 6
115	ξ Bootis . .	14 43	70 11	9	71 N. V. (1823)	5. 8
116	39 Bootis . .	14 44	40 34	5	45 S. F. (1823)	6. 7
117	44 Bootis . .	14 58	41 38	2	41 S. V.	5. 6
118	Anonymus . .	15 10	78 59	13	84 S. F.	7. 8
119	η Cor. bor. .	15 16	59 4	1	64 N. F.	5. 6
120	Bootis . . .	15 18	52 1	1	64 N. V. (1823)	- -
121	μ Bootis . .	15 18	51 59	104	82 S. F.	- -
122	δ Serpentis .	15 26	78 53	3	71 S. V. (1821)	4. 5
123	ζ Cor. bor. .	15 33	52 49	7	31 N. V.	7. 7
124	γ Cor. bor. .	15 35	63 8	2	- - -	4. 7
125	π' Ursae min.	15 40	8 59	31	7 N. F.	6. 7
126	Anonymus . .	15 47	91 38	7	55 N. V.	8. 9
127	Anonymus . .	15 54	100 53	11	11 S. F.	8. 8
128	ξ Librae . .	15 54	100 52	7	12 N. F. (1823)	4. 8
129	β Scorpii . .	15 55	109 18	14	63 N.F.	- -
130	κ Herculis . .	16 0	72 29	31	80 N.F.	5. 6
131	49 Serpentis .	16 4	76 1	4	42 N.V.	6. 7
132	σ Cor. bor. .	16 8	55 40	1	18 N.F. (1823)	5. 7
133	υ Cor. bor. .	16 10	60 24	ab = 89 ac = 126	66 N. F. 35 N. F.	7.12.13
134	σ Scorpii . .	16 10	115 9	21	1 N.V.	5.10
135	γ Herculis .	16 14	70 25	38	26 S. V.	4.15
136	Herculis . .	16 21	71 11	3	19 S. F.	8. 8

Tafel XXVIII.

Nr.	Gestirn	Rectasc. 1826	Poldist. 1826	Distanz △	Position P	Grösse der Sterne
137	λ Ophiuchi. .	16ʰ 22′	87° 38′	0.7″	- - -	4. 7
138	17. Dracon. .	16 32	36 45	ab= 4 ac=90	25° S.F. 74 S.V.	3.5.6
139	ζ Herculis .	16 35	58 5	1	- - -	3. 7
140	43 Herculis .	16 37	81 5	80	39 S.V.	- -
141	η Herculis .	16 37	50 45	2	- - -	4. 8
142	167 Herculis .	16 45	61 3	2	- - -	6. 8
143	μ Dracon. . .	17 3	35 18	4	61 S.V.	5. 5
144	36 Ophiuchi .	17 4	116 18	5	1821 43 S.V.	6. 6
145	α Herculis .	17 6	75 24	5	30 S.F.	3. 7
146	δ Herculis .	17 8	64 57	28	82 S.F.	- -
147	ρ Herculis . .	17 17	52 39	4	38 N.V.	4. 5
148	Anonymus .	17 27	85 44	2	- - -	8. 9
149	Anonymus .	17 36	48 15	2	- - -	8. 8
150	Anonymus .	17 52	59 56	20	9 N.V.	6. 8
151	τ Ophiuchi .	17 53	98 10	—	- - -	- -
152	95 Herculis .	17 54	68 25	7	8 N.F.	5. 5
153	70 p. Ophiuchi	17 56	87 27	4	65 S.F.	7. 8
154	Anonymus .	17 57	78 0	7	1822 12 S.V.	7. 7
155	73 q. Ophiuchi	18 1	86 2	2	12 S.V.	5. 7
156	15 Scuti Sob.	18 11	98 2	2	- - -	7. 9
157	59 α Serpent.	18 18	89 55	4	48 N.V.	6. 9
158	39 Dracon .	18 21	31 18	ab=3 ac=90	1823 86 N.F. 68 N.F.	5.6.10
159	Anonymus .	18 30	48 49	6	70 N.V.	7. 7
160	α Lyrae . .	18 31	51 23	42	42 S.F.	- -
161	ε Lyrae . .	18 38	50 30	4	64 N.F.	4. 6
162	ζ Lyrae . .	18 38	52 35	44	60 S.F.	3. 4
163	β Lyrae. . .	18 43	56 55	ab=46	ab=60S.F.	a... 2 b... 8 c... 9 d... 10
164	θ Serpentis .	18 48	86 2	22	14 S.F.	4. 4

Tafel XXVIII.

Nr.	Gestirn	Rectasc. 1826		Poldist. 1826		Distanz Δ	Position P		Grösse der Sterne
165	Anonymus .	18ʰ	58′	83°	7′	8″	68°	N.V.	7. 7
166	η Lyrae . .	19	8	51	8	29	6	N.F.	4.10
167	θ Lyrae . .	19	10	52	11	101	18	N.F.	4.11
168	Anonymus .	19	21	53	50	7	23	N.F.	9. 9
169	β Cygni . .	19	24	62	25	34	35	N.F.	4. 6
170	Anonymus .	19	32	68	10	2	-	- -	7. 7
171	δ Cygni . .	19	39	45	17	2	-	- -	3. 8
172	χ Cygni . .	19	40	56	39	25	17	N.F.	5. 8
173	π Aquilae . .	19	41	78	37	2	45	S.F.	6. 7
174	ζ Sagittae .	19	41	71	17	8	45	N.V.	6. 8
175	α Aquilae . .	19	42	81	36	153	55	N.V.	- -
176	57 Aquilae .	19	45	98	41	36	81	S.F.	6. 6
177	ψ Cygni . .	19	51	38	2	4	88	S.V.	5.10
							1823		
178	Anonymus .	19	59	54	42	37	62	N.F.	- -
179	Anonymus .	20	6	94	2	14	37	S.V.	7. 8
180	Anonymus .	20	14	35	9	4	70	N.V.	5. 8
181	κ Cephei . .	20	15	12	51	8	38	S.F.	5.10
182	ρ Capricorni .	20	20	108	24	4	86	S.F.	5.10
183	49 Cygni . .	20	34	58	20	3	-	- -	6. 8
184	γ Delphini . .	20	38	74	31	12	4	N.V.	5. 6
185	Anonymus .	20	48	77	42	2	-	- -	7. 8
186	61 Cygni . .	20	59	52	6	15	5	N.F.	6. 7
187	Anonymus .	21	20	79	39	2	-	- -	6. 6
188	β Cephei . .	21	26	20	13	13	20	S.V.	3. 8
189	μ Cygni . .	21	36	62	1	6	23	S.F.	5. 6
190	Anonymus .	21	46	35	0	20	76	S.V.	6. 6
191	ξ Cephei . .	21	58	26	14	5	23	N.V.	5. 7
192	Anonymus . .	22	7	20	44	15	16	S.V.	7.10

Tafel XXVIII.

Nr.	Gestirn	Rectasc. 1826	Poldist. 1826	Distanz △	Position P	Grösse der Sterne
193	53 Aquarii .	22ʰ 17′	107° 39′	10″	3° N. V.	6. 6
194	ζ Aquarii . .	22 20	90 55	5	89 S. V.	4. 4
195	8 Lacertae .	22 28	51 16	ab=23 ac=82	ab=86 S V. ac=55 S. F.	6. 6. 14
196	231 Aquarii .	22 39	95 9	ab= 4 ac=57	24 S. V. 57 S. F.	9.10.12
197	Anonymus .	22 50	28 3	2	- - -	8. 8
198	Anonymus .	22 59	58 7	9	58 S. F.	7.10
199	Anonymus .	23 10	104 36	15	76 N. V.	6.10
200	287 Cephei .	23 21	16 49	2	- - -	7. 8
201	107 Aquarii .	23 37	109 41	5	54 S. F.	7. 8
202	σ Cassiop. . .	23 50	35 12	3	58 N. V.	6.10
203	37 Androm. .	23 51	57 13	5	82 S. V.	6. 6

Anmerkungen.

Nr. 1. G. weiss, K. blau, mit Beleuchtung.
„ 2. Fein, schwer zu sehen.
„ 4. K. röthlich.
„ 5. Sehr ungleich, ohne Beleuchtung.
„ 7. G. roth, K. grün. d P = 0.° 513. Periode nahe 700 Jahre.
„ 8. Schönes Bild. d P = 0.° 117.
„ 10. G. weiss, K. blaugrün. Schwer zu sehen, ohne Beleuchtung.
„ 11. P scheint abzunehmen.
„ 13. Schwach, P scheint constant
„ 14. 3 Dopp. beynahe in gerader Linie.
„ 15. Beyde bläulich mit Beleuchtung.
„ 16. P scheint zuzunehmen.
„ 17. Schönes Bild, P scheint constant.
„ 18. Sehr schönes Bild, G. orange, K. smaragdgrün. P. nimmt ab.
„ 19. Sehr schönes Bild, mit Beleuchtung. P. wächst.
„ 20. G. veränderlich, K. äusserst klein mit Beleuchtung. △ wächst.
„ 22. G. roth, K. dunkelblau. P wächst. Mit Beleuchtung. Die Farben deutlich ausgesprochen.
„ 23. In der Entfernung von 25″ von dem G. ist ein sehr schwer zu sehender Stern, nahe in derselben Linie mit den zwey ersten.

Nr. 24. Ungemein nahe, vielleicht o.″o5. Beyde gelblich. Sehr schwer zu erkennen.
» 25. Schwer zu erkennen.
» 26. G. strohfarb, K. blau. △ scheint zu wachsen.
» 27. G. weiss, K. bläulich, schön und scharf begränzt, △ wächst.
» 28. G. orangenroth.
» 29. Schlecht begrenzt.
» 30. G. weiss, K. purpurroth, mehrere nahe Sterne im Felde.
» 31. G. gelb, K. blau, P und △ scheint sehr veränderlich.
» 32. △ ändert sich sehr stark. Beyde nahe gleich gross.
» 34. G. granatfarb. K. blau und schwach.
» 35. Dreyfach, einer gelb, einer blau, einer bläulich.
» 37. G. weiss, K. bläulich.
» 39. Schwer zu trennen. d P = — o.° 41.
» 40. Beyde weiss. △ nimmt ab.
» 41. G. weiss, K. blau.
» 42. Fünffach 4. 7. 7. 8. 12 im grossen Nebel. Der 5. im Trapez scheint neu, da er früher nicht gesehen wurde.
» 43. Nach Schröder 12-, nach Struve 16fach.
» 44. G. gelblich weiss, K. bläulich, scharf begrenzt. 1782 unsichtbar. △ sehr veränderlich.
» 48. G. gelb, K. purpurroth.
» 49. Vierfach, schönes Bild, der 4. steht weit ab.
» 50. G. röthlich, K. bläulich. P. veränderlich.
» 51. Dreyfach, der entfernteste blau. d P = — o.°56.
» 52. G. weiss, K. bläulich.
» 53. G. gelb, K. aschfarb. P scheint zu wachsen.
» 54. Dreyfach.
» 55. G. weiss, K. blau, scharf begrenzt, schwer zu sehen.
» 57. d P = o.°97, △ constant. Südlich vom Castor geht ein sehr kleiner Stern voraus, und ein anderer folgt.
» 58. K. der 10. Grösse. P wächst, schwer zu trennen.
» 59. G. weiss, K. blau.
» 61. Gut begrenzt. d P = — o°.58, auch △ nimmt ab. Dreyfach.
» 63. d P = o°.51.
» 65. G. gelblich, K. bläulich.
» 67. Schwer zu trennen.
» 68. Schönes Bild.
» 70. G. weiss, K. bläulich.
» 72. Ungleich gross, G. röthlichweiss, K. bläulich, P und △ scheint abzunehmen.
» 77. Beyde röthlich. Eigentlich vierfach. d P = o.°3o
» 78. Schwer zu sehen.
» 80. Schönes Bild.
» 81. G. gelblich, K. grün, schönes Bild, scharf begrenzt.
» 83. Einer der wichtigsten. d P ändert sich beynahe von Monat zu Monat. Herschel d. ä. erkannte 1781 zuerst seine schnelle Rotations-Periode von nahe 60 Jahren. Auch △ nimmt ab.
» 84. Mit Beleuchtung.
» 85. Dreyfach.

Nr. 86. Dreyfach.
„ 87. Dreyfach.
„ 88. Schön begrenzt.
„ 89. G. roth, K. blau, K. mit Beleuchtung.
„ 90. Deutlich begrenzt.
„ 91. Beyde gleich gross, und weissblau.
„ 92. Sein d P kommt bloss von der eigenen Bewegung.
„ 93. Scharf begrenzt.
„ 94. G. roth, K. grünlichblau, schönes Bild.
„ 95. Schönes Bild, beyde weiss. △ nimmt ab, dp = 0°.67.
„ 96. K. sehr schwach, schwer zu sehen.
„ 97. G. weiss, K. blau.
„ 98. G. weiss, K. blau, ohne Beleuchtung.
„ 99. G. weiss, K. blau.
„ 100. G. weiss, K. blau. Ein Miniatur von ε Bootis. Schwer zu sehen.
„ 102. Dreyfach. Der K. nahe, ungemein fein, verträgt jedoch Beleuchtung, der entferntere aber nicht.
„ 103. G. weiss, K. bläulich. P u. △ scheint constant.
„ 104. P wächst langsam.
„ 105. G. weiss, K. blau; P wächst, △ nimmt ab.
„ 107. Der K. sehr schwach, ohne Beleuchtung.
„ 108. Mit Beleuchtung.
„ 109. Sehr fein. G. weiss, K. rothblau.
„ 110. G. weiss, K. blau, mit Beleuchtung.
„ 111. G. weiss, K. etwas blau.
„ 112. Schwer zu trennen. Herschel sah ihn 1796. G. gelb, K. blaugrün.
„ 113. Ohne Beleuchtung.
„ 114. G. gelb, K. blaugrün. Schwer zu messen. d P = 0.°44.
„ 115. d P gleichförmig und nahe 1°. Der K. scheint sich in einer geraden Linie zu bewegen. Auch △ wächst stark.
„ 116. K. schwach. P nimmt ab.
„ 117. P wächst stark.
„ 119. P scheint zu wachsen; sehr schwer zu trennen.
„ 120. Sehr schwer zu trennen. d P = 0.°58. Periode 622 Jahre.
„ 121. Ungleich. Beyde weiss.
„ 122. Beyde blau. d P = — 0.°73.
„ 123. G. weiss, K. blau.
„ 124. Sehr schwer zu trennen.
„ 126. P nimmt ab, △ wächst.
„ 128. Dreyfach. 4. 5. 8. P ändert sich stark.
„ 129. G. weiss, K. blau.
„ 130. G. weiss, K. röthlich.
„ 131. Beyde weiss. dP = 0°.510.
„ 132. P und dP ändert sich schnell, und △ nimmt stark ab.
„ 133. Dreyfach.
„ 135. G. weiss, K, blau, schwach, ohne Beleuchtung.
„ 136. Gut begrenzt, mit Beleuchtung.
„ 137. Seit Herschel nicht mehr doppelt gesehen bis 1825 von Struve. P ändert sich schnell.
„ 138. Dreyfach.

[redacted]

Seiner Hochwohlgeboren,

dem Herrn

Iwan Michailowitsch Simonow,

wirkl. k. k. russ. Collegienrath, Ritter des Wladimir- und des St. Annaordens der zweyten Klasse, Director der Sternwarte und Professor der Astronomie an der k. k. Universität in Kasan, Mitglied mehrerer gelehrten Gesellschaften etc.

zum Andenken der innigsten Freundschaft

von dem

Verfasser.

[illegible]

Iwan Michailowitsch Simonow

[illegible]

Theuerster Freund!

Als ich durch die Stürme, welche vor zwanzig Jahren Europa in seinen Grundfesten erschütterten, mit so vielen anderen an die Grenzen Asiens verschlagen wurde, fand ich Sie, meinen künftigen Freund, als einen blühenden, hoffnungsvollen Jüngling, von den Ufern des kaspischen Meeres nach der Universität in Kasan eilend. Die Liebe zur Wissenschaft, der wir Beyde lebten, und die Uebereinstimmung unserer Gesinnungen, schlang bald ein Band der Freundschaft um unsere Herzen, welches die in jenen fernen Gegenden genossenen Tage zu den schönsten meines Lebens machte, und welches noch itzt, der langen Trennung ungeachtet, durch die süſsesten Erinnerungen der Vergangenheit mich an Sie kettet. Nach zehn mir unvergeſslichen Jahren zog ich, mit dem zurückkehrenden Frieden, selbst Ruh' und Friede suchend, wie es dem älteren Freunde ziemte, in den stillen Hafen meines Vaterlandes zurück, während Sie, noch in der Zukunft lebend und rüstig in der Kraft der Jahre, die hohe See sich auserwählten. Die groſse, im Jahre 1819 *ausgerüstete Entdeckungsreise nach den beyden Polen unserer Erde eröffnete Ihnen die längst ersehnte, rühmliche Bahn, und die Wünsche und Träume meiner eigenen Jugend gingen an Ihnen, an meinem liebsten Freunde, in eine fröhliche Erfüllung. Sie sahen, was wir nur vom Hörensagen wissen, mit eigenen Augen die Gefilde des ewigen Frühlings und das weite, schweigende Grab des ewigen Schnees; die duftenden Gewürzhaine Indiens und die Eisfelder des Südpols; die fröhlichen Otahitier, die im Segen des Ueberflusses schwelgen, und die düstern Staatenländer, die von Kälte starren und mit der Noth im steten Kampfe leben; die Wilden von Oparo und Neuseeland, die ihre Brüder, wie wilde Thiere, mit vergifteten Pfeilen jagen und sie bey ihren* Freuden-

mählern verzehren, so wie die Zahmen unserer gebildeten Hauptstädte, die durch feinere Künste und durch raffinirtere Gifte einander ihre Tage nicht weniger vergällen — und so drangen Sie, von immerwährenden Gefahren umgeben und stets zu neuen Entdeckungen eilend, auf bisher noch unbeschifftem Meere hin bis zu dem siebenzigsten Grad der Breite, weiter in die starre Tiefe des südlichen Eismeeres, als selbst der unerschrockene Cook zu dringen wagte, und brachten, die Frucht einer zweyjährigen Bemühung, einen reichen Schatz von Beobachtungen, Entdeckungen und Kenntnissen in Ihr Vaterland zurück; einen Schatz, der Ihren Namen der dankbaren Nachwelt erhalten, und der Ihnen selbst durch Ihr ganzes Leben die herrlichsten Erinnerungen gewähren wird, Erinnerungen, von denen Sie, wie von einem reichen Erbe, bis in Ihr spätestes Alter werden zehren können.

Mich aber, dem das Schicksal eine engere Bahn angewiesen hat, mich freute es, meinem geliebten Freunde vom Ufer nachzublicken, ihn auf allen seinen Wegen im Geiste zu begleiten, und itzt, durch seine freundschaftlichen Mittheilungen, von dem Vorrathe seiner Erfahrungen mitgeniefsen zu können. Ich sah zwar nicht die Pracht der andern Hemisphäre, nicht den Kanopus und das südliche Kreuz, hoffentlich das Zeichen des Friedens und der Eintracht für jene neuen Länder: aber ich habe meinen Freund wieder gesehen, und auch mein Wunsch ist erfüllt. Möge ihn der Himmel, zum Ruhme des Vaterlandes und der Wissenschaft und zur Freude der Seinen, noch lange erhalten, und möge er, wie bisher, fern von allem eitlen Treiben der Menschen, in sich selbst, in dem Schoofse seiner Familie und in dem stillen Kreise seiner Freunde das wahre Glück des Lebens und jenen inneren Frieden finden, welchen so viele Andere aufser diesem Kreise vergebens suchen.

Wien den 4. November 1829.

J. J. Littrow.

Vorrede.

Es ist eine auffallende, aber mit dem gegenwärtigen Zustande unserer mathematischen Literatur innig zusammenhängende Erscheinung, daſs seit Klügel's analytischer Dioptrik, oder seit vollen fünfzig Jahren, kein ähnliches Werk über diese Wissenschaft weder unter uns, noch in dem Auslande erschienen ist, der beyden erst in dem vorhergehenden Jahre von Santini (Téorica degli stromenti ottici, Padova 1828) und von Prechtl (Practische Dioptrik, Wien 1828) herausgegebenen trefflichen Werke nicht zu erwähnen. Zwar fehlte es uns nicht an sehr schätzbaren, und selbst die Grenzen der Wissenschaft erweiternden Ausbildungen einzelner Theile derselben von Malus, Gauss, Bohnenberger, Herschel d. J., Fraunhofer u. a. aber dafür desto mehr an einem das Ganze umfassenden Werke, wie zu ihren Zeiten jene von Smith, Euler und selbst das erwähnte von Klügel gewesen sind; Werke, deren Bedürfniſs vorzüglich dann lebhaft gefühlt wird, wenn nach einer neuen Reihe von Jahren jene isolirten und in vielen Büchern zerstreuten Arbeiten über einzelne Theile der Wissenschaft auch wieder eine neue Sammlung und eine systematische Ordnung derselben nothwendig machen.

Die gegenwärtige Schrift soll ein Versuch seyn, diesem Wunsche in Beziehung auf die Theorie der dioptrischen Fernröhre, d. h. auf die wichtigsten und interessantesten unserer optischen Instrumente zu entsprechen.

Das Ganze zerfällt in drey Abtheilungen, von welchen die erste die Theorie der vielfachen oder der sogenannten achromatischen Objective; der zweyte die Theorie der Oculare zu den astronomischen sowohl, als zu den terrestrischen Fernröhren, und die dritte endlich eine kurze Geschichte der Optik bis auf unsere Tage erhält. Diese wird von einem Verzeichnisse der vorzüglichsten optischen Schriften beschlossen, sowohl der eigentlich optischen Werke, als auch der in den Memoiren der verschiedenen Academien zerstreuten Bearbeitungen einzelner Gegenstände.

Es war Anfangs meine Absicht, eine ähnliche Behandlung der katoptrischen oder der mit Spiegeln versehenen Fernröhre sowohl, als auch der Mikroscope in einem zweyten Theile dieses Werkes folgen zu lassen. Da aber andere dringende Beschäftigungen die Ausführung dieses Vorsatzes hinderten, und diese beyden Gegenstände doch nicht ganz unberührt bleiben konnten, so habe ich eine kurze Theorie derselben in den beyden letzten Capiteln der zweyten Abtheilung nach Santini's oben erwähntem Werke vorgetragen, einem Werke, welches sich durch sinnreiche Untersuchungen, durch Reichthum des Inhalts und durch einen wohlgeordneten Vortrag äufserst vortheilhaft auszeichnet.

In der Bestimmung der Oculare habe ich den zuerst von L. Euler eingeschlagenen und später von Klügel, Langsdorf u. a. bis zum Ueberdrusse verfolgten mühsamen und für die Ausübung unfruchtbaren Weg verlassen, die Oculare in Beziehung auf die Abweichungen, wegen der Kugelgestalt sowohl, als wegen Farbenzerstreuung, jedem einzeln gegebenen Objective besonders anzupassen, und dafür jedem Systeme von Ocularen, isolirt von dem Objective, die gröfstmögliche Vollkommenheit zu geben versucht. Eben so überging ich in der Theorie der Objective alle drey- und mehrfachen Linsen als überflüssig, und die Schwierigkeiten der praktischen Ausführung nur ohne Nutzen vermehrend. Fraunhofer's sämmtliche Objective sind nur doppelt; auch reichen die vier Flächen eines solchen Doppelobjectivs vollkommen hin, allen wesentlichen Forderungen eines guten Fernrohres zu entsprechen, besonders wenn man, wie ich in dem achten Capitel der ersten Abtheilung S. 50 versucht habe, auch noch die Distanz der beyden Linsen als eine neue unbekannte Gröfse einführt, über welche man dann, irgend einem vorgesetzten Zwecke gemäfs, verfügen kann.

Ich habe mich bemüht, nicht nur das Vorzüglichste, was bisher von Anderen über diesen Gegenstand geleistet wurde, *zu sammeln und* zu ordnen, sondern auch meine eigenen Ideen und Vorschläge zur weiteren Verbesserung jener interessanten und wichtigen Instrumente beyzufügen, und ich wünsche, daſs sie des Beyfalls der Kenner und einer glücklichen Ausführung der Künstler sich bald erfreuen mögen.

Wien den 4. November 1829.

Der Verfasser.

Inhaltsanzeige.

ERSTE ABTHEILUNG.

Theorie der Objective.

ERSTES KAPITEL.

Brechung durch Prismen.

ZWEYTES KAPITEL.

Brechung durch Linsen.

DRITTES KAPITEL.

Kugelabweichung.

VIERTES KAPITEL.

Farbenabweichung.

FÜNFTES KAPITEL.

Doppelobjective. Erste Methode.

SECHSTES KAPITEL.

Doppelobjective. Zweyte Methode.

SIEBENTES KAPITEL.

Doppelobjective. Dritte Methode.

ACHTES KAPITEL.

Doppelobjective. Vierte Methode.

ZWEYTE ABTHEILUNG.

Theorie der Oculare.

ERSTES KAPITEL.

Weg der Strahlen durch mehrere Linsen.

ZWEYTES KAPITEL.

Fernröhre überhaupt.

DRITTES KAPITEL.

Einfache Linsen.

VIERTES KAPITEL.

Fernröhre mit zwey Linsen.

FÜNFTES KAPITEL.

Fernröhre mit drey Linsen.

SECHSTES KAPITEL.

Fernröhre mit vier Linsen.

SIEBENTES KAPITEL.

Fernröhre mit fünf Linsen.

ACHTES KAPITEL.

Zusammenfügung der Objective, Bestimmung der Vergröfserung u. f.

NEUNTES KAPITEL.

Mikroscope.

ZEHNTES KAPITEL.

Spiegel.

DRITTE ABTHEILUNG.

Kurze Geschichte der Optik.

Erste Abtheilung.

Theorie der Objective.

ERSTES KAPITEL.

Brechung durch Prismen.

§. 1.

Wenn ein Lichtstrahl der Oberfläche eines Körpers sehr nahe kömmt, so wird er von demselben in einer Richtung angezogen, welche auf der Oberfläche in dem Puncte, in welchem das Licht derselben begegnet, senkrecht steht, wenn man die Wirkung der Körper auf das Licht als nur in sehr kleinen Entfernungen wirksam voraussetzt. Sind daher x und y die senkrechten Coordinaten eines der Oberfläche sehr nahen Punctes des Lichtstrahls, und nimmt man die Axe der x parallel mit der die Oberfläche in dem Einfallspuncte berührenden Ebene, und legt die Ebene der x y durch die Normale der Oberfläche in dem Einfallspuncte und durch die anfängliche Richtung des Lichtstrahles, so hat man, nach den ersten Gründen der Mechanik, folgende zwey Gleichungen:

$$\frac{d^2 x}{d t^2} = o \text{ und}$$

$$\frac{d^2 y}{d t^2} = P$$

wo P die Kraft bezeichnet, mit welcher das Licht in der auf die Oberfläche normalen Richtung der y von dem Körper angezogen wird, und wo dt das constante Element der Zeit ausdrückt.

Multiplicirt man die erste dieser Gleichungen durch dx, und die zweyte durch dy, so gibt die Summe dieser Producte

$$\frac{d x\, d^2 x + dy\, d^2 y}{d t^2} = P\, d y$$

und wenn man integrirt:

$$\frac{dx^2 + dy^2}{dt^2} = \text{Const} + 2\int P\, dy,$$

wo bekanntlich die Constante der Integration die Geschwindigkeit des Lichtes in der Entfernung von dem Körper ausdrückt, in welcher die Wirkung des Körpers auf das Licht noch nicht angefangen hat, oder für welche $t = 0$ ist. Nennt man also c die Geschwindigkeit des Lichtes in dieser Zeit, oder die anfängliche Geschwindigkeit desselben, und heifst eben so v die Geschwindigkeit des Lichtes bey dem Eintritte desselben in den Körper, so läfst sich die lezte Gleichung auch so darstellen:

$$v^2 = c^2 + 2\int P\, dy$$

oder wenn man das Integral $\int P\, dy$ der Kürze wegen durch k bezeichnet,

$$v^2 = c^2 + 2k.$$

Nennt man aber vor dem Eintritte des Lichtes in den Körper c' die Geschwindigkeit desselben nach der Richtung der x, und θ den Winkel des Strahls mit der Normale oder den Einfallswinkel, und heifst ebenso θ' den Winkel des Strahles mit dieser verlängerten Normale nach dem Eintritte des Lichts in den Körper, oder den gebrochenen Winkel, so ist

$$\text{Sin}\, \theta = \frac{c'}{c},$$

$$c' = \frac{dx}{dt} \quad \text{und}$$

$$\text{Sin}\, \theta' = \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$$

Eliminirt man aus diesen drey Gleichungen die Gröfsen c' und dx, so hat man

$$\text{Sin}\, \theta' = \frac{c.dt.\,\text{Sin}\,\theta}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$$

oder da nach dem Vorhergehenden $\frac{dx^2 + dy^2}{dt^2} = v^2$ ist,

$$\frac{\text{Sin}\,\theta'}{\text{Sin}\,\theta} = \frac{c}{v}$$

woraus folgt, daſs bey dem Uebergange des Lichtes von einem Körper in den andern, das Product der Geschwindigkeit des Lichtes in den Sinus des Winkels, welchen die Richtung des Lichts mit der Normale macht, eine constante Gröſse ist.

I. Um diesen wichtigen Satz noch auf eine einfachere Weise zu zeigen, sey B A b (Fig. 1.) die Oberfläche des Körpers, M A m der einfallende, und A μ der gebrochene Strahl, und C A γ die Normale der Oberfläche in dem Einfallspuncte A. Sey M A $=$ c die Geschwindigkeit des Lichtes vor, und A μ $=$ v nach dem Eintritte und M B, so wie μ b senkrecht auf die brechende Fläche B b. Bezeichnet man wieder den Einfallswinkel M A C durch θ, und den gebrochenen Winkel μ A γ durch θ', und zerlegt man die erste Geschwindigkeit A M $=$ c in zwey andere unter sich senkrechte, von welchen die eine A B $=$ c′ parallel mit der brechenden Fläche, und die andere M B $=$ c″ darauf senkrecht ist, so hat man

$$c' = c \operatorname{Sin} \theta \text{ und } c'' = c \operatorname{Cos} \theta$$

Zerlegt man eben so die zweyte Geschwindigkeit A μ $=$ v in zwey andere, von welchen die eine A b $=$ v′ mit der brechenden Fläche parallel, und die andere b μ $=$ v″ darauf senkrecht ist, so ist eben so

$$v' = v \operatorname{Sin} \theta' \text{ und } v'' = v \operatorname{Cos} \theta'.$$

Da aber die Anziehung der brechenden Fläche bloſs die auf sie senkrechte Geschwindigkeit ändert, während die mit dieser Fläche parallele Geschwindigkeit ungeändert bleibt, so ist v′ $=$ c′, oder wenn man in dieser Gleichung die vorhergehenden Werthe von c′ und v′ substituirt,

$$v. \operatorname{Sin} \theta' = c \operatorname{Sin} \theta$$

wie zuvor.

II. Ist daher der brechende Körper in allen seinen Theilen gleichförmig in Beziehung auf die Wirkung, welche er auf das Licht ausübt, so ist die Geschwindigkeit v des Lichtes, so lange dasselbe in dem Körper bleibt, eine constante Gröſse, und da auch die anfängliche Geschwindigkeit vor der Brechung, oder da die Gröſse c constant ist, so ist auch die Gröſse $\frac{v}{c}$, welche wir der Kürze wegen durch n bezeichnen wollen, eine solche constante Gröſse, *und man hat daher*

$$\frac{\text{Sin } \theta}{\text{Sin } \theta'} = n$$

oder das Licht wird von allen gleichförmigen Körpern an ihrer Oberfläche so gebrochen, daſs der gebrochene Strahl in der Ebene durch den einfallenden Strahl und durch die Normale liegt, und daſs für den ganzen Durchgang des Lichtes durch den Körper das Verhältniſs der Sinus des Einfalls- und des gebrochenen Winkels eine constante Gröſse ist.

III. Wird aber das Licht von der Fläche B b' in dem Einfallspuncte A nicht aufgenommen, sondern, wie von einem Spiegel, wieder zurückgeworfen, so bleibt der Strahl auch nach seinem Durchgange durch den Punct A in demselben Mittel, aus welchem er gekommen ist, und verändert daher seine Geschwindigkeit nicht. Setzt man daher in dem oben gefundenen Ausdrucke

$$v \text{ Sin } \theta' = c \text{ Sin } \theta$$

die Gröſsen v und c einander gleich, so hat man

$$\text{Sin } \theta' = \text{Sin } \theta \text{ oder auch } \theta' = \theta$$

oder der Lichtstrahl M A wird von der spiegelnden Fläche B A b nach der Richtung A N so zurückgeworfen, daſs der Einfallswinkel M A C $= \theta$ gleich dem Reflexionswinkel C A N $= \theta'$ ist.

Auf diesen beyden Gesetzen beruht die ganze Lehre von der Brechung und von der Zurückstrahlung des Lichtes, von welchen die erste die Dioptrik, und die andere die Catoptrik genannt wird.

IV. Die Gröſse n wird gewöhnlich so angegeben, daſs sie für den Uebergang des Lichtes aus einem dünnern Mittel in ein dichteres gehört, und da in diesem Falle der Strahl zu dem Einfallslothe hingebrochen wird, so ist Sin $\theta >$ Sin θ' also auch $n > 1$. So ist für den Uebergang des Lichtes aus Luft in Glas nahe $n = \frac{3}{2}$, also auch $\frac{\text{Sin } \theta}{\text{Sin } \theta'} = \frac{3}{2}$ und daher für den Uebergang des Lichtes aus Glas in Luft $n = \frac{2}{3}$ oder wenn man für diesen Fall θ den Einfalls- und θ' den gebrochenen Winkel heiſst, $\frac{\text{Sin } \theta}{\text{Sin } \theta'} = \frac{1}{n} = \frac{2}{3}$ in dem n den vorigen Werth $n = \frac{3}{2}$ beybehält.

Ist daher für den Uebergang des Lichtes aus Glas in Luft der Einfallswinkel θ so grofs, dafs Sin $\theta = \frac{2}{3}$ ist, so ist auch Sin $\theta' = 1$, oder der gebrochene Winkel ist $\theta' = 90°$, und wenn der Einfallswinkel θ noch gröfser, also Sin $\theta > \frac{2}{3}$ wird, so wird Sin $\theta' > 1$, was unmöglich ist, zum Zeichen, dafs jetzt der Strahl nicht mehr aus Glas in Luft gebrochen werden kann, sondern dafs er von der äufsersten Fläche des Glases wieder zurück geworfen, oder wie von einem Spiegel reflectirt wird.

V. Aus dem Vorhergehenden (Nro. III.) ist klar, dafs die Reflexion der Lichtstrahlen nur als ein besonderer Fall der Refraction betrachtet werden mufs, nämlich als eine Refraction, bey welcher der Einfallswinkel gleich dem gebrochenen Winkel ist, nur mit dem Unterschiede, dafs der reflectirte Strahl nicht der durch die Brechung bestimmten Richtung, sondern der entgegengesetzten folgt. Die für die Refraction erhaltenen Ausdrücke werden daher auch für Reflexion gelten, wenn man nur in jenen die Gröfse $n = -1$ setzt.

Es ist übrigens für sich klar, dafs der gebrochene Strahl mit dem einfallenden und umgekehrt verwechselt werden kann, d. h. dafs bey Versetzung des Objectes an die Stelle des Bildes der vorhin einfallende Strahl jetzt an die Stelle des gebrochenen, und der gebrochene an die Stelle des einfallenden tritt.

§. 2.

Dieses vorausgesetzt, wollen wir sofort die Erscheinungen untersuchen, welche ein Lichtstrahl darbiethet, der durch ein dreyseitiges Prisma von Glas fällt. Sey M B N (Fig. 1.) der Durchschnitt dieses Prismas, welcher in der Ebene des einfallenden S D und des gebrochenen Strahles A S′ liegt, und sey B der brechende Winkel des Prismas. Das Auge des Beobachters, welches in irgend einem Puncte des gebrochenen Strahls, z. B. im A liegt, sieht den Gegenstand S sowohl unmittelbar in der Richtung A S, als auch das Bild desselben in der Richtung A S′. Der Winkel dieser beyden Richtungen sey A, so wie ω der Winkel des einfallenden Strahles S D mit der Linie S A und endlich m der Winkel, unter welchem sich der einfallende und der gebrochene Strahl, rückwärts *verlängert*, schneiden. Bezeichnen die beyden punctirten Linien die Einfallslothe oder die Normalen auf die Seiten des Prismas, so sind l und l′ die Einfallswinkel und λ und λ′ die gebrochenen Winkel in den beyden Brechungen des Strahls.

Nennt man n das Brechungsverhältnifs der Glasart des Prismas, so hat man nach (S. 6)

$$\begin{aligned} \text{Sin } l &= n \text{ Sin } \lambda \text{ und} \\ \text{Sin } \lambda' &= n \text{ Sin } l' \end{aligned}$$

Aber es ist auch $(90+l') = B + (90-\lambda)$ oder $l' = B-\lambda$, also auch jene zwey Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{Sin } l &= n \text{ Sin } \lambda \\ \text{Sin } \lambda' &= n \text{ Sin } (B-\lambda). \end{aligned}$$

Eliminirt man aus ihnen die Gröfse λ, so erhält man

$$n^2 = \text{Sin}^2\, l + \left(\frac{\text{Sin } l.\ \text{Cos } B + \text{Sin } \lambda'}{\text{Sin } B}\right)^2 \quad \ldots \text{ (I.)}$$

und dieser Ausdruck gibt die gesuchte Gröfse n, wenn die Winkel l und λ′ und B bekannt sind.

I. Da aber die Gröfsen l und λ′ mit Sicherheit nicht leicht zu bestimmen sind, so wollen wir das Prisma um seine obere Kante B so gedreht voraussetzen, dafs der erste einfallende Winkel l gleich dem letzten gebrochenen Winkel λ′ werde.

Es ist überhaupt $A = m - \omega$ und $m = (l-\lambda) + (\lambda'-l')$, also auch, da $B = l' + \lambda$ war, $m = l + \lambda' - B$. Ist aber, der erwähnten Voraussetzung gemäfs, $l = \lambda'$, so ist die letzte Gleichung

$$l = \frac{m+B}{2}$$

oder da $m = A + \omega$ ist

$$l = \frac{A+B+\omega}{2}.$$

Substituirt man aber diesen Werth von l in der Gleichung (I.), so erhält man sofort:

$$n^2 = \text{Sin}^2 \frac{A+B+\omega}{2} + \text{Sin}^2 \frac{A+B+\omega}{2} \left(\frac{1+\text{Cos } B}{\text{Sin } B}\right)^2 \text{ oder}$$

$$n = \frac{\mathrm{Sin}\,\frac{A+B+\omega}{2}}{\mathrm{Sin}\,\frac{B}{2}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(II.)}$$

i sehr einfacher Ausdruck für n, der nur die Kenntnifs der Vinkel A, B und ω voraussetzt. Ist der leuchtende Gegenstand wie die Sonne, unendlich weit von dem Auge in A entfernt, ist $\omega = o$ und daher

$$n = \frac{\mathrm{Sin}\,\frac{A+B}{2}}{\mathrm{Sin}\,\frac{B}{2}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(III.)}$$

Es ist daher nur noch übrig, zu untersuchen, in welchem alle die den Ausdrücken (II.) und (III.) zu Grunde liegende Bedingung, dafs nämlich $l = \lambda'$ ist, Statt habe.

II. Suchen wir zuerst, wann der Winkel m des einfallenden nd des gebrochenen Strahles ein Kleinstes wird.

Es war $B + m = l + \lambda'$, also ist auch

$$\mathrm{Sin}\,(B+m) = \mathrm{Sin}\, l.\ \mathrm{Cos}\,\lambda' + \mathrm{Cos}\, l.\ \mathrm{Sin}\,\lambda', \text{ oder}$$

$$\mathrm{Sin}\,(B+m) = n\ \mathrm{Sin}\,\lambda.\sqrt{1 - n^2\ \mathrm{Sin}^2\, l'}$$
$$+ n.\ \mathrm{Sin}\, l'.\sqrt{1 - n^2\ \mathrm{Sin}^2\,\lambda.}$$

Setzt man aber d. Sin $(B+m) = o$, das heifst, da B eine onstante Gröfse ist, setzt man $d\,m = o$, so erhält man aus der etzten Gleichung

$$o = d\lambda\ \mathrm{Cos}\ \lambda \left(\frac{\mathrm{Cos}\, l.\ \mathrm{Cos}\,\lambda' - n^2\ \mathrm{Sin}\,\lambda\ \mathrm{Sin}\, l'}{\mathrm{Gos}\, l}\right)$$
$$+ d\, l'\ \mathrm{Cos}\, l' \left(\frac{\mathrm{Cos}\, l.\ \mathrm{Cos}\,\lambda' - n^2\ \mathrm{Sin}\,\lambda.\ \mathrm{Sin}\, l'}{\mathrm{Cos}\,\lambda'}\right)$$

lso auch

$$o = d\,\lambda\,\frac{\mathrm{Cos}\,\lambda}{\mathrm{Cos}\, l} + d\, l'\,\frac{\mathrm{Cos}\, l'}{\mathrm{Cos}\,\lambda'}.$$

Es war aber $B = l' + \lambda$, also ist auch $d\, l' = -\, d\,\lambda$ und aher die letzte Gleichung

$$\frac{\text{Cos } l}{\text{Cos } \lambda'} = \frac{\text{Cos } \lambda}{\text{Cos } l'} \text{ oder}$$

$$\frac{\text{Cos } l}{\text{Cos } \lambda'} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{n^2} \text{Sin}^2 l}{1 - \frac{1}{n^2} \text{Sin}^2 \lambda}}$$

oder wenn man beyde Theile dieser Gleichung zum Quadrat erhebt

$$\text{Cos}^2 l. (n^2 - \text{Sin}^2 \lambda') = \text{Cos}^2 \lambda' (n^2 - \text{Sin}^2 l)$$

woraus endlich folgt:

$$\text{Cos } l = \text{Cos } \lambda' \text{ oder } l = \lambda'.$$

Die beyden Winkel l und λ' sind daher einander gleich, wenn der Winkel m, oder da $m = A + \alpha$ und α eine constante Gröſse ist, wenn der Winkel A ein Kleinstes ist und umgekehrt.

III. Wenn also das Auge in A, welches den leuchtenden Gegenstand S unmittelbar in der Richtung A S sieht, denselben durch ein Prisma, dessen obere Kante B horizontal ist, betrachtet, so sieht es das Bild dieses Gegenstandes in der Richtung A S′, oder um den Winkel A höher als zuvor. Wird aber das Prisma um seine obere Kante, als um eine horizontale Axe gedreht, so wird der Winkel A bis zu einer gewissen Grenze wachsen oder abnehmen, während er für diese Grenze selbst, auch bey einer kleinen Drehung des Prismas, unveränderlich erscheint. Diese Grenze also, für welche die Gröſse des Winkels A stationär wird, gibt die Lage des Prismas, für welche die Gleichungen (II.) und (III.) Statt haben, und man sieht, daſs man aus diesen Gleichungen die Gröſse n selbst dann noch mit Genauigkeit bestimmen kann, wenn auch diese Grenze nicht ganz scharf aufgefaſst worden wäre, weil jede Gröſse, also auch der Winkel A, in der Nähe ihres kleinsten oder gröſsten Werthes sich nur sehr langsam ändert.

Differenzirt man endlich die Gleichung III., so erhält man

$$dn = \tfrac{1}{2} n dA \text{ Cotg } \tfrac{1}{2} (A + B) \text{ und}$$

$$dn = -\tfrac{1}{2} dB \frac{\text{Sin } \frac{1}{2} A}{\text{Sin}^2 \frac{1}{2} B}$$

woraus folgt, daſs ein Fehler in A desto geringeren Einfluſs auf n hat, je näher $\frac{A+B}{2}$ an 90° ist, und daſs ein Fehler in B desto geringern Einfluſs auf n hat, je gröſser B selbst ist.

§. 3.

Man kann auch den Werth von n für jede andere Lage des Prismas finden, wenn man den ersten Einfallswinkel l nebst den Gröſsen A, B und ω kennt. Da nämlich $\lambda = B - l'$ ist, so sind die beyden ersten Gleichungen des §. 2.

$$\text{Sin } l = n \text{ Sin } (B - l')$$
$$\text{Sin } \lambda' = n \text{ Sin } l'$$

woraus sofort folgt:

$$\text{Sin } l + \text{Sin } \lambda' = 2 \text{ Sin} \frac{l+\lambda'}{2} \text{ Cos} \frac{l-\lambda'}{2} = 2 n \text{ Sin} \frac{B}{2} \text{Cos}\left(\frac{B}{2} - l'\right)$$

und:

$$\text{Sin } l - \text{Sin } \lambda' = 2 \text{ Cos} \frac{l+\lambda'}{2} \text{ Sin} \frac{l-\lambda'}{2} = 2 n \text{ Cos} \frac{B}{2} \text{Sin}\left(\frac{B}{2} - l'\right).$$

Die Division dieser beyden Ausdrücke gibt:

$$\text{tg} \frac{l+\lambda'}{2} \text{Cotg} \frac{l-\lambda'}{2} = \text{tg} \frac{B}{2} \text{Cotg}\left(\frac{B}{2} - l'\right).$$

Man hat daher Cotg $\left(\frac{B}{2} - l'\right)$ oder was dasselbe ist:

$$\text{Cotg}\left(\lambda - \frac{B}{2}\right) = \frac{\text{tg} \frac{l+\lambda'}{2} \text{Cotg} \frac{l-\lambda'}{2}}{\text{tg} \frac{B}{2}}$$

Nach Seite 8 ist aber $\lambda' = A + B - l + \omega$, also auch, wenn man diesen Werth von λ' in der letzten Gleichung substituirt:

$$\text{Cotg}\left(\lambda - \frac{B}{2}\right) = \frac{\text{tg} \frac{A+B+\omega}{2} \text{ Cotg}\left(l - \left(\frac{A+B+\omega}{2}\right)\right)}{\text{tg} \frac{B}{2}} \quad \text{(IV)}$$

Kennt man aber durch diese Gleichung (IV) den Werth von λ, so erhält man sofort n aus

$$n = \frac{\text{Sin } l}{\text{Sin } \lambda.}$$

Doch wird das Verfahren des §. 2 oder der Gebrauch der Gleichung (II) und (III), für die Ausübung immer vorzuziehen seyn, da man dort weder l noch λ' zu kennen braucht, und diese Winkel immer schwer mit Schärfe zu bestimmen sind.

§. 4.

Noch mufs gezeigt werden, wie man die Winkel A und B durch Beobachtungen bestimmen kann.

Der Winkel A wird am sichersten und bequemsten zugleich durch einen Theodoliten gemessen, dessen Mittelpunct in dem Puncte A aufgestellt ist.

Den brechenden Winkel B des Prismas zu messen, stellt man das Prisma mit seiner Basis, die auf den Seitenkanten senkrecht vorausgesetzt wird, auf eine ebene Tafel, und zieht mit einem an die Seitenlinien B M und B N dieser Basis genau angelegten Lineale diese Linien B M und B N verlängert auf der Tafel, wo dann der Winkel dieser Linien auf der Tafel, nicht durch den Transporteur, sondern mit einem geradlinigen Mafsstab z. B. durch Tangenten bestimmt wird.

Viel genauer aber ist folgendes Verfahren. Man stellt das Prisma senkrecht auf den Würfel des Fernrohrs eines Theodoliten, nachdem zuerst dieses Fernrohr und die Ebene des Theodoliten horizontal gestellt worden ist. Dann dreht man den inneren horizontalen Kreis des Theodoliten, der zugleich das Fernrohr trägt, so lange, bis ein sehr entfernter terrestrischer Gegenstand S (Fig. 3.) durch die Reflexion der Seite B M des Prismas, M B N in einem neben dem Theodoliten horizontal aufgestellten Fernrohr A R erscheint, in dessen Brennpunct ein vertikaler Faden gespannt ist.

In dieser Lage lese man den Theodoliten ab, und drehe dann den innern Kreis desselben weiter in der Richtung von M nach N, bis die zweyte Seite B N des Prismas in die Lage B N' kömmt, wo B N' die Verlängerung von M B ist, so wird man jetzt denselben Gegenstand S wieder in dem unverrückten Fernrohre A R an dem vertikalen Faden desselben erblicken, nämlich *jetzt durch* die Reflexion von der zweyten Seite B N oder B N' des Prismas, so wie vorher durch die Reflexion von der ersten Seite B M desselben. Liest man den Theodoliten auch in dieser zweyten Lage ab, so gibt die Differenz beyder Lesungen den Winkel N B N′ = x, um welchen der innere Kreis zwischen den beyden Lesungen gedreht worden ist, und dann ist der gesuchte Winkel des Prismas

$$B = 180 - x.$$

Es ist für sich klar, daſs man bey diesem Verfahren auch die Multiplicationen anwenden kann, wenn der Theodolit dazu eingerichtet ist. Eben so kann man statt dem Prisma auch jedes andere Polyeder nehmen, wenn man nur dasselbe auf dem Kubus des Fernrohrs so befestiget, daſs die Kante desselben, dessen Winkel man messen will, vertikal steht, was man daran erkennt, daſs das Bild eines vertikalen terrestrischen Gegenstandes, z. B. eines Schornsteines, eines Blitzableiters, u. f. mit dem bereits früher durch die bekannte Methode vertikal gestellten Faden des zweyten Fernrohrs A R parallel ist. Dieses Verfahren wird man in der Mineralogie mit Vortheil anwenden, um die Neigungen der Flächen der Krystalle mit Schärfe zu bestimmen. Daſs übrigens das Polyeder, wenn es nur klein ist, sehr nahe über dem Mittelpuncte der Kreise des Theodoliten gestellt werden müsse, ist für sich klar, da man sonst nach der Drehung das Bild des Objectes nicht mehr in dem unverrückten Fernrohre A R erblicken könnte.

§. 5.

Diesen Bestimmungen der Gröſse n nach §. 2 mehr Genauigkeit zu geben, läſst man gewöhnlich die Sonnenstrahlen durch eine enge Oeffnung S′ (Fig. 2.) in ein verfinstertes Zimmer fallen, in welchem der Beobachter in A den Winkel S A S′ = A miſst. Um den directen Strahl S A, der wegen der Bewegung der Sonne seine Richtung immerwährend ändert, in einer gegebenen Richtung unverändert zu erhalten, bedient man sich des Heliostats, den schon Gravesande im Anfange des verflossenen Jahrhunderts erfunden hat, und dessen umständliche Beschreibung und Gebrauch man z. B. in Biot's Traité de Physique III. Bd. S. 175 nachsehen kann. Auch ein einfacher Metallspiegel kann zu demselben Zwecke gebraucht werden, wenn er durch drey *kleine Stangen* vor der Oeffnung S des Fensterladens auf der äufsern Seite desselben so angebracht wird, dafs man mit Hülfe dieser durch den Laden gehenden Stangen den Spiegel, ohne den Laden zu öffnen, aus dem verfinsterten Zimmer so lenken kann, dafs der Strahl S A immer dieselbe Lage beybehalte.

§. 6.

Es ist übrigens eine sehr bekannte Erscheinung, dafs das Bild der kleinen runden Oeffnung nicht nur höher in S′, sondern auch zugleich viel länger als jene Oeffnung in S gesehen wird. Dieses Bild S′ auf der dem Auge A gegenüberstehenden Wand gesehen, oder durch eine zwischen dem Auge und dem Prisma senkrecht stehenden Wand aufgefangen, hat nämlich die Gestalt einer, auf den beyden längeren vertikalen Seiten von zwey parallelen geraden Linien, und oben und unten von zwey Halbkreisen begrenzten Figur. Die Breite dieses Bildes ist gleich dem Durchmesser des in derselben Entfernung von der Oeffnung S von dem ungebrochenen Lichte erzeugten kreisrunden Bildes, die Höhe aber, oder der vertikale Durchmesser dieses von den gebrochenen Strahlen erzeugten Bildes hängt von dem Einfallswinkel des Strahles, von dem brechenden Winkel des Prismas, und zugleich von der brechenden Kraft der Materie ab, aus welcher das Prisma besteht. Dieses Bild ist überdiefs mit verschiedenen Farben geschmückt, von welchen gewöhnlich sieben als die auffallendsten angeführt werden. Theilt man nämlich den Raum des Bildes, der zwischen den beyden senkrechten parallelen Linien enthalten ist, da die aufser ihnen liegenden oben erwähnten Halbkreise im Allgemeinen schlecht begrenzt, und von undeutlicher Farbe sind, durch acht horizontale Linien in sieben Zwischenräume, und nennt man die Entferung der beyden äufsersten dieser horizontalen Linien die Einheit, so enthält der unterste zunächst an S gelegene Zwischenraum des Bildes S′

in einer Breite von	0·12	die rothe Farbe
der nächstfolgende zweyte	0·08	— orange —
dritte	0·13	— gelbe —
vierte	0·17	— grüne —
fünfte	0·17	— himmelblaue

er nächstfolgende sechste 0·11 die indigoblaue Farbe
siebente 0·22 — violette. —
1·00.

Man hat daraus den Schlufs gezogen, dafs jeder Lichtstrahl us mehreren einzelnen Strahlen von verschiedener Brechbarkeit estehe, deren jeder eine eigene Farbe hat, und dafs unter alen die rothen Strahlen die kleinste, die violetten aber die gröfste Brechbarkeit haben.

Um das Brechungsverhältnifs n jeder dieser Farben zu eralten, wird man im Allgemeinen wie in §. 2 verfahren, nur mit lem Unterschiede, dafs man mit dem Theodoliten in A (Fig. 2.) nicht mehr, wie zuvor, die Mitte des Farbenbildes, sondern irend eine bestimmte Farbe desselben mifst, wodurch man dann len Winkel A, also auch das Brechungsvermögen n dieser Farbe lurch die Gleichung

$$n = \frac{\text{Sin} \frac{1}{2} (A + B)}{\text{Sin} \frac{1}{2} B}$$

rhält. Gewöhnlich wählt man dazu nur die beyden äufsersten Grenzen des Farbenbildes, oder die rothe und violette Farbe, nd nennt das Brechungsverhältnifs der rothen n — dn, so wie as der violetten n + dn, wo also n das Brechungsverhältnifs er Mitte des Bildes oder der gelbgrünen Farbe ist, welche letzere sich zugleich durch ihre gröfsere Intensität vor allen übrien Farben auszeichnet.

Hat man den Winkel x, unter welchem die senkrechte änge des ganzen Farbenbildes dem Auge in A erscheint, nicht nmittelbar gemessen, sondern kennt man die absolute Länge d nd die senkrechte Distanz r desselben von dem Auge, so ist

$$\text{Sin} \frac{x}{2} = \frac{d}{2r}$$

oraus der Winkel x gefunden wird.

§. 7.

Um noch durch ein Beyspiel zu zeigen, wie man nach dem Vorhergehenden den Werth von n und dn aus unmittelbaren Beoachtungen findet, wollen wir einen der vielen Versuche wähn, die Newton zu *diesem Zwecke* angestellt hat. Der brechende Winkel des Prismas war B = 62° 30′, und nachdem dasselbe so gestellt worden war, daſs der Einfallswinkel dem gebrochenen gleich wurde (§. 2. II.), fand sich der Winkel, welchen die direct einfallenden Strahlen S A mit den gebrochenen mittleren oder grünen Strahlen S′A bildeten, A = 44° 40′. Die absolute Länge des Bildes war d = 7·75 und die Entfernung r = 222 Zolle, also

$$\text{Sin}\,\frac{x}{2} = \frac{7{\cdot}75}{444} \quad \text{oder} \quad x = 2^\circ\,0'\,7''$$

Da der Winkel α = 0 ist, so findet man daraus:

$$n = \frac{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,(A+B)}{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,B} = 1{\cdot}5512$$

für die mittleren Strahlen.

Setzt man dann in demselben Ausdrucke

$$A = A - \frac{x}{2} = 44^\circ\,40' - 1^\circ\,0'\,3''5$$

so erhält man n = 1·5411 für die rothen Strahlen.

Und setzt man

$$A = A + \frac{x}{2} = 44^\circ\,40' + 1^\circ\,0'\,3''{\cdot}5$$

so erhält man n = 1·5611 für die violetten Strahlen.

Auch kann man abkürzend, aber weniger genau, die Gröſsen n und dn durch die beyden Gleichungen erhalten;

$$n = \frac{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,(A+B)}{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,B} \quad \text{und}$$

$$dn = \tfrac{1}{2}\,n\ \text{Sin}\,dA.\ \text{Cotg}\,\tfrac{1}{2}\,(A+B).$$

So ist in unserm Beyspiele

$\frac{1}{2}(A+B) = 53^\circ\,35'$ und $dA = 1^\circ\,0'\,3''5$, also

n = 1·5512 für die mittleren Strahlen

dn = 0·009995 und daher

n — dn = 1·541205 für die rothen, und

n + dn = 1·561195 für die violetten Strahlen.

Die Werthe von n und dn, oder die Brechung und Farbenzerstreuung für andere durchsichtige Körper sind von der des Glases oft sehr verschieden. So findet man für den Uebergang aus Luft in

	n	dn
Regenwasser . . .	1.34 . . .	0.012
Alkohol	1.38 . . .	0.011
Baumöhl	1.47 . . .	0.018
Bergkrystall . . .	1.55 . . .	0.014
Saphir	1.81 . . .	0.021
Diamant	2.46 . . .	0.056

Ja selbst unter den verschiedenen Arten derselben Körper, z. B. unter den bisher bekannten Glasgattungen, findet man oft sehr beträchtliche Unterschiede der Brechung und der Farbenzerstreuung. Bey dem zu Fernröhren noch brauchbarem Glase variirt n von 1.50 bis 1.60, und dn von 0.01 bis 0.03, und wir werden unten sehen, daſs auf eben diesen Variationen die Vorzüglichkeit der neuern Fernröhre beruht. Früher setzte man eine bestimmte Abhängigkeit der Brechung und Zerstreuung bey jedem einzelnen Körper, oder eine Gleichung zwischen n und dn voraus, wodurch jede dieser beyden Gröſsen bestimmt seyn sollte, wenn die andere gegeben war; eine Voraussetzung, die auf fehlerhaften Beobachtungen beruhte, und die Fortschritte der Wissenschaft lange aufhielt, bis man sich endlich von der Nichtexistenz dieser Abhängigkeit überzeugte, und jede dieser beyden Gröſsen für sich durch Beobachtungen bestimmte.

§. 8.

Nachdem wir in dem Vorhergehenden die Erscheinungen untersucht haben, welche Statt finden, wenn der Lichtstrahl durch ein dreyseitiges Prisma geht, wollen wir nun auch den Weg desselben Strahles durch mehrere ihrer Gestalt und Lage nach gegebene Prismen verfolgen.

Seyen (Fig. 4.) MEN, M′EN′, M″EN″.... mehrere Prismen mit einem gemeinschaftlichen Scheitel E; ferner n, n′, n″, ihre Berechnungsverhältnisse, B, B″, B^{IV} ihre brechenden Winkel, und B′, B‴.... die leeren Winkel, welche die Prismen von einander trennen. Die Winkel, welche der Strahl auf seinem Wege durch die Prismen mit den Seitenflächen derselben bildet, seyen nach der Ordnung, wie die Zeichnung zeigt; φ, ψ; φ', ψ', φ'', ψ''....

Dieses vorausgesetzt, hat man nach dem Vorhergehenden die sehr einfachen Gleichungen:

$$\begin{array}{llll}
\mathrm{Cos}\,\psi = \frac{1}{n}\,\mathrm{Cos}\,\varphi & \text{und} & \varphi' = \psi & + B \\
\mathrm{Cos}\,\psi' = n\,\mathrm{Cos}\,\varphi' & » » & \varphi'' = \psi' & + B' \\
\mathrm{Cos}\,\psi'' = \frac{1}{n'}\,\mathrm{Cos}\,\varphi'' & » » & \varphi''' = \psi'' & + B'' \\
\mathrm{Cos}\,\psi''' = n'\,\mathrm{Cos}\,\varphi''' & » » & \varphi^{IV} = \psi''' & + B''' \\
\mathrm{Cos}\,\psi^{IV} = \frac{1}{n'}\,\mathrm{Cos}\,\varphi^{IV} & » » & \varphi^{V} = \psi^{IV} & + B^{IV} \\
\mathrm{Cos}\,\psi^{V} = n''\,\mathrm{Cos}\,\varphi^{V} & » » & \varphi^{VI} = \psi^{V} & + B^{V} \text{ u. f.}
\end{array}$$

aus welchen sich, wenn der erste Winkel φ, ferner die Winkel B, B' B'' und die Brechungen n, n', n'' gegeben sind, alle andern Winkel ψ, ψ', ψ'' und dadurch auch der ganze Weg des Strahles durch alle Prismen ableiten läſst. Eliminirt man aus diesen Gleichungen die Gröſsen φ', φ'', φ'''...... so erhält man

$$\begin{array}{ll}
\mathrm{Cos}\,\psi & = \frac{1}{n}\,\mathrm{Cos}\,\varphi \\
\mathrm{Cos}\,\psi' & = n\,\mathrm{Cos}\,(\psi + B) \\
\mathrm{Cos}\,\psi'' & = \frac{1}{n'}\,\mathrm{Cos}\,(\psi' + B') \\
\mathrm{Cos}\,\psi''' & = n'\,\mathrm{Cos}\,(\psi'' + B'') \\
\mathrm{Cos}\,\psi^{IV} & = \frac{1}{n''}\,\mathrm{Cos}\,(\psi''' + B''') \\
\mathrm{Cos}\,\psi^{V} & = n''\,\mathrm{Cos}\,(\psi^{IV} + B^{IV}) \text{ u. f.}
\end{array}$$

Um aber auch den Winkel A des letzten gebrochenen Strahles mit dem einfallenden Strahl $S\varphi$ zu finden, ziehe man AS mit $S\varphi$ parallel, und verlängere die Linie des ausfahrenden Strahles $A\psi^V$ bis C, so wie die Seitenlinie KM des ersten Prismas bis D, so ist der gesuchte Winkel $A = DAC$, und da $S\varphi$ mit DA parallel ist, auch $ADC = \varphi$, daher auch in dem Dreyecke ACD

$$A + \varphi + ACD = 180$$

und in dem Dreyecke $CE\psi^V$

$$ACD = CE\psi^V + 180 - \psi^V$$

Also auch, da $CE\psi^V = B + B' + B'' + B''' + B^{IV}$ ist, der gesuchte Winkel

$$A = \psi^{V} - \varphi - B - B' - B'' - B''' - B^{IV}$$

ein Ausdruck, der sich leicht fortsetzen läſst, wenn mehr als drey Prismen angenommen werden.

§. 9.

Hat eines dieser Prismen seinen brechenden Winkel abwärts, statt daſs sie ihn in der angenommenen Zeichnung alle aufwärts in dem gemeinschaftlichen Puncte E haben, so ist für dieses Prisma der ihm zugehörende Winkel B, oder B'', oder B^{IV} negativ. Haben endlich die Prismen keinen gemeinschaftlichen Scheitel, sondern stehen ihre Basen MN, $M'N'$, $M''N''$..... alle auf derselben geraden Linie, so sind in dem vorhergehenden Ausdrucke die Winkel B', B''', B^{V}.... negativ.

I. Sind aber die Winkel B, B', B'', alle **sehr klein**, und fällt überdieſs der Strahl auf alle Prismen nahe senkrecht ein, so gehen die oben für Cos ψ, Cos ψ'. Cos ψ''.... gegebenen Ausdrücke in folgende über:

$$\left.\begin{aligned} 90 - &= \frac{1}{n}\Big((90-\varphi)\Big) \\ 90 - ' &= n\Big(90-(\psi+B)\Big) \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 90 - '' &= \frac{1}{n'}\Big(90-(\psi'+B')\Big) \\ 90 - \psi''' &= n\Big(90-(\psi''+B'')\Big) \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 90 - \psi^{IV} &= \frac{1}{n''}\Big(90-(\psi'''+B''')\Big) \\ 90 - \psi^{V} &= n''\Big(90-(\psi^{IV}+B^{IV})\Big) \end{aligned}\right\}$$

Eliminirt man aus den beyden ersten Gleichungen den Winkel ψ, aus den beyden folgenden den Winkel ψ'', aus den beyden letzten den Winkel ψ^{IV} u. f., so hat man:

$$\psi' = \varphi + n\,B$$
$$\psi''' = \varphi + n\,B + B' + n'\,B''$$
$$\psi = \varphi + n\,B + B' + n'\,B'' + B''' + n''\,B^{IV} \text{ u. f.}$$

welche Ausdrücke sich ebenfalls leicht fortsetzen lassen. Substituirt man endlich diesen Werth von ψ^{V} in dem oben gegebenen Ausdruck von A, so erhält man

$$A = (n-1)\,B + (n'-1)\,B'' + (n''-1)\,B^{IV} \text{ u. f.}$$

Da aber bey allen uns bekannten Körpern die Brechungsverhältnisse n, n′, n″..... durchaus gröſser als die Einheit sind, so sind auch die Gröſsen n—1, n′—1, n″—1 ... alle positiv. Sind ferner auch alle Scheitel der Prismen auf dieselbe Seite gekehrt, so sind auch alle Winkel B, B″, B^{IV}.... positiv, und also auch der Winkel A selbst immer eine positive Gröſse, oder für eine solche Stellung der Prismen kann der Winkel A nie gleich Null, d. h. kann der ausfahrende Strahl AC nie dem einfallenden SA parallel werden. Ist aber die Spitze eines oder mehrerer dieser Prismen abwärts, und die übrigen aufwärts gekehrt, so sind einige der Winkel B, B″, B^{IV} negativ, und dann ist es allerdings möglich, daſs A = 0, oder daſs SA mit CA parallel wird.

§. 10.

Nimmt man bloſs für zwey Prismen den Winkel A = 0, so gibt die letzte Gleichung:

$$\frac{B''}{B} = -\frac{n-1}{n'-1}$$

woraus folgt, daſs, wenn durch zwey Prismen die Brechung der mittleren Strahlen aufgehoben wird, d. h., wenn der ausfahrende Strahl dem einfallenden parallel wird, sich die um die Einheit verminderten Brechungen, wie verkehrt die brechenden Winkel der Prismen verhalten.

I. Differenzirt man den vorhergehenden Ausdruck von A, so ist:

$$dA = B\,dn + B''\,dn' + B^{IV}\,dn'' + \ldots\ldots$$

also wieder für zwey Prismen, wenn dA = 0 seyn soll

$$\frac{B''}{B} = -\frac{dn}{dn'},$$

woraus folgt, daſs, wenn durch zwey Prismen die Farbenzerstreuung gehoben wird, d. h., wenn nach allen Brechungen das durch beyde Prismen gesehene Bild farbenlos erscheint, sich die

Farbenzerstreuungen der beyden Glasarten wie verkehrt die brechenden Winkel der beyden Prismen verhalten.

Beyde Ausdrücke für $\frac{B''}{B}$ setzen übrigens, wegen ihrer negativen Werthe voraus, daſs die beyden Prismen, in Beziehung auf ihre brechenden Winkel, eine verkehrte Lage haben, daſs diese Winkel selbst nur klein seyen, und daſs endlich der Strahl alle Seiten der Prismen nahe senkrecht treffe.

§. 11.

Man hat früher diese Bemerkungen des §. 10 benützt, die Gröſse n und dn, oder doch die Verhältnisse $\frac{n}{n'}$ und $\frac{dn}{dn'}$ zu bestimmen; aber die Methode des §. 2 ist sicherer, und selbst bequemer. Nur die schlechte Begrenzung der einzelnen Farben des Sonnenbildes, scheint dieser Methode noch Eintrag zu thun, und sich der genauen Bestimmung der Werthe von n für die verschiedenen Farben entgegen zu setzen. Diesen Hindernissen zu begegnen, gerieth Fraunhofer auf die Idee, die Sonnenstrahlen, statt durch eine kreisrunde Oeffnung, wie bisher geschehen ist, durch eine lange, sehr enge vertikale Spalte des Fensterladens in das verfinsterte Zimmer fallen zu lassen, und überdieſs diese durch ein Prisma gebrochenen Strahlen nicht mit freyem Auge, sondern mit dem Fernrohre eines Theodoliten zu betrachten. Bey diesen Versuchen wurde das Prisma vor dem Objectiv des Fernrohrs so aufgestellt, daſs die Basis horizontal, also die drey längeren Kanten desselben senkrecht standen.

Das so erhaltene Farbenbild war jetzt viel länger und konnte auch mit Hülfe des Fernrohrs viel deutlicher gesehen werden, als bey den früheren Versuchen. Wenn das Prisma um seine vertikale Axe gedreht wurde, bis der Einfallswinkel des Strahls dem letzten gebrochenen Winkel gleich wurde, d. h. bis der Winkel m oder A (Fig. 2.) ein Kleinstes wurde (§. 2), so sah man durch das Fernrohr in dem Farbenbilde eine groſse Anzahl Streifen, welche auf den beyden längeren parallelen, das Farbenbild begrenzenden Seiten senkrecht standen. Die Breite dieser Streifen war verschieden, *meistens* sehr klein, und ihre Farbe durchaus viel dunkler, als der übrige Theil des Farbenbildes, bey den meisten sogar völlig schwarz.

Wurde das Prisma aus dieser Lage um seine vertikale Axe gedreht, so daſs der Einfallswinkel gröſser oder kleiner wurde, so verschwanden diese Streifen allmählig gänzlich. Wurde ferner das Ocular des Fernrohrs so gestellt, daſs man z. B. die Streifen in der rothen Farbe am deutlichsten sah, so muſste man das Fernrohr etwas verkürzen (das Ocular dem Objectiv nähern), um die Streifen der violetten Farbe am deutlichsten zu sehen. Wurde die enge Spalte des Fensterladens erweitert, so verschwanden sofort die schwächsten, und bey einer vermehrten Erweiterung der Spalte, endlich auch die starken und breiten Streifen. Die Distanzen dieser Streifen unter einander aber, oder die Verhältnisse der Winkel, welche je zwey derselben in dem Auge des Beobachters machten, wurden nicht geändert, wenn auch die Breite der Spalte, oder wenn auch die Entfernung des Theodoliten von der Spalte geändert wurde. Die brechende Materie, aus welcher das Prisma besteht, und selbst der brechende Winkel des Prismas hindert die Sichtbarkeit dieser Streifen nicht, sondern vermehrt oder vermindert bloſs ihre Itensität, und man erkennt immer dieselben Streifen in derselben Farbe, z. B. einen doppelten in der gelben, einen andern dreyfachen, von welchen zwey einander sehr nahe stehen, in der grünen, u. f. Fraunhofer zählte in dem ganzen Farbenbilde gegen 600 solcher dunkler Streifen, und überzeugte sich durch eine groſse Anzahl mannigfaltig abgeänderter Versuche, daſs diese Streifen keineswegs das Erzeugniſs irgend einer optischen Täuschung, oder eine Art von Abereation u. dgl. seyn können, sondern daſs sie vielmehr der eigentlichen Natur des Lichtes selbst angehören. Wenn man durch dieselbe Spalte das Licht einer Lampe eintreten läſst, so bemerkt man von allen jenen Streifen nur die stärksten, nämlich die in der gelben Farbe, aber auch diese genau auf der Stelle, auf welcher sie auch im Sonnenlichte gesehen werden.

Er benützte daher sieben, durch ihre Intensität vorzüglich ausgezeichnete Streifen des Farbenbildes, von welchen der erste A der rothen, der zweyte B der orange, C der gelben, D der grünen, E der blauen, F der Indigo, und G der violetten Farbe gehörten, um durch diese in dem Fernrohre des Theodoliten ehr deutlich sichtbaren und sehr scharf begrenzten Streifen die rechungsverhältnisse n für jede brechende Substanz, und für ede einzelne Farbe derselben zu bestimmen. Zu diesem Zwecke nafs er die Winkel, welche die Streifen A, B und B, C, und C, D... unter einander bilden, in dem er für jedes Streifenpaar las Prisma so stellte, dafs die Distanz zwischen diesen beyden Streifen ein Kleinstes wurde, oder dafs der Strahl, der von einem mitten zwischen jenen beyden Streifen liegenden Puncte kam, mit den unmittelbar oder ohne Prisma gesehenen Strahl len kleinsten Winkel bildete. Fr fand so z. B. für eine Gattung Glas, indem er von dem oben erwähnten stärksten Streifen C in ler gelben Farbe ausging, für den Winkel $A = 17° 27' 8''$, welchen der unmittelbar einfallende Strahl mit diesem gebrochenen Strahl C bildete, und mit dem brechenden Winkel des Prismas $B = 26° 24' 30''$ folgende Distanzen jener sieben Hauptstreifen:

AB	=	0°	3′	16″0
BC	=		9	4.2
CD	=		11	50.0
DE	=		10	33.9
EF	=		20	23.9
FG	=		18	18.0

Daraus folgen die Brechungsverhältnisse n dieser Streifen, der der ihnen analogen Farben, nach der Gleichung III. §. 2...

$$\text{für C} \quad . \quad . \quad n = \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(A+B)}{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} B} = 1.63504$$

$$\text{für D} \quad . \quad . \quad n = \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(A+B+CD)}{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} B} = 1.64202$$

$$\text{für E} \quad . \quad . \quad n = \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(A+B+CD+DE)}{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} B} = 1.64826$$

$$\text{für B} \;.\;.\; n = \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(A+B-BC)}{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} B} = 1.62968$$

$$\text{für A} \;.\;.\; n = \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(A+B-BC-AB)}{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} B} = 1.62775 \text{ u.}$$

Man hat daher für diese Glasart:

n = 1.62775	für den Streifen der	rothen	Farbe
1.62968	. . . .	orangen	—
1.63504	. . . .	gelben	—
1.64202	. . . .	grünen	—
1.64826	. . . .	blauen	—
1.66028	. . . .	indigo	—
1.67106	. . . .	violetten	—

Um zu sehen, mit welcher Genauigkeit sich auf diese Weis die Werthe von n für die verschiedenen Farbenstreifen bestim men lassen, widerholte er mit einer andern Glasgattung dies Versuche mit zwey aus diesem Glase geschliffenen Prismen, von welchen das eine den brechenden Winkel B = 60° 15′ 42″ und das andere B′ = 45° 23′ 14″ hatte, und fand:

	B = 60° 15′ 42″		B′ = 45° 23′ 14″
rothe Strahlen	n = 1.62660	. . . .	n = 1.62656

[redacted]

ZWEYTES KAPITEL.

Brechung durch Linsen.

§. 1.

Linsen nennt man hier die von zwey Kugelflächen begrenzten Körper. Die gerade Linie durch die Mittelpuncte beyder Kugeln, die hier immer auch durch die Mitte der Linse gehend angenommen wird, heiſst die Achse der Linse, und die Halbmesser der Kugeln werden auch die Halbmesser der Linse genannt. Nicht sphärische Linsen, oder von andern krummen Flächen begrenzte Körper werden gewöhnlich ausgeschlossen, da sie in der Ausübung nicht mit der Sicherheit, wie Kugelflächen, erhalten werden können. Zwar brechen die sphärischen Linsen, die auf verschiedene Puncte derselben auffallenden Strahlen nicht in einen einzigen Punct, aber die Verbindung mehrerer Linsen unter einander wird uns, wie wir in der Folge sehen werden, Mittel geben, diese Vereinigung der Strahlen nach allen Brechungen, welche eine nothwendige Bedingung des deutlichen Sehens ist, zu erlangen.

Denken wir uns eine Reihe von Linsen auf einer allen gemeinschaftlichen Axe $G\gamma'$ (Fig. 5.), die erste oder nächste bey dem leuchtenden Gegenstande M, AfgB sey auf beyden Seiten erhaben, oder biconvex, und $AF = fF = f$ der Halbmesser ihrer ersten dem Objecte zugekehrten Fläche, so wie $BG = gG = g$ der Halbmesser ihrer zweyten Fläche, und $AB = d$ die Dicke der Linse. In der Entfernung $BC = \triangle$ der dritten brechenden Fläche von der zweyten, sey eine zweyte Linse, welche wir auf beyden Seiten hohl, oder biconcav annehmen wollen. Der Halbmesser der ersten Fläche derselben sey $CF' = f'F' = f'$ und jener der zweyten Fläche $DG' = g'G' = g'$, und die Dicke der

Linse CD $= d'$. Für die folgenden Linsen seyen dieselben Grö-fsen $\Delta' f'' g'' d''$ und $\Delta'' f''' g''' d'''$, u. s. w.

Der einfallende Strahl Mf lege den Weg Mf g f' g' γ' zurück, so daſs dessen Richtung nach

der I. Brechung in	f	nach	g	verlängert die Axe in φ
II.	g	—	f'	. . . . γ
III.	f'	—	g'	. . . . φ'
IV.	g'	. . .		. . . . γ' u. f.

schneidet, und daſs die Entfernungen dieser Durchschnittspuncte von der I., II., III. und IV. brechenden Fläche $A\varphi = x$, $B\gamma = y$, $C\varphi' = x'$ und $D\gamma' = y'$, und die Winkel an $\varphi\,\gamma\,\varphi'$ und γ' in derselben Ordnung durch $\xi\,\upsilon\,\xi'\,\upsilon'$ bezeichnet werden sollen. Die Einfallswinkel des Strahles mit dem Lothe, oder mit dem Halbmesser der brechenden Fläche seyen nach der Ordnung $Mf(f) = l$, $Ggf = m$, $F'f'g = l'$ und $f'g'(g') = m'$, so wie die gebrochenen Winkel $Ffg = \lambda$, $\gamma g(g) = \mu$, $g'f'(f') = \lambda'$, und $\gamma' g' G' = \mu'$, u. s. f., und endlich die Brechungsverhältnisse des ersten, zweyten, dritten Prismas n, n', n'' u. f.

§. 2.

Dieses vorausgesetzt, findet man leicht aus der Betrachtung der verschiedenen ebenen Dreyecke der Zeichnung folgende Gleichungen:

Für die erste Brechung

$$\left\{\begin{aligned} \operatorname{Sin} l &= \frac{(f + AM)\operatorname{Sin} M}{f} \\ \operatorname{Sin}\lambda &= \frac{1}{n}\operatorname{Sin} l \\ \xi &= l - \lambda - M \\ G\varphi &= f\,\frac{\operatorname{Sin}\lambda}{\operatorname{Sin}\xi} + f + g - d \text{ und } x = f\,\frac{\operatorname{Sin}\lambda}{\operatorname{Sin}\xi} + f \end{aligned}\right.$$

Für die zweyte Brechung:

$$\begin{cases} \text{Sin } m = \frac{G\varphi}{g} \text{Sin } \xi = \frac{f}{g} \text{Sin } \lambda + \frac{(f+g-d)}{g} \text{Sin } \xi \\ \text{Sin } \mu = n \text{ Sin } m \\ \quad \upsilon = \xi + \mu - m \\ F'\gamma = g \frac{\text{Sin } \mu}{\text{Sin } \upsilon} + f' - g - \Lambda \text{ und } y = g \frac{\text{Sin } \mu}{\text{Sin } \upsilon} - g \end{cases}$$

Für die dritte Brechung:

$$\begin{cases} \text{Sin } l' = \frac{F'\gamma . \text{Sin } \upsilon}{f'} = \frac{g}{f'} \text{Sin } \mu + \frac{(f'-g-\Delta)}{f'} \text{Sin } \upsilon \\ \text{Sin } \lambda' = \frac{1}{n'} \text{Sin } l' \\ \quad \xi' = \upsilon + \lambda' - l' \\ G'\varphi' = f' \frac{\text{Sin } \lambda'}{\text{Sin } \xi'} - f' - g' - d' \text{ und } x' = f' \frac{\text{Sin } \lambda'}{\text{Sin } \xi'} - f' \end{cases}$$

Für die vierte Brechung:

$$\begin{cases} \text{Sin } m' = \frac{G'\varphi'}{g'} \text{Sin } \xi' = \frac{f'}{g'} \text{Sin } \lambda' - \frac{(f'+g'+d')}{g'} \text{Sin } \xi' \\ \text{Sin } \mu' = n' \text{ Sin } m' \\ \quad \upsilon' = \xi' + m' - \mu' \\ y' = g' \frac{\text{Sin } \mu'}{\text{Sin } \upsilon'} + g' \text{ u. s. w.} \end{cases}$$

Man sieht, wie man diese Ausdrücke ohne Mühe auch auf ey oder mehr Linsen fortsetzen kann, was hier näher anzufüh- n überflüssig ist, da, wie unten gezeigt werden soll, zwey Lin- n schon zu den meisten optischen Zwecken hinreichen. Da brigens in dem Vorhergehenden die erste Linse biconvex und e zweyte biconcav vorausgesetzt wurde, so wird ein negativer Verth von f oder g eine concave, und ein negativer Werth von oder g' eine convexe brechende Fläche bezeichnen. Ist die rechende Fläche eine ebene, so ist ihr Halbmesser unendlich rofs. Ist endlich der einfallende Strahl N f mit der Axe $G\varphi'$ der insen parallel, wie dieses bey Fernröhren für unendlich entle- ene Gegenstände *immer Statt hat*, so ist der Winkel $M = 0$, oder die Distanz AM unendlich grofs, und der erste Einfallswinkel N f (f) = l, also fällt in dem ersten Systeme der gegebenen Gleichungen, der erste Ausdruck für Sin M ganz weg, und man hat blofs die drey folgenden Gleichungen, welche die Winkel λ, ξ und die Distanz $G\varphi$ oder $x = G\varphi - g + d$ aus den Gröfsen l, n, f, g und d bestimmen, so dafs man für dieses erste System von Gleichungen hat:

$$\begin{cases} \operatorname{Sin} \lambda = \frac{1}{n} \operatorname{Sin} l \\ \xi = l - \lambda \\ G\varphi = f \frac{\operatorname{Sin} \lambda}{\operatorname{Sin} \xi} + f + g - d \text{ und } x = f \frac{\operatorname{Sin} \lambda}{\operatorname{Sin} \xi} + f \end{cases}$$

§. 3.

Nimmt man daher für mit der Axe parallel einfallende Strahlen N f die vier Halbmesser f, g, f', g', die Brechungsverhältnisse n, n', den ersten einfallenden Winkel l und die Dicke d, d' der Linsen, so wie die Distanz $BC = \Delta$ als gegebene Gröfsen an, so kann man aus ihnen, mit Hülfe der vier vorhergehenden Systeme von Gleichungen den Weg des Lichtstrahls durch alle seine vier Brechungen, und daher auch seine letzte Vereinigungsweite $D\gamma' = y'$ finden. Da nun bey jedem guten optischen Instrumente alle von einem Puncte des leuchtenden Gegenstandes auffallenden Strahlen, wenn sie ein deutliches Bild machen sollen, nach allen erlittenen Brechungen sich wieder in einem einzigen Puncte vereinigen müssen, so geben diese Gleichungen ein einfaches und sicheres Mittel, jedes gegebene Fernrohr zu prüfen, ob es dieser nothwendigsten aller Bedingungen vollkommen entspreche. Ohne nämlich hier auf die bekannten Oculare, als die minder wesentlichen Theile des Fernrohres, die wir später besonders betrachten werden, zu sehen, wird es vorzüglich darauf ankommen, ob das Objectiv des Fernrohrs alle aus einem Puncte auffallende Strahlen wieder in einem einzigen Puncte vereinigt, und dadurch ein deutliches Bild hervorbringt.

Zu diesem Zwecke wird man in den vorhergehenden Gleichungen zuerst den einfallenden Winkel l gleich Null setzen, wo-

ch man die Vereinigungsweite y für eine Linse, oder y′ für
ey Linsen für die der Axe unendlich nahe auffallenden, oder
Centralstrahlen erhält. Setzt man dann für l denjeni-
Winkel, unter welchen die von der Axe am meisten entfern-
Strahlen, oder unter welchen die Randstrahlen auf die
te brechende Fläche des Objectives fallen, so wird man, wenn
n mit diesem Werthe von l die vorhergehenden Gleichungen
rechnet, auch die Vereinigungsweite y′ für diese Randstrahlen
halten. — Bisher haben wir unter den Gröſsen n und n′ die Bre-
ungsverhältnisse der beyden Linsen für die mittleren oder gelb-
ünen Strahlen verstanden. Da aber, wie wir in dem vorherge-
nden Kapitel gesehen haben, den äuſsersten gefärbten, den
then und violetten Strahlen, andere Werthe von n und n′ zu-
mmen, so wird man mit diesen neuen Werthen von n und n′
Berechnung jener Gleichungen wiederholen, und so auch die
reinigungsweiten y′ der äuſsersten gefärbten Strahlen, sowohl
r rothen als der violetten Central- und Randstrahlen finden, und
nn endlich für alle diese Werthe von l und von n und n′, der
erth der letzten Vereinigungsweite y′ immer sehr nahe der-
lbe bleibt, so wird man überzeugt seyn, daſs das so con-
uirte Fernrohr der aufgestellten Hauptbedingung genügt, und
deutliches sowohl, als auch ein farbenloses Bild gibt.

§. 4.

Unter den verschiedenen Werthen, welche man bey diesen
chnungen dem ersten Einfallswinkel l geben kann, verdient
r für die Centralstrahlen, wo der Winkel l sehr klein ist, eine
sondere Betrachtung.

Setzt man in den Gleichungen des §. 2. Sin l = l, also auch,
n nie beträchtlich von der Einheit verschieden ist, Sin $\lambda = \lambda$
s. f., so gibt das erste System:

$$\lambda = \frac{l}{n}, \quad \xi = \frac{(n-1)}{n}\, l \text{ und } x = \frac{f\lambda}{\xi} + f.$$

o auch, wenn man aus diesen Gleichungen λ und ξ eliminirt
$= \frac{f\,n}{n-1}$. Setzt man dasselbe Verfahren auch auf die drey fol-

genden Systeme fort, so erhält man für die der Axe parallel einfallenden Strahlen

$$\frac{1}{x} = \frac{n-1}{f\,n} \qquad \text{und} \quad B\varphi = x - d$$
$$\frac{1}{y} = \frac{n}{B\varphi} + \frac{n-1}{g} \ldots\ldots C\gamma = y - \Delta$$
$$\frac{1}{x'} = \frac{1}{n'.C\gamma} - \frac{n'-1}{n'\,f'} \ldots D\varphi' = x' - d'$$
$$\frac{1}{y'} = \frac{n'}{D\varphi'} - \frac{n'-1}{g'}$$

Oder wenn man die Gröſsen $B\varphi$, $C\gamma$ und $D\varphi'$ eliminirt

$$\frac{1}{x} = \frac{n-1}{n\,f}$$
$$\frac{1}{y} = \frac{n}{x-d} + \frac{n-1}{g}$$
$$\frac{1}{x'} = \frac{1}{n'(y-\Delta)} - \frac{n'-1}{n'\,f'}$$
$$\frac{1}{y'} = \frac{n'}{x'-d'} - \frac{n'-1}{g'}$$

§. 5.

Wenn man die zweyten und höhern Potenzen der kleinen Gröſsen d und d', und die noch viel kleinere Gröſse Δ gänzlich vernachlässigt, so erhält man für die unmittelbare Bestimmung dieser Gröſsen x, y, x' und y' folgende Gleichungen:

$$\frac{1}{x} = \frac{n-1}{n\,f}$$
$$\frac{1}{y} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) + \frac{(n-1)^2.\,d}{n\,f^2}$$
$$\frac{1}{x'} = \frac{(n-1)}{n'}\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - \frac{(n'-1)}{n'\,f'} + \frac{(n-1)^2.\,d}{n.\,n'f^2}$$

und da $\frac{1}{D\varphi'} = \frac{1}{x'} + \frac{d'}{x'^2}$ ist

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-1)^2 \cdot d}{n f^2} \cdot$$
$$\ldots\ldots + \left((n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - \frac{(n'-1)}{f'}\right)^2 \cdot \frac{d'}{n'}$$

oder auch abkürzend:

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'}\right) + \frac{n d}{x^2} + \frac{n' d'}{x'^2}$$

welche Ausdrücke die vier Vereinigungsweiten x, y, x' und y' der centralen Strahlen mit der Axe nach der ersten, zweyten dritten und vierten Brechung geben, und uns in der Folge noch oft nützlich seyn werden.

I. Für eine einzige Linse aber hat man, wenn man ihre Dicke d vollständig berücksichtigt, und die Brennweite derselben p nennt,

$$\frac{1}{x} = \frac{n-1}{n f} \text{ und } \frac{1}{p} = \frac{n}{x-d} + \frac{n-1}{g},$$

woraus durch Elimination von x folgt:

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} + \frac{(n-1)^2 \cdot d}{f\,[n f - (n-1)\,d]}.$$

Für eine ganze Kugel z. B., deren Halbmesser f ist, hat man f = g und d = 2 f, also $p = \frac{(1 - \frac{1}{2} n)\, f}{n-1}$

Für Halbkugeln aber ist d = f und g = ∞, also $p = \frac{f}{n(n-1)}$, oder auch d = g und f = ∞, also

$$p = \frac{g}{n-1}$$

§. 6.

Um von der Anwendung dieser Ausdrücke zur Prüfung gegebener Fernröhre ein Beyspiel zu geben, wollen wir dasjenige wählen, welches L. Euler in den Comment. nov. Petrop. Vol.

18, als ein sehr vorzügliches vorgeschlagen hat. Die von ihm gegebenen Dimensionen dieses Fernrohrs sind:

Halbmesser der ersten biconvexen Linse

$f = g = 0.2102$, $n = 1.53$, $dn = 0.00636$ und $d = 0.01$.

Halbmesser der zweyten biconcaven Linse

$f' = 0.1768$, $g' = 0.4756$, $n' = 1.58$, $dn' = 0.00928$, $d' = 0.004$, und $\triangle = 0.0095$.

Dieses vorausgesetzt, geben die Gleichungen des §. 3. für $n = 1.53$ und $n' = 1.58$.

$$\begin{array}{llll} x = 0.6068 & & B\varphi = 0.5968 \\ y = 0.1966 & & C\gamma = 0.1871 \\ x' = 0.7660 & & D\varphi' = 0.7620 \\ y' = 1.1710 & & \end{array}$$

und dieses y' ist die Vereinigungsweite der mittleren Centralstrahlen nach der vierten Brechung.

Sucht man eben so die Vereinigungsweite y' der violetten Centralstrahlen, so wird man in den Ausdrücken des §. 3.

$n = 1.53636$ und $n' = 1.58928$

setzen, wodurch man erhält:

$$\begin{array}{llll} x = 0.6021 & & B\varphi = 0.5921 \\ y = 0.1943 & & C\gamma = 0.1848 \\ x' = 0.7648 & & D\varphi' = 0.7608 \\ y' = 1.1767 & & \end{array}$$

Die Differenz der beyden Werthe von y' ist 0.0057, oder nahe der 205^te Theil von y'. Beträgt daher die Länge des Fernrohrs, die immer nahe gleich y' ist, sechs Fuſs oder 72 Zolle, so ist diese Differenz $\frac{72}{205} = 0.35$ Zolle, oder 4.2 Linien, also bereits zu groſs, um den Rand der Gegenstände ganz farbenlos zu zeigen.

Um endlich auch die letzte Vereinigungsweite der Randstrahlen zu finden, wollen wir in den Gleichungen des §. 2. den ersten Einfallswinkel $l = N f(f) = 10°$, und für die mittlere Farbe wie zuvor, $n = 1.53$ und $n' = 1.58$ annehmen, wodurch man erhält:

$$
\begin{array}{llll}
\lambda = 6^\circ\ 31'\ 1' & & \xi = 3^\circ\ 28'\ 59'' \\
m = 13\ \ 25\ \ 17 & & \mu = 20^\circ\ 48\ \ 6 \\
\nu = 10\ \ 51\ \ 48 & & l' = 22\ \ 6\ \ 59 \\
\lambda' = 13\ \ 47\ \ 7 & & \xi' = 2\ \ 31\ \ 56 \\
m' = 1\ \ 34\ \ 54 & & \mu' = 2\ \ 29\ \ 59 \\
\nu' = 1\ \ 36\ \ 51 & \text{und} & y' = 1.21197.
\end{array}
$$

Dieser Werth von y′ der mittleren Randstrahlen ist von dem oben für die mittleren Centralstrahlen 1.1710 um 0.04097 also für ein Fernrohr von sechs Fuſs um volle $\frac{0.04097\,(72)}{1.1710} =$ 2.52 Zolle verschieden, eine viel zu groſse Distanz, bei welcher sich durchaus kein deutliches Bild erwarten läſst, und die daher das als vorzüglich angegebene Fernrohr in die Klasse der sehr mittelmäſsigen zurückweisen muſs.

§. 7.

Die vorzüglichste Ursache des groſsen Unterschiedes, welchen wir in diesem Beispiele für die letzte Vereinigungsweite der mittleren Central- und Randstrahlen gefunden haben, liegt, wie Klügel meint, darin, daſs der unter $l = 10^\circ$ auffallende Strahl auf seinem Wege durch die vier brechenden Flächen, mit den Einfallslothen zu groſse Winkel macht, die, wie wir gesehen haben, selbst bis 22° gehen. In der That darf man für so beträchtliche Winkel nicht mehr die einfachen Bogen für ihre Sinus substituiren, wie in der von Euler gegebenen Methode, die Halbmesser f, g, f′ und g′ zu bestimmen, vorausgesetzt wird. Wenn man aber diese oder eine ihr in dieser Beziehung ähnliche Methode beybehalten will, so muſs man vor allem darauf bedacht seyn, jene zu groſsen Winkel zu vermeiden. Zu diesem Zwecke wird man der ersten biconvexen Linse eine solche Einrichtung geben, daſs der Winkel M f (f) des einfallenden Strahls mit seinem Lothe sehr nahe gleich dem Winkel (g) gγ des aus der zweyten brechenden Fläche heraustretenden Strahles mit dem Lothe desselben ist. Um die Halbmesser f und g der ersten Linse zu finden, welche dieser Bedingung entsprechen, hat man

$$Mf(f) = (g)\,g\gamma$$

oder da $\text{Sin } Mf\,(f) = \frac{MF}{Mf} \text{ Sin } fFG$ und

$$\text{Sin } (g)\,g\gamma = \frac{\gamma G}{\gamma g} \text{ Sin } FGg \text{ ist},$$

$$\frac{MF}{Mf} \text{ Sin } fFG = \frac{\gamma G}{\gamma g} \text{ Sin } FGg.$$

Es ist aber nahe $\text{Sin } fFG = \frac{Gg}{Ff} \text{ Sin } FGg$ also auch

$$\frac{MF}{Mf}\, Gg = \frac{\gamma G}{\gamma g}\, Ff$$

Das heifst, man hat annähernd, wenn MA sehr grofs in Beziehung auf Af ist,

$$\frac{MA+f}{MA}\, g = \frac{B\gamma+g}{B\gamma}\, f.$$

Ist aber, wie bey allen Fernröhren, der einfallende Strahl Mf oder Nf mit der Axe parallel, so ist MA selbst unendlich grofs, und dann ist $B\gamma = y$ die Vereinigungsweite der Strahlen nach der zweyten Brechung, also die letzte Gleichung

$$g = \frac{y+g}{y}\, f \text{ oder}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g}.$$

Wenn man aber, wie bey diesen annähernden Rechnungen geschehen ist, die Dicke d der ersten Linse vernachlässiget, so hat man für dieselbe Vereinigungsweite y nach der zweyten Brechung im Allgemeinen den Ausdruck (S. 30.)

$$\frac{1}{y} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

und die beyden letzten Gleichungen geben die gesuchten Halbmesser der ersten Linse, welche der erwähnten Bedingung entsprechen. Man soll nämlich zur Vermeidung aller gröfseren Brechungswinkel, nicht mehr $f = g$ annehmen, wie in dem angeführten Beyspiel geschehen ist, sondern man wird, den beyden letzten Gleichungen zufolge, haben

$$f = \frac{2(n-1)y}{n} \text{ und } g = \frac{2(n-1)y}{2-n}$$

$$\text{also auch } \frac{f}{g} = \frac{2-n}{n}$$

§. 8.

Der letzte Ausdruck für $\frac{1}{y}$ ist schon an sich merkwürdig, ilt aber, so wie die Gleichungen des §. 5. nur für sol-trahlen, welche mit der Axe parallel auf die erste Linse len. Um den analogen Ausdruck für alle Strahlen Mf zu , welche aus der Entfernung $AM = a$ und unter irgend ei-übrigens kleinen Winkel M auf die Linse fallen, wollen ie Gleichungen der Seite 26 wieder vornehmen. Setzt man nselben Sin $M = M$, so erhält man

$$1 = \frac{(f+a)}{f} \cdot M$$

$$\lambda = \frac{1}{n}$$

$$\xi = 1 - \lambda - M \text{ und}$$

$$x = \frac{f\lambda}{\xi} + f$$

nirt man aus diesen vier Gleichungen die drey Gröſsen M, l ξ, so erhält man

$$x = \frac{naf}{(n-1)(a+f) - nf} \text{ oder}$$

$$\frac{n}{x} = \frac{(n-1)}{f} - \frac{1}{a}$$

nach S. 30 ist, wenn man $d = o$ setzt,

$$\frac{1}{y} = \frac{n}{B\varphi} + \frac{n-1}{g} \text{ oder } \frac{1}{y} = \frac{n}{x} + \frac{n-1}{g}$$

ituirt man in dieser letzten Gleichung statt $\frac{n}{x}$ den vorhin denen Werth, so erhält man:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{y} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

und dieses ist die gesuchte Gleichung, in welcher also a und γ die zusammengehörigen Vereinigungsweiten des Strahls vor und nach der Brechung durch die Linse bezeichnen.

§. 9.

Man kann diese Gleichung auch noch einfacher aus den Ausdrücken des §. 5 ableiten. Da für die zweyte Linse die erste Vereinigungsweite y = Bγ eine verkehrte Lage hat, so wird man — y dafür setzen, wodurch die zweyte der erwähnten Gleichungen in die folgende übergeht:

$$\frac{1}{y} = -(n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)$$

und da diese zweyte Linse biconcav angenommen wurde, so wird man für eine biconvexe Linse f' und g' negativ setzen, wodurch die vierte jener Gleichungen wird:

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)+(n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right).$$

Die Summe dieser beyden Gleichungen gibt

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{y'} = (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right)$$

welches der vorhergehende Ausdruck, nur auf die zweyte hier ebenfalls biconvex angenommene Linse angewendet, ist.

§. 10.

Um endlich denselben wichtigen Satz auch unmittelbar aus den ersten Gründen abzuleiten, so hat man, da die Winkel Mf(f) gfF . . . . . hier als sehr klein vorausgesetzt werden,

$$Mf(f) = n.gfF \text{ und}$$
$$(g)g\gamma = n.fgG \text{ also auch}$$
$$Mf(f) + (g)g\gamma = n.(gfF + fgG).$$

Bezeichnet man, der Kürze wegen, die spitzen Winkel bey M, G, F, γ und φ blofs mit diesen Buchstaben, so ist

$$Mf(f) = M + F \text{ und } (g)g\gamma = G + \gamma \text{ und eben so}$$
$$gfF = F - \varphi \text{ und } fgG = G + \varphi \text{ also auch}$$
$$gfF + fgG = F + G$$

und daher die vorhergehende Gleichung

$$M + F + G + \gamma = n(F + G) \text{ oder}$$
$$M + \gamma = (n-1)(F + G)$$

I. Nennt man aber die beyden Vereinigungsweiten $MA = a$ $A\gamma = B\gamma = \alpha$, so wie die Halbmesser der Linse $FA = f$ $GB = g$, so hat man sehr nahe

$$M = \frac{Af}{a} \qquad \gamma = \frac{Bg}{\alpha}$$

$$F = \frac{Af}{f} \qquad G = \frac{Bg}{g}.$$

Also auch, weil sehr nahe $Af = Bg$ ist

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g},$$

welches wieder die oben gefundene Gleichung ist, die man in Worten so ausdrücken kann: Die Summe der beyden reciproken Vereinigungsweiten einer Linse ist gleich der Summe der beyden reciproken Halbmesser derselben, multiplicirt durch das um die Einheit verminderte Brechungsverhältniſs.

I. Nimmt man die willkührliche Gröſse k so an, daſs man hat, $\frac{n-1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{n}{k}$, so wird man auch haben $\frac{n-1}{g} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{k}$ und aus diesen beyden Gleichungen folgt

$$f = \frac{(n-1)ak}{k+an} \text{ und } g = \frac{(n-1)\alpha k}{k-\alpha n},$$

welche Gleichungen die Halbmesser f und g durch die beyden Vereinigungsweiten a und α, und durch die willkührliche Gröſse k ausdrücken.

II. Ist die Entfernung des leuchtenden Punctes M oder N von der Linse oder die erste Vereinigungsweite a unendlich groſs, das heiſst, fallen die Strahlen parallel mit der Axe ein, und bezeichnet man für diesen besonderen Fall die zweyte Vereinigungsweite α durch p, so geht unsere Gleichung in folgende über

$$\frac{1}{p} = \frac{(n-1)}{f} + \frac{(n-1)}{g},$$

welcher Ausdruck mit dem Seite 31 gefundenen indentisch ist. Man nennt aber für parallel einfallende Strahlen diese letzte Vereinigungsweite p die **Brennweite** der Linse, weil in der That die Strahlen der Sonne, die wegen der sehr groſsen Entfernung dieses Himmelskörpers, mit der Axe parallel auf die Linse fallen, in ihrem Vereinigungspuncte nach der Brechung eine grofse Hitze erregen.

§. 11.

Die beyden in dem Vorhergehenden gefundenen Gleichungen

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \quad \ldots \quad (A)$$

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \quad \ldots \quad (B)$$

sind durch das ganze Gebieth der Optik von der gröfsten Wichtigkeit. Für eine zweyte ebenfalls biconvexe Linse, für welche wir die Gröfsen n, f, g und p mit einem Striche bezeichnen wollen, hat man also auch

$$\frac{1}{p'} = \frac{n'-1}{f'} + \frac{n'-1}{g'}$$

Vernachlässigt man aber die Dicke dieser beyden Linsen, und nimmt auch ihre Entfernung von einander unendlich klein, so hat man, wenn P die letzte Vereinigungsweite der parallel einfallenden Strahlen, nach ihrem Durchgange durch beyde Linsen ist, nach der letzten Gleichung des §. 5. vor I.,

$$\frac{1}{P} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) + (n'-1)\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'}\right)$$

also auch vermöge der vorhergehenden Gleichungen

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}, \text{ oder}$$

$$P = \frac{p\,p'}{p+p'},$$

wo die Gröfse P als die Brennweite der zusammengesetzten doppelten Linse betrachtet werden kann.

Setzt man in den Gleichungen der S. 31 die Dicke $d = d' = 0$ und berücksichtigt dafür ihre Distanz Δ, so erhält man, wenn man $y' = P$ setzt,

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{p-\Delta} + \frac{1}{y'}$$

wenn wieder beyde Linsen convex sind, also auch

$$P = \frac{p'(p-\Delta)}{p+p'-\Delta}.$$

Für $\Delta = o$ ist $P = \frac{p \cdot p'}{p+p'}$ wie zuvor.

Ist also $p = p'$ und $\Delta = o$, so ist

$$P = \tfrac{1}{2} p$$

oder die Brennweite einer Doppellinse, deren jede einfache die Brennweite p hat, ist gleich der Hälfte von p.

I. Bey allen diesen Ausdrücken mufs die Verschiedenheit der Zeichen der Gröfsen a, α, f, g und p für jeden besonderen Fall gehörig berücksichtigt werden.

Die Linse wurde bisher auf beyden Seiten erhaben oder biconvex angenommen, und überdiefs vorausgesetzt, dafs die Strahlen von dem Puncte M divergirend auf die erste Fläche der Linse fallen. Ist aber eine, oder sind beyde Seiten der Linse concav, so ist in dem vorhergehenden Ausdrucke von den beyden Halbmessern f und g einer oder beyde negativ, so wie für eine ebene Fläche der Halbmesser unendlich grofs ist. Fallen ferner die Strahlen auf die erste Fläche convergirend oder so auf, als ob sie von einem Puncte hinter der Linse, auf der Seite von γ' kämen, so ist in den vorhergehenden Ausdrücken die erste Vereinigungsweite a negativ. Eben so zeigt ein positiver Werth von α an, dafs das Bild γ, so wie in der Figur, auf die Rückseite der Linse, auf die dem Objecte entgegengesetzte Seite falle, während für ein negatives α das Bild auf der Vorderseite, bey G seyn wird. Eben so zeigen gleiche Zeichen der Gröfsen a und α, wie schon die blofse Ansicht der Zeichnung lehrt, an, dafs das Bild in Beziehung auf das Object verkehrt, und ungleiche Zeichen, dafs es aufrecht steht. Ein negativer Werth von p endlich zeigt an, dafs die parallel mit der Axe auffallenden Strahlen nach der zweyten Brechung, wenn sie wieder aus dem Glase in die Luft treten, divergiren, als kämen sie aus einem Puncte bey der Vorderseite der Linse, auf welcher der leuchtende Gegenstand ist, her, was bey biconcaven und bey solchen *concavconvexen Linsen* der Fall ist, in welchen der

Halbmesser der concaven Seite kleiner als der der convexen ist.

§. 12.

Die Gleichungen (A) und (B), ja schon der aus ihrer Verbindung folgende sehr einfache Ausdruck

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (C)$$

reicht hin, für jede Linse, deren Brennweite und deren Entfernung von dem Gegenstande gegeben ist, die Entfernung und Gröſse des Bildes, welches von den nahe an der Axe einfallenden Strahlen entsteht, durch eine einfache Zeichnung zu finden.

Sey Fig. 6. und 7. C der Mittelpunct einer biconvexen und einer biconcaven Linse, a C α ihre Axe, p ihr Brennpunct, C a = a die Entfernung des auf der Axe senkrecht stehenden Gegenstandes, dessen Gröſse a b = b und C $\alpha = \alpha$ die Entfernung des Bildes, dessen Gröſse $\alpha\beta = \beta$ ist.

Der Punct a des Gegenstandes, der in der Axe liegt, wird sein Bild α ebenfalls in einem Puncte α der Axe haben, da der Strahl a C senkrecht auf die Linse fällt, und daher völlig ungebrochen durchgeht. Die Entfernung α dieses Punctes des Bildes von der Linse wird durch die Gleichung

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$$

gegeben. Aber man kann die Berechnung dieser einfachen Gleichung übergehen, und zugleich die Gröſse des Bildes finden, wenn man durch den äuſsersten Punct b des Gegenstandes eine Gerade b c parallel mit der Axe zieht, welche Gerade daher (nach §. 10. II.) von der Linse nach der Richtung c p, nämlich so gebrochen wird, daſs dieser Strahl selbst (Fig. 6.) oder dessen Verlängerung (Fig. 7.) durch den Brennpunct p der Linse geht. Ein zweyter Strahl b C, der von demselben äuſsersten Punct b des Gegenstandes nach der Mitte der Linse C gezogen wird, geht (nach dem Vorhergehenden) ungebrochen durch, daher das Bild des Punctes b in den beyden Linien c p und b C zugleich, also in ihrem Durchschnittspuncte β liegen muſs, so daſs die von β auf die Axe gezogene Normale $\beta\alpha$ zugleich den Ort und die Gröſse des Bildes gibt.

lan mufs sich nämlich vorstellen, dafs alle von dem Puncte das Objectiv fallenden und dasselbe gleichsam bedecken-trahlen nach ihrer Brechung sich sämmtlich in dem Puncte einigen, und da das **Bild** von a erzeugen, so wie alle von das Objectiv fallenden Strahlen, sich in β vereinigen, und ost das Bild von b machen, und dasselbe gilt von allen en zwischen a und b liegenden Puncten, deren Bilder zwi- α und β fallen.

)a ferner die Winkel aCb und $\alpha C \beta$ einander gleich sind, t man

$$\frac{b}{a} = \frac{\beta}{\alpha}$$

ch die Gröfse β des Bildes bestimmt wird, wenn die Grö- des Gegenstandes und die beyden Vereinigungsweiten a gegeben sind.

§. 13.

immt man die beyden letzten Gleichungen zusammen, so n für die Entfernung α und die Gröfse β des Bildes, wenn ıtfernung a und die Gröfse b des Gegenstandes und die weite p der Linse bekannt sind, folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{a\,p}{a-p} \text{ und} \\ \beta &= \frac{b\,p}{a-p} \end{aligned}\right\} \text{(D.)}$$

ıs diesen beyden Gleichungen lassen sich alle Erscheinun- leiten, welche man bey dem Durchgange der Strahlen Linsen bemerkt.

Für eine biconvexe Linse z. B. sind die Gröfsen α und a, der Gegenstand vor der Linse und über der Axe steht, po- so wie auch für solche Linsen die Brennweite p eine po- Gröfse ist. Ist $a > p$, so ist α und β positiv, und das Bild ırt und auf der Rückseite der Linse. Nimmt ferner a ab, ımt α und β zu, wie diese Gleichungen unmittelbar, und hre Differenzialien

$$d\alpha = -\left(\frac{\alpha}{a}\right)^2 d\,a \quad \text{und} \quad d\,\beta = -\frac{\beta^2\,d\,a}{b\,p}$$

für biconvexe Linsen.

$$\alpha = \frac{a\,p}{a - p}$$

wo a und p positive Gröſsen sind.

Ist also $a = \infty$, so ist $\alpha = p$.

Nimmt a ab, so nimmt α zu und ist immer gröſse
Für $a = 2p$ ist $a = \alpha$, oder auch $\alpha = 2p$; für $a = p$ ist

Nimmt a noch weiter ab, so wird α eine negative Z
diese Zahl nimmt immer ab, ist aber doch stets gröſse
so daſs das Bild auf der Vorderseite der Linse immer z
den Brennpunct und das Object fällt.

Ist endlich $a = 0$, so ist auch $\alpha = 0$.

Für biconcave Linsen.

aber hat man, da für sie p negativ ist, wenn man p
setzt,

$$\alpha = - \frac{a\,p'}{a + p'},$$

wo p' eine positive Gröſse bezeichnet.

Wenn also erstens die Strahlen divergirend
(d. h. wenn a positiv ist) so ist immer α negativ, oder di
chenen Strahlen sind noch mehr divergirend, und ihre
gerungen vereinigen sich auf der Vorderseite der Lin
welcher zugleich das Object steht).

Ist $a = \infty$, so ist $\alpha = p$.

Nimmt a ab, so nimmt auch α ab.

Wird $a = p$, so ist $\alpha = \frac{1}{2} p$.

Nimmt a noch weiter ab, so nimmt auch α noch me

Ist endlich $a = 0$, so ist auch $\alpha = 0$.

Bey biconcaven Linsen ist also für divergirend au
Strahlen das Bild immer in dem Raume zwischen der L
dem Brennpuncte, und zwar:

in der von der Linse entfernten Hälfte dieses Rau
lange $a > p$, und in der nähern Hälfte, wenn $a <$

Wenn aber zweytens die Strahlen convergiren
len (d. h. wenn a negativ ist), so ist, wie dieselbe G
$\alpha = - \frac{a\,p'}{a + p'}$ zeigt, die Gröſse α positiv, so lange $a <$

wenn a $>$ p′ ist, d. h. die convergirend auffallenden
ereinigen sich in der That nach ihrer Brechung, wenn
rer Brechung nach einem Puncte auf der Rückseite der
r zwischen der Linse und ihrem Brennpuncte liegt,
ten, und zwar ist α immer gröſser als a; die convergi-
llenden Strahlen werden aber nach ihrer Brechung di-
wenn sie vor ihrer Brechung nach einem Punct auf der
der Linse, der jenseits des Brennpuncts liegt, conver-
wie sie endlich nach ihrer Brechung mit der Axe pa-
den, wenn sie vor ihrer Brechung nach dem Brenn-
lbst convergirten, oder wenn a = p′ ist.

§. 16.

Schlusse dieses Gegenstandes wollen wir nun noch se-
man bey schon vollendeten Glaslinsen die Gröſse n ih-
ungsverhältnisses finden könne.

liesem Zwecke wird man zuerst die Brennweite p und
n Halbmesser f und g der Linse suchen, wo dann die
durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \text{ oder}$$

$$n-1 = \frac{fg}{(f+g)\,p}$$

ie Brennweite einer Linse kann man finden, wenn man
enstrahlen, oder auch nur die Strahlen eines sehr ent-
von dem Tageslichte beleuchteten Gegenstandes auf die
len läſst, und die Entfernung des Punctes von der Linse
welcher das Bild dieses Gegenstandes am kleinsten und
ten erscheint. Dieses Verfahren ist bey Linsen von kur-
nweiten sehr brauchbar.

folgende Verfahren wird besonders für Linsen von gro-
nweiten vortheilhaft angewandt werden. Man stelle ein
so, daſs man dadurch sehr weit entfernte, z. B. himm-
genstände deutlich sieht, und bringe dann die zu unter-
Linse vor das Objectiv des Fernrohrs senkrecht auf
desselben, und lasse endlich in der schon beynahe be-
Brennweite der Linse ein Buch mit kleiner Schrift oder

der himmlische Gegenstand gesehen wird, so muſs die Ze
in dem Brennpuncte der Linse stehen, weil nur für dies
derselben ihre Strahlen nach der Brechung durch die Li
rallel werden können.

II. Nicht so einfach ist die Bestimmung der Halb
und g der Linse. Unmittelbare Messungen können keine
Resultate geben, da die Erhebung der Mitte der Lin
den Rand derselben meistens zu gering ist, um aus ihr
gleichung mit der Breite des Glases die Halbmesser de
mung abzuleiten. Ist nämlich 2 a der Durchmesser der Li
die Sehne des Kugelabschnittes, von welchem die L
grenzt ist, und nennt man b die Höhe oder die halbe D
Linse, so hat man, wenn f den Halbmesser der Kugel
net, von welcher die Linse ein Theil ist:

$$f^2 = a^2 + (f-b)^2$$

$$f = \frac{a^2 + b^2}{2b}$$

ein Ausdruck, in welchem der gesuchte Werth von f d
geringsten Fehler von b schon bedeutend entstellt werd
Wir wollen daher ein anderes Verfahren suchen, diese H
ser zu bestimmen.

Wenn der leuchtende Punct in der Axe der biconvex
in der Entfernung a vor der Linse und sein Bild in der

mit einem undurchsichtigen Körper belegten Fläche A f
ectirten Strahlen genau wieder auf den Punct γ zurück
rfen werden. Damit dieses geschehe, muſs der auffallende
l gγ nach seiner ersten Brechung in g senkrecht auf die
re Fläche in f fallen, oder g f muſs in der Richtung des
nessers φ g f liegen, weil nur dann der Strahl g f keine
ikung von seinem Wege erfährt, und daher wieder in der
ung f g zurückgeworfen wird. Es ist daher eben so viel, als
r Strahl von der andern Seite der Linse in der Richtung
käme, wo er bey seinem Eintritte in f, wegen des rechten
llswinkels, keine Ablenkung leidet, und bey seinem Aus-
in g nach der Richtung gγ gebrochen wird.

ind aber überhaupt A und B die beyden Vereinigungswei-
ner Linse, so hat man nach dem Vorhergehenden

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{n-1}{f}+\frac{n-1}{g},$$

a hier nach dem Obengesagten die erste Vereinigungsweite
$-$g ist, so ist auch

$$\frac{1}{B}=\frac{n-1}{f}+\frac{n}{g} \quad \ldots\ldots \quad \text{(II.)}$$

die Entfernung des leuchtenden Punctes γ von der Linse ist.
Kehrt man dann die Linse um, so daſs die Seite A f gegen
Object γ gewendet wird, und sucht auch hier die Entfer-
A des leuchtenden Punctes γ von der Linse, für welche
eflectirte Bild wieder auf den Gegenstand γ zurück fällt,
eben so

$$\frac{1}{A}=\frac{n-1}{g}+\frac{1}{f} \quad \ldots\ldots \quad \text{(III.)}$$

Die drey Gleichungen I., II. und III. reichen hin, die drey
kannten Gröſsen f, g und n zu bestimmen, wenn die Grö-
, B und $\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}=\frac{1}{p}$ bekannt sind.

ubtrahirt man nämlich die Summe der beyden letzten Glei-
en von der ersten, so erhält man:

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}-\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)=n\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) \quad \ldots\ldots \quad \text{(IV.)}$$

Multiplicirt man *aber die Gleichungen* II. und III. wechsel-weise durch $n-1$ und durch n, so gibt die Differenz dieser Producte

$$\frac{n-1}{A}-\frac{n}{B}=\frac{1-2n}{g} \text{ und}$$

$$\frac{n-1}{B}-\frac{n}{A}=\frac{1-2n}{f}.$$

Substituirt man endlich die aus den beyden letzten Gleichungen folgende Werthe von $\frac{1}{f}$ und $\frac{1}{g}$ in der Gleichung IV., so erhält man

$$n=\frac{(A+B)\,a\,\alpha-(a+\alpha)\,AB}{(A+B)\,a\,\alpha-2\,(a+\alpha)\,AB}$$

oder da $p=\frac{a\alpha}{a+\alpha}$ ist,

$$n=\frac{(A+B)\,p-AB}{(A+B)\,p-2\,AB}$$

wodurch die Gröſse n gegeben ist. Kennt man aber n, so findet man die beyden Halbmesser f und g durch die Gleichungen

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{1-2n}\left(\frac{n-1}{B}-\frac{n}{A}\right) \text{ und}$$

$$\frac{1}{g}=\frac{1}{1-2n}\left(\frac{n-1}{A}-\frac{n}{B}\right).$$

Um die Coincidenz des Bildes mit dem leuchtenden Gegenstande genau zu beobachten, wird man in der eben erwähnten kleinen Oeffnung des Fensterladens eines verfinsterten Zimmers ein feines Haar einspannen, welches gleichsam zum Gegenstande dienen kann, dessen ganz deutliches Bild man auf die Fläche des Ladens ganz nahe an die Oeffnung desselben fallen läſst. Uebrigens wird man der im ersten Capitel gegebenen Methode der Bestimmung von n und dn immer bey weitem den Vorzug geben, weil die Brechungen der Strahlen durch Prismen viel gröſser sind als durch Linsen, und weil man zur zweckmäſsigen Verfertigung eines Fernrohrs die Gröſsen n und dn schon vor der Ausarbeitung der Linsen kennen muſs, da die Halbmesser der Linsen durch jene beyden Gröſsen ihre Bestimmung erhalten.

DRITTES KAPITEL.

Kugelabweichung.

§. 1.

Wir haben in dem vorhergehenden Kapitel die Gleichungen des §. 2. S. 26 entwickelt und gezeigt, wie man sich ihrer zur Prüfung bereits gegebener Fernröhre bedienen könne. Allein viel wichtiger noch ist die Aufgabe, wie man die vier Halbmesser der beyden Linsen bestimmen soll, damit das von denselben hervorgebrachte Bild ganz rein und deutlich erscheine, und so das aus ihnen gebildete Fernrohr der vorzüglichsten Forderung, die man an dasselbe machen kann, vollkommen entspreche.

Wir haben bereits gesehen, daſs sphärische Linsen nicht die Eigenschaft haben, die nahe und fern von der Axe einfallenden Strahlen nach ihrer Brechung in einen einzigen Punct zu vereinigen, was doch geschehen muſs, wenn anders der aufgestellten Bedingung gemäſs, das Haüptbild des Fernrohrs deutlich erscheinen soll; daſs aber auch, was eine einzige Linse nicht zu leisten vermag, durch die Verbindung von zwey oder mehreren Linsen möglich gemacht werden kann.

Um dieſs näher zu untersuchen wollen wir zuerst die Vereinigungspuncte der Strahlen mit der Axe nach ihrer Brechung durch eine einfache Linse, sowohl für die nahe an der Axe, als auch für die am Rande derselben einfallenden Strahlen bestimmen, und dabey uns zuerst nur auf die Strahlen der mittleren Brechbarkeit oder auf die gelben Strahlen beschränken, während wir die besondere Betrachtung der übrigen gefärbten Strahlen dem folgenden Kapitel vorbehalten.

§. 2.

Wir hatten oben (S. 26.) die Gleichungen

$$\mathrm{Sin}\ l = \frac{f + AM}{f}\ \mathrm{Sin}\ M$$

$$\mathrm{Sin}\ \lambda = \frac{1}{n}\ \mathrm{Sin}\ l$$

$$\xi = l - \lambda - M \text{ und}$$

$$x = \frac{f\ \mathrm{Sin}\ \lambda}{\mathrm{Sin}\ \xi} + f$$

und wir haben bereits (S. 30.) gesehen, daſs für Centralstrahlen, oder daſs für solche Strahlen, welche der Axe sehr nahe einfallen, diese vier Gleichungen in folgende einfache übergehen:

$$x = \frac{nf}{n-1}$$

Nehmen wir nun an, daſs der Winkel M, nicht mehr sehr nahe gleich Null, aber doch auch nur so groſs sey, daſs man die vierten und höhern Potenzen desselben gegen den Halbmesser vernachlässigen kann, eine Voraussetzung, die nach einer sehr verbreiteten Meinung für beynahe alle Fernröhre genügen soll, so gibt die erste jener Gleichungen, wenn man der Kürze wegen

$f + AM = c$ setzt,

$$\mathrm{Sin}\, l = \frac{c}{f}\ \mathrm{Sin}\ M = \frac{c}{f}\left(M - \frac{M^3}{6}\right) \text{ also auch}$$

$$l = \frac{c}{f} M + \frac{c(c^2 - f^2)M^3}{6f^3}$$

oder da $MFf = l - M$ ist

$$MFf = \frac{c-f}{f}.M + \frac{c(c^2 - f^2)M^3}{6f^3}.$$

Weiter gibt die zweyte der oben angeführten Gleichungen

$$\mathrm{Sin}\ \lambda = \frac{c}{nf}\ \mathrm{Sin}\ M = \frac{c}{nf}\left(M - \frac{M^3}{6}\right) \text{ oder}$$

$$\lambda = \frac{cM}{nf} + \frac{c(c^2 - n^2f^2)M^3}{6n^3f^3}$$

und daher die dritte Gleichung

$$\xi = MFf - \lambda \text{ oder}$$

$$\xi = \frac{(n-1)c - nf}{nf} M + \frac{c}{6n^3 f^3} [(n^3-1)c^2 - n^2(n-1)f^2] M^3$$

und dessen Sinus

$$\text{Sin } \xi = \frac{(n-1)c - n.f}{nf} M$$

$$+ \frac{1}{6n^3 f^3} [3(n-1)c^3 + 3(n-1)^2 c^2 f - 4n(n-1)cf^2 + n^2 f^3] M^3$$

also endlich auch die vierte Gleichung:

$$x = \frac{f \cdot \text{Sin } \lambda}{\text{Sin } \xi} + f \text{ oder}$$

$$x = \frac{cf}{(n-1)c - nf} - \frac{c^2(n-1)(c-f)(c+nf)}{2nf[(n-1)c-nf]^2} M^2 + f, \text{ oder}$$

$$x = \frac{nf(c-f)}{(n-1)c - nf} - \frac{c^2(n-1)(c-f)(c+nf)M^2}{2nf[(n-1)c-nf]^2}$$

Stellt man den Werth von $c = AM + f$ wieder her, und bezeichnet man, wie zuvor, diese erste Vereinigungsweite AM durch a, so hat man

$$x = \frac{naf}{(n-1)a - f} - \frac{a(n-1)(a+f)^2 \cdot [a+(n+1)f] M^2}{2nf[(n-1)a-f]^2}$$

Dadurch ist also die Entfernung $A\varphi = x$ gefunden, in welcher der unter dem Winkel M einfallende Strahl die Axe nach der ersten Brechung treffen würde. Auch ist nach dem Vorhergehenden der Winkel $A\varphi f$, oder

$$\xi = \frac{(n-1)c - nf}{nf} M + \frac{c(n-1)[(n^2+n+1)c^2 - n^2 f^2] M^3}{6n^3 f^3}$$

oder:

$$\xi = \frac{(n-1)a - f}{nf} M + \frac{(n-1)(a+f)}{6n^3 f^3} [(n^2+n+1)a(a+2f) + (n+1)f^2] M^3$$

§. 3.

Wenn dann der Strahl nach seiner ersten Brechung in f und nach seinem Durchgange durch die Linse wieder in dem Puncte g in die Luft *tritt, so erleidet* er in diesem Puncte g der Hinter-fläche der Linse eine zweyte Brechung, durch welche er aus der Richtung $fg\varphi$ nach $g\gamma$ gebracht wird.

Um auch hier die beyden Gröfsen $A\gamma$ und $A\gamma g$ zu finden, kann man den Strahl $g\gamma$ so ansehen, als wäre er vor der zweyten Brechung in der Lage $\varphi\gamma$ gewesen, so dafs die Puncte γ und φ der zweyten Brechung respective den Puncten φ und M der ersten Brechung entsprechen. Man wird daher die gesuchten Ausdrücke von $A\gamma$ und $A\gamma g$ erhalten, wenn man in den bereits gefundenen Ausdrücken von $A\varphi = x$ und $A\varphi f = \xi$

die Gröfsen n, a, f und M

respective in $\frac{1}{n}$ — x — g und ξ

verwandelt, wodurch man erhält:

$$A\gamma = \frac{gx}{(n-1)x+nx} - \frac{n(n-1)\,x\,(g+x)^2\,[nx+(n+1)g]}{2g\,[(n-1)x+ng]^3}\,\xi^2$$

und:

$$A\gamma g = \frac{(n-1)\,x+ng}{g}\,\xi,$$

wenn man die dritten und höhern Potenzen von ξ wegläfst.

Substituirt man in diesen beyden Gleichungen die oben gefundenen Werthe von x und ξ, so erhält man endlich

$$A\gamma = \alpha - \frac{a(n-1)\,(a+f)^2\,[g-(n-1)\alpha]^2\,[a+(n+1)f]\,M^2}{2n^2fg^2\,[(n-1)\,a-f]^2} - \frac{\alpha\,(n-1)\,(\alpha+g)^2\,[(n-1)\,a-f]^2\,[\alpha+(n+1)\,g]\,M^2}{2n^2\,f^2\,g\,[g-(n-1)\,\alpha]^2}$$

und:

$$A\gamma g = \frac{g\,[(n-1)\,a-f]\,M}{f\,[g-(n-1)\,\alpha]}$$

wo der Kürze wegen

$$\alpha = \frac{afg}{a(n-1)\,(f+g)-fg}, \text{ das heifst}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

gesetzt wurde, und wo daher (S. 30) α die zweyte, so wie die erste Vereinigungsweite der der Axe **sehr nahe** einfallenden Strahlen bezeichnet.

§. 4.

Der gefundene Werth von $A\gamma$ für die Vereinigungsweite der Randstrahlen nach der zweyten Brechung ist also von der Vereinigungsweite α der Centralstrahlen verschieden, und die Verschiedenheit beyder hängt im Allgemeinen von dem Werthe des Winkels M ab, so daſs daher, da $A\gamma$ sich mit dem Winkel M ändert, für verschiedene Entfernungen des einfallenden Strahles von der Axe der Linse auch verschiedene Vereinigungsweiten $A\gamma$, oder verschiedene Bilder Statt haben. Diese Verschiedenheit der Bilder ist es, welche den Eindruck des **Hauptbildes** (das von den Centralstrahlen für $M = 0$ in der Entfernung $A\gamma = \alpha$ Statt hat) stören, und auf die Deutlichkeit des Sehens hindernd einwirken. Man nennt diesen veränderlichen, von M abhängigen Theil der Gröſse $A\gamma$ die Abweichung der Strahlen wegen der kugelförmigen Gestalt der Linsen, oder kürzer, die **Kugelabweichung** derselben, und wir wollen sie künftig durch Φ bezeichnen.

§. 5.

Setzt man, um diesen Werth von Φ noch weiter zu reduziren, $x = a \tang M = aM$, wo x die Entfernung des Punctes der Linse von ihrer Mitte ist, in welchem sie von dem Strahl getroffen wird, welche Entfernung man, für die Randstrahlen, den **Oeffnungs-Halbmesser** der Linse heiſst, so folgt aus der letzten Gleichung für $A\gamma$

$$\Phi = \frac{(n-1)\,\alpha^2 x^2}{2 n^2} \left\{ \frac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1}{\alpha}-\frac{(n-1)}{g}\right)^2 \left(\frac{n+1}{\alpha}+\frac{1}{f}\right)}{\left(\frac{n-1}{f}-\frac{1}{a}\right)^2} \right\}$$

$$+ \frac{(n-1)\,\alpha^2 x^2}{2 n^2} \left\{ \frac{\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{g}\right)^2 \left(\frac{n-1}{f}-\frac{1}{a}\right)^2 \left(\frac{n+1}{\alpha}+\frac{1}{g}\right)}{\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{(n-1)}{g}\right)^2} \right\}$$

Nach (S. 37) ist aber, wenn k irgend eine willkührliche Gröſse bezeichnet,

$$\frac{1}{\alpha} - \frac{(n-1)}{g} = \frac{n}{k} \text{ und } \frac{n-1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{n}{k}$$

also ist auch

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{n(k+a)}{(n-1)k.a} \text{ und } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{g} = \frac{n(k-\alpha)}{(n-1)k\alpha}$$

und eben so

$$\frac{n+1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{n(nk+a)}{(n-1)ak} \text{ und } \frac{n+1}{\alpha} + \frac{1}{g} = \frac{n(nk-\alpha)}{(n-1)\alpha k}$$

Substituiret man diese Werthe in dem vorhergehenden Ausdrucke von Φ, so erhält man

$$\Phi = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^4} \left[\left(\frac{n}{a} + \frac{1}{k}\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{k}\right)^2 + \left(\frac{n}{\alpha} - \frac{1}{k}\right)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{k}\right)^2 \right]$$

oder endlich, wenn man den Factor

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$$

absondert,

$$\Phi = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2 p} \left[n\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) + \frac{2n+1}{k}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha}\right) + \frac{n+2}{k^2} \right]$$

§. 6.

Suchen wir nun denjenigen Werth der willkührlichen Gröſse k, für welchen die Kugelabweichung Φ ein Kleinstes wird. Zu diesem Zwecke werden wir das Differenzial des Ausdruckes

$$\frac{2n+1}{k}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha}\right) + \frac{n+2}{k^2}$$

gleich Null setzen, wodurch man für den gesuchten Werth von k erhält

$$\frac{1}{k} = -\frac{(2n+1)}{2(n+2)}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha}\right)$$

Substituirt man diesen Werth von k in den letzten Ausdruck von Φ, so erhält man für die kleinste Kugelabweichung

$$\Phi = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)p}\left\{n\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}\right)-\frac{(2n+1)^2}{4(n+2)}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\alpha}\right)^2\right\}$$

oder da $n\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}\right)=n\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\alpha}\right)^2+\frac{n}{a\alpha}$,

und $\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\alpha}\right)^2=\frac{1}{p^2}-\frac{4}{a\alpha}$ ist,

$$\Phi = \frac{n(4n-1)\alpha^2 \text{[illegible]}}{8(n-1)^2(n+2 \text{[illegible]}}\ \text{[illegible]} + \text{[illegible]}$$

I. Ist daher λ irgend ei [illegible] die gröfser als die Einheit i [illegible] rk der Kugelabweichung überl [illegible] nmen

$$\Phi = \frac{n(4n-1)\alpha^2 \text{[illegible]}}{8(n-1)^2(n+ \text{[illegible]}}\ \text{[illegible]}$$

wo dann für die **kleinste** Kugelabweichung die Gröfse $\lambda = 1$ ist.

Setzt man daher der Kürze wegen

$$\mu = \frac{n(4n-1)}{8(n-1)^2(n+2)} \text{ und } \nu = \frac{4(n-1)^2}{4n-1} \text{ und } P = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p}+\frac{\nu}{a\alpha}\right)$$

so erhält man für die Kugelabweichung den einfachen Ausdruck

$$\Phi = \alpha^2 x^2 . P.$$

II. Vergleicht man den letzten Ausdruck von Φ mit dem des §. 5, so erhält man die Gleichung

$$\frac{1}{k} = -\frac{2n+1}{2(n+2)}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\alpha}\right)-\frac{\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{2(n+2)p}$$

welche zeigt, wie die beiden willkührlichen Gröfsen λ und k von einander abhängen.

§. 7.

Um eben so die Gröfsen f und g durch λ auszudrücken, wird man den so eben gefundenen Werth von $\frac{1}{k}$ in den beiden Gleichungen

$$\frac{(n-1)}{f} = \frac{1}{a} + \frac{n}{k} \text{ und } \frac{n-1}{g} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{k}$$

substituiren, wodurch man erhält

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{f} = \frac{\rho}{a} + \frac{\sigma}{\alpha} + \frac{\tau}{p}\sqrt{\lambda - 1} \text{ und} \\ \frac{1}{g} = \frac{\rho}{\alpha} + \frac{\sigma}{a} - \frac{\tau}{p}\sqrt{\lambda - 1} \end{array}\right\}$$

wenn man der Kürze wegen setzt

$$\rho = \frac{4 + n - 2n^2}{2(n-1)(n+2)}$$

$$\sigma = \frac{n(2n+1)}{2(n-1)(n+2)}$$

$$\tau = \frac{n\sqrt{4n-1}}{2(n-1)(n+2)}$$

I. Es ist aber $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$, also auch, wenn man den Werth von α aus dieser Gleichung in den vorhergehenden Ausdrücken von $\frac{1}{f}$ und $\frac{1}{g}$ substituirt,

$$\left.\begin{array}{l} \frac{p}{f} = \sigma - (\sigma - \rho)\frac{p}{a} + \tau\sqrt{\lambda - 1} \text{ und} \\ \frac{p}{g} = \rho + (\sigma - \rho)\frac{p}{a} - \tau\sqrt{\lambda - 1} \end{array}\right\}$$

welche Ausdrücke sich auch in folgende verwandeln lassen:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{p}{f} = \rho + (\sigma - \rho)\frac{p}{\alpha} + \tau\sqrt{\lambda - 1} \text{ und} \\ \frac{p}{g} = \sigma - (\sigma - \rho)\frac{p}{\alpha} - \tau\sqrt{\lambda - 1} \end{array}\right\}$$

II. Sind beyde Halbmesser f und g einander gleich, oder ist die Linse gleichseitig, so gibt die Summe jener beyden Gleichungen

$$f = g = \frac{2p}{\sigma + \varrho}$$

nd ihre Differenz

$$\sqrt{\lambda - 1} = \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right) \cdot \frac{a - \alpha}{a + \alpha}$$

Ist daher entweder a oder auch α unendlich groſs, so ist

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} = \frac{4(n^2 - 1)}{2n\sqrt{4n - 1}}$$

III. Sucht man aber den Werth von $\sqrt{\lambda - 1}$ für jede, nicht loſs für eine, gleichseitige Linse, so gibt die Division der vorergehenden Ausdrücke von $\frac{p}{f}$ und $\frac{p}{g}$ die Gleichung

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{\lambda - 1} &= \frac{f\tau - g\varrho}{(f+g)\tau} - \frac{p(\sigma - \varrho)}{a\tau} \text{ oder auch} \\ \sqrt{\lambda - 1} &= \frac{g\sigma - f\varrho}{(f+g)\tau} - \frac{p(\sigma - \varrho)}{\alpha\tau} \end{aligned}\right\}$$

IV. Für planconvexe Linsen ist $f = \infty$ also in III

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma}{\tau} - \frac{p(\sigma - \varrho)}{a\tau} = \frac{\varrho}{\tau} + \frac{p(\sigma - \varrho)}{\alpha\tau}$$

nd für convexplane Linsen ist $g = \infty$, also

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\varrho}{\tau} + \frac{p(\sigma - \varrho)}{a\tau} = \frac{\sigma}{\tau} - \frac{p(\sigma - \varrho)}{\alpha\tau}$$

Ist daher bei solchen Linsen entweder a oder auch α unendch groſs, so hat man

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\varrho}{\tau} \text{ für planconvexe, und}$$

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma}{\tau} \text{ für convexplane Linsen.}$$

V. Ist endlich $\lambda = 1$, oder die Kugelabweichung ein Kleintes, so hat man für das Verhältniſs der Halbmesser

$$\frac{f}{g} = \frac{a\varrho + p(\sigma - \varrho)}{a\sigma - p(\sigma - \varrho)}$$

oder wenn a sehr grofs ist

$$\frac{f}{g} = \frac{\varrho}{\sigma}.$$

Zur bequemern Berechnung werden die Werthe der eingeführten Gröfsen μ, ν, ϱ, σ und τ, so wie endlich der Werth von $\lambda = \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 + 1$ bey gleichseitigen Linsen für die vorzüglichsten Werthe von n durch folgende Tafel gegeben, die zugleich, wie wir im VIII. Capitel sehen werden, für neue, sehr wünschenswerthe Glasarten, oder endlich für mit Flüssigkeiten gefüllte Linsen dienen können.

61

ung
uch

wei-
llu-
=

elbe

die
tung
auch
n ihr
en

iner

n	μ	ν	ς	σ	τ	λ
1·56	0·9151	0·2393	0·1737	1·6119	0·89[illegible]6	1·6447
1·57	0·8932	0·2461	0·1573	1·5970	0·8864	1·6595
1·58	0·8724	0·2529	0·1414	1·5827	0.8775	1·6744
1·59	0·8525	0·2597	0·1259	1·5689	0·8689	1·6895
1·60	0·8333	0·2666	0·1111	1·5555	0·8607	1.7041
1·61	0·8127	0·2736	0·0967	1·5426	0·8526	1·7190
1·62	0·7974	0·2805	0·0827	1·5302	0·8448	1·7340
1·63	0·7806	0·2876	0·0691	1·5182	0·8373	1·7488
1·64	0·7644	0·2946	0·0562	1·5065	0·8300	1·7633
1·65	0·7455	0·3017	0·0432	1·4952	0·8229	1·7783
1·66	0·7405	0·3089	0·0308	1·4843	0·8160	1·7931
1·67	0·7197	0·3161	0·0187	1·4738	0·8094	1·8080
1·68	0·7059	0·3233	0·0070	1·4636	0·8028	1·8231
1·69	0·6926	0·3306	—0·0044	1·4536	0·7965	1·8377
1·70	0·6798	0·3379	—0·0154	1·4440	0·7904	1·8523
1·71	0·6674	0·3452	—0·0262	1·4347	0·7844	1·8672
1·72	0.6555	0·3526	—0·0366	1·4256	0·7786	1·8817
1·73	0·6440	0·3600	—0·0470	1·4168	0·7741	1·8939
1·74	0·6332	0·3675	—0·0569	1·4091	0·7674	1·9123
1·75	0·6222	0·3750	—0·0667	1·4000	0·7620	1·9262
1·76	0·6118	0·3825	—0·0761	1·3919	0·7568	1·9407
1·77	0·6018	0·3900	—0·0854	1·3841	0·7518	1·9552
1·78	0·5921	0·3976	—0·0944	1·3764	0·7467	1·9700
1·79	0·5827	0·4052	—0·1032	1·3691	0·7419	1·9844
1·80	0·5736	0·4129	—0·1118	1·3618	0·7372	1·9990

§. 8.

chdem wir in dem Vorhergehenden die Kugelabweichung einfache Linse gefunden haben, wollen wir nun auch für zwei und mehrere Linsen suchen.

llt (Fig. 5.) $Mm = P\alpha^2 x^2 = P\alpha^2 a^2 M^2$ die Kugelabweider ersten Linse vor, so wird für den Punct M die Kuichung einer zweyten Linse durch $P' \alpha'^2 . a'^2 . M'^2 = \frac{a'^2 . x^2}{}$ ausgedrückt werden können, wenn P′ dieselbe n von n′p′...., wie P von np... bezeichnet, wo die a′, α′, n′, p′.... für die zweyte Linse dieselbe Bedeutung wie a, α, n. p. für die erste. Ueberdieſs wird aber auch derung Mm (nach S. 35 letzte Gleichung) für die von ihr e Aenderung des Ortes des Bildes den Ausdruck geben

$$\frac{\alpha'^2}{a'^2} \cdot Mm = \frac{\alpha'^2}{a'^2} \cdot P\alpha^2 x^2,$$

man daher für die vollständige Kugelabweichung einer en Linse haben wird

$$\Phi' = \frac{\alpha'^2}{a'^2} \cdot P\alpha^2 x^2 + \frac{a'^2}{\alpha^2} P' \alpha'^2 x^2,$$

nn man die Werthe von

$$P = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\alpha}\right) \text{ und}$$

$$P' = \frac{\mu'}{p'}\left(\frac{\lambda'}{p'^2} + \frac{\nu'}{a' \alpha'}\right)$$

irt,

$$\frac{\alpha'^2 x^2}{a'^2}\left[\frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\alpha}\right) + \frac{\mu'}{p'}\left(\frac{a'}{\alpha}\right)^4\left(\frac{\lambda'}{p'^2} + \frac{\nu'}{a'\alpha'}\right)\right]$$

rt man so fort, so erhält man für eine, zwey, drey . . . die Ausdrücke:

$$\Phi = \alpha^2 x^2 P$$

$$\Phi' = \left(\frac{\alpha\alpha'}{a'}\right)^2 x^2 \left\{P + \left(\frac{a'}{\alpha}\right)^4 P'\right\}$$

$$pm = \frac{\Psi(x^2 - z^2).z}{x+z} = \Psi z(x-z)$$

und daher auch

$$\rho = pm \tang p = \frac{\Psi x z (x-z)}{C\alpha}$$

Um den gröfsten Werth von ρ zu finden, wird man das Differenzial von $\frac{\Psi x . z (x-z)}{C\alpha}$, oder kürzer, von $z(x-z)$ in Beziehung auf z gleich Null setzen, wodurch man $z = \frac{1}{2} x$ erhält, und wenn man diesen Werth von z in den vorhergehenden Ausdrücken von pm und ρ substituirt, so hat man:

$$pm = \frac{\Psi x^2}{4} = \tfrac{1}{4}\Phi \text{ und}$$

$$\rho = \frac{\Psi x^3}{4C\alpha} = \tfrac{1}{4}\frac{\Phi x}{C\alpha}.$$

Man nennt diesen letzten Ausdruck von ρ den **Halbmesser der Kugelabweichung**. In der That wird ein aus dem so bestimmten Puncte m mit diesem Werth von $\rho = mn$ als Halbmesser beschriebener Kreis **alle** Strahlen in sich enthalten, welche auf die Linse in keiner gröfseren Entfernung als x auffallen, und dieser Abweichungskreis wird zugleich unter allen übrigen mit ihm parallelen Kreisen der gröfste seyn. Denn alle Strahlen unter der Axe werden zwischen p und n durchgehen, und daher jenen Kreis entweder unter der Axe zwischen m und n, oder über der Axe schneiden, weil sie dann zwischen p und m durchgehen. Eben so werden auch alle Strahlen über der Axe durch diesen Kreis durchgehen, so lange sie nur in keiner gröfsern Entfernung als $A\varsigma = x$ auf die Linse fallen. Ein kleinerer Kreis aber, der **alle** Strahlen enthielte, ist nicht möglich: nicht zwischen m und p, weil der Strahl c′n und mehrere andere fehlen würden, und auch nicht zwischen m und α, weil dann der Strahl cpn und mehrere andere fehlen würden.

Das Auge erhält daher die Strahlen des Punctes a so, als kämen sie alle von diesem Abweichungskreise her, durch welchen nach dem Vorhergehenden alle jene Strahlen gehen müssen, und man kann daher den Halbmesser ϱ dieses Kreises als das Maſs der Undeutlichkeit wegen der sphärischen Gestalt der Linse betrachten, so daſs diese Undeutlichkeit desto kleiner seyn wird, je kleiner der Halbmesser

$\varrho = \frac{\Psi\ x^3}{4\ C\alpha}$ ist, und es ist für sich klar, daſs derselbe Ausdruck von

$\varrho = \frac{\Psi\ x^3}{4\ C\ \alpha}$ nicht bloſs für eine einzige Linse, sondern daſs er auch für jede gegebene Anzahl von Linsen gilt, wenn man nur in ihm den Werth von Ψ für jede gegebene Linsenzahl (S. 62) substituirt, und $C\alpha$ gleich der letzten Vereinigungsweite der letzten Linse setzt. Nennet man also überhaupt l die Entfernung des letzten Bildes von dem Auge, so sieht es jenen Halbmesser des Abweichungskreises unter dem Winkel

$$R = \frac{\varrho}{l} = \frac{\Psi . x^3}{4 C\alpha . l}$$

und dieser letzte Werth ist der gesuchte Halbmesser der Kugelabweichung, dessen wir uns in dem Folgenden bedienen werden. Um ihn in Secunden des Bogen zu erhalten, muſs man ihn durch 206265 multipliciren. In Minuten des Bogens aber ausgedrückt, ist dieser Halbmesser der Kugelabweichung

$$R = \frac{3438}{4} . \frac{\Psi\ x^3}{C\alpha . l}.$$

§. 10.

Nennt man aber, wie zuvor, die beyden Vereinigungsweiten der ersten Linse a, α, der zweyten a′, α', der dritten a″, α'' u. f., und bezeichnet man durch m, m′, m″.... die Vergröſserung des durch eine, zwey, drey ... Linsen gesehenen Gegenstandes, so werden wir im Folgenden sehen, daſs zwischen diesen Gröſsen und l und $C\alpha$ folgende Gleichungen Statt haben.

Für eine Linse $l = \frac{\alpha}{m}$, $C\alpha = \alpha$

— zwey ... $l = \frac{\alpha\ \alpha'}{a'\ m'}$, $C\alpha = \frac{\alpha\ \alpha'}{a'}$

$$p m = \frac{\Psi (x^2 - z^2) . z}{x + z} =$$

und daher auch

$$\varrho = p m \tang p = \frac{\Psi x z (}{C}$$

Um den gröfsten Werth von ferenzial von $\frac{\Psi x . z (x - z)}{C \alpha}$, oder hung auf z gleich Null setzen, und wenn man diesen Werth von drücken von p m und ϱ substituirt

$$p m = \frac{\Psi x^2}{4}$$

$$\varrho = \frac{\Psi x^3}{4 C \alpha} =$$

Man nennt diesen letzten Au ser der Kugelabweichung. so bestimmten Puncte m mit diese messer beschriebener Kreis all welche auf die Linse in keiner fallen, und dieser Abweichungsk übrigen mit ihm parallelen Kreise Strahlen unter der Axe werden z und daher jenen Kreis entweder n, oder über der Axe schneiden m durchgehen. Eben so werden a durch diesen Kreis durchgehen, fsern Entfernung als A c = x auf Kreis aber, der alle Strahlen ent zwischen m und p, weil der Strah len würden, und auch nicht zwisc Strahl c p n und mehrere andere

Das Auge erhält daher die kämen sie alle von diesem Abwe chen nach dem Vorhergehenden

...nn daher den Halbmesser ρ dieses Kreises ...
...eutlichkeit wegen der sphärischen Gestalt ...
...so daſs diese Undeutlichkeit desto kleiner ...
...r Halbmesser
r^3 ... ist, und es ist für sich klar, daſs ...

nicht bloſs für eine einzige Linie, sonder...
gegebene Anzahl von Linien gilt. ...
...erth von Φ für jede gegebene Linienzahl ...
C = gleich der letzten Vereinigung...
setzt. Nennt man den ...
Bildes von dem Auge, so sieht es ...
...ngskreises unter dem Winkel

$$= \frac{\Phi . x^2}{4 C a . l}$$

...der gesuchte Halbmesser der Kugel... [illegible]

...en ein

...gelabweichun...
...ngshalbmesse...
...ohrs proportio...
...esser gibt dahe...
gröſsere Kugela...
...len Oeffnungshal...
...e Kugelabweichun...
...elabweichung setz...
...engen.
...er Gegenstand durch
...n von der Lichtmen-
...d, so wird, wenn x
...igkeit, und zwar
...em Grunde muſs man
...an die Kugelabweichung
...n kleinen Ueberrest der-
...ben nicht zu sehr zu ver-
...ungen an den besten Fern-
...o man die Kugelabweichung
der Werth von R nicht leicht
...wenn die Deutlichkeit des Se-
Die Abweichung wegen den Far-
...ner betrachten werden, kann ...

für drey Linsen $l = \dfrac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''\,m''}$, $C\,\alpha = \dfrac{\alpha\,.\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''}$

— vier ... $l = \dfrac{\alpha\,.\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''\,m'''}$, $C\,\alpha = \dfrac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''}$ u. f.

Dieses vorausgesetzt, hat man also auch:

für eine Linse $l\,.\,C\,\alpha = \alpha^2\,.\,\dfrac{1}{m}$

— zwey — $l\,.\,C\,\alpha = \left(\dfrac{\alpha\,\alpha'}{a'}\right)^2 .\, \dfrac{1}{m'}$

— drey — $l\,.\,C\,\alpha = \left(\dfrac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''}\right)^2 .\, \dfrac{1}{m''}$

— vier — $l\,.\,C\,\alpha = \left(\dfrac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''}\right)^2 .\, \dfrac{1}{m'''}$ . . . u. f.

Substituirt man daher diese Ausdrücke von $l\,.\,C\alpha$ in dem Werthe von

$$R = \frac{\psi\,.\,x^3}{4\,l\,.\,C\alpha},$$

so erhält man für

eine Linse $R = \dfrac{m\,x^3}{4}\,.\,P$

zwey ... $R' = \dfrac{m'\,x^3}{4}\left\{P + \left(\dfrac{a'}{\alpha}\right)^4 P'\right\}$

drey ... $R'' = \dfrac{m''\,x^3}{4}\left[P + \left(\dfrac{a'}{\alpha}\right)^4 P' + \left(\dfrac{a'\,a''}{\alpha\,\alpha'}\right)^4 P''\right]$

vier ... $R''' = \dfrac{m'''\,x^3}{4}\left[P + \left(\dfrac{a'}{\alpha}\right)^4 P' + \left(\dfrac{a'\,a''}{\alpha\,\alpha'}\right)^4 P'' + \left(\dfrac{a'\,a''\,a'''}{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}\right)^4 P'''\right]$

und ferner.

I. Für Fernröhre ist $a = \infty$ und $p = \alpha$, also für eine Linse

$$R = \frac{\mu\,\lambda}{p^3}\,.\,\frac{m\,x^3}{4}$$

Nennt man weiter

$$Q' = \lambda' \left(\frac{a'}{p'}\right)^2 + \frac{\nu' a'}{\alpha'}$$

$$Q'' = \lambda'' \left(\frac{a''}{p''}\right)^2 + \frac{\nu'' a''}{\alpha''}$$

$$Q''' = \lambda''' \left(\frac{a'''}{p'''}\right)^2 + \frac{\nu''' a'''}{\alpha'''} \text{ u. f.}$$

hat man für eine willkührliche Anzahl der Linsen eines Fern-hres den Halbmesser der Kugelabweichung

$$= \frac{m x^3}{4 P^4} \left[\mu \lambda p + \frac{\mu' a'^2}{p'} Q' + \frac{\mu'' a''^2}{p''} \left(\frac{a'}{\alpha'}\right)^4 Q'' + \frac{\mu''' a'''^2}{p'''} \left(\frac{a' a''}{\alpha' \alpha''}\right)^4 Q''' + \right]$$

§. 11.

Aus diesen Ausdrücken folgt, daſs die Kugelabweichung R er Linsen überhaupt dem Würfel des Oeffnungshalbmessers x es Objectivs oder der ersten Linse des Fernrohrs proportional t. Ein doppelt so groſser Oeffnungs-Halbmesser gibt daher, enn alles Uebrige gleich bleibt, eine achtmahl gröſsere Kugelab-eichung, und umgekehrt: vermindert man den Oeffnungshalb-esser des Objectivs um die Hälfte, so wird die Kugelabweichung chtmahl kleiner. Die Rücksicht auf die Kugelabweichung setzt so der Oeffnung des Objectivs gewisse Grenzen.

Da aber die Helligkeit, unter welcher der Gegenstand durch as Fernrohr gesehen wird, im Allgemeinen von der Lichtmen-e, die auf das Objectiv fällt, bestimmt wird, so wird, wenn x leiner gemacht wird, auch diese Helligkeit, und zwar ie das Quadrat von x abnehmen. Aus diesem Grunde muſs man ey solchen Fernröhren, bey welchen man die Kugelabweichung icht ganz wegbringen kann, noch einen kleinen Ueberrest der-elben dulden, um die Helligkeit derselben nicht zu sehr zu ver-indern. Nach den bisherigen Erfahrungen an den besten Fern-öhren mit einfachen Objectiven, wo man die Kugelabweichung icht ganz wegbringen kann, darf der Werth von R nicht leicht gröſser als eine Secunde seyn, wenn die Deutlichkeit des Se-ens nicht merkbar leiden soll. Die Abweichung wegen den Far-en aber, die wir sogleich näher betrachten werden, kann auf fünf, sechs und mehrere Minuten gehen, ohne daſs man die Gegenstände an ihrem Rande noch bedeutend gefärbt erblickt.

Bey einfachen Objectiven kann also die Kugelabweichung nur auf Kosten der Helligkeit vermindert, oder die Helle nur auf Kosten der Deutlichkeit des Sehens (die durch die Kugelabweichung gehindert wird), vermehrt werden. Soll die Vergröſserung m des Fernrohrs sehr groſs seyn, so braucht man auch viel Licht, um den Gegenstand noch mit der nöthigen Helligkeit zu sehen, d. h. so muſs auch der Oeffnungshalbmesser x des Objectives sehr groſs seyn. Aber groſse Oeffnungen einfacher Linsen fordern auch groſse Brennweiten derselben, wie wir unten sehen werden, und dieſs ist eine der Ursachen, warum stark vergröſsernde Fernröhre mit einfachen Objectiven zugleich immer so lang seyn müssen. Es ist daher wünschenswerth, solche Linsen zu haben, die selbst für bedeutende Oeffnungen nur noch eine mäſsige Brennweite haben, und diesen Vortheil gewähren eben die doppelten und mehrfachen Objective, welche wir in dem Folgenden näher betrachten werden. Eine andere Ursache, welche stark vergröſsernde Fernröhre auch zugleich sehr lang macht, liegt in der Farbenabweichung, zu deren Vermeidung man, wie wir zeigen werden, die Längen der Fernröhre wie die Quadrate der Vergröſserungen wachsen lassen muſs, so daſs, wenn z. B. ein Fernrohr mit einfachem Objectiv bey einer Länge von vier Fuſs 40 Mahl vergröſsert, ein anderes, welches 80 Mahl vergröſsern, und die Gegenstände eben so farbenlos zeigen soll, nahe 16 Fuſs lang seyn muſs, wie wir in der Folge sehen werden. Bey solchen Fernröhren endlich, von welchen man nur eine geringe Vergröſserung fordert, wird man, wie der letzte Ausdruck für R zeigt, die Rücksicht auf die Kugelabweichung desto sicherer weglassen dürfen, je gröſser die Brennweite und je kleiner die Oeffnung des Objectives ist.

Um die Gröſse Φ der Kugelabweichung in der Axe zu bestimmen, welche ein Objectiv noch haben darf, ohne das von ihr erzeugte Bild für unsere Sinne undeutlich zu machen, wollen wir, nach dem Vorhergehenden, den gröſsten Werth von dem Halbmesser der Kugelabweichung $R = 1^{Sec} = 0.00000484 8$ annehmen. Es war aber (S. 63)

[redacted]

$$\Phi = \frac{\mu \lambda x^2}{p} \text{ und } R = \frac{\mu \lambda \,.\, m x^2}{4 p^2},$$

also auch, wenn man die Gröſsen $\mu\lambda$ eliminirt,

$$\Phi = \frac{4 p^2 R}{m x}.$$

Wir werden aber weiter unten sehen, daſs man $m = \frac{p}{p'}$ hat, wenn p die Brennweite des Objectivs, und p' die des Oculars bezeichnet, und daſs nach Huyghen's Versuchen das Verhältniſs $\frac{p'}{x}$ nicht gröſser als 2.2 seyn kann. Setzt man daher $\frac{p'}{x} = 2.2$, so erhält man $\Phi = (8{,}8)\, p R$, oder $\Phi = 0.00004266\, p$, und diesen Werth von Φ soll die Längenabweichung eines Objectives nicht übersteigen, um noch ein deutliches Bild zu geben.

VIERTES KAPITEL.

Farbenabweichung.

§. 1.

Wir haben in dem vorhergehenden Kapitel die Mittel angegeben, die mittleren Strahlen, welche in verschiedenen Entfernungen von der Axe auf die Linse fallen, nach ihren Brechungen in einen einzigen gemeinschaftlichen Punct zu vereinigen. Allein diese Bedingung reicht nicht hin, das von den Linsen entworfene Bild vollkommen deutlich zu machen, da aufser diesen mittleren auch noch die äufsersten gefärbten Strahlen, welche letzte nach S. 14 ihre eigene Brechbarkeit haben, in ihren Vereinigungspuncten mit der Axe ebenfalls Bilder erzeugen, welche, wenn man sie unberücksichtigt läfst, die durch das Fernrohr gesehenen Gegenstände mit Farben umgeben, die dem deutlichen Sehen Hindernisse entgegen stellen, welche unter dem Nahmen der Farbenabweichung bekannt sind, und nun hier näher untersucht werden sollen.

Bezeichnet n das mittlere Brechungsverhältnifs z. B. für die gelben Strahlen und dn die Aenderung desselben für die letzten rothen oder violetten Strahlen, so gibt die Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g},$$

wenn man in ihr die Gröfsen f und g constant nimmt,

$$dp = -\frac{p \cdot dn}{n-1}.$$

Eben so gibt aber auch die Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha},$$

nan in ihr die Gröſse a constant nimmt

$$d\alpha = \frac{\alpha^2 dp}{p^2}$$

folgt $d\alpha = -\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha^2}{p}$.

etzt man der Kürze wegen die Gröſse

$\frac{dn}{n-1} = \theta$ und für andere Glasarten

$\frac{dn'}{n'-1} = \theta'$ u. f., so ist

$$d\alpha = -\frac{\theta\alpha^2}{p}$$

eser Ausdruck gibt die Aenderung $d\alpha$ der zweyten Verei-
sweite einer einfachen Linse, welche von der Aenderung
röſse n durch die verschiedenen Farben der Lichtstrahlen
ht.

§. 2.

m eben so die analoge Aenderung der zweyten Vereini-
weite α' einer zweyten Linse zu finden, hat man

$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}$ also auch

$$\frac{d\alpha'}{\alpha'^2} = \frac{dp'}{p'^2} - \frac{da'}{a'^2}$$

a aber die Entfernung $\alpha + a'$ der beyden Linsen in jedem
ohre im Allgemeinen eine constante Gröſse ist, so hat man

$$da' = -d\alpha = \frac{\theta\alpha^2}{p}.$$

ndlich ist noch, wie zuvor, $dp' = -p'\theta'$. Substituirt
daher diese Werthe von da' und dp' in dem vorhergehen-
usdrucke von $d\alpha'$, so erhält man für eine doppelte Linse

$$d\alpha' = -\left(\frac{\theta}{p} + \frac{\theta' a'^2}{\alpha^2 p'}\right)\frac{\alpha^2 \alpha'^2}{a'^2},$$

und eben so wird man für eine dreyfache Linse erhalten

$$\mathrm{d}\,\alpha'' = -\left(\frac{\theta}{p} + \frac{\theta'\,a'^2}{\alpha^2\,p'} + \frac{\theta''\,a'^2\,a''^2}{\alpha^2\,\alpha'^2\,p''}\right) \cdot \frac{\alpha^2\,\alpha'^2\,\alpha''^2}{a'^2\,.\,a''^2},$$

und für eine vierfache

$$\mathrm{d}\,\alpha''' = -\left[\frac{\theta}{p} + \frac{\theta'\,a'^2}{\alpha^2\,p'} + \frac{\theta''\,a'^2\,a''^2}{\alpha^2\,\alpha'^2\,p''} + \frac{\theta'''\,a'^2\,a''^2\,a'''^2}{\alpha^2\,\alpha'^2\,\alpha''^2\,p'''}\right] \frac{\alpha^2\,\alpha'^2\,\alpha''^2\,\alpha'''^2}{a'^2\,a''^2\,a'''^2}.$$

§. 3.

Soll daher für eine doppelte Linse die Farbenabweichung verschwinden, oder soll das von diesen Linsen erzeugte Bild ganz farbenlos erscheinen, so hat man die Bedingungsgleichung

$$o = \frac{\theta}{p} + \frac{\theta'\,a'^2}{\alpha^2\,p'}$$

Da die Gröſsen θ und θ' ihrer Natur nach, so wie die Quadrate a'^2 und α^2, immer positiv sind, so zeigt diese Gleichung, daſs, wenn die Farbenabweichung durch zwey Linsen gehoben werden soll, die Brennweiten der beyden Linsen entgegengesetzte Zeichen haben müssen, oder daſs die eine Linse concav seyn muſs, wenn die andere convex ist. (Verg. S. 20.)

I. Ist die Distanz $a' + \alpha$ der beyden Linsen gleich Null, und setzt man der Kürze wegen $\pi = \frac{\theta}{\theta'}$ so hat man bey einer Doppellinse für die Bedingung der Farbenlosigkeit die einfache Gleichung

$$\frac{p}{p'} = -\pi$$

Bey einer solchen Doppellinse ist aber (S. 38) die Brennweite derselben

$$\alpha' = \frac{p\,p'}{p + p'}.$$

Verbindet man die beyden letzten Gleichungen unter einander, so erhält man für die Brennweiten p und p' der beyden ein-nsen, aus welchen die farbenlose Doppellinse besteht, ücke

$$p = \alpha'(1-\pi) \text{ und}$$

$$p' = -\alpha'\left(\frac{1-\pi}{\pi}\right)$$

§. 4.

em [Vorhergehenden wurde auf die Dicke der Linsen cksicht genommen. Nennt man aber d die Dicke der convexen und d′ die Dicke der zweyten biconcaven hat man (S. 31) für die Brennweite α' der Doppel- Ausdruck

$$-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)-(n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right)+\frac{(n-1)^2 d}{n f^2}$$

$$+\left\{(n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)-\frac{(n'-1)}{f'}\right\}^2\frac{d'}{n'}$$

man in dem letzten Gliede dieses Ausdrucks, da es die sehr kleine Gröſse d′ multiplicirt ist statt $(n-1)$ $\big)-\frac{(n'-1)}{f}$ abkürzend die Gröſse $\frac{1}{\alpha'}+\frac{n'-1}{g'}$ und

rt dann jenen Werth von $\frac{1}{\alpha'}$ in Beziehung auf α', n und

hält man, wenn man nach der Differentiation d. α' gleich

$$+\frac{1}{g}\Big)dn-\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right)dn'$$

$$+(n^2-1)\frac{d.dn}{n^2 f^2}$$

$$+\left\{(n'^2-1)\alpha'+2\alpha' g'-g'^2\right\}\frac{d'.dn'}{n'^2.\alpha'^2 g'^2},$$

ich, wenn man abkürzend $\frac{dn}{dn'}=\pi$ und die Dicke d′ ten *biconcaven Linse* gleich Null setzt

$$\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'} = \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) \pi + (n^2 - 1) \frac{\pi d}{n^2 f^2}$$

und dieser Ausdruck ist ebenfalls die Bedingungsgleichung, der Genüge geschehen muſs, wenn das von der Doppellinse erzeugte Bild farbenlos erscheinen soll. Man sieht aus dem Vorhergehenden, daſs man von den beyden Fehlern eines zusammengesetzten Objectives, die von der sphärischen Gestalt der Linsen und von der Zerstreuung der verschiedenen Farben entstehen, den ersten durch eine schickliche Wahl der Krümmungshalbmesser, und den zweyten durch ein angemessenes Verhältniſs der Brennweiten der zwey einfachen Linsen, aus welchen das Doppelobjectiv besteht, aufzuheben sucht, da nach der Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

zu derselben Brennweite einer Linse unzählige Paare von Krümmungshalbmessern gehören können.

Uebrigens wird man zur Bestimmung der Werthe von dn (nach Cap. I.) nicht die beyden äuſsersten und schwächsten Farben des Sonnenbildes, sondern vielmehr die beyden lebhaftesten, nämlich das helle an Orange grenzende Roth und das lebhafte Dunkelblau wählen, und diese letzten in dem Fernrohre zur Vereinigung bringen, was man daran erkennt, daſs das Fernrohr, wenn es auf lichtstarke Gegenstände, z. B. auf den Mond gestellt und das Ocular über die Grenze des deutlichen Sehens von dem Objective entfernt wird, den Mond mit einem schwachen purpurfarben Rande zeigt, während im Gegentheile, wenn das Ocular dem Objective zu sehr genähert wird, der Mondrand schwach grüngelb erscheint. Würde man aber die beyden äuſsersten und schwächsten Farben Roth und Violett zur Bestimmung des Werthes von dn gewählt haben, so würde der Mondrand in jenem ersten Falle mit einem lebhaften Orange, und in dem zweyten mit einem starken Blau umgeben erscheinen, weil diese beyden letzten Farben unter allen am unvollkommensten zur Vereinigung gebracht worden wären, da sie doch, eben ihrer gröſseren Intensität wegen, vorzüglich hätten berücksichtigt werden sollen.

Endlich sieht man aus dem Vorhergehenden auch ohne aus-
:kliche Erinnerung, dafs durch die vorgetragene Methode
er eine vollkommene Vereinigung aller weifsen, noch auch
Coincidenz aller einfachen gefärbten Strahlen möglich ist,
lern dafs man sich begnügt, von den weifsen Strahlen nur die
y äufsersten, die Central- und Randstrahlen, und von den
rbten nur die zwey hellsten und lichtstärksten zur Vereini-
; zu bringen, in der Voraussetzung, dafs dann auch alle
gen nicht zu sehr von jenen ersten abweichen, oder dafs
igstens ihre Abweichung für unsere unvollkommenen Sinne
t zu störend einwirken werde. So hatte man z. B. für die
ichtung der Farben die Gleichung (S. 72) $\frac{p'}{p} = -\frac{\theta'}{\theta}$ oder
$= -\frac{(n-1)\,dn'}{(n'-1)\,dn}$, welche, da für jedes Doppelobjectiv die
so $\frac{p'}{p}$ constant ist, voraussetzt, dafs auch für alle Gattun-
von Strahlen die Gröfse $\frac{(n-1)\,dn'}{(n'-1)\,dn}$ constant ist, oder dafs
für je zwey Glasarten $\frac{n-1}{n'-1}$ wie $\frac{dn}{dn'}$ verhalte, welche Vor-
etzung aber keineswegs mit den Beobachtungen überein-
mt.

Aus beyden Ursachen ist daher eine ganz strenge Auflösung
Problems so gut als unmöglich, da für eine solche das Ob-
tiv nicht aus zwey, sondern eigentlich aus unendlich vielen
fachen Linsen bestehen müfste, deren jede ihre eigene Brech-
keit und Farbenzerstreuung hat, wie dieses wohl bey unserm
ge der Fall seyn mag, dessen Krystalllinse nach Porterfield
the eye. Edinb. 1759.) in ihrer Dichte gegen den Mittel-
ict derselben zunimmt, und die nach Leeuwenhoek (Ar-
a naturae detecta. Lugd. Batav. 1722) aus mehr als 10000 ver-
iedenen concentrischen Schalen besteht.

FÜNFTES KAPITEL.

Doppelobjective.

Erste Methode.

§. 1.

Wir wollen nun die in den beyden vorhergehenden Kapiteln enthaltenen Ausdrücke auf die Construction eines Doppelobjectives anwenden, welches von den beyden dort erwähnten Abweichungen, die von der sphärischen Gestalt der Linse und von der verschiedenen Brechbarkeit der gefärbten Strahlen kommen, frey ist.

Nennen wir, wie bisher, n die Brechung, dn die Farbenzerstreuung, p die Brennweite, a und α die beyden Vereinigungsweiten, und f und g die beyden Halbmesser der ersten oder der dem Gegenstande zugekehrten Linse. Für die zweyte Linse bezeichnen wir dieselben Gröſsen n, dn, p.... mit einem Striche. Die erste soll aus der unter dem Namen Kronglas bekannten Glasart, für die n gleich 1.50 bis 1.54 ist, und die andere aus Flintglas bestehen, für welches n′ gleich 1.55 bis 1.63 ist. Die Entfernung der Mitten beyder Linsen, oder die Gröſse ab (Fig. 5.) wollen wir durch ω, und das Verhältniſs $\frac{dn}{dn'}$ durch τ bezeichnen.

I. Da bey jedem Fernrohre der dadurch zu betrachtende Gegenstand sehr weit entfernt vorausgesetzt wird, so ist $a = \infty$, also auch $\alpha = p$, und daher

$$\omega = \alpha + a' = p + a'$$

und a′ eine negative Gröſse, weil bey einem Doppelobjective, dessen zwey Linsen sich nahe berühren, immer $p > \omega$ ist.

Für die zweyte Linse ist ferner $\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}$, und die
edingung der Farbenlosigkeit gibt (S. 72)

$$o = \frac{\theta}{p} + \frac{\theta' a'^2}{p^2 p'},$$

dafs man also die drey folgenden Gleichungen hat

$$\left.\begin{array}{l} \omega = p + a' \\ \frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'} \\ p\,\theta = - \frac{a'^2 \theta'}{p'} \end{array}\right\}$$

welchen die zwey Gröfsen ω und α' noch unbestimmt, oder erer Willkühr überlassen sind.

Sey also ω irgend ein Theil der ersten Brennweite, oder $\omega = \frac{p}{h}$, wo h irgend eine positive Zahl bezeichnet, die grö- r als die Einheit ist, so findet man aus jenen drey Gleichun- die Werthe von p, p′ und a′ durch die andere willkühr- e Gröfse α' ausgedrückt. Ist nämlich der Kürze wegen $= h\,(\theta' - \theta) - \theta'$, so hat man

$$= \frac{k\,h}{\theta'(h-1)^2} . \alpha' \text{ oder auch } p = \left\{h\left(1 - \frac{\theta}{\theta'}\right) - 1\right\} \frac{h\,\alpha'}{(h-1)^2}$$

$$= - \frac{k}{h\,\theta} . \alpha' \quad . \; . \; . \; . \; p' = \left\{1 - \frac{\theta'(h-1)}{\theta\,h}\right\} \alpha',$$

$$= - \frac{k}{\theta'(h-1)} . \alpha' \; . \; . \; . \; . \; a' = \left\{1 - h\left(1 - \frac{\theta}{\theta'}\right)\right\} \frac{\alpha'}{h-1}$$

d überdiefs $\omega = \frac{k}{\theta'(h-1)^2}\,\alpha'$

II. Wollte man aber, in einer für kleinere Fernröhre oft laubten Abkürzung, die Distanz ω der Mitten beyder Linsen eich Null setzen, so hätte man statt den vorhergehenden Glei- ungen die folgenden:

der Linsen entgegengesetzte Zeichen haben, dafs also e
Linsen convex und die andere concav seyn mufs. Nimmt
positiv, oder die erste Linse convex, so mufs $\theta' > \theta$ sey
daraus folgt, dafs, ohne Rücksicht auf die Zeichen, $p' >$
dafs die Brennweite der concaven Linse immer gröfser
die der convexen, und dafs man daher die concave Linse a
jenigen der beyden Glasarten machen mufs, welche die g
Farbenzerstreuung θ' hat.

Auf diese Weise sind daher durch die Vernichtung d
benabweichung die beyden Brennweiten p und p' und die
a' bestimmt worden. Die willkührliche Gröfse α', wel
Brennweite des Doppelobjectivs bezeichnet, kann hier
Einheit angenommen werden, auf welche sich alle Dimen
der Gröfsen p, p', f, f', und g, g' beziehen.

§. 2.

Da bey der erwähnten Wahl der beyden Glasarten na
Vorhergehenden die Gröfse θ' immer gröfser als θ, also
$p' > p$ ist, so sind auch, wegen der Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g},$$

im Allgemeinen die Halbmesser der ersten Linse kleiner, ler da nach dem Vorhergehenden die Halbmesser der zweyten inse bereits die grösseren sind, so wird man diejenige Einrichng vorziehen, welche die grössten Halbmesser der ersten Linse bt. Zu dieser Absicht wird man also die Halbmesser f und g der sten Linse unter sich gleich grofs machen, oder wie aus der leichung

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

lgt, man wird annehmen

$$f = g = 2\,(n-1)\,p,$$

rch welchen Ausdruck daher die Halbmesser der ersten Linse rch die bekannte Brennweite p dieser Linse bestimmt erden.

Ist aber f = g, so erhält man (S. 57)

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2\,\tau}$$

ler wenn $n = 1.53$ ist (S. 59)

$$\lambda = 1.6001,$$

ıd eben so $\mu = 0.9875$ und $\nu = 0.2194$.

§. 3.

Noch ist die Berücksichtigung der Kugelabweichung übrig, deren Vernichtung wir die zwey noch zu bestimmenden Halbesser f' und g' der zweyten Linse verwenden wollen.

Die Vernichtung der Kugelabweichung gibt aber (nach S. 61) e Bedingungsgleichung

$$0 = \mu\lambda + \frac{\mu' a'^2}{p\,p'}\left(\frac{\lambda' a'^2}{p'^2} + \frac{\nu' a'}{\alpha'}\right)$$

Da in dieser Gleichung die Gröfsen p und p' und $a' = -p$ ıs (S. 78), die Gröfsen λ und μ aber aus (S. 60) bekannt, und ıdlich die Werthe vor μ' und ν' schon durch das angenommene

Brechungsverhältniſs n′ des Flintglases (durch die Tafel S. 60) gegeben sind, so bleibt nur noch die Gröſse λ' aus dieser Gleichung, oder aus

$$\lambda' = -\frac{\mu \lambda p p'^2}{\mu' a'^2} - \frac{\nu' p'^2}{a' \alpha'}$$

zu bestimmen übrig. Kennt man aber den Werth von λ', so findet man die gesuchten Halbmesser f' und g' der zweyten Linse durch die Gleichungen (S. 56)

$$\frac{1}{f'} = \frac{\varrho'}{a'} + \frac{\sigma'}{\alpha'} + \frac{\tau' \sqrt{\lambda' - 1}}{p'}$$

$$\frac{1}{g'} = \frac{\varrho'}{\alpha'} + \frac{\sigma'}{a'} - \frac{\tau' \sqrt{\lambda' - 1}}{p'}$$

und dadurch ist das verlangte Doppelobjectiv vollständig bestimmt.

§. 4.

Um auf die vorhergehenden Ausdrücke ein Beyspiel anzuwenden, sey für die erste Linse von Kronglas $n = 1{\cdot}53$ und $\theta = \frac{dn}{n-1} = 0.00636$, und für die zweyte Linse von Flintglas $n' = 1.58$ und $\theta' = \frac{dn'}{n'-1} = 0.00928$; also auch $\pi = 0.68534$, wofür wir der Kürze wegen $\pi = \frac{2}{3}$ annehmen wollen.

Setzt man die Entfernung der Mitten beyder Linsen $a = 0$, also auch $a' = -p$, so geben die Gleichungen (S. 78)

$$p = \frac{\alpha'}{4},\ p' = -\frac{\alpha'}{3} \text{ und } a' = -\frac{\alpha'}{4}$$

also ist auch (S. 79)

$$f = g = 1.06\ p = 0.265\ \alpha'$$

Weiter ist $\lambda = 1.6001$, $\mu = 0.9875$, $\nu = 0.2194$, $\mu' = 0.8724$ und $\nu' = 0.2529$, also gibt die erste Gleichung dieser Seite, wenn man in ihr $a' = -p$ setzt

$$\lambda' = 4.4053.$$

Endlich gibt das angenommene Brechungs - Verhältniſs = 1.58 für Flintglas (S. 60) $\varrho' = 0.1414$, $\sigma' = 1.5827$ und = 0.8775, also ist auch (S. 56)

$$\frac{\alpha'}{f'} = -0.5656 + 1.5827 \mp 4.8582$$

$$\frac{\alpha'}{g'} = +0.1414 - 6.3308 \pm 4.8582$$

Nimmt man in diesen beyden Gleichungen, um die Halbesser so groſs als möglich zu machen (S. 79), die obern Zeien, so hat man

$$\frac{\alpha'}{f'} = -3.8411 \text{ oder } f' = -0.2603\ \alpha'$$

$$\frac{\alpha'}{g'} = -1.3312 \qquad g' = -0.7512\ \alpha',$$

Die halbe Oeffnung x des Objectivs kann man, wie später gezeigt erden wird, gleich 0.0326 α' annehmen.

Wir haben daher für die gesuchte Einrichtung des Doppelbjectives unter der Voraussetzung von $\omega = 0$ folgende Ausrücke:

Erste convexe Linse von Kronglas		Zweyte concave Linse von Flintglas
Brennweite	$p = 0.250\ \alpha'$	$p' = -0.333\ \alpha'$
Halbmesser	$f = g = 0.265\ \alpha'$	$f' = -0.260\ \alpha'$
		$g' = -0.751\ \alpha'$

o α' die willkührliche Brennweite des Doppelobjectivs bezeichet. Soll z. B. diese Brennweite α' gleich 5 Fuſs oder 60 Zolle eyn, so hat man

$$p = 15 \text{ Zolle und } p' = -20 \text{ Zolle}$$

$$f = g = 15.90 \qquad f' = -15.60$$

$$g' = -45.06.$$

§. 5.

Wollte man die erste Linse nicht gleichseitig, sondern nur überhaupt biconvex annehmen, so hat man, wenn man $\alpha' = 1$ setzt:

$$\lambda' = -\frac{\lambda\, p'^3}{\mu'\, p^3} + \frac{\nu'\, p'^2}{p}$$

in welcher p und p′ aus (S. 78), μ, μ', ν' aus (S. 60) gegeben sind, und wo der Werth von λ willkührlich angenommen wird.

Kennt man so den Werth von λ', so erhält man die vier Halbmesser durch die Gleichungen (S. 66)

$$\frac{1}{f} = \sigma + \frac{\tau}{p}\sqrt{\lambda - 1} \quad \text{und} \quad \frac{1}{f'} = -\frac{\varrho'}{p} + \sigma' + \frac{\tau'}{p'}\sqrt{\lambda' - 1}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{p} - \frac{\tau}{p}\sqrt{\lambda - 1} \qquad \frac{1}{g'} = \varrho' - \frac{\sigma'}{p} - \frac{\tau'}{p'}\sqrt{\lambda' - 1}$$

Zur Erläuterung dieses zweyten Verfahrens wollen wir ein Beyspiel aus Santini's Dióptrik (Padua 1828) anführen.

Sey $n = 1.53$ $n' = 1.634494$ also $\frac{\theta}{\theta'} = 0.605747$, und

$dn = 0.009$, $dn' = 0.017787$.

Ist $\alpha' = 1$, so hat man nach (S. 78)

$$p = 0.394256 \text{ und } p' = -0.650853$$

Die angenommenen Werthe von n und n′ geben nach (S. 60)

$\log \mu = 9.9945449$	$\log \mu' = 9.8883567$
$\log \nu = 9.3413418$	$\log \nu' = 9.4635639$
$\log \sigma = 0.2201369$	$\log \sigma' = 0.1798181$
$\log \varrho = 9.3554177$	$\log \varrho' = 8.8005278$
$\log \tau = 9.9662458$	$\log \tau' = 9.9211687$

I. Nehmen wir nun z. B. an, daſs das Verhältniſs der beyden ersten Radien $\frac{f}{g} = \frac{1}{3}$ ist, welches Verhältniſs, wie wir später sehen werden, Klügel für das vortheilhafteste hält, so hat man die Gröſse λ aus der Gleichung (S. 57)

$$\sqrt{\lambda-1} = \frac{f\sigma - g\varrho}{(f+g)\tau} = \frac{\sigma - 3\varrho}{4\tau}$$

raus man erhält $\lambda = 1.070129$.

Kennt man aber λ, so findet man die beyden ersten Halbsser selbst durch die Ausdrücke:

$$f = \frac{p}{\sigma + \tau\sqrt{\lambda-1}} = 0.278605\text{, und}$$

$$g = \frac{p}{\varrho - \tau\sqrt{\lambda-1}} = 0.835815.$$

Weiter erhält man den Werth von λ' durch die obenangehrte Gleichung

$$\lambda' = -\frac{n\lambda p'^3}{n' p^3} + \frac{\nu' p'^3}{p} \text{ also } \lambda' = 6.46066.$$

Kennt man aber λ', so erhält man die beyden andern Raien f' und g' durch die Gleichungen (S. 56), wenn man beierkt, daſs $a' = -p$, und $\alpha' = 1$ ist, nämlich durch

$$\frac{1}{f'} = -\frac{\varrho}{p} + \sigma + \frac{\tau'}{p'}\sqrt{\lambda'-1} = -1.641696 \text{ und}$$

$$\frac{1}{g'} = \varrho' - \frac{\sigma'}{p'} - \frac{\tau'}{p'}\sqrt{\lambda'-1} = -0.779808.$$

Es ist daher $f' = -0.609126$ und
$g' = -1.282663$.

11. Hätte man in dem letzten Beyspiele $\frac{f}{g} = \frac{5}{2}$ angenommen, o würde man gefunden haben:

$\lambda = 2.468048$	$\lambda' = 14.49215$
$f = 0.731339$	$g = 0.292535$
$f' = -0.298143$	$g' = 1.072360$

ilso hier die vierte brechende Fläche convex, während zuvor ür $\frac{f}{g} = \frac{1}{3}$ die beyden *letzten* Flächen concav waren.

§. 6.

In einem zweyten Beyspiele, in welchem wir auch auf die Entfernung ω der beyden Linsen Rücksicht nehmen wollen, sey

$$\omega = \frac{1}{12}\,p\text{, also } h = 12,$$

so hat man, wenn man die vorigen Werthe von n, n', θ und θ' beybehält, und wieder $\pi = \frac{\theta}{\theta'} = \frac{3}{4}$ also auch $k = h(\theta' - \theta) - \theta' = 8$ setzt, nach den Gleichungen (S. 77)

$$p = \frac{24\,\alpha'}{121},\ p' = -\frac{2\,\alpha'}{9},\ a' = -\frac{2\,\alpha'}{11} \text{ und } \omega = \frac{2\,\alpha'}{121}.$$

Ferner ist $f = g = 1.06\ p = 0.2103\ \alpha'$, und λ, μ, ν, so wie μ' und ν' wie zuvor. Damit gibt die Gleichung (S. 61)

$$0 = \mu\,\lambda - \frac{6\,\mu'}{8}\left(\frac{81\lambda'}{121} - \frac{2\,\nu'}{11}\right),$$

oder $\lambda' = 3.67598$ und mit diesem Werthe von λ' und den (S. 60) gegebenen Werthen von ϱ', σ', τ' findet man

$$\frac{\alpha'}{f'} = -0.7777 + 1.5827 \mp 6.4599$$

$$\frac{\alpha'}{g'} = +0.1414 - 8.7048 \pm 6.4599,$$

also, wenn man auch hier die oberen Zeichen wählt,

$$\frac{\alpha'}{f'} = -5.6549 \text{ oder } f' = -0.1768\ \alpha'$$

$$\frac{\alpha'}{g'} = -2.1035 \qquad g' = -0.4754\ \alpha'$$

In diesem zweyten Beispiele ist ein Halbmesser f' der zweyten Linse beträchtlich kleiner, als die der ersten Linse, was (nach S. 79) nicht vortheilhaft ist. Uebrigens sieht man aus der Vergleichung beyder Beyspiele, wie beträchtlich oft eine selbst geringe Entfernung α der beyden Linsen die Halbmesser derselben ändert.

Als Oeffnungshalbmesser für die so bestimmten Doppelobjective schlägt Klügel den vierten Theil des kleinsten unter den vier Halbmessern vor, also

$$x = \tfrac{1}{4} f' = 0.0442\ \alpha'.$$

Diese Methode, ein Doppelobjectiv zu bestimmen, ist zuerst von L. Euler gegeben, und später von Klügel (in dessen analyt. Dioptrik) weiter ausgeführt worden. Wir haben aber dieselbe schon (S. 32) geprüft und gefunden, dafs dadurch die Farbenabweichung nur beynahe, die Kugelabweichung aber höchst unvollkommen aufgehoben wird. Indessen durfte sie hier nicht übergangen werden, weil sie die erste vorzügliche Auflösung dieses Problemes enthält, und weil sie, ihrer Einfachheit wegen, für die Construction kleinerer Fernröhre mit Vortheil angewendet werden kann, wo auch, wie hier geschehen ist, die Dicke der Linsen, ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden darf.

I. Ist $\frac{d}{2}$ die Dicke, f der Halbmesser, und x die halbe Oeffnung einer planconvexen Linse, so hat man für den Einfallswinkel $= l$, $x = f \operatorname{Sin} l$, und $\frac{d}{2} = 2f.\operatorname{Sin} \frac{l}{2}$, oder nahe $\frac{d}{2} = \frac{x^2}{2f}$. Nennt man daher d die ganze Dicke einer biconcaven Linse, deren Halbmesser f und g sind, so hat man

$$d = \frac{x^2}{2}\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right).$$

Ist eine Seite dieser Linse concav oder eben, so ist ihr Halbmesser negativ oder unendlich grofs.

Für gleichseitige biconvexe Linsen ist $f = g$, also $d = \frac{x^2}{f}$ $= f \operatorname{Sin}^2 l$, oder auch, da $f = 2(n-1)p$ ist, $d = 2(n-1)p \operatorname{Sin}^2 l$.

Ist z. B. $n = 1.55$ und $l = 10°$, so ist die Dicke der gleichseitigen Linse $d = (0.033)\ p$, und dafür nehmen die Künstler gewöhnlich das Doppelte, also hier $(0.066)\ p$, damit die Linse bey dem Schleifen nicht gebogen werde, und damit ihr ein stärkerer stumpfer Rand für die metallene Fassung gegeben werden könne.

§. 7.

Es ist übrigens, wie man ohne meine Erinnerung sieht, nicht nöthig, die Bestimmung der vier Halbmesser nur in der eben angezeigten Ordnung vorzunehmen, da das Vorhergehende selbst mehrere Wege zu anderen Anordnungen der Rechnung anbiethet. So haben wir oben zuerst die Brennweite der beyden Linsen so bestimmt, daſs die Farbenabweichung verschwindet, die Halbmesser der ersten Linse aber zur Vergröſserung der Oeffnung und die der zweyten Linse zur Vernichtung der Kugelabweichung benützt.

Will man aber z. B. nach der Vernichtung der Farben sogleich die Kugelabweichung entfernen, und überdieſs die Halbmesser der zwey vorderen brechenden Flächen einander gleich setzen, wodurch $f = -f'$ wird, so gibt die Farbenabweichung in unserm zweyten Beyspiele, wie zuvor:

$$p = \frac{24}{121},\ p' = -\frac{2}{9} \text{ und } a' = -\frac{2}{11},$$

wenn die Brennweite α' des Doppelobjectivs als die Einheit angenommen wird. Dieſs vorausgesetzt, gibt die Bedingung des Verschwindens der Kugelabweichung

$$0 = \mu\lambda - \frac{3\mu'}{4}\left(\frac{81\lambda'}{121} - \frac{2\nu'}{11}\right).$$

Die Annahme von $f = -f'$ aber gibt, wenn man $a = \infty$ und $\alpha = p$ setzt (S. 56)

$$\frac{\sigma}{p} - \frac{\tau\sqrt{\lambda - 1}}{p} = -\frac{\varrho'}{a'} - \sigma' - \frac{\tau'\sqrt{\lambda' - 1}}{p'}$$

Substituirt man in den beyden letzten Gleichungen die vorigen Werthe von μ, σ, τ für $n = 1.53$ und von μ', σ', ϱ', τ' für $n' = 1.58$, so erhält man

$$0 = 0.9875\,\lambda - 0.43800\,\lambda' + 0.030086$$
$$0 = 4.66472\sqrt{\lambda - 1} + 3.94875\sqrt{\lambda' - 1} - 9.1750.$$

Die erste dieser Gleichungen gibt

$$\lambda - 1 = 0.4435443\ \lambda' - 1.03c$$

und wenn man diesen Werth von $(\lambda - 1)$ in
chung substituirt,

$$o = 4.66472 \sqrt{0.4435443\ \lambda' - 1.03047}$$
$$+ 3{,}94875 \sqrt{\lambda' -}$$

Diese letzte Gleichun r s eich na
suchen

$$\lambda' = 3.34072,$$

und mit diesem Werthe on λ' erhält man

$$\lambda - 1 = 0.443544 \quad - 1.03047 = 0.45129,$$
$$\text{oder } \lambda = 1.45129.$$

Kennt man aber λ und λ', so findet man die Halbmesser f g und f' g' durch die Ausdrücke (S. 56)

$$\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{p} - \frac{\tau' \sqrt{\lambda - 1}}{p}; \quad \frac{1}{g} = \frac{\rho}{p} + \frac{\tau' \sqrt{\lambda - 1}}{p}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{\rho'}{a'} + \sigma' + \frac{\tau' \sqrt{\lambda' - 1}}{p'} \quad \frac{1}{g'} = \rho' + \frac{\sigma'}{a'} - \frac{\tau' \sqrt{\lambda' - 1}}{p'}$$

Man erhält so:

$$\frac{1}{f} = 8.36972 - 3.13363 = 5.23609,$$

$$\text{oder } f = 0.1910 \text{ und eben so } g = 0.2338$$
$$f' = -\ 0.1910 \quad \text{und} \quad g' = -\ 0.3965$$

wo zugleich die Gleichheit der Werthe von f und — f' zur Bestätigung der Richtigkeit der Rechnung dient.

Man bemerkt, dafs hier keiner der Halbmesser der zweyten Linse kleiner ist, als jene der ersten, was allerdings vortheilhaft wäre, wenn nicht auch hier, wie man nach (S. 32) finden kann, die Kugelabweichung so unvollkommen gehoben wäre, dafs sich von dem ganzen Verfahren, welche Wendung man ihm auch sonst geben kann, kaum einiger Nutzen für die Construction grosser Fernröhre erwarten läſst, wovon die Ursache vorzüglich in den der Rechnung gleich Anfangs (S. 50) zu Grunde gelegten Abkürzungen von $\text{Sin } M = M - \frac{M^3}{6}$ u. f. zu suchen ist, welche Ausdrücke, für etwas gröſsere Werthe von M, von der Wahrheit zu sehr abweichen, um bey Fernröhren von gröſsern Oeffnungen noch befriedigende Resultate geben zu können.

SECHSTES KAPITEL.

Doppelobjective.

Zweyte Methode.

§. 1.

Es war $\frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} - \frac{1}{a}$

$$\text{und } \frac{n}{k} = \frac{n-1}{f} - \frac{1}{a}$$

Substituirt man diese Werthe von α und k in der letzten Gleichung (S. 54), so erhält man nach einigen Reductionen, wenn man die dritten und höheren Potenzen der sehr kleinen Gröfse $\frac{1}{a}$ wegläfst:

$$\Phi = \frac{n^2 \alpha^2 x^2}{2p} \left\{ \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n^3 f^2} + \frac{1}{g^2} + \frac{2n^2 - 2n - 1}{n^2 fg} + \left(\frac{3n + 4 - 3n^2}{n^3 f} - \frac{3n+1}{n^2 g} \right) \cdot \frac{1}{a} + \frac{3n+2}{n^3} \cdot \frac{1}{a^2} \right\}$$

Heifst also der Kürze wegen

$$A = \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n^3 f^2} + \frac{1}{g^2} + \frac{2n^2 - 2n - 1}{n^2 fg}$$

$$B = \frac{3n + 4 - 3n^2}{n^3 f} - \frac{3n+1}{n^2 g}$$

$$C = \frac{3n+2}{n^3}$$

so ist $\Phi = \frac{n^2 \alpha^2 x^2}{2p} \left(A + \frac{B}{a} + \frac{C}{a^2}\right)$

I. Betrachten wir nun mehrere Linsen, die unter einander in unmittelbarer Berührung stehen, so hat man, wenn man ihre Dicke vernachlässigt,

$$\alpha + a' = o, \quad \alpha' + a'' = o, \quad \alpha'' + a''' = o \ldots \text{ oder}$$

$$a' = -\alpha \qquad a'' = -\alpha' \qquad a''' = -\alpha'' \text{ u. f.}$$

Substituirt man diese Werthe von a', a'' a'''... in den Gleichungen (S. 62), so erhält man für die Kugelabweichung

von einer Linse $\Phi = \alpha^2 x^2 P$
von zwey Linsen $\Phi' = \alpha'^2 x^2 (P + P')$
von drey » $\Phi'' = \alpha''^2 x^2 (P + P' + P'')$
von vier » $\Phi''' = \alpha'''^2 x^2 (P + P' + P'' + P''')$ u. s. w.

Es ist aber nach dem Vorhergehenden

$$P = \frac{n^2}{2p} \left(A + \frac{B}{a} + \frac{C}{a^2}\right)$$

und eben so ist analog

$$P' = \frac{n'^2}{2p'} \left(A' + \frac{B'}{a'} + \frac{C'}{a'^2}\right)$$

$$\text{und } P'' = \frac{n''^2}{2p''} \left(A'' + \frac{B''}{a''} + \frac{C''}{a''^2}\right) \text{ u. s. f.}$$

wo A' B' C' und A'' B'' C'' dieselben Functionen von n' und n'', wie A B C von n bezeichnen.

Bleiben wir also bey einer Doppellinse stehen, so wird ihre Kugelabweichung gleich Null oder aufgehoben seyn, wenn man hat

$$o = P + P' \text{ oder}$$

$$o = \frac{n^2}{p}\left(A + \frac{B}{a} + \frac{C}{a^2}\right) + \frac{n'^2}{p'}\left(A' + \frac{B'}{a'} + \frac{C'}{a'^2}\right)$$

Es ist aber $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$, d. h., da $\alpha = -a'$ ist,

$$\frac{1}{a'} = \frac{1}{a} - \frac{1}{p},$$

o geht die letzte Gleichung in folgende über

$$= \frac{n^2}{p}\left(A + \frac{B}{a} + \frac{C}{a^2}\right) + \frac{n'^2}{p'}\left\{A' + B'\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{p}\right) + C'\left(\frac{1}{a^2} - \frac{2}{ap} + \frac{1}{p^2}\right)\right\}$$

ıd da dieser Ausdruck für alle Werthe von a verschwinden soll, ist er folgenden drey Gleichungen gleichgeltend:

$$\left.\begin{aligned} o &= \frac{n^2}{p} \cdot A + \frac{n'^2}{p'}\left(A' - \frac{B'}{p} + \frac{C'}{p^2}\right) \\ o &= \frac{n^2}{p} \cdot B + \frac{n'^2}{p'}\left(B' - \frac{2C'}{p}\right) \\ o &= \frac{n^2}{p} \cdot C + \frac{n'^2}{p'} \cdot C' \end{aligned}\right\} \dots (\text{I.})$$

§. 2.

Die Bedingung der Vernichtung der Farbenabweichung aber ht (Cap. IV.) die Gleichungen

$$p = 1 - \pi \text{ und } p' = -\frac{(1-\pi)}{\pi} \text{ wo } \pi = \frac{dn}{dn'} \text{ ist.}$$

Substituirt man diese Werthe von p und p′ in den Gleichun- n (I), stellt man dann die Bedeutungen von A, A′... wieder er, und setzt man in diesen letzten Gröſsen statt g und g′ ihre Werthe aus den bekannten Gleichungen

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{(n-1)p} - \frac{1}{f} \text{ und } \frac{1}{g'} = \frac{1}{(n'-1)p'} - \frac{1}{f'}$$

geht nach allen Reductionen die erste der Gleichungen (I) in lgende über

$$o = \frac{(n+2)}{nf^2} - \frac{(2n+1)}{(n-1)(1-\pi)f} - \frac{(n'+2)\pi}{n'f'^2}$$

$$+ \left\{\frac{4(n'+1)}{n'} - \frac{(2n'+1)\pi}{n'-1}\right\} \cdot \frac{\pi}{(1-\pi)f'}$$

$$+\left\{\left(\frac{n}{n-1}\right)^2-\left(\frac{n'}{n'-1}\right)^2\cdot\pi^2+\frac{(2n'+1)\pi^2}{n'-1}-\frac{(3n'+2)\pi}{n'}\right\}\cdot\frac{1}{(1-\pi)^2}\ldots(A)$$

und eben so erhält man für die zweyte der Gleichungen (I)

$$o = 4\,\frac{n(n+1)}{4f}-\frac{4(n'+1)\pi}{n'f'}$$

$$-\left\{\frac{3n+1}{n-1}+(\frac{3n'+1}{n'-1}\pi^2-2(3n'+2)\frac{\pi}{n'}\right\}\cdot\frac{1}{1-\pi}\ldots.(B)$$

Die dritte der Gleichungen (I) endlich kann hier ganz weggelassen werden, da sie von den Halbmessern f f′ der Linsen ganz unabhängig und überdiefs noch im Widerspruche mit der obenangeführten Farbengleichung $p = -p'.\pi$ ist.

Diese beiden Gleichungen (A) und (B) enthalten, wie man sieht, blofs die beyden Halbmesser f und f′ der ersten und dritten brechenden Fläche als unbekannte Gröfsen, die man daher aus ihnen durch die bekannte Auflösung einer quadratischen Gleichung finden wird. Kennt man aber so die Werthe von f und f′, so findet man die beyden übrigen Halbmesser g und g′ durch die Gleichungen

$$\frac{1}{g}=\frac{1}{(n-1)(1-\pi)}-\frac{1}{f} \text{ und } \frac{1}{g'}=\frac{-\pi}{(n'-1)(1-\pi)}-\frac{1}{f'}$$

Die eben erwähnte Auflösung der quadratischen Gleichung führt zwar auf doppelte Werthe von f und f′, von welchen aber immer zwey zusammengehörende für beyde einfache Linsen eine convexconcave Form mit sehr kleinen Halbmessern geben, die daher nach (S. 78) vermieden werden sollen.

Auf dem Vorhergehenden beruht die einfache und schöne Auflösung unserer Aufgabe, die J. F. W. Herschel in den Philos. Transact. f. d. J. 1821 gegeben hat.

§. 3.

Um auf diese Ausdrücke ein Beyspiel anzuwenden, sey $n = 1.524$, $n' = 1.585$ und $\pi = 0.55$, so sind jene zwey Gleichungen (A) und (B).

$$\frac{3123}{f^2} - \frac{17.1671}{f} - \frac{1.2440}{f'^2} + \frac{3.1817}{f'} + 38.8609$$

$$o = \frac{6.6247}{f} - \frac{3.5880}{f'} - 19.8254$$

zweyte dieser Gleichungen gibt

$$\frac{1}{f'} = \frac{1.846349}{f} - 5.525475,$$

n man diesen Werth von $\frac{1}{f'}$ in der ersten Gleichung

irt, so hat man

$$o = \frac{1}{f^2} - \frac{7.306142}{f} + 8.659524$$

aus folgt $f = 0.17189$ oder $f = 0.67184$. Diese beyden von f aber geben durch die zweyte der oben angeführ-ichungen $f' = + 0.191721$ oder $f' = - 0.36006$. Wählt der oben angeführten Ursache die letzten Werthe von f so hat man also $f = + 0.67184$ und $f' = - 0.36006$.

r angenommene Werth von π gibt aber $p = 0.45$ und - 0.81818 also hat man für die beyden übrigen Halb-

$$g = + 0.36332 \text{ und } g' = + 1.45353$$

Diese Methode gibt also für die erste Linse von Kronglas convexe, und für die zweyte von Flintglas eine concav-e Form. Die Einheit aller Dimensionen ist die Brennweite ppellinse. Soll also diese Brennweite des zusammenge- Objectivs d. h. sehr nahe die Länge des ganzen Fern-. B. gleich 10 Fuſs seyn, so hat man für die einzelnen sionen

$f = 6.7184$ Fuſs	$f' = - 3.6006$ Fuſs
$g = 3.6332$ »	$g' = 14.5353$ »

$$p = 4.5$$

$$p' = - 8.1818 \text{ und}$$

$$\alpha' = \frac{p\,p'}{p+p'} = 10 \text{ (S. 72)}$$

Andere Werthe der Halbmesser und eine andere Form der Flintglas-Linse würde man erhalten, wenn man die beyden ersten Werthe von f und f′ zu Grunde gelegt hätte.

§. 4.

Man sieht, daſs diese zweyte Methode im Allgemeinen mit der vorhergehenden ersten auf denselben abgekürzten Ausdrücken beruht, wobey überdieſs die Dicke der Linsen gänzlich vernachlässigt wird; daſs aber die Modificationen, welche man mit diesen Ausdrücken, durch die Entwickelung der Gröſse Φ' nach den Potenzen von $\frac{1}{a}$ vorgenommen hat, mehrere Vortheile gewähren, welche die frühere Methode nicht besitzt. So werden z. B. hier die Halbmesser der Linsen bedeutend gröſser, als dort, was (nach S. 78) sehr vortheilhaft ist; so haben ferner die beyden inneren Flächen beynahe denselben Halbmesser f′ und g, was für die praktische Ausführung nicht ohne Nutzen ist; so sind endlich die Aenderungen des ersten Halbmessers f für verschiedene Werthe von n, n′ und π nur gering, woraus ein anderer Vortheil zur Abkürzung der hieher gehörenden Rechnungen entsteht, die den mit analytischen Operationen gewöhnlich nicht sehr vertrauten Künstlern nicht anders als wünschenswerth seyn kann.

Um die letzte Bemerkung besser zu übersehen, gab Herschel folgende für verschiedene Werthe von n n′ und π berechnete Halbmesser

π	n	n′	f	g	f′	g′
0.55	1.524	1.585	0.67184	0.36332	−0.36006	1.45353
0.65			0.67316	0.25208	−0.25566	1.35709
0.75			0.70816	0.16073	−0.16450	1.05186
0.55	1.504	1.585	0.65703	0.34637	−0.34626	1.25193
0.65			0.66190	0.24049	−0.24608	1.12481
0.75			0.71164	0.15311	−0.15808	0.83491
0.55	1.524	1.600	0.67168	0.36336	−0.36196	1.37803
0.65			0.67503	0.25182	−0.25682	1.25224
0.75			0.71668	0.16030	−0.16503	0.94375

Aus dieser Tafel leitete Herschel eine einfache Vor-
chrift zur Verfertigung kleinerer Doppelobjective ab, die nach
einer Versicherung in den meisten Fällen zu guten Resultaten
hren soll. Nach dieser Vorschrift ist, die Brennweite des Dop-
elobjectivs gleich der Einheit vorausgesetzt, der Krümmungs-
lbmesser der ersten brechenden Fläche immer $f = 0.672$ und
ner der letzten $g' = 1.42$, und daraus findet man die beyden
rigen Halbmesser f' und g durch die Gleichungen (da nach
m Vorhergehenden $p = 1 - \pi$ und

$$p' = \frac{1-\pi}{\pi} \text{ ist}),$$

$$\frac{1}{1-\pi} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \text{ und}$$

$$\frac{\pi}{1-\pi} = \frac{n-1}{f'} + \frac{n-1}{g'}$$

f, g und g' positiv, und f' negativ ist. Hat man z. B. $n = 1.528$
d $n' = 1.601$, und $\pi = 0.683$, so erhält man:

$$f = 0.672 \qquad f' = -0.233$$
$$g = 0.222 \qquad g' = 1.420$$

d soll die Brennweite des Doppelobjectivs z. B. 24 Zoll seyn,
wird man die letzten Zahlen für f, g, f' und g' durch 24 mul-
liciren.

§. 5.

Um daraus die Halbmesser für andere Werthe von n und n'
finden, wollen wir die zwey äufsersten f und g' wählen, von
lchen wenigstens der erste sich nur sehr langsam ändert, und
für andere Werthe von n und n' Statt habenden Halbmesser
d g' den folgenden Ausdrücken gleich setzen:

$$\left.\begin{array}{l} \text{ab. } f + (n - 1.524)\dfrac{df}{dn} + (n' - 1.585)\dfrac{df}{dn'} \\ \text{ab. } g' + (n - 1.524)\dfrac{dg'}{dn} + (n' - 1.585)\dfrac{dg'}{dn'} \end{array}\right\} \ldots (C)$$

Nach der vorhergehenden Tafel ist aber für

$$dn = -0.02$$

$df = -0.01481 \ldots - 0.01126 \ldots + 0.00348$, also auc

$$\frac{df}{dn} = +0.740 \ldots + 0.563 \ldots - 0.174$$

$$\frac{dg'}{dn} = +10.160 \ldots + 11.614 \ldots + 10.847$$

und eben so ist für $dn' = +0.015$

$$\frac{df}{dn'} = -0.010 \ldots + 0.125 \ldots + 0.568$$

$$\frac{dg'}{dn'} = -5.033 \ldots - 6.990 \ldots - 7.207,$$

wodurch man also folgende Tafel erhält:

π	f	$\frac{df}{dn}$	$\frac{df}{dn'}$	g'	$\frac{dg'}{dn}$	$\frac{dg'}{dn'}$
0.55	0.67184	0.74	—0.01	1.45353	10.16	—5.(
0.65	0.67316	0.56	0.12	1.35709	11.61	—6.(
0.75	0.70816	—0.17	0.57	1.05186	10.85	—7.:

Kennt man so durch die letzte Tafel, und durch die (chungen (C) die Werthe von f und g' für jeden gegebenen W von n, n' und π, so findet man die beyden andern Halbm f' und g durch die Gleichungen

$$f' = \frac{(n'-1)\,p'\,g'}{g'-(n'-1)\,p'} \text{ und } g = \frac{(n-1)\,p\,f}{f-(n-1)\,p}$$

$$\text{wo } p = 1 - \pi \text{ und } p' = -\frac{(1-\pi)}{\pi} \text{ ist}$$

Ex. Sey $n = 1.528$, $n' = 1.575$ und $\pi = 0.600$.

Mit diesem Werthe von π gibt die letzte Tafel:

π	f	$\frac{df}{dn}$	$\frac{df}{dn'}$	g'	$\frac{dg'}{dn}$	$\frac{dg'}{dn'}$
0·550	0·67185	0·740	—0·011	1·45353	10·080	—5·033
0·555	0·67170	0·733	—0·006	1·45103	10·177	—5·095
0·560	0·67155	0·725	—0·001	1·44857	10·274	—5·158
0·565	0·67140	0·718	0·003	1·44617	10·371	—5·220
0·570	0·67129	0·710	0·008	1·44377	10·468	—5·283
0·575	0·67119	0·703	0·013	1·44137	10·564	—5·345
0·580	0·67109	0·696	0·018	1·43897	10·661	—5·408
0·585	0·67199	0·691	0·023	1·43657	10·758	—5·470
0·590	0·67089	0·686	0·027	1·43417	10·854	—5·533
0·595	0·67079	0·681	0·032	1·43177	10·951	—5·595
0·600	0·67071	0·676	0·037	1·42937	11·049	—5·659
0·605	0·67091	0·664	0·046	1·42212	11·105	—5·725
0·610	0·67116	0·653	0·055	1·41487	11·162	—5·792
0·615	0·67141	0·642	0·064	1·40762	11·219	—5·859
0·620	0·67166	0·631	0·072	1·40037	11·275	—5·925
0·625	0·67191	0·619	0·081	1·39312	11·322	—5·992
0·630	0·67216	0·608	0·090	1·38589	11·389	—6·059
0·635	0·67241	0·597	0·099	1·37869	11·445	—6·125
0·640	0·67266	0·585	0·107	1·37249	11·502	—6·192
0·645	0·67291	0·574	0·116	1·36429	11·558	—6·258
0·650	0·67316	0·563	0·125	1·35709	11·614	—6·323
0·655	0·67416	0·539	0·143	1·34449	11·614	—6·444
0·660	0·67516	0·517	0·160	1·33189	11·614	—6·569
0·665	0·67614	0·495	0·178	1·31912	11·614	—6·694
0·670	0·67709	0·472	0·196	1·30683	11·614	—6·819
0·675	0·67804	0·450	0·213	1·29431	11·614	—6·944
0·680	0·67899	0·427	0·233	1·28175	11·614	—7·069
0·685	0·67994	0·405	0·253	1·26920	11·614	—7·194
0·690	0·68089	0·382	0·274	1·25665	11·614	—7·319
0·695	0·68184	0·360	0·294	1·24410	11·614	—7·444
0·700	0·68279	0·335	0·312	1·23154	11·614	—7·570

Der Gebrauch dieser Tafel ist derselbe, wie jener der vorergehenden. Ist z. B. $n = 1.515$, $n' = 1.671$ und $\pi = 0.613$, so $p = 0.387$ und $p' = -0.631$ gegeben, so hat man nach den leichungen (C)

$$f = \text{tab. } f - 0.009 \frac{d\,f}{d\,n} + 0.086 \frac{d\,f}{d\,n'}$$

$$g' = \text{tab. } g' - 0.009 \frac{d\,g'}{d\,n} + 0.086 \frac{d\,g'}{d\,n'}$$

Aber tab. $f = 0.67131$ tab. $g' = 1.41052$

$$\frac{df}{dn} = 0.644 \qquad \frac{dg'}{dn} = 11.196$$

$$\frac{df}{dn'} = 0.060 \qquad \frac{dg'}{dn'} = -5.832$$

so ist $f = 0.67067$ und $g' = 0.80820$ und daraus folgt:

$$g = \frac{(n-1)\,p\,f}{f - (n-1)\,p} = 0.28358 \text{ und}$$

$$f' = \frac{(n'-1)\,p'\,g'}{g' - (n'-1)\,p'} = -0.27784.$$

Soll daher die Brennweite des Doppelobjectivs z. B. gleich o Zolle seyn, so ist

$$f = 6.7067 \text{ Zoll}$$
$$g = 2.8358$$
$$f' = -2.7784$$
$$g' = 8.0820.$$

Da sich übrigens g' viel schneller ändert als f, so wäre es ortheilhafter, aus der vorhergehenden Tafel blofs den Werth on f und dann jenen von f' unmittelbar aus der einfachen Gleiung (B) (S. 92) zu berechnen. Kennt man so f, f' und $p = 1 - \pi$, ad $p' = -\frac{(1-\pi)}{\pi}$, so findet man die beyden übrigen Halbesser g und g' aus den Gleichungen:

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \text{ und}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{n'-1}{f'} + \frac{n'-1}{g'}$$

§. 7.

Wir wollen nun noch sehen, welche Genauigkeit die durch diese Methode bestimmten Werthe der Halbmesser gewähren, und zu diesem Zwecke die Gleichungen (S. 27) auf sie anwenden.

Ist $n = 1.524$ | $n' = 1.585$
$dn = 0.02$ | $dn' = 0.04$
also $\pi = 0.50$ und $\vartheta = 0$

so findet man nach dem Verfahren (S. 92)

$f = 0.67485$ | $f' = 0.41575$
$g = 0.42827$ | $g' = -1.43697$

wo wie (S. 27) negative Werthe von f' oder g' convexe Oberflächen der zweyten Linse bezeichnen. Nimmt man den ersten Einfallswinkel $l = 10°$, so erhält man durch die Entwickelung der Gleichungen (S. 26)

$\lambda = 6° \; 32' \; 33.'' \, 4$	$m = 19° \; 33' \; 54.'' \, 8$
$\mu = 30 \; 41 \; 15. \; 4$	$l' = 31 \; 12 \; 28. \; 3$
$\lambda' = 19 \; 4 \; 51. \; 7$	$m' = -7 \; 10 \; 50. \; 2$
$\mu' = -11 \; 25 \; 37. \; 6$	$\upsilon' = 6 \; 41 \; 58. \; 0$
	$y' = 1.0033834$

wo y' die letzte Vereinigungsweite für die mittleren Randstrahlen bezeichnet.

Für die Centralstrahlen aber hat man nach (S. 31)

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right)$$

also auch für die mittleren Strahlen

$n = 1.524$, $n' = 1.585$ und $\eta' = 0.999989$,
Fehler $= 0.003394$.

und für die violetten Strahlen

$$n = 1.544,\ n' = 1.625,\ \text{also}\ \eta' = 0.992093,$$

$$\text{Fehler} = 0.097896$$

also beyde Abweichungen nicht ganz in dem Grade gehoben, wie es für gröfsere Fernröhre wohl nöthig seyn möchte. Doch mufs man bemerken, dafs die Fehler bedeutend vermindert werden, wenn man einen kleineren Einfallswinkel l zu Grunde legt. Ist nämlich x der Oeffnungshalbmesser des Objectivs, f der Krümmungshalbmesser der ersten brechenden Fläche, und l der Einfallswinkel der Randstrahlen, so ist

$$x = f \operatorname{Sin} l.$$

Nach der vorhergehenden Tafel ist aber, wenn Π die Brennweite des Doppelobjectivs bezeichnet, im Mittel

$$f = 0.67\ \Pi$$

also nahe $f = 40$ Zolle für $\Pi = 60$ Zolle oder für eine Länge des Fernrohrs von 5 Fufs. Für solche Fernröhre pflegen aber die englischen Künstler die halbe Oeffnung des Ocjectivs x gleich 2 Zollen zu nehmen, daher ist die vorhergehende Gleichung

$$\operatorname{Sin} l = \frac{2}{40}$$

woraus folgt $l = 2° 52'$, also viel kleiner, als wir oben angenommen haben. Für $l = 10°$ und $f = 40$ gäbe dieselbe Gleichung

$$x = f \operatorname{Sin} l = 6.95$$

oder die halbe Oeffnung des Objectivs beynahe 7 Zoll, also über dreymal gröfser, als man sie bey Fernröhren von 5 Fufs bisher angewendet hat.

I. Da dieses einfache Verfahren wohl verdient, den Werth der dadurch erhaltenen Resultate genau zu untersuchen, und diefs am besten durch unmittelbare Prüfung des Rohres nach (S. 31) geschieht, so habe ich folgende sechs von Herschel selbst (a. a. O.) gegebenen Einrichtungeu dieser Untersuchung unterworfen.

$$n = 1.524 \qquad n' = 1.585$$

dn	dn′	f	g	f′	g′
I. 0.01650	0.03300	0.67485	0.42827	0.41575	—1.43697
II. 0.01771	0.03220	0.67184	0.36332	0.36006	—1.45353
III. 0.01875	0.03125	0.67069	0.30488	0.30640	—1.42937

$n = 1.564$ $n' = 1.585$

IV. 0.01650	0.03300	0.66485	0.40581	0.39733	—1.23854
V. 0.01771	0.03220	0.65703	0.34637	0.34626	—1.25193
VI. 0.01875	0.03125	0.65716	0.29082	0.29484	—1.20839

Wir wollen den ersten Einfallswinkel $l = 5$ Grade annehmen, und die Dicke d der ersten Linse nach der Gleichung

$$d = \frac{1}{2} (f \operatorname{Sin} l)^2 \cdot \left\{ \frac{1}{f} + \frac{1}{g} \right\}$$

bestimmen, und $d' = \frac{1}{2}$ und endlich $\triangle = 0$ setzen.

Diefs vorausgesetzt, erhält man nach (Seite 26.)

ξ	x	υ	y
I. 1°43′17.″52	1.959522	6°51′12.″9	0.485309
II. 1 43 17. 52	1.950782	7 37 29. 5	0.432657
III. 1 43 17. 52	1.947442	8 36 25. 4	0.379037
IV. 1 40 40. 4	1.98066	6 45 25.25	0.48491
V. 1 40 40. 4	1.95736	7 27 36.62	0.43255
VI. 1 40 40. 4	1.95775	8.28 23.47	0.37878

ξ′	x′	υ′	y′
1°15′21.″ 3	2.679384	3°21′56.″9	0.996805
I. 1 15 37. 1	2.657092	3 21 0. 8	0.996476
II. 1 14 38. 3	2.686190	3 20 39. 2	0.995877
V. 1 5 59. 55	3.01451	3 18 56. 4	0.996970
′. 1 5 52. 16	2.98354	3 16 40. 7	0.995550
I. 1 3 48. 08	3.07954	3 16 35. 97	0.996180

Die letzte Columne enthält also für alle sechs Fälle die te Vereinigungsweite für die mittleren oder homogenen dstrahlen.

Sucht man nun auch nach (S. 31) diese letzte Vereini- gsweite für die mittleren und gefärbten Centralstrahlen, so ilt man

I.

Weifse	Centr. 0.996660	Differenz
	Rand. 0.996805	0.000145
Gefärbte Cent. Strhl.	roth 1.003305	Differenz
	weifs 0.996660	0.006645
	violett 0.990098	0.006562

II.

Weifse	Centr. 0.996349	Differenz
	Rand. 0.996476	0.000127
Gefärbte Cent. Strhl.	roth 1.004288	Differenz
	weifs 0.996349	0.007939
	violett 0.988532	0.007817

III.

Weifse	Centr.	0.996391	Differenz
	Rand.	0.995877	0.000514

Gefärbte Cent. Strhl.	roth	1.005330	Differenz
	weifs	0.996391	0.008939
	violett	0.986532	0.009859

IV.

Weifse	Centr.	0.996848	Differenz
	Rand.	0.996970	0.000122

Gefärbte Cent. Strhl.	roth	1.006031	Differenz
	weifs	0.996848	0.009183
	violett	0.987832	0.009016

V.

Weifse	Centr.	0.996461	Differenz
	Rand.	0.995550	0.000911

Gefärbte Cent. Strhl.	roth	1.007529	Differenz
	weifs	0.996461	0.011068
	violett	0.985822	0.010639

VI.

Weifse	Centr.	0.996194	Differenz
	Rand.	0.996180	0.000014

Gefärbte Cent. Strhl.	roth	1.009286	Differenz
	weifs	0.996194	0.013092
	violett	0.983430	0.012764

Das Vorhergehende zeigt hinlänglich, in welchem durch diese Methode sowohl die Abweichung wegen der schen Gestalt, als auch die wegen der Farbenzerstreuung ben wird. Uebrigens ist auch bei diesem Einfallswinkel

› halbe Oeffnung x des Objectives immer noch gröſser, als in
sern bessern Fernröhren angetroffen wird. Es ist nähmlich
$= f$ Sin 5° und da im Mittel aus jenen sechs Fällen $f = 0.66$ ist,
› hat man $x = 0.0575$. Genauer findet man den Werth dieser
ffnung durch den Ausdruck $x = y'$ tang υ' oder wenn man die
ittleren Werthe von y' und υ' aus jenen sechs Fällen nimmt,
$= 0.9963$ tang $3° 19' = 0.05773$, nahe wie zuvor. Die halbe
ffnung des Objectivs ist also nach der letzten Gleichung für
ie Brennweite des Doppelobjectivs von 3, 4 oder 5 Fuſs in
selben Ordnung 2.08, 2.77 oder 3.46 Zolle.

SIEBENTES KAPITEL.

Doppelobjective.

Dritte Methode.

§. 1.

Es würde unnöthig seyn, die übrigen ähnlichen Versuche von Clairaut, D'Alembert, u. a. hier umständlich anzuführen, da sie sämmtlich ebenfalls nur von einem genäherten Werthe von Φ ausgehen, und daher im Allgemeinen denselben Nachtheilen, wie die beyden vorhergehenden, unterworfen sind. Klügel, der diesen Umstand zuerst bemerkte, schlug daher einen anderen Weg ein, welcher diesem Vorwurf nicht ausgesetzt ist, indem er seine neue Berechnung eines Doppelobjectivs unmittelbar auf die ganz strengen Gleichungen (S. 26) gründete. Sein Verfahren, welches er in den Comment. Götting. Ad. An. 1795 — 98. Vol. XIII. bekannt gemacht hat, ist mit einigen, wie mir scheint, zweckmäſsigen Abänderungen im Folgenden enthalten.

I. Zuerst wählt er die beyden Halbmesser f und g der ersten Linse so, daſs der Strahl mit seinen Lothen auf beyden Seiten dieser Linse sehr nahe gleiche Winkel macht, wodurch er den, wie er glaubt, wesentlichen Zweck erreichen wollte, daſs der Strahl mit allen seinen Lothen nur kleine Winkel bilde. Dieser Bedingung gemäſs hat man für die beyden Halbmesser der ersten Linse die Ausdrücke (S. 34)

$$f = \frac{2(n-1)p}{n} \text{ und } g = -\frac{2(n-1)p}{2-n}$$

Dann bestimmt er den ersten Halbmesser f' der zwey-
ıse so, dafs die in der Mitte und die am Rande auffallen-
ittleren Strahlen nach der dritten Brechung sich ge-
demselben Puncte der Axe schneiden, wobey er voraus-
lafs sich dann beyde Strahlengattungen auch nach der vier-
er letzten Brechung sehr nahe in demselben Puncte der
hneiden werden. Zu diesem Zwecke hat man nach (S. 30)
Centralstrahlen

$$y = \frac{(2p-d)g}{ng+(n-1)(2p-d)} \text{ und (Fig. 5.)}$$

$$G\gamma = \eta - \Delta$$

$$x' = \frac{n'.C\gamma.f'}{f'-(n'-1)C\gamma}$$

Randstrahlen aber, für welche wir die Gröfsen x' und y'
(x') und (y') bezeichnen wollen, ist (S. 26)

$$\text{Sin}\,\lambda = \frac{1}{n}\,\text{Sin}\,l$$

$$\xi = l - \lambda$$

$$G\varphi = \frac{f.\text{Sin}\,\lambda}{\text{Sin}\,\xi} + f + g - d$$

$$\text{Sin}\,m = \frac{G\varphi}{g}\cdot\text{Sin}\,\xi$$

$$\text{Sin}\,\mu = n\,\text{Sin}\,m$$

$$\upsilon = \xi + \mu - m \text{ und}$$

$$C\gamma = \frac{g\,\text{Sin}\,\mu}{\text{Sin}\,\upsilon} - g - \Delta$$

ɛrner hat man

$$\text{Sin}\,l' = \frac{(C\gamma + f')\,\text{Sin}\,\upsilon}{f'}$$

$$\text{Sin}\,\lambda' = \frac{1}{n'}\cdot\text{Sin}\,l'$$

$$\xi' = \nu + \lambda' - l' \text{ und}$$

$$(x') = \frac{f' \operatorname{Sin} \lambda'}{\operatorname{Sin} \xi'} - f'.$$

Man bemerkt von selbst, dafs bey der Berechnung dieser Ausdrücke für die Centralstrahlen alle Gleichungen bis auf die letzte für x', und für die Randstrahlen alle bis auf die vier letzten von der unbekannten Gröfse f' ganz unabhängig sind. Man wird daher zuerst diese von f' unabhängigen Gröfsen, d. h. für die Centralstrahlen die Gröfsen y und $C\gamma$, und für die Randstrahlen die Gröfsen x, m, μ, ν und $C\gamma$ suchen, und dann die von f' abhängigen Gleichungen mit irgend einem genäherten Werth von f' (wofür man in einer ersten Näherung das arithmetische Mittel der beyden ersten Halbmesser, oder $f' = \frac{f + g}{2}$ nehmen kann) berechnen, wo dann einige hypothetische Voraussetzungen für f' nach der bekannten Methode sofort den wahren Werth von f', oder denjenigen geben werden, für welchen $x' = (x')$ wird. — Zu dieser Absicht kann man sich mit Vortheil des folgenden Verfahrens bedienen. Sind A und A' zwey solche hypothetische Werthe der unbekannten Gröfse f', und ist α der Fehler der ersten Hypothese (d. h. hier der Unterschied der beyden Gröfsen (x') und x', den man erhält, indem man $f' = A$ setzte), und ist eben so α' der Fehler der zweyten Hypothese $f' = A'$, so hat man für den genäherten Werth der unbekannten Gröfse f' den Ausdruck:

$$A - \frac{\alpha (A - A')}{\alpha - \alpha'},$$

ein Verfahren, welches man so lange wiederholt anwenden wird, bis der Fehler der letzten Hypothese so klein ist, als man will.

III. Den vierten Halbmesser g' endlich bestimmt er so, dafs die centralen äufsersten, d. h. die in der Nähe der Axe auffallenden rothen und violetten Strahlen nach der vierten Brechung sich in einem einzigen Puncte der Axe vereinigen. Zu diesem Zwecke hat man die Gleichungen (S. 30)

$$x = \frac{n f}{n - 1}$$

$$y = \frac{g\,(x-d)}{n\,g + (n-1)\,(x-d)} \text{ und}$$

$$D\,\varphi' = \frac{n'\,f'\,(\eta-\triangle)}{f' - (n'-1)\,(\eta-\triangle)} - d'.$$

an sucht nämlich zuerst aus diesen Gleichungen den Werth
$\varphi' = k$, indem man in diesen Formen statt n und n' die
n $n - d\,n$ und $n' - d\,n'$ für die rothen Strahlen setzt, und
uch eben so den Werth von $D\,\varphi' = k'$, indem man in ih-
$+ d\,n$ und $n' + d\,n'$ statt n und n' setzt. Dieſs vorausge-
gibt die Gleichung (S. 30)

$$\frac{g'}{y'} = \frac{n'\,g'}{D\,\varphi'} - (n'-1)$$

ür die rothen Strahlen

$$y' = \frac{k\,g'}{(n'-d\,n')\,g' - (n'-d\,n'-1)\,k}$$

ir die violetten

$$y' = \frac{k'\,g'}{(n'+d\,n')\,g' - (n'+d\,n'-1)\,k'},$$

ach, wenn man beyde Werthe von y' einander gleich setzt,

$$g' = \frac{2\,k\,k'.\,d\,n}{(k+k')\,d\,n' + (k-k')\,n'},$$

ch der vierte und letzte Halbmesser des Doppelobjectivs
mt ist.

§. 2.

m den Gebrauch dieser Ausdrücke durch ein Beyspiel zu
, sey

$n = 1.53175$ $\qquad$ $n' = 1.58121$
$d\,n = 0.00587$ $\qquad$ $d\,n' = 0.00937$

die Dicke der ersten Linse $d = 0.025$
zweyten —— $d' = 0.010$
ie Distanz der zwey innern
enden Flächen $\triangle = 0.010.$

I. Nimmt man den ersten Einfallswinkel $\mathrm{l} = 10°$ und Brennweite p der ersten Linse für die Einheit an, so ist

$$f = \frac{2\,(n-1)}{n} = 0.6943 \text{ und}$$

$$g = \frac{2\,(n-1)}{2-n} = 2.2712$$

II. Für die Centralstrahlen hat man

$$y = 0.9904,\ C\varphi = 0.9804 \text{ und}$$

$$x' = \frac{\overline{0.1903928}\, f'}{f' - \overline{0.5698183}}$$

wo die überstrichenen Zahlen schon Logarithmen sind.

Für die Randstrahlen aber ist

$$\begin{array}{llll} \mathrm{l} = 10° & & & \lambda = 6° \; 30' \; 34'' \\ \xi = \;\; 3° \; 29' \; 26'' & & & m = 6 \;\; 30 \;\; 58 \\ \mu = 10 \;\;\; 0 \;\; 37 & & & \upsilon = 6 \;\; 59 \;\;\; 5 \end{array}$$

und überdiefs

$$\text{Sin } \mathrm{l}' = \overline{9.0849502} \left\{ \frac{0.9653 + f'}{f'} \right\}$$

$$\text{Sin } \lambda' = \overline{9.8810105} \text{ Sin } \mathrm{l}'$$

$$(x') = \frac{f' \text{ Sin } \lambda'}{\text{Sin } (\upsilon + \lambda' - \mathrm{l}')} - f'$$

woraus man sogleich nach einigen Versuchen findet:

$$f' = 1.48936,$$

und dieser Werth von f′ gibt

$$x' = 2.51085$$

$$(x') = 2.51084$$

$$\text{und } \xi' = y + \lambda' - \mathrm{l}' = 2° \; 42' \; 17''.7.$$

III. Ferner ist für die rothen Centralstrahlen.

$$\begin{array}{ll} n = 1.52588 & x = 2.01461 \\ n' = 1.57184 & y = 1.0015 \\ & D\varphi' = k = 2.50646 \end{array}$$

für die violetten

$$n = 1.53762 \qquad x = 1.9859$$
$$n' = 1.59058 \qquad y = 0.9796$$
$$D\varphi' = k' = 2.49557.$$

Setzt man dann $n' = 1.58121$ und $dn' = 0.00937$, so erhält n

$$g' = \frac{2\,k\,k'\,dn'}{(k+k')\,dn' + (k-k')\,n'} = 1.82904.$$

Die vier gesuchten Halbmesser sind daher.

ste biconvexe Linse von Kronglas.	Zweyte biconcave Linse von Flintglas.
$f = 0.6943$	$f' = 1.48936$
$g = 2.2712$	$g' = 1.82904$

§. 3.

Um zu untersuchen, ob diese Halbmesser den aufgestellten dingungen auch in der That genug thun, hatten wir $(x') =$ 1084, also auch $D\varphi' = (x') - d' = 2.50084$ und $\xi' = 2^\circ\, 42'\, 17.''\, 7$. Damit findet man nach (S. 109) die vierte oder letzte Vereiungsweite y' der Centralstrahlen

$$y' = \frac{g'\,D\varphi'}{n'\,g' - (n'-1)\,D\varphi'}.$$

Um aber eben so den Werth von (y') für die Randstrahlen finden, hat man (S. 27)

$$G'\varphi' = (x') - g' - d' = D\varphi' - g'$$

$$\text{Sin } m' = \frac{G'\varphi'}{g'}\,\text{Sin } \xi'$$

$$\text{Sin } \mu' = n'\,\text{Sin } m'$$

$$v' = \xi' + m' - \mu' \text{ und}$$

$$(\eta') = \frac{g'\,\text{Sin } \mu'}{\text{Sin } v'} + g'$$

die mittleren Strahlen ist $n' = 1.58121$ und $D\varphi' = 2.5008$

also auch für die Centralstrahlen $y' = 3.1795$. Für die Randstrahlen aber ist $G'\varphi' = 0.6718$,

$$\begin{aligned} m' &= 0^\circ\ 59'\ 35.''\ 3 \\ \mu' &= 1\ \ 34\ \ 14.\ \ 2 \\ \upsilon' &= 2\ \ \ 7\ \ 39.\ \ 0 \end{aligned}$$

und daher $(y') = 3.1794$ sehr nahe wie zuvor. Eben so erhält man für die rothen Strahlen $n' = 1.5718$, $D\varphi' = 2.50646$, also $y' = 3.1798$ nahe wie zuvor.

Ja selbst die rothen oder violetten Randstrahlen geben bey dieser Einrichtung noch einen genügenden Werth für die letzte Vereinigungsweite, obgleich, wie man sieht, in dem Vorhergehenden auf diese Strahlen keine besondere Rücksicht genommen worden ist, da die Farbenabweichung eigentlich nur für die Centralstrahlen aufgehoben wurde. So hat man für die rothen Strahlen $n' = 1.5718$, $D\varphi' = 2.50646$, $G'\varphi' = 0.67746$

$$\begin{aligned} \xi' &= 2^\circ\ 42'\ 17.''\ 7 \\ m' &= 1\ \ \ 0\ \ \ 5.\ \ 7 \\ \mu' &= 1\ \ 34\ \ 27.\ \ 9 \\ \upsilon' &= 2\ \ \ 7\ \ 55.\ \ 5 \end{aligned}$$

und daher $(y') = 3.1797$ nur wenig von dem obigen Werthe von y' oder (y') verschieden.

I. Der Oeffnungshalbmesser des Objectivs ist

$$x = y' \tan \upsilon' = 0.03715\, y'$$

also nahe der $\frac{1}{27}$ ste Theil der Brennweite, wie er in der That bey den besseren neueren Fernröhren von fünf oder sechs Fuss Brennweite gefunden wird.

II. Alle vorhergehenden Bestimmungen setzen übrigens die Brennweite p der ersten Linse von Kronglas als die Einheit voraus. Will man daher, wie gewöhnlich, die Brennweite $y' = 3.1796$ des Doppelobjectivs als die Einheit aller Dimensionen annehmen, so wird man alle vorhergehenden Zahlen durch y' dividiren, wodurch man erhält

$$\begin{aligned} f &= 0.21836 \qquad & f' &= 0.46841 \\ g &= 0.71430 \qquad & g' &= 0.57524 \end{aligned}$$

$$x = 0.03715.$$

Diese Brennweite y' des Doppelobjectivs kann man am bequemsten unabhängig von den vorhergehenden Rechnungen durch die Gleichung (S. 31.)

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n'-1)\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'}\right) + \frac{n\,d}{4}$$

bestimmen, wo die sehr kleinen Gröfsen d' und $\triangle$ weggelassen wurden, da man ohnehin den Werth von y' zur Bestimmung jener Verwandlungen der Halbmesser und der Gröfse von x nicht mit der äufsersten Schärfe zu kennen braucht.

§. 4.

Klügel bestimmt (a. a. O.) den dritten Halbmesser f' auf eine von der vorigen ganz verschiedene Art durch Hülfe einer blofs genäherten kubischen Gleichung, die also auch nur einen genäherten Werth von f' geben kann, zu welchen er (Loc. cit. pag. 41) ob imperfectionem formularum non nisi tentando auf eine etwas willkührliche Weise eine Verbesserung aufzusuchen sich bemüht. Man sieht überdiefs, dafs dieses Verfahren auf die Farbenabweichung der Randstrahlen keine eigene Rücksicht nimmt, da in dem letzten Beyspiele diese Abweichung wohl nur zufällig so klein ausfiel, und dafs endlich selbst bey den mittleren Strahlen die Coincidenz der nahe und fern von der Axe einfallenden Strahlen nur nach der dritten Brechung beabsichtigt ist, da sie doch eigentlich nach der vierten und letzten Brechung statt haben sollte. Differentiirt man die Gleichung

$$\frac{g'}{y'} = \frac{n'\,g'}{x'} - (n'-1)$$

unter der Voraussetzung, dafs n' und g' constant sind, so hat man:

$$d\,y' = \frac{n'\,y'}{x'} \cdot d\,x'$$

oder für unser Beyspiel

$$d\,y' = 2.544\;d\,x'$$

so, dafs jeder Mangel der Coincidenz nach der dritten Brechung durch die vierte beträchtlich *vermehrt* wird.

§. 5.

Es wird daher ohne Zweifel vortheilhafter seyn, die denz der Strahlen nach der vierten Brechung zu be und die beyden letzten Halbmesser f' und g' zugleic bestimmen, dafs die mittleren Central- und Randstrahl selbst die äufsersten gefärbten Strahlen sich nach derselb ten Brechung in einem und demselben Puncte der Ax nigen.

Zu diesem Zwecke hatten wir oben (S. 31) für di Vereinigungsweite der Centralstrahlen, wenn man die G als unbeträchtlich wegläfst,

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-}{n}$$

Setzt man das Differential dieses Ausdrucks von y' gleic so ist

$$o = \left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)\pi - \left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + (n^2-1)\cdot\frac{\pi d}{n^2 f^2}$$

Setzt man aber wie (S. 106)

$$f = \frac{2(n-1)}{n} \text{ und } g = \frac{2(n-1)}{2-n},$$

so gehen jene zwey Gleichungen in die folgenden über

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{n\,d}{4} \text{ und}$$

$$o = \frac{\pi}{n-1} - \left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n+1)\,\pi d}{4(n-1)}$$

Ist daher $M = \dfrac{1}{n-1}\left\{1+(n+1)\dfrac{d}{4}\right\}$

so wird die letzte Gleichung

$$\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'} = M\pi \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (1)$$

enn man diesen Werth von $\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'}$ in dem letzten Aus- von $\frac{1}{y'}$, substituirt, so erhält man

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n'-1)\, M\, \pi + \frac{n\, d}{4} \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

iese zwey Gleichungen (1) und (2), verbunden mit denen) geben uns nun folgende Auflösung unserer Aufgabe.

§. 6.

ie beyden ersten Halbmesser erhält man sofort aus den ıungen

$$f = \frac{2\,(n-1)}{n} \text{ und } g = \frac{2\,(n-1)}{2-n}$$

ann sucht man mit dem Einfallswinkel l die Gröſse $\lambda\, m \ldots y'$ en folgenden Gleichungen:

$$\text{Sin}\ \lambda = \frac{1}{n}\ \text{Sin}\ l$$

$$\text{Sin}\ m = \frac{f}{g}\ \text{Sin}\ \lambda + \frac{(f+g-d)}{g}\ \text{Sin}\ (l-\lambda)$$

$$\text{Sin}\ \mu = n\ \text{Sin}\ m$$

$$v = (l-\lambda) - (m-\mu)$$

$$C\gamma = \frac{g\ \text{Sin}\ \mu}{\text{Sin}\ v} - g$$

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n'-1)\, M\pi + \frac{n\, d}{4}$$

zuvor

$$M = \frac{1}{n-1}\left(1 + (n+1)\,\frac{d}{4}\right) \text{ ist.}$$

is hieher ist die Rechnung von allen Hypothesen, die man oder g' aufstellen kann, unabhängig. Nimmt man daher nd d gegebene Werthe an, so ist, wie die vorhergehen- ısdrücke *zeigen, die Gröſse* $C\gamma$ als eine bloſse Function von n zu betrachten, daher man sie in eine Tafel, deren Argument n ist, bringen kann, wodurch eigentlich alle vorhergehenden Rechnungen gänzlich erspart werden. Wir werden unten wieder auf diese Tafel zurückkommen, und gehen hier, um den Zusammenhang des ganzen Verfahrens nicht zu unterbrechen, sofort auf den zweyten Theil der Rechnung über.

I. Mit irgend einem hypothetischen Werth von f′ sucht man also zuerst die Gröſse

$$\frac{1}{g'} = M\,\tau - \frac{1}{f}$$

und damit die Gröſsen l′ λ′ .... bis (y′) aus den Gleichungen

$$\text{Sin } l' = \left(\frac{C\gamma + f'}{f'}\right) \text{Sin } v$$

$$\text{Sin } \lambda' = \frac{1}{n'} \text{Sin } l'$$

$$\xi' = v + \lambda' - l'$$

$$x' = \frac{f' \text{ Sin } \lambda'}{\text{Sin } \xi'} - f'$$

$$\text{Sin } m' = \frac{(x' - g') \text{ Sin } \xi'}{g'}$$

$$\text{Sin } \mu' = n' \text{ Sin } m'$$

$$v' = \xi' + m' - \mu'$$

$$(y') = \frac{g' \text{ Sin } \mu'}{\text{Sin } v'} + g'$$

Ist nun der zuletzt gefundene Werth von (y′) von dem im ersten Theile gefundenen Werth von y′ noch verschieden, so wird man mit einem etwas veränderten Werth von f′ diesen zweyten Theil der Rechnung widerholen, und so durch die (S. 108) erwähnte indirecte Methode endlich die wahren Werthe von f′ und g′, d. h. diejenigen erhalten, für welche (y′) gleich y′ ist.

Man kann dabey bemerken, daſs der Werth von (y′) wächst, wenn f′ abnimmt, und umgekehrt, und daſs der Werth des letz-

[redacted]

ten Winkels ν' selbst für beträchtliche Aenderungen von f' sich nur unbedeutend ändert.

§. 7.

Um das Vorhergehende durch ein Beispiel deutlich zu machen, sey

$$n = 1.53,\quad n' = 1.58,\quad dn = 0.006,\quad dn' = 0.009$$

$$\text{also } \pi = \frac{dn}{dn'} = \frac{2}{3} \text{ und endlich } l = 10^\circ \text{ und } d = 0.01.$$

Dieses vorausgesetzt erhält man

$f = 0.692811$	$g = 2.255319$
$\lambda = 6^\circ 31' 0.''7$	$m = 6^\circ 32' 48.''2$
$\mu = 10\ 24\ 5.9$	$\nu = 6\ 58' 57.0$
$C\varphi = 0.9809314$	$\frac{1}{y'} = 0.269651$
$y' = 3.708498$	

$$\text{und überdieſs } \frac{1}{g'} = 1.2658176 - \frac{1}{f'}$$

Daraus findet man nach dem angezeigten indirecten Verfahren den genäherten Werth von

$$f' = 1.51300 \qquad \text{und } g' = 1.653223.$$

wodurch das Objectiv vollkommen bestimmt ist.

I. Um zu prüfen, ob bei dieser Einrichtung die Kugelabweichung für die mittleren Strahlen gehoben ist, findet man mit den gegebenen Werthen von f' und g'

$l' = 11^\circ 33' 33.''4$	$\lambda' = 7^\circ 17' 9.''9$
$\xi' = 2\ 42\ 33.5$	$m' = 1\ 27\ 48.3$
$\mu' = 2\ 18\ 45.3$	$\nu' = 1\ 51\ 36.5$

$$\begin{array}{rl} \text{Es war } (y') = & 3.708371 \\ y = & 3.708498 \\ \hline \text{Differenz . . } & 0.000127 \end{array}$$

Zur Prüfung der Farbenabweichung aber hat man die Gleichung

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-1)^2 d}{n f^2}$$

oder mit den gefundenen Werthen der vier Halbmesser

$$\frac{1}{y'} = \overline{0.2757240}\,(n-1)$$
$$+ \overline{0.1023711}\,(n'-1)$$
$$+ \overline{8.3189728}\,\frac{(n-1)^2}{n}$$

Für die mittleren Strahlen ist $n = 1.53$ und $n' = 1.58$ a

$$\frac{1}{y'} = 0.2696$$

Für die rothen ist $n = 1.524$, $n' = 1.571$ also $\frac{1}{y'} = 0.2697$

Für die violetten ist $n = 1.536$, $n' = 1.589$ also

$$\frac{1}{y'} = 0.2696$$

Der Oeffnungshalbmesser des Objectivs ist endlich

$$x = y' \operatorname{tang} \upsilon' = 0.08247\; y'$$

für $y' = 5$ Fuſs ist $x = 1.943$ Zolle

II. Noch folgt hier die oben erwähnte Tafel für die G
ſsen υ und $C\gamma$, durch welche die Berechnung des ganzen erst
Theils erspart wird. Sie setzt $l = 10°$ und $d = 0.01$ voraus.

n	υ	Cγ
1.520	6° 53′ 45.″2	0.98095
1.525	6 56 21. 6	0.98094
1.530	6 58 57. 0	0.98093
1.535	7 1 31. 4	0.98092
1.540	7 4 4. 9	0.98090
1.545	7 6 37. 3	0.98089
1.550	7 9 8. 8	0.98087
1.555	7 11 39. 3	0.98086
1.560	7 14 8. 8	0.98085

§. 8.

ist aber die Frage zu beantworten übrig, ob jene Be-
S. 106) der beyden ersten Halbmesser, durch welche
ben erwähnt wurde, die Brechungen des Strahles so
öglich machen will, zu unserem Zwecke in der That
st, oder ob diese beyden Halbmesser nicht vielmehr zu
el wichtigeren Zwecken benutzt werden sollen. Ohne
d es nicht nur vortheilhaft, sondern selbst nothwen-
ie Winkel l' m' λ' μ' des Strahles mit seinen Einfalls-
so klein als möglich zu machen, wenn man wie im
und VI. nur von einem genäherten Werth von Φ
reil dann die Voraussetzungen $\text{Sin}\ \omega = \omega - \frac{\omega^3}{6}$ oder
$+ \frac{1}{6} \text{Sin}^3\ \omega$ um so fehlerhafter werden, je grösser der
t. Allein, wenn man, wie hier, eine obschon indi-
strenge Auflösung der Aufgabe wählt, so fällt jene
anz weg, und es kann bey einem Verfahren, welches
Abkürzungen erlaubt, im Allgemeinen gleichgeltend
ne Winkel groſs oder klein sind. So fand schon Boh-
(Zeitsch. für Astron. Vol. I. pag. 279.) daſs das Ver-
beyden ersten Halbmesser $\frac{f}{g} = \frac{2}{3}$ in der That noch
er für die endliche Coincidenz der Strahlen seyn soll,
n (S. 106) gebrauchte, welches $\frac{f}{g} = \frac{2-n}{n}$ also für
he $\frac{f}{g} = \frac{1}{3}$ gibt. Verbindet man diesen Ausdruck
der bekannten Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

an für die beyden ersten Halbmesser die Werthe

$$f = \frac{5}{3}(n-1)\,p \text{ und } g = \frac{5}{2}(n-1)\,p$$

rd daher unter dieser Voraussetzung das (S. 114) gebrauchte Verfahren unverändert anwenden, wenn man nur statt der beyden Gleichungen (1) und (2) die folgenden annimmt,

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n' - 1) M \pi + 0.36 \frac{d}{n} \text{ und}$$

$$\frac{1}{g'} = M \pi - \frac{1}{f'}$$

$$\text{wo } M = \frac{1}{n-1} \left\{ 1 + 0.36 (n+1) \frac{d}{n^2} \right\} \text{ ist,}$$

§. 9.

Doch sieht man dabey nicht, warum eben das Verhältniſs $\frac{f}{g} = \frac{2}{3}$, welches gleichsam nur willkührlich gewählt worden ist, den Vorzug vor allen übrigen verdienen soll, und ob es nicht vielleicht noch viel vorzüglichere gebe. Wenigstens findet man dieses Verhältniſs nicht in den von Fraunhofer construirten Doppelobjectiven, von welchen hier einige nach genauen Messungen des Herrn Professors Stampfer folgen:

I. Focallänge des Doppelobjectivs p = 20 Zolle

Halbe Oeffnung

	$x = 0.58$	$f = 7.15$	
	$n = 1.530$	$g = 7.00$	$\frac{f}{g} = 1.02$
	$n' = 1.636$	$f' = -7.00$	
	$\pi = 0.603$	$g' = \infty$	
II.	$p = 49$	$f = 33.42$	
	$x = 1.53$	$g = 13.29$	$\frac{f}{g} = 2.5$
	$n = 1.528$	$f' = -13.55$	
	$n' = 1.616$	$g' = 60.61$	
	$\pi = 0.635$		
III.	$p = 62$	$f = 41.800$	
	$x = 2$	$g = 16.638$	$\frac{f}{g} = 2.5$
	$n = 1.528$	$f' = -16.972$	
	$n' = 1.616$	$g' = 75.653$	
	$\pi = 0.635$		

Eben diese Unbestimmtheit aber zeigt zugleich, dafs das Problem selbst ein unbestimmtes ist, so lange man blofs den zwey Bedingungen, die allerdings die wesentlichsten sind, genügen will, dafs nämlich die Kugelabweichung für die mittleren Central- und Randstrahlen, und die Farbenabweichung blofs für die Centralstrahlen gehoben werden soll, so dafs man daher zu jeder Kronglaslinse, welches auch das Verhältnifs ihrer Halbmesser seyn mag, immer eine zweite Linse von Flintglas finden kann, welche jenen zwey Bedingungen genug thut, oder welche die nahe und ferne von der Axe einfallenden mittleren Strahlen, und die der Axe nahen gefärbten Strahlen nach der vierten Brechung genau in einen und denselben Punct der Axe vereinigt. Aus dieser Ursache haben auch die bisherigen Schriftsteller über die Optik für das Verhältnifs jener beyden Halbmesser sehr verschiedene Hypothesen in Vorschlag gebracht, je nachdem sie diese oder jene Absicht als eine ihnen vorzüglich erscheinende oder auch nur als ein die Rechnung erleichterndes Mittel zu erreichen bemüht waren. So hat Klügel oben, um die Brechungen der Strahlen so klein als möglich zu machen, $\frac{f}{g} = \frac{1}{3}$ angenommen (Comment. Götting Vol. XIII.); so hat derselbe Schriftsteller in seiner früher erschienenen analytischen Dioptrik, um die möglich kleinsten Krümmungen und dadurch die möglich gröfsten Oeffnungen der Linsen zu erhalten, jene beyden Halbmesser einander gleichgesetzt, was später wieder, wegen der dadurch entstehenden zu grofsen Brechungen der Strahlen als unzulässig und schädlich beinahe allgemein verworfen wurde; so hat noch früher Euler, um bei der ersten Linse von Kronglas die Kugelabweichung zu einem Kleinsten zu machen, das Verhältnifs dieser Halbmesser $\frac{f}{g} = \frac{1}{7}$ angenommen, was aber nur bey seiner genährten Auflösung der Aufgabe zweckmäfsig erscheinen mag, während es bey einer strengen Auflösung derselben ganz überflüssig ist u. s. f.

II. Da im Allgemeinen die Krümmungshalbmesser der ersten biconvexen Linse kleiner sind, als die der zweiten (S. 79), so wird auch die halbe Oeffnung des Doppelobjectivs sich vorzüg-so dafs unter den genannten die Voraussetzung Eulers noch die vortheilhafteste ist. Uebrigens ändern sich diese Werthe von x nicht unbeträchtlich, wenn man andere Werthe von $\frac{\theta}{\theta'}$ als den oben angegebenen, zu Grunde legt.

Wendet man dieses auf die (S. 98) von Herschel gegebene Tafel an, so findet man für

$$x = 0.55, \frac{f}{g} = 1.9 \ldots x = 0.028$$

$$x = 0.65, \frac{f}{g} = 2.7 \ldots x = 0.027$$

$$x = 0.75, \frac{f}{g} = 4.5 \ldots x = 0.024$$

also x durchaus kleiner als zuvor.

Uebrigens hat man sich an diese Beschränkung der Oeffnung des Objectivs nur bei den zwar directen aber auch blofs approximirten Methoden (S. 76 bis 105) zu halten, während bey den folgenden indirecten aber ganz strengen Methoden diese Rücksichten wegfallen, worin ein grofser Vortheil dieser letzten Verfahrungsart besteht, die besonders dann jene erste und unvollkommene ganz verdrängen wird, wenn einmal unsere Künstler dahin gekommen seyn werden, sehr grofse und reine Stücke der beyden Glasarten ohne Mühe zu verfertigen. Wenn man bey jenen approximirten Methoden keinen gröfseren Einfallswinkel als 15° zulassen will, so heifst das mit andern Worten, dafs man in diesen Annäherungen, in welchen man die vierten und höheren Potenzen von M (S. 50) vernachlässigt hat, sich begnügen will, die Sinus der verschiedenen Einfalls- und Brechungswinkel bis auf die fünfte Decimalstelle genau darzustellen. Denn es ist Sin 15° = 0.2588190, und wenn man statt Sin M, wie dort (S. 50) geschehen ist, den abgekürzten Ausdruck

$$M \operatorname{Sin} 1'' - \frac{M^3}{6} \operatorname{Sin}^3 1'' \text{ setzt,}$$

so erhält man, da M = 54000'' ist,

$$M \operatorname{Sin} 1'' = 0.2617994$$

$$\frac{M^3}{6} \operatorname{Sin}^3 1'' = \frac{0.0029905}{0.2588089}$$

[redacted]

Nimmt man nun als allgemeine Vorschrift an, dafs der gröfste jener Winkel, d. h. dafs μ höchstens 15 Grade betragen soll, so ist

$$l = \frac{30}{\frac{3f}{g} + 1} \text{ Grade},$$

und daher die halbe Oeffnung des Objectivs

$$x = \frac{(n+1)}{8n} \operatorname{Sin} l = \frac{1}{8}\left(1 + \frac{f}{g}\right) \operatorname{Sin} \frac{30}{1 + \frac{3f}{g}}$$

Diesen Ausdruck zur Bestimmung der Oeffnung des Objectivs gab zuerst Herr Professor Santini in seinem trefflichen Werke Theor. degli Stromenti ottici. Padova 1828. Wir wollen darauf einige der oben angegebenen Verhältnisse der Gröfsen f und g anwenden.

Ist also erstens die biconvexe Linse gleichseitig, so hat man $f = g$ und daher, unter jener Voraussetzung, dafs der gröfste jener Winkel nur 15 Grade betragen soll, für das Maximum der halben Oeffnung, die man dem Objective geben kann

$$x = \frac{1}{4} \operatorname{Sin} 7°30' = 0.03263$$

wo die Brennweite des Doppelobjectivs gleich der Einheit vorausgesetzt wird.

Klügels Annahme

$$\frac{f}{g} = \frac{1}{3} \text{ gibt } x = \frac{1}{6} \operatorname{Sin} 15° = 0.04313$$

und Bohnenbergers

$$\frac{f}{g} = \frac{2}{3} \text{ gibt } x = \frac{5}{24} \operatorname{Sin} 10° = 0.03618$$

und Eulers

$$\frac{f}{g} = \frac{1}{7} \text{ gibt } x = \frac{1}{7} \operatorname{Sin} 21° = 0.05119,$$

zu diesem Zwecke die beyden inneren Halbmesser f und f' einer kleinen Aenderung unterwerfen, um dadurch der letzten Gleichung, ohne jene zwey vorhergehenden aufzuheben, zu genügen, wozu sich das sinnreiche Verfahren, welches Gaufs in seiner Theor. mot. corp. coel. mitgetheilt hat, vortheilhaft anwenden läfst. Nämlich die nach unserer vorhergehenden Auflösung gefundenen Werthe von f und f' geben $z - Z = o$ und $z - Z' = \beta$, so dafs β als der Fehler dieser ersten Annahme jener beiden Halbmesser betrachtet werden kann. Aendert man nun für eine zweyte Hypothese blofs den ersten dieser Halbmesser f, und wiederholt die Rechnung mit den Werthen $g_{,}$ und f', so erhält man $z - Z = \alpha'$, und $z - Z' = \beta'$, wo also α' und β' die Fehler dieser zweiten Hypothese sind. Aendert man nämlich in einer dritten Annahme blos den zweiten dieser Halbmesser f' und wiederholt die Rechnung mit den Werthen g und $f'_{,}$, so erhält man $z - Z = \alpha''$ und $z - Z' = \beta''$, wo daher α'' und β'' die Fehler dieser dritten Hypothese bezeichnen. Da bey dieser dreyfachen Berechnung der vierte Halbmesser g' immer durch die zweyte Gleichung (S. 114) bestimmt wird, so wird dadurch in jeder Berechnung auch der dritten der oben angeführten Bedingungsgleichungen $z - z' = o$ genüge gethan. Dieses vorausgesetzt, hat man nun für die wahren Werthe von g und f', welche wir durch (g) und (f') bezeichnen wollen, und welche allen drei Bedingungsgleichungen entsprechen, die folgenden Ausdrücke

$$(g) = g + \frac{(g_{,} - g)\,\alpha''\beta}{\alpha''(\beta - \beta') - \alpha'(\beta - \beta'')} \text{ und}$$

$$(f') = f' - \frac{(f'_{,} - f')\,\alpha'\beta}{\alpha''(\beta - \beta') - \alpha'(\beta - \beta'')}$$

§. 11.

Wenn man aber, wie es in der That bey allen Fernröhren von nicht zu grofsen Oeffnungen der Fall ist, voraussetzen darf, dafs durch die genaue Vernichtung der Farbenzerstreuung bey den Centralstrahlen, von welchen immer das vorzüglichste und lebhafteste Bild erzeugt wird, auch zugleich die Farbenabweichung der Randstrahlen bis auf einen für unsere Sinne nicht mehr

baren Grad mit aufgehoben wird, so scheint es mir am vor-
aftesten, jene beyden ersten Halbmesser f und g so zu
n, daſs dadurch noch eine dritte nicht minder wesentliche
gung eines jeden guten Fernrohrs, nämlich die gröſst-
che Lichtstärke desselben, erhalten werde. Zu diesem
ke wird man also die Oeffnung des Rohres so groſs als
ch machen, weil die Lichtstärke desselben von der Menge
ichtes, welches auf das Objectiv fällt, also von der Gröſse
bjectivs selbst abhängt. Die gröſste Oeffnung des Ob-
s aber wird man erhalten, wenn man die beyden ersten
nesser einander gleich, oder wenn man f = g setzt, und
Ausdruck mit dem bekannten andern

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

en, gibt für die gesuchten beyden ersten Halbmesser
che Gleichung

$$f = g = 2\,(n-1)\,p.$$

nnt man so f und g, wo wieder die Brennweite p der
se für die Einheit angenommen werden kann, so fin-
m μ . . . bis $C\gamma$, wie vorhin, aus den Gleichungen

$$\text{Sin}\,\lambda = \frac{1}{n}\,\text{Sin}\,l$$

$$\xi = l - \lambda$$

ψ und $C\gamma$ für jeden Werth von n gibt, wenn d = 0.01 l = 10° ist.

n	f=g		υ			C γ
1.50	1.00	10°	18′	23.″	8	0.94613
1.51	1.02	10	31	7.	9	0.94497
1.52	1.04	10	43	53.	0	0.94380
1.53	1.06	10	56	39.	1	0.94261
1.54	1.08	11	9	26.	5	0.94141
1.55	1.10	11	22	14.	9	0.94019
1.56	1.12	11	35	4.	6	0.94895

II. Kennt man aber f = g, υ und C γ, so sucht man zuer die Gröfse

$$M = \frac{1}{n-1}\left(1 + \frac{(n+1)\,d}{4\,n^2}\right) \text{ und}$$

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n'-1)\,M\pi + \frac{d}{4\,n'}$$

und dann mit irgend einem angenommenen Werth von f′ die Grö fsen g′ l′ λ′ ... bis (y′) durch folgende Gleichungen:

$$\frac{1}{g'} = M\,\pi - \frac{1}{f'}$$

$$\text{Sin } l' = \frac{(C\gamma + f')\ \text{Sin } \upsilon}{f'}$$

$$\text{Sin } \lambda' = \frac{1}{n'}\ \text{Sin } l'$$

$$\xi' = \upsilon + \lambda' - l'$$

$$\text{Sin } m' = \left(f'.\ \frac{\text{Sin } \lambda'}{\text{Sin } \xi'} - (f'+g')\right)\frac{\text{Sin } \xi'}{g'}$$

$$\text{Sin } \mu' = n'\ \text{Sin } m'$$

$$\upsilon' = \xi' + m' - \mu' \text{ und}$$

$$(y') = g.'\ \frac{\text{Sin } \mu'}{\text{Sin } \upsilon'} + g'$$

wo man wieder f′ so lange ändert, bis der letzte Werth v (y′) gleich dem vorhergehenden Werth von y′ ist, wodurch d

…e vier Halbmesser, den drey oben aufgestellten Bedingungen …emäfs, vollkommen bestimmt sind.

§. 12.

Wendet man auf diese Ausdrücke das oben (S. 117) gege…ne Beyspiel an, so ist

$$n = 1.53,\ n' = 1.58,\ \pi = \tfrac{2}{3} \text{ und } d = 0.01.$$

Setzt man den ersten Einfallswinkel $l = 10°$, so findet man

$$f = g = 1.06$$
$$\upsilon = 10°\ 56'\ 39.''1$$
$$C\gamma = 0.94261$$

Ferner ist

$$M\pi = 1.2612603 \text{ und}$$
$$y' = 3.702292$$

Die beyden hypothetischen Halbmesser $f' = 1.05$ und $f' =$ …4 geben.

f' =	1.05	1.04
g' =	3.237509	3.336426
l' =	21° 7′ 4.″4	21° 13′ 6.″9
λ' =	13 10 52.1	13 14 31.9
ξ' =	3 0 26.8	2 58 4.1
m' =	0 15 22.84	0 11 59.72
μ' =	0 24 18.09	0 18 57.16
υ' =	2 51 31.55	2 51 6.66
(y') =	3.696382	3.7061278
…s war y' =	3.702292	3.7022920
…ferenz =	— 0.005910	+ 0.0038358

…raus man für den verbesserten Werth von f' erhält:

$$f' = 1.04394,\ \text{also auch}\ g' = 3.2965123.$$

Bleibt man schon dabey stehen, obschon es in unserer Will…kür steht, die Annäherung so weit zu treiben, als es gefordert …rd, so sind die gesuchten Halbmesser des Doppelobjectivs

$$f = g = 1.06 \text{ und } f' = 1.04394$$
$$g' = 3.2965123$$

l

und der Oeffnungshalbmesser desselben

$$x = y' \operatorname{tg} \upsilon' = 0.04986\, y'$$

also z. B. für eine Focallänge von 5 Fuſs x = 2.992 Zolle, gröſser, als (S. 118), so daſs also die erste der oben aufgest ten Bedingungen, eine groſse Oeffnung des Objectivs, erf wird.

I. Um zu sehen, ob auch der zweyten Bedingung, der Co cidenz der mittleren Central- und Randstrahlen nach der vier Brechung genug geschieht, findet man mit den erhaltenen W then von f, g und f′ g′, nach (S. 27)

$$\begin{array}{llllllllll} \text{l}' & = & 21^\circ & 10' & 43.'' & 2 & \qquad \lambda' & = & 13^\circ & 13' \; 4.'' \, 8 \\ \xi' & = & 2 & 59 & 0. & 7 & \qquad m' & = & 0 & 13 \; 20. \, 15 \\ \mu' & = & 0 & 21 & 4. & 28 & \qquad \upsilon' & = & 2 & 51 \; 16. \, 57 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} (y') = & 3.702231 \\ y' = & 3.702292 \\ \hline \text{Differenz} = & -\ 0.000061. \end{array}$$

Für die dritte Bedingung, die Vernichtung der Farben be den Centralstrahlen, hat man endlich

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-1)^2}{n f^2}. \text{ d}$$

oder hier

$$\begin{aligned} \frac{1}{y'} = & \ \overline{0.2757241}\ (n-1) \\ & - \overline{0.1008047}\ (n'-1) \\ & + \overline{7.9493882}\ \frac{(n-1)^2}{n} \end{aligned}$$

Ist daher, wie (S. 117) dn = 0.006 und dn′ = 0.009, al $\pi = \frac{2}{3}$, so gibt die letzte Gleichung für die mittleren Strahlen

$$n = 1.53,\ n' = 1.58$$

$$\frac{1}{y'} = 0.270103 \quad y' = 3.70229$$

und für die violetten

$$n = 1.536,\ n' = 1.589$$

$$\frac{1}{y'} = 0.270103,\ y' = 3.70229$$

so auch die Farbenzerstreuung gut gehoben.

§. 13.

Ein zweytes Beyspiel für $n = 1.53$ und $n' = 1.60$, und für nen extremen Werth von $\pi = 0.50$ gibt eben so

$$f = g = 1.06,\ \upsilon = 10^\circ\ 56'\ 39.''\ 1$$
$$C\gamma = 0.94261,\ M\pi = 0.945945 \text{ und}$$
$$y' = 2.3037916,$$

oraus man nach einigen Versuchen findet:

$$f' = 1.04266, \text{ und } g' = -76.1009517,$$

daſs also die letzte brechende Fläche in diesem Beyspiele nvex und nur sehr wenig gekrümmt ist, weil g' negativ und hr groſs ist.

I. Zur Prüfung dieses Fernrohrs hat man erstens für den effnungshalbmesser

$$x = 0.80158\ y',$$

so für eine Brennweite $y' = 5$ Fuſs schon $x = 4.809$ Zolle, ler ungewöhnlich groſs, daher man diese Einrichtung für ähnche π, besonders bey Kometensuchern und andern sehr lichtarken Fernröhren brauchbar finden wird.

Die zweyte Bedingung wegen der Kugelabweichung gibt ach S. 27

$l' =$	21°	$11'$	$29.''8$	$\lambda' =$	13°	$3'$	$27.''2$
$\xi' =$	2	48	36.5	$m' = -$	2	56	57.06
$\mu' = -$	4	43	19.03	$\upsilon' = +$	4	34	58.47

$$(y') = 2.3037483$$
$$\text{Es war } y' = 2.3037916$$
$$\text{Differenz} = -0.0000433$$

Die dritte Bedingung wegen der Farbenzerstreuung gibt aber ach S. 31

$$\frac{1}{y'} = \overline{0.2757241}\,(n-1)$$
$$-\,\overline{9.9758659}\,(n'-1)$$
$$+\,\overline{7.9493882}\,\frac{(n-1)^2}{n}$$

Setzt man dann $dn = 0.004$ und $dn' = 0.008$, so hat man aus der letzten Gleichung für die mittleren Strahlen

$$n = 1.53,\ n' = 1.60,\ y' = 2.303792$$

und für die violetten

$$n = 1.534,\ n' = 1.608\ ..\ y' = 2.363798$$
$$\text{Differenz} - 0.000006$$

Daſs man übrigens auch bey den besten Fernröhren, wie die Erfahrung zeigt, und bey unsern vorzüglichsten Doppelobjectiven, den Werth von der Vergröſserung m nicht so groſs, und den der Brennweite p nicht so klein, als man will, annehmen kann, kömmt daher, weil (S. 75) jene beyden Fehler, ihrer Natur nach, nicht vollkommen weggebracht werden können. So ist für jedes Fernrohr im Allgemeinen der gröſste Theil des Halbmessers der Kugelabweichung $R = \frac{m\,x^3}{p^3}$ (S. 62) wenn p die Brennweite des Objectivs, x die halbe Oeffnung desselben, und m die Vergröſserung des Fernrohrs bezeichnet. Hat man z. B. für ein Fernrohr $p = 12$ Zolle und $x = \frac{1}{2}$, und für ein anderes verhältniſsmäſsig eben so gut gearbeitetes $p' = 24$ und $x' = 2$, so ist das Verhältniſs ihrer Kugelabweichungen $\frac{R'}{R} = 8\,\frac{m'}{m}$, also bey der zweyten selbst für dieselbe Vergröſserung, die Kugelabweichung schon achtmahl stärker. Da aber, wie wir später sehen werden, bey gleicher Helligkeit der Fernröhre die Vergröſserung der Oeffnung proportional und hier $x' = 4x$ ist, so ist auch $m' = 4m$, oder $R' = 32\,R$, oder der Fehler der Kugelabweichung der in dem ersten Fernrohre noch als sehr klein angenommen werden konnte, erscheint in der zweyten schon 32 Mahl gröſser.

Man kann noch bemerken, daſs der vierte Halbmesser g' und

gshalbmesser x des Objectivs desto gröfser wird, je
lche Gröfse zwischen den Grenzen 0.5 und 0.7 ent-
n diese erste Grenze 0.5 kömmt, und dafs g' und x
er werden, je näher π an 0.7 ist. Für $\pi = 0.7$ und
$' = 1.6$, findet man $g' = 2.413$, $\upsilon' = 1^\circ 35'$, also $x =$
$0.0276\, y'$, und daher für $y' = 5$ Fufs $x = 1.66$ Zoll,
lieser kleinste Werth von x nahe dem unserer bishe-
n Fernröhre gleich, für welche nahe $x = 0.03\, y'$ ist.

§. 14.

n vorhergehenden Berechnungen eines Doppelobjec-
; der indirecte Theil derselben noch etwas beschwer-
ıan, wenn man Anfangs einen von der Wahrheit noch
entfernten Werth von f' gewählt hat, eine öftere Wie-
er Rechnung vornehmen mufs. Allein die im Cap. V.
e Methode gibt uns ein sehr bequemes Mittel, gleich
en bereits genäherten Werth dieses Halbmessers f'
, und dadurch jene zeitraubenden Wiederholungen
.

ıan nämlich die Distanz ω der beyden Linsen, also
)icke gleich Null, so geben die angeführten Glei-
nahe

$$\pi = \frac{\theta}{\theta'} \text{ ist (S. 80)}$$

$$p = (1 - \pi)\, \alpha'$$

$$p' = -\frac{(1-\pi)}{\pi}\, \alpha' \text{ und}$$

$$a' = -(1-\pi)\, \alpha'$$

aber hier die Brennweite p der ersten Linse gleich
angenommen haben, so gibt die erste dieser Glei-

$= \frac{1}{1-\pi}$, und daher die beyden folgenden

$$p' = -\frac{1}{\pi} \text{ und } a' = -1$$

aber (S. 80)

$$\lambda' = -\frac{\mu \lambda\, p\, p'^3}{\mu' a'^4} - \frac{\nu' p'^2}{a' \alpha'}$$

$$\text{wo } \sqrt{\lambda - 1} = \frac{2(n^2 - 1)}{n\sqrt{4n - 1}},$$

und überdiefs

$$\frac{1}{f'} = \frac{\varrho'}{a'} + \frac{\sigma'}{\alpha'} + \frac{\tau' \sqrt{\lambda' - 1}}{p'},$$

also ist auch, wenn man in diesen beiden Gleichungen die vorhergehenden Werthe von p, p' und a', α' substituirt,

$$\left.\begin{aligned} \lambda' &= \frac{\mu \lambda}{\mu' \pi^3} + \frac{\nu' (1 - \pi)}{\pi^2} \text{ und} \\ \frac{1}{f'} &= \varrho' - \sigma' (1 - \pi) + \tau' \pi \sqrt{\lambda' - 1} \end{aligned}\right\}$$

wo die dritte brechende Fläche hohl oder concav ist, wenn σ positiv wird.

Da man für jeden Werth von n die Gröfsen μ, ν, ϱ, σ und τ, so wie für jeden Werth von n' die Gröfsen μ', ν', ϱ', σ' und τ' aus (S. 59) findet, so geben die beiden letzten Gleichungen durch eine sehr einfache Rechnung den gesuchten ersten genäherten Werth von f', mit welchem man dann den indirecten Theil unserer gegenwärtigen Auflösung nach S. 128 leicht ausführen wird. In unserem letzten Exempel ist

$$n = 1.53,\ n' = 1.58,\ \text{also}$$

$\mu = 0.9875$	$\lambda = 1.6006$	$\sigma' = 1.5827$
$\mu' = 0.8724$	$\nu' = 0.2529$	$\tau' = 0.8775$
	$\varrho' = 0.1414$	

also ist auch $\lambda' = 6.3020$ und

$$\frac{1}{f'} = 0.1414 - 0.5276 + 0.5850.\ \sqrt{\lambda' - 1} = 0.9608$$

oder $f' = 1.041$ nur 0.002 zu klein.

§. 15.

Noch bequemer aber, besonders für den in solchen Rech-
en weniger geübten Künstler, wird es seyn, das Verfahren
6) auch auf unsere gegenwärtige Methode anzuwenden,
o mit Hülfe einer Tafel die Auflösung der Aufgabe beynahe
alle Rechnung zu erhalten.

Um dieser Tafel mehr Sicherheit zu geben, müssen zuerst
Werthe der vier Halbmesser für verschiedene zweckmäſsig
wählte Werthe von n, n′ und π nach den Gleichungen (S.
genau berechnet werden. Dieſs geschah durch Herrn Na-
einen eifrigen Freund der Wissenschaft, und die Resultate
r sorgfältigen Arbeit sind in der folgenden Tafel enthalten,
en ersten Einfallswinkel $l = 10°$ und $d = 0.01$, so wie
$\triangle = 0$ voraussetzt. Eigentlich hätte nach (S. 85)
0.033 genommen werden sollen, wofür hier $d = 0.01$ ge-
wurde, eine Abweichung, die keinen bedeutenden Einfluſs
ie folgenden Resultate hat.

π	n	n′	f=g	M π	y′	f′	g′	v′	(y′)	y—(y′)
	1.53	1.60	1.06	0.9459453	2.3037916	1.0426585	— 76.093635	4°34′58.″564	2.303785	+0.0000066
0.50	1.50	1.60	1.00	1.0027777	2.5000004	1.0027302	+181.804992	3 59 7. 160	2.500003	—0.0000026
	1.53	1.63	1.06	0.9459453	2.4649222	1.0613425	266.044452	4 17 4. 861	2.464982	—0.0000060
	1.5	1.60	1.06	1.0405398	2.6503398	1.0511785	11.2074228	3 59 9. 055	2.6503407	—0.0000009
0.55	1.50	1.60	1.00	1.1030555	2.9426189	1.0086155	8.9607862	3 23 15. 034	2.9426162	+0.0000027
	1.53	1.63	1.06	1.0405398	2.8893809	1.0687965	9.5321225	3 39 25. 839	2.8893863	—0.0000054
	1.53	1.60	1.06	1.1351343	3.1196053	1.0546764	5.3482762	3 23 15. 227	3.1195990	+0 0000063
0.60	1.50	1.60	1.00	1.2033333	3.5756851	1.0105125	4.6786687	2 47 18. 652	3.5756921	—0.0000070
	1.53	1.63	1.06	1.1351343	3.4904094	1.0713285	4.9575169	3 1 42. 331	3.4904102	—0.0000008
	1.53	1.60	1.06	1.2297288	3.7908309	1.0552735	3.5447489	2 47 17. 579	3.7908288	+0 0000021
0.65	1.50	1.60	1.00	1.3036111	4.5578858	1.0091250	3.1984324	2 11 16. 088	4.5578806	+0.0000052
	1.53	1.63	1.06	1.2297288	4.4071340	1.0715008	3.3731547	2 23 55. 418	4.4071327	+0.0000013
	1.53	1.60	1.06	1.3243234	4.8299859	1.0550358	2.6561239	2 11 17. 486	4.8299944	—0 0000085
0.70	1.50	1.60	1.00	1.4038888	6.2761499	1.0106358	2 4130575	1 35 18. 450	6.2761403	+0.0000096

se Tafel gibt also für die in den drey ersten Columnen
;ten Werthe von π, n und n′ die Gröſsen f, g, f′, g′
Iπ, dann die vierte Vereinigungsweite y′ für die mittle-
ralstrahlen, und (y′) für die mittleren Randstrahlen; fer-
letzten Vereinigungswinkel υ' der Randstrahlen mit der
d endlich die Differenz der beyden Gröſsen y — (y′).
Differenz bey allen fünfzehn Fällen so klein ist, so ist
klar, daſs auch für alle diese Fälle die Kugelabweichung
ben wurde. Eben so genau ist aber auch die Farbenzer-
für die der Axe nahen Strahlen vernichtet worden, wie
chung

$$-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)-(n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right)+\frac{(n-1)^2\,(0.01)}{n\,f^2}$$

venn man auf sie die vorhergehenden Werthe n n′ und
Tafel anwendet. So gibt z. B. der letzte Fall der Tafel
$=1.53 \quad n'=1.63 \quad dn=0.005, \quad dn=0.007142 86$

$$\text{also} \quad \pi = 0.70$$

$$\frac{1}{y'} = \overline{0.2757241}\,(n-1)$$
$$-\ \overline{0.1219942}\,(n'-1)$$
$$+\ \overline{7\ 9493882}\,\frac{(n'-1)^2}{n}$$

die mittleren Strahlen

$53 \quad n'=1.63; \quad \frac{1}{y'}=0.1673102; \quad y'=5.976921$

violetten

$$n=1.535 \quad n'=1.63714286$$
$$\frac{1}{y'}=0.167310, \quad y'=5.976928$$

die rothen

$$n=1.525, \quad n'=1.62285714$$
$$\frac{1}{y'}=0.1673101, \quad y'=5.976924$$

ür alle übrigen Fälle.

§. 16.

Diese Tafel gibt schon an sich zu einigen Bemerkungen Gelegenheit. Während z. B. die Gröſse n wächst indem n′ und ϖ constant bleiben, wachsen auch die Gröſsen f, g, f′ g′ und v', und y′ nimmt ab. Ganz dasselbe hat auch statt, wenn n′ wächst, während n und ϖ constant bleiben. Wächst aber bloſs ϖ, während n und n′ constant sind, so wächst auch, wenigstens bis zu der Grenze $\varpi = 0.65$ die Gröſse f′ und y′, während g′ und v' abnehmen. Besonders merkwürdig ist, daſs für dieselben Werthe von n und n′ die Gröſse y′ oder die Länge des Fernrohrs immer kleiner wird, je kleiner die Gröſse ϖ wird, so daſs man also die Länge der Fernröhre sehr verkürzen würde, wenn man die Zerstreuung des Kronglases vermindern oder die des Flintglases vermehren könnte, weil in beyden Fällen die Gröſse ϖ kleiner wird.

Ferner hängt der Werth des Oeffnungshalbmessers x des Objectivs in allen fünfzehn Fällen gröſstentheils nur von dem Werthe der Gröſse n ab, während der Einfluſs von n′ und ϖ auf x nur sehr gering ist. Man erhält nämlich sehr nahe für alle Werthe von ϖ im Mittel

n	n′	$x = y' \tan v'$
1.53	1.60	0.18463
1.50	1.60	0.17413
1.53	1.63	0.18468.

Setzt man daher, da bei der Bestimmung des Werthes von x ohnehin keine groſse Schärfe erfordert wird, x als eine bloſse Function von n, so hat man sehr nahe für die halbe Oeffnung des Objectivs

$$x = 0.35016\,(n-1) - 0.00095$$

wodurch die umständliche Berechnung der Gröſsen v' und y′ umgangen wird.

Endlich muſs noch bemerkt werden, daſs die Variation des dritten Halbmessers f′, die von einer Aenderung in n entspringt, viel beträchtlicher ist, als jene, welche von einer Aenderung in n′ erzeugt wird, und daſs überhaupt durch das ganze Gebiet der Tafel die Gröſse f′ sich nur sehr langsam ändert, wähnd die Variation des vierten Halbmessers g' im Gegentheile gemein grofs ist.

Diese letzte Bemerkung ist es vorzüglich, welche uns ein ar angemessenes Mittel an die Hand gibt, die vorhergehenden chnungen (S. 128) wesentlich zu vereinfachen. Diese sehr langne Aenderung des dritten Halbmessers f' nämlich, dessen Bemmung eben jene indirecten Rechnungen so umständlich chte, gibt uns Gelegenheit, diese Werthe von f' in eine zu serm Zwecke sehr bequeme Tafel zu bringen, mit deren Conuction wir uns nun beschäftigen wollen.

§. 17.

Stellt man zuerst die Werthe von (f') zusammen, welche $n = 1.50$ und $n' = 1.60$ in der Tafel gefunden werden, so man

π	(f')
0.50	1.0027302
0.55	1.0086155
0.60	1.0105125
0.65	1.0091250
0.70	1.0106358

Um daraus auch die Werthe von (f') für die übrigen Zwienwerthe von π zu erhalten, wollen wir annehmen

$$(f') = A + B\,(\pi - 0.5) + C\,(\pi - 0.5)^2 + D\,(\pi - 0.5)^3 + E\,(\pi - 0.5)^4$$

Um die Werthe dieser fünf Coefficienten A B C D und E bestimmen, wird man die vorhergehenden Ausdrücke von π d (f') in der letzten Gleichung substituiren, wodurch man hält

$$A = 1.0027302$$
$$.0058853 = 0.05\,B + 0.0025\,C + 0.000125\,D + 0.00000625\,E$$
$$.0077823 = 0.10\,B + 0.0100\,C + 0.001000\,D + 0.00010000\,E$$
$$.0063948 = 0.15\,B + 0.0225\,C + 0.003375\,D + 0.00050625\,E$$
$$.0079056 = 0.20\,B + 0.0400\,C + 0.008000\,D + 0.00160$$

woraus man durch Elimination findet

$$B = \quad 0.13488600$$
$$C = \quad 0.06606333$$
$$D = -10.0196000$$
$$E = \quad 36.5266667$$

so daſs man daher hat

$$\begin{aligned}(f') = &\ 1.0027302 \\ + &\ 0.1348860\ (\pi - 0.5) \\ + &\ 0.0660633\ (\pi - 0.5)^2 \\ - &\ 10.0196000\ (\pi - 0.5)^3 \\ + &\ 36.5266667\ (\pi - 0.5)^4\end{aligned}$$

und diese letzte Gleichung ist es, nach welcher die zweite Columne der unten folgenden Tafel berechnet worden ist.

I. Diese Columne setzt also $n = 1.50$ und $n' = 1.60$ voraus. Allein die (§. 136) gegebene Tafel gibt auch die Aenderungen des Halbmessers (f'), welche von einer Aenderung der Gröſsen n und n' entspringen. Nennt man nämlich $\left(\frac{df'}{dn}\right)$ die Aenderung von (f'), die von einer Aenderung von 0.01 in der Gröſse n, und eben so $\left(\frac{df'}{dn'}\right)$ die Aenderung von (f'), die von einer Aenderung von 0.01 in der Gröſse n' entspringt, so gibt die Tafel (S. 136)

π	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$
0.50	1.3309433	0.622800
0.55	1.4187666	0.587267
0.60	1.4721300	0.555070
0.65	1.5382833	0.540910
0.70	1.4800000	0.545427.

Behandelt man also auch diese zwei Systeme wie das vorhergehende für (f'), um die Ausdrücke von $\left(\frac{df'}{dn}\right)$ und $\left(\frac{df'}{dn'}\right)$ für die Zwischenwerthe von π zu erhalten, so bekommt man die zwei folgenden Gleichungen

$$\left(\frac{df'}{dn}\right) = \quad 1.3309433$$
$$+ \quad 3.3384445\ (\pi - 0.5)$$
$$- \quad 50.162572\ (\pi - 0.5)^2$$
$$+ \quad 431.952100\ (\pi - 0.5)^3$$
$$- \quad 1229.841333\ (\pi - 0.5)^4$$

und

$$\left(\frac{df'}{dn'}\right) = 0.622800$$
$$- \quad 0.575715\ (\pi - 0.5)$$
$$- \quad 4.350620\ (\pi - 0.5)^2$$
$$+ \quad 47.721000\ (\pi - 0.5)^3$$
$$- \quad 93.733333\ (\pi - 0.5)^4$$

d nach diesen zwei Gleichungen ist die dritte und vierte Co-
nne der folgenden Tafel berechnet worden.

§. 18.

Kennt man also durch Hülfe dieser Tafel für jeden Werth
n π die Gröfsen (f'), $\left(\frac{df'}{dn}\right)$ und $\left(\frac{df'}{dn'}\right)$, so findet man dar-
s für die gegebenen Werthe von n und n' den eigentlich ge-
chten dritten Halbmesser f' durch die Gleichung

$$f' = (f') + (n - 1.50) \cdot \left(\frac{df'}{dn}\right) + (n' - 1.60) \cdot \left(\frac{df'}{dn'}\right)$$

Kennt man aber den Werth von f', so ist es nicht mehr
hwer, auch die drei übrigen Halbmesser, so wie die letzte Ver-
nigungsweite y' zu finden. Man sucht nämlich zuerst M aus

$$M = \frac{1}{n-1}\left\{1 + 0.0025\ \frac{(n+1)}{n^2}\right\}$$

$$\text{und } N = 1 + \frac{0.0025}{n}$$

e Werthe von M und N man auch aus der zweyten der fol-
n Tafel nehmen kann, und dann ist sofort

$$f = g = 2(n-1)$$

$$\frac{1}{g'} = M\pi - \frac{1}{f'} \text{ und}$$

$$\frac{1}{y'} = N - (n'-1)M\pi$$

und dadurch ist das Doppelobjectiv vollkommen bestimmt. Der Oeffnungshalbmesser desselben endlich ist

$$x = 0.35016\,(n-1) - 0.00095$$

und man kann $f = g$ und x auch ohne Rechnung aus derselben zweiten Tafel nehmen.

I. Die so erhaltenen Gröſsen $f\ g\ f'\ g'$ und x setzen alle die Brennweite der ersten Linse von Kronglas, als die Einheit aller Dimensionen des Fernrohres voraus. Nimmt man aber, wie gewöhnlich, die Brennweite y' des Doppelobjectivs selbst für die Einheit an, so wird man bloſs die vorhin erhaltenen Zahlen von $f\ g\ f'\ g'$ und x durch die Gröſse y' dividiren. Soll endlich die Brennweite des Doppelobjectivs z. B. fünf Fuſs oder 60 Zolle seyn, so wird man alle jene Zahlen durch $\frac{60}{y'}$ dividiren, und dadurch die Werthe von $f\ g\ f'\ g'$ und x' in Zollen erhalten u. s. w.

II. Daſs endlich diese Tafel, die immer schon einen sehr genäherten Werth von f' gibt, auch dann vortheilhaft angewendet werden kann, wenn man die Rechnung mit aller Schärfe nach (S. 128) führen will, was für gröſsere Objective immer geschehen soll, ist für sich klar, obschon man sich in allen Fällen, wo die Oeffnung des Objectivs nicht zu groſs ist, unmittelbar der Resultate der Tafel mit Sicherheit bedienen wird.

§. 19.

Es ist nur noch übrig, den äuſserst bequemen Gebrauch dieser Tafel durch ein Beispiel zu erläutern, und damit diese vielleicht schon zu lange verfolgten Betrachtungen zu beschlieſsen:

Sey also $n = 1.53 \quad dn = 0.0036$
$n' = 1.63 \quad dn' = 0.0060$

und daher $\pi = 0.60$

Die beyden erwähnten Tafeln geben sofort

$$f \quad = g = 1.06$$
$$M \quad = 1.891891$$
$$(f') \quad = 1.01051$$
$$\left(\frac{d f'}{d n}\right) = 1.472 \text{ und } \left(\frac{d f'}{d n'}\right) = 0.555$$

ist der dritte Halbmesser

$$f' = 1.01051 + 0.04416 + 0.01665 = 1.07132$$

$$\text{und daraus } g' = 4.957517$$
$$y' = 3.49041$$
$$x = 0.18463$$

he Ausdrücke alle die Brennweite der ersten Linse als die ieit voraussetzen. Soll daher die Brennweite der Doppel- die Einheit seyn, so dividirt alle vorhergehenden Zahlen h $\frac{1}{y'}$, wodurch man erhält

$$f = g = 0.303689$$
$$f' = 0.306932$$
$$g' = 1.420325$$
$$x = 0.05289$$

Soll z. B. die Brennweite des Doppelobjectivs gleich 60 e seyn, so multiplicirt man die letzten vier Zahlen durch wodurch man erhält

$$f = g = 18.2214 \text{ Zolle}$$
$$f' = 18.4159$$
$$g' = 85.2195$$
$$x = 3.1737$$

noch unbestimmt bleibt, welche Gattung von Zollen man neh- i will.

Nach (S. 138) ist $x = 0.35016\,(n-1) - 0.00095$, also : 0.174 für den mittleren Werth von $n = 1.5$. Soll dann die nnweite des Doppelobjectivs L Zolle betragen, so ist der ffnungshalbmesser X desselben in Zollen ausgedrückt

$$X = \frac{L}{y'} \cdot x = 0.174 \frac{L}{y'}$$

und da nach der Tafel (S. 136) die Gröfse y' von 2 bis 6 variirt, so hat man z. B. für $L = 60$ Zolle

y'	X Zolle	π
2	5.22	0.50
3	3.48	0.60
4	2.61	0.65
5	2.09	0.65
6	1.74	0.70

woraus folgt, dafs die Oeffnung der nach dieser Methode bestimmten Objective für $\pi = 0.65$ bis 0.70 mit den Oeffnungen der bisher gewöhnlichen Fernröhre zusammenfällt, für kleinere Werthe von π aber sie destomehr übertrifft, je kleiner π ist. (Vergl. S. 130 und 132.)

Hier kann noch der hohlen mit einer Flüssigkeit gefüllten Objective erwähnt werden, die zuerst Dr. Blair ausführte, und die erst in unseren Tagen von dem Sohne desselben, so wie noch mehr von Barlow vervollkommnet wurden. Man hat ihnen den Vorwurf gemacht, dafs die Flüssigkeit derselben, wegen dem zu unvollkommenen Schlusse der beyden Halblinsen zu früh verdünste; allein Blair besitzt Objective dieser Art, die seit dreifsig Jahren keine Spur von Verdünstung zeigen. Aber Verderbnisse der Flüssigkeit, Ansetzen von Krystallen in derselben, so wie Aenderungen ihrer Dichte, und also auch ihrer Brechbarkeit und Farbenzerstreuung durch die Temperatur werden schwerer zu entfernen oder unschädlich zu machen seyn. Diese Aenderungen der Temperatur erzeugen eine Art von Strömungen in der Flüssigkeit, welche vielleicht gleich schädlich, wie die Wellen und Streifen des Flintglases sind, die sich so schwer bey gröfseren Stücken dieses Glases vermeiden lassen, und die eben zu jener Substitution einer andern Masse Gelegenheit gegeben haben. Doch sollen besonders Barlow's Fernröhre dieser Art, die er, weil in ihnen beyde Abirrungen des Lichtes vollkommen weggebracht würden, aplanatische nennt, eine beträchtlich gröfsere Oeffnung bei derselben Brennweite, als die mit Objectiven aus zwey Glaslinsen, vertragen, und sich durch die Farbenlosigkeit und hohe Schärfe auszeichnen, mit welcher sie die Gegenstände darstellen.

Erste Tafel.

(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$	π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$
.00273	1.331	0.623	0.530	1.00659	1.396	0.601
.00286	1.334	0.622	31	1.00670	1.397	0.600
.00300	1.337	0.621	32	1.00682	1.399	0.599
.00313	1.340	0.620	33	1.00693	1.400	0.599
.00327	1.344	0.620	34	1.00705	1.401	0.598
00340	1.346	0.619	0.535	1.00716	1.402	0.597
00354	1.349	0.618	36	1.00727	1.403	0.596
00367	1.352	0.617	37	1.00737	1.404	0.596
00381	1.355	0.616	38	1.00748	1.406	0.595
00394	1.357	0.616	39	1.00758	1.407	0.594
00408	1.360	0.615	0.540	1.00768	1.408	0.594
00421	1.362	0.614	41	1.00778	1.409	0.593
00434	1.365	0.613	42	1.00788	1.410	0.592
00447	1.367	0.612	43	1.00798	1.411	0.591
.00461	1.369	0.612	44	1.00808	1.413	0.591
00474	1.371	0.611	0.545	1.00817	1.414	0.590
00487	1.374	0.610	46	1.00826	1.415	0.589
00499	1.375	0.610	47	1.00837	1.416	0.589
00512	1.377	0.609	48	1.00844	1.417	0.588
00525	1.379	0.608	49	1.00852	1.418	0.587
00538	1.381	0.608	0.550	1.00861	1.419	0.587
00550	1.382	0.607	51	1.00870	1.420	0.585
00563	1.384	0.606	52	1.00878	1.421	0.584
00575	1.385	0.605	53	1.00886	1.421	0.583
00588	1.387	0.604	54	1.00894	1.422	0.582
[illegible]	.389	0.603	0.555	1.00901	1.423	0.581
		0.603	56	1.00909	1.424	0.581
		0.602	57	1.00916	1.425	0.580
		.602	58	1.00923	1.426	0.580
		01	59	1.00930	1.427	0.579

(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$	π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$
.00980	1.515	0.547	0.660	1.00890	1.544	0.541
.00977	1.516	0.547	61	1.00888	1.544	0.541
.00974	1.517	0.547	62	1.00887	1.544	0.541
.00970	1.518	0.546	63	1.00886	1.545	0.541
.00966	1.520	0.546	64	1.00885	1.545	0.541
.00962	1.521	0.546	0.665	1.00885	1.545	0.541
.00959	1.523	0.546	66	1.00884	1.544	0.540
.00955	1.524	0.545	67	1.00884	1.544	0.540
.00952	1.525	0.545	68	1.00884	1.544	0.540
.00948	1.527	0.545	69	1.00885	1.544	0.540
00945	1.528	0.545	0.670	1.00885	1.544	0.540
00941	1.529	0.545	71	1.00886	1.543	0.540
00938	1.530	0.545	72	1.00887	1.542	0.540
00934	1.531	0.545	73	1.00888	1.542	0.541
00931	1.532	0.545	74	1.00890	1.541	0.541
00928	1.533	0.544	0.675	1.00892	1.540	0.541
00925	1.534	0.544	76	1.00894	1.539	0.541
00922	1.535	0.544	77	1.00896	1.538	0.541
00919	1.536	0.543	78	1.00899	1.537	0.541
00916	1.537	0.543	79	1.00902	1.536	0.541
00912	1.538	0.543	0.680	1.00906	1.534	0.541
00909	1.539	0.543	81	1.00910	1.532	0.541
00906	1.540	0.543	82	1.00914	1.531	0.541
00904	1.540	0.543	83	1.00919	1.529	0.542
00902	1.541	0.543	84	1.00924	1.527	0.542
00900	1.541	0.542	0.685	1.00929	1.525	0.542
00897	1.542	0.542	86	1.00935	1.523	0.542
00895	1.542	0.542	87	1.00941	1.521	0.543
00893	1.543	0.541	88	1.00947	1.519	0.543
00892	1.544	0.541	89	1.00954	1.516	0.543

π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$	π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$
0.560	1.00937	1.428	0.579	0.595	1.01052	1.465
61	1.00943	1.429	0.578	96	1.01053	1.466
62	1.00950	1.430	0.577	97	1.01053	1.467
63	1.00956	1.431	0.576	98	1.01052	1.469
64	1.00962	1.432	0.576	99	1.01052	1.470
0.565	1.00967	1.432	0.575	0.600	1.01051	1.472
66	1.00973	1.433	0.574	01	1.01050	1.473
67	1.00978	1.434	0.573	02	1.01050	1.474
68	1.00984	1.435	0.572	03	1.01049	1.475
69	1.00989	1.436	0.572	04	1.01047	1.477
0.570	1.00994	1.437	0.572	0.605	1.01046	1.478
71	1.00998	1.438	0.571	06	1.01045	1.480
72	1.01003	1.439	0.570	07	1.01044	1.482
73	1.01007	1.440	0.569	08	1.01042	1.483
74	1.01011	1.441	0.569	09	1.01040	1.484
0.575	1.01014	1.441	0.568	0.610	1.01038	1.486
76	1.01018	1.443	0.567	11	1.01036	1.487
77	1.01021	1.444	0.567	12	1.01034	1.489
78	1.01025	1.445	0.566	13	1.01031	1.490
79	1.01028	1.446	0.566	14	1.01029	1.492
0.580	1.01031	1.448	0.566	0.615	1.01026	1.493
81	1.01033	1.449	0.565	16	1.01024	1.495
82	1.01036	1.450	0.564	17	1.01021	1.496
83	1.01038	1.451	0.563	18	1.01018	1.498
84	1.01041	1.452	0.563	19	1.01015	1.499
0.585	1.01042	1.453	0.562	0.620	1.01013	1.501
86	1.01044	1.454	0.561	21	1.01010	1.502
87	1.01045	1.455	0.561	22	1.01007	1.503
88	1.01047	1.456	0.561	23	1.01003	1.504
89	1.01048	1.457	0.560	24	1.01000	1.506
0.590	1.01050	1.459	0.560	0.625	1.00997	1.508
0.591	1.01050	1.460	0.560	26	1.00994	1.509
92	1.01051	1.462	0.559	27	1.00990	1.510
93	1.01051	1.463	0.559	28	1.00987	1.512
94	1.01052	1.464	0.558	29	1.00983	1.514

(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$	π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$
.00980	1.515	0.54-	0.660	1.00890	1.544	0.541
.00977	1.516	0.547	61	1.00888	1.544	0.541
.00974	1.517	0.547	62	1.00887	1.544	0.541
.00970	1.518	0.546	63	1.00886	1.545	0.541
.00966	1.520	0.546	64	1.00885	1.545	0.541
.00962	1.521	0.546	0.665	1.00885	1.545	0.541
.00959	1.523	0.546	66	1.00884	1.544	0.540
.00955	1.524	0.545	67	1.00884	1.544	0.540
.00952	1.525	0.545	68	1.00884	1.544	0.540
.00948	1.527	0.545	69	1.00885	1.544	0.540
00945	1.528	0.545	0.670	1.00885	1.544	0.540
00941	1.529	0.545	71	1.00886	1.543	0.540
00938	1.530	0.545	72	1.00887	1.542	0.540
00934	1.531	0.545	73	1.00888	1.542	0.541
00931	1.532	0.545	74	1.00890	1.541	0.541
00928	1.533	0.544	0.675	1.00892	1.540	0.541
00925	1.534	0.544	76	1.00894	1.539	0.541
00922	1.535	0.544	77	1.00896	1.538	0.541
00919	1.536	0.543	78	1.00899	1.537	0.541
00916	1.537	0.543	79	1.00902	1.536	0.541
00912	1.538	0.543	0.680	1.00906	1.534	0.541
00909	1.539	0.543	81	1.00910	1.532	0.541
00906	1.540	0.543	82	1.00914	1.531	0.541
00904	1.540	0.543	83	1.00919	1.529	0.542
00902	1.541	0.543	84	1.00924	1.527	0.542
00900	1.541	0.542	0.685	1.00929	1.525	0.542
00897	1.542	0.542	86	1.00935	1.523	0.542
00895	1.542	0.542	87	1.00941	1.521	0.543
00893	1.543	0.541	88	1.00947	1.519	0.543
00892	1.544	0.541	89	1.00954	1.516	0.543

π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$	π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$
0.690	1.00962	1.513	0.543	0.695	1.01007	1.497	0.544
91	1.00970	1.510	0.543	96	1.01017	1.494	0.544
92	1.00978	1.507	0.543	97	1.01028	1.490	0.545
93	1.00987	1.503	0.544	98	1.01039	1.487	0.545
94	1.00997	1.500	0.544	99	1.01051	1.484	0.545
				0.700	1.01063	1.480	0.545

Zweyte Tafel.

n	f = g	M	N	x
1.500	1.000	2.005555	1.00167	0.1740
1.501	1.002	2.001548	1.00166	0.1744
1.502	1.004	1.997555	1.00164	0.1748
1.503	1.006	1.993578	1.00163	0.1752
1.504	1.008	1.989618	1.00162	0.1755
1.505	1.010	1.985673	1.00161	0.1759
1.506	1.012	1.981744	1.00160	0.1762
1.507	1.014	1.977830	1.00169	0.1766
1.508	1.016	1.973932	1.00168	0.1769
1.509	1.018	1.970048	1.00167	0.1773
1.510	1.020	1.966180	1.00166	0.1776
1.511	1.022	1.962328	1.00165	0.1780
1.512	1.024	1.958490	1.00163	0.1783
1.513	1.026	1.954667	1.00162	0.1787
1.514	1.028	1.950860	1.00161	0.1790
1.515	1.030	1.947067	1.00160	0.1793
1.516	1.032	1.943288	1.00169	0.1794
1.517	1.034	1.939525	1.00168	0.1800
1.518	1.036	1.935776	1.00167	0.1804
1.519	1.038	1.932041	1.00166	0.1807

n	f = g	M	N	x
1.520	1.040	1.928321	1.00165	0.[illegible]
1.521	1.042	1.924615	1.00164	0.[illegible]
1.522	1.044	1.920923	1.00163	0.[illegible]
1.523	1.046	1.917245	1.00161	0.[illegible]
1.524	1.048	1.913582	1.00160	0.1[illegible]
1.525	1.050	1.909932	1.00169	[illegible]
1.526	1.052	1.906296	1.00168	[illegible]
1.527	1.054	1.902674	1.00167	[illegible]
1.528	1.056	1.899066	1.00166	[illegible]
1.529	1.058	1.895471	1.00[illegible]	[illegible]
1.530	1.060	1.891891	1.00164	0.18[illegible]
1.531	1.062	1.888323	1.00163	0.1849
1.532	1.064	1.884770	1.00162	0.1853
1.533	1.066	1.881229	1.00161	0.1857
1.534	1.068	1.877700	1.00160	0.1860
1.535	1.070	1.874186	1.00168	0.1864
1.536	1.072	1.870685	1.00167	0.1867
1.537	1.074	1.866197	1.00166	0.1871
1.538	1.076	1.863722	1.00165	0.1874
1.539	1.078	1.860260	1.00164	0.1878
1.540	1.080	1.856810	1.00163	0.1881

Vierte Methode.

§. 1.

Bekanntlich hatte Newton aus einem unvollkommenen
che, den er Opt. Lib. I. P. II. erzählt, den Schluſs g
daſs bey jedem Paare von brechenden Mitteln die Far
streuungen sich wie die um die Einheit verminderten Bre
verhalten, oder daſs man immer hat

$$\frac{dn}{dn'} = \frac{n-1}{n'-1}.$$

Wollte man diese Gleichung als wahr annehmen, s
daraus sofort die Unmöglichkeit aller achromatischen Ref
folgen, und dieſs war auch die Ursache, aus welcher
diese Gattung von Fernröhren gänzlich verlieſs, um si
mit der Verbesserung der Reflectoren oder der Spiegelt
zu beschäftigen, welche diesem Fehler nicht ausgesetzt
der That nennt man wieder y' die Brennweite des Dopp
tivs, und setzt, wie zuvor,

$$\pi = \frac{dn}{\ldots}, \text{ und } P = \frac{(n'-1)\pi}{\ldots},$$

unendlich groſs seyn, da nach Newtons angeführten Satz $P = 1$ ist.

Ist aber jene von dem groſsen Britten aufgestellte Gleichung nicht wahr, wie sie denn auch längst schon als unrichtig anerkannt worden ist, so zeigt dieselbe Gleichung $y' = \frac{1}{1-P}$, daſs die Länge eines achromatischen Fernrohres desto kleiner wird, je kleiner die Gröſse P ist, die bekanntlich für alle bisher untersuchte diaphane Körper sich als ein eigener Bruch darstellt. — Aus der gegebenen Bezeichnung dieser Gröſse P folgt daher, daſs unsere achromatischen Fernröhre im allgemeinen durch folgende vier Mittel einer Verkürzung fähig sind. 1. Wenn man die Brechbarkeit des Kronglases vermehrt, oder 2. die des Flintglases vermindert; 3. wenn man die Farbenzerstreuung des Kronglases vermindert, oder endlich 4. die des Flintglases vermehrt. Wirken zwey oder mehrere dieser vier Bedingungen zu demselben Zwecke zusammen, so wird die dadurch bewirkte Verkürzung des Fernrohres desto beträchtlicher.

Um aber besser zu übersehen, in welchem Grade diese Verminderung der Länge des Fernrohres durch die angezeigten Mittel statt habe, wollen wir eine bestimmte biconvexe Linse von Kronglas annehmen, deren Brennweite z. B. zwey Fuſs beträgt, und für die man $n = 1.53$ hat, und sie nach der Reihe mit mehreren biconcaven Linsen von Flintglas verbinden, für welche alle $n' = 1.58$ seyn soll, während die Farbenzerstreuung dn' derselben wächst. Dieses vorausgesetzt hat man, die Farbenzerstreuung dn der Kronglaslinse als Einheit angenommen.

Farbenzerstreuung des Flintglases	Länge des achrom. Fernrohres.
$dn' = \frac{10}{8} = 1.25$ . . .	16.05 Fuſs.
$\frac{10}{7} = 1.43$	8.54
$\frac{10}{6} = 1.67$	5.82
$\frac{10}{5} = 2.00$	4.42

Farbenzerstreuung des Flintglases	Länge des achrom. Fernrohrs
$\frac{10}{4} = 2.50$	3.55
$\frac{10}{3} = 3.33$	2.98
$\frac{10}{2} = 5.00$	2.56 u. f.

also z. B. die Länge des Fernrohrs in dem letzten Falle noch nicht der sechste Theil von jener des ersten Falls, bloſs weil hier die Farbenzerstreuung fünfmal gröſser ist, als dort. Hätten wir kein anderes Flintglas, als ein solches, dessen Zerstreuung $dn = \frac{10}{9}$ ist, so würden wir, mit der oben angenommenen Linse von Kronglas das Fernrohr nur bey einer Länge von 132 Fuſs achromatisch machen können, und für $dn' = \frac{100}{91}$ würde diese Länge 477 Fuſs betragen u. f. was alles deutlich genug zeigt, wie sehr das oben in Nro. 4 erwähnte Mittel zur Verkürzung des Fernrohrs beyzutragen im Stande ist, und ähnliche Bemerkungen gelten auch von den drey übrigen.

§. 2.

Man würde also ohne Zweifel in Beziehung auf die so wünschenswerthe Verkürzung der Fernröhre sehr viel gewinnen, wenn man zwey Glasarten fände, für welche die Differenz der Brechungen, oder die der Farbenzerstreuungen bedeutend gröſser wäre, als sie bey unserm bisher gewöhnlichen Kron- und Flintglase zu seyn pflegt. Diese letzte Differenz ist in der That so klein, daſs eben wegen ihrer geringen Gröſse alle practische Ausführung achromatischer Fernröhre bald ganz unterblieben wäre. Dollond fing, von Euler aufgemuntert, seine, den Achromatismus begründende Versuche in dem Jahre 1747 an, aber er fand diejenigen Glasarten, welche ihm damals zu Gebote waren, in Beziehung auf ihre Farbenzerstreuungen so wenig verschieden, daſs er alle Hoffnung aufgab, dadurch den Fernröhren eine wesentliche Verbesserung zu verschaffen, und

…chdem er noch einige Zeit sich mit der Untersuchung der Bre-
…ung und Zerstreuung flüssiger Körper beschäftiget hatte, legte
… die ganze Unternehmung als unfruchtbar zur Seite, bis er
…lich im Jahre 1757, also zehn Jahre nach seinem ersten Ver-
…he, durch Zufall ein Stück Krystall- oder Flintglas von einer
…as gröſseren Zerstreuung erhielt, wodurch seine frühern,
…on aufgegebenen Erwartungen wieder erweckt und bekannt-
… auch endlich mit dem glücklichsten Erfolge gekrönt worden
…d. Und selbst als dieser Erfolg schon durch Thatsachen bestä-
…t war, als bereits das erste, von Dollond verfertigte achro-
…tische Fernrohr, der k. Academie in London vorgelegt,
… Bewunderung der ganzen gebildeten Welt in Anspruch ge-
…nmen hatte, selbst da konnte Euler, der immer noch nach
… Analogie des Auges, auf mit Flüssigkeiten gefüllte Objec-
…e gedrungen hatte, weil diese die Farben vielmehr zerstreuen,
…bst da konnte der groſse Mann sich nicht überzeugen, daſs
…llond diese Wirkung bloſs durch den Unterschied der
…äuſserst geringen Zerstreuungen der verschiedenen Glas-
…en hervorgebracht habe, und er schrieb den glücklichen
…folg, den er nicht weiter abläugnen konnte, auf ein
…älliges Treffen der Krümmungen der Linsen, oder auf an-
…re von dem Ohngefähr herbeygeführten günstigen Einwir-
…ngen, und stellte daher sogar die Meinung auf (Mem. de l'Acad.
… Berlin 1762) daſs Dollond, von einem ähnlichen Glücke
…günstiget, dieselbe Wirkung erreicht haben könnte, selbst
…nn er seine Linsen alle von einer und derselben Glasart ge-
…mmen hätte, weil doch einmal die bisher bekannten Glasgat-
…ngen in dieser Beziehung alle viel zu wenig verschieden wä-
…n, um darauf jene groſsen und wichtigen Erfolge gründen zu
…nnen.

Zwey volle Jahre hielt er diese sonderbare Meinung fest,
…rend Dollond, der sich früher in einen ungleichen theore-
…chen Kampf mit den groſsen Geometer eingelassen hatte, sie
…ch Thatsachen, durch neue und noch bessere achromatische
…nröhre zu widerlegen fortfuhr, bis endlich Euler im
…e 1764 ein Schreiben des Professors Zeiher in Petersburg
…elt, in welchem ihm dieser Chemiker berichtete, daſs er
…ch bloſse Vermehrung des Zusatzes von Bley Glasstücke er-

dafs der Unterschied der Zerstreuungen bey den versch
Glasarten nicht hinlänglich sey, die Farbenlosigkeit de
röhre zu bewirken, und fortan erschienen nun von il
zahlreichen und trefflichen Aufsätze, durch welche er di
rie dieser Instrumente in einen so hohen Grad zu be
wufste.

§. 3.

Früher also glaubte man, dafs die Gröfse $\pi =$

allen Glasgattungen sehr nahe gleich der Einheit sey,
lange dieser Glaube herrschte, war für die Farbenlosig
Fernröhre nichts zu hoffen. Dollond fand, der erste,
auch Glas gibt, für welches der Werth von π, in Be
auf das gemeine Tafel- oder Kronglas, gleich 0.6 un
gleich 0.5 ist, und dadurch wurde die Bahn zur Vervo
nung dieser Instrumente eröffnet, und gleich Anfangs
fser Schritt auf derselben zur Erreichung des hohen un
gen Zweckes zurückgelegt. — Aber, seit diesem ersten
was ist seitdem, seit siebenzig Jahren geschehen, um au
ben Bahn noch weiter vorzudringen? Hat irgend ein C
oder ein Glasschmelzer seitdem noch andere Glasarten
für welche der Werth von π gleich 0.3 oder 0.2 ist, un

rten, schon so oft mifslungenen und von einem
n Zufalle so abhängigen Versuchen nicht mehr zu for-
s man in der That unumgänglich braucht, und so wür-
ne Zweifel willkommen seyn, wenn die Theorie der
g auf halbem Wege entgegen kommen, und der Rech-
n Theil der erwähnten doppelten Forderung überneh-
nte, um dafür den anderen allein, und hoffentlich
sser, von dem Künstler besorgen zu lassen.

Mittel zu diesem Zwecke scheint mir die Tren-
er beyden Objectivlinsen zu seyn, welche wir bisher
unmittelbar an einander liegend angenommen haben.
nt man, wie vorhin, $\triangle$ die Entfernung dieser beyden
die Brennweite der ersten als Einheit angenommen,
an, wenn man die (S. 30) gegebene Gleichung un-
sicht gemäfs entwickelt, und $d = d' = 0$ setzt, für
te Vereinigungsweite der Centralstrahlen, von der
brechenden Fläche gezählt, in einem achromatischen
re

$$y' = \frac{(1-\triangle)^2}{1-P-\triangle},$$

für die Länge des Fernrohres selbst $L' = y' + \triangle$

$$L' = \frac{1-\triangle(P+1)}{1-P-\triangle},$$

in der alten Stellung des Objectivs, wo sich die bey-
en sehr nahe berühren, die Länge des Fernrohres

$$L = \frac{1}{1-P}$$

ses vorausgesetzt, *welches* ist der Werth von $\triangle$, durch den sich ohne Rücksicht auf die Verschiedenheit der Glasgattungen, die Länge des Fernrohres verkürzen läfst?

Da $L > L'$ seyn soll, so wird der gesuchte vortheilhafteste Werth von Δ derjenige seyn, welcher die Gröfse

$$L - L' = \frac{P^2 \Delta}{(1 - P)(P + \Delta - 1)}$$

positiv und so grofs als möglich macht. Da aber die Werthe von y' und L', ihrer Natur nach, ebenfalls positiv seyn müssen, so hat man, wie aus den beyden ersten Gleichungen folgt, die Bedingungen

$$\Delta < 1 - P \text{ und } \Delta < \frac{1}{1 + P},$$

Allein die erste dieser Bedingungen, welche übrigens die zweyte schon in sich schliefst, steht in directem Widerspruche mit dem vorhergehenden Ausdrucke für $L - L'$, nach welchem $\Delta > 1 - P$ seyn mufs, damit $L - L'$ positiv werden kann. Daraus folgt, dafs es keinen Werth von Δ gibt, der das Fernrohr kürzer machen könnte, oder vielmehr, dafs es für $\Delta = 0$ am kürzesten ist; daher denn auch die alte Einrichtung, nach welcher die beyden Objectivlinsen unmittelbar an einander gelegt werden, in dieser Beziehung vor allen den Vorzug verdient.

Um aber doch zu sehen, ob es nicht andere Werthe von Δ gebe, für welche diese Verlängerung des Rohres wenigstens nur sehr klein seyn darf, so soll, wenn man $\Delta = x(1 - P)$ setzt, der Ausdruck

$$L' - L = \frac{P^2 x}{(1 - P)(1 - x)}$$

positiv und so klein als möglich werden. — Für unsere bisher gebräuchlichen Glasarten ist aber P nahe 0.5 bis 0.7, also z. B. für den letzten Fall

$$L' - L = \frac{1.63\, x}{1 - x}$$

woraus folgt, dafs x sehr klein, und daher Δ noch viel kleiner

, damit die neue Länge des Fernrohres nicht bedeu-
ßer, als bey der alten Anordnung werde, so daſs also
dieser Seite durch die vorgeschlagene Entfernung der
chts gewonnen wird, und es immer am vortheilhafte-
t, diese beyden Linsen des Objectivs, wie man bisher
t, so nahe als möglich an einander zu stellen.

§. 5.

ganz anders verhält sich die Sache, wenn man sie
en erwähnten Glasarten anwendet, welche einer oder
der im §. 1 erwähnten Bedingungen entsprechen. Da
neuen Glasgattungen die Gröſse P viel kleiner ist, als
lten, so kann man für x viel gröſsere Werthe wählen,
rch die Länge des Fernrohrs bedeutend zu vergrö-
hrend im Gegentheile durch denselben gröſsern Werth
Distanz △ der beyden Linsen beträchtlich gröſser,
ch der groſse Vortheil erhalten wird, daſs nun eine
inere zweyte Linse von Flintglas gebraucht, und da-
selbe Wirkung erhalten werden kann, wie bey der al-
lnung, wo wegen der sehr kleinen Entfernung der Lin-
von einer und derselben Gröſse seyn muſsten. Man
n Vortheil bequem durch folgende kleine Tafel über-
welcher die beyden ersten Columnen die Glasart und
ührlich gewählten Werth von x enthalten, die dritte
z △ der beyden Linsen, die vierte die durch diese
erursachte Verlängerung des Rohres d L, die Brenn-
ersten Linse von Kronglas als Einheit vorausgesetzt,
h die fünfte Columne den Durchmesser der Oeffnung
linse angibt, jenen der Kronlinse als Einheit ange-

P	x	Δ Distanz d. Linse des Objectivs.	d L Verlängerung des Rohres.	Oeffnung der zweyten Linse in Theilen d. ersten.
0.3	½	0.35	0.13	0.65
	¾	0.52	0.38	0.48
0.2	½	0.40	0.05	0.60
	¾	0.60	0.15	0.40
0.1	½	0.45	0.01	0.55
	¾	0.67	0.03	0.33

Ist also z. B. für den ersten Fall dieser Tafel die Brennweite der Kronglaslinse zwey Fuſs und ihr Oeffnungsdurchmesser vier Zolle, so wird, wenn man die beyden Linsen in die Entfernung von 0.7 Fuſs von einander bringt, dadurch die Länge des Rohrs um 0.26 Fuſs vermehrt, aber der Durchmesser der Flintglaslinse wird dafür nur den 0.65sten Theil der ersten Linse, oder nur 2.6 Zolle betragen. Noch bedeutender werden diese Verkleinerungen der Flintglaslinse für die folgenden Fälle der Tafel, so beträgt sie z. B. in dem letzten Falle nur 1.32 Zolle, während der Duchmesser der ersten Linse von Kronglas 4 Zolle hat.

§. 6.

Die vorgeschlagenen Glasarten, welcher einer, oder besser noch, mehreren der vier in §. 1 angegebenen Bedingungen entsprechen, haben also den Vortheil, daſs man von ihnen nur k l e i n e reine Stücke, selbst für unsere gröſsern Fernröhre nöthig hat, und zwar desto kleinere, je mehr das Glas jenen Bedingungen entspricht, oder je kleiner der Werth von P ist. Zwar scheint es, daſs dadurch zugleich die bisherige Länge der Fernröhre wieder etwas vergröſsert wird, aber es scheint auch

—, denn da durch den kleineren Werth von P, wie in §. 1 ständlich gezeigt wurde, die absolute Länge des Fernrohrs einem viel gröfseren Verhältnisse verkürzt wird, als sie rch die gegenwärtige Trennung der Objectivlinsen vergröfsert rden kann, so wird durch die Einführung der neuen Glasart d durch die vorgeschlagene Trennung der Objectivlinsen zu- ich die bisherige Länge des Fernrohrs sowohl, als auch der herige Oeffnungsdurchmesser der zweyten Linse bedeutend rmindert. So beträgt in dem so eben angeführten ersten Falle r vorhergehenden Tafel die Länge des Fernrohrs 2.86 Fufs für $= 0$, während es für $\triangle = 0.7$ um 0.26 Fufs verlängert, also f 3.12 Fufs gebracht wird. Allein mit unserm gewöhnlichen ntglase, für welches man nahe $P = 0.66$ hat, würde die Länge ses Fernrohrs für $\triangle = 0$ gleich $L = \frac{1}{1 - P} = 2.94$ der nnweite der ersten Linse, also gleich 5.88 Fufs betragen, dafs also, durch die Ausführung unsers Vorschlages, diese nge des Fernrohrs nicht, wie vorhin, um 0.26 vermehrt, ndern in der That um volle 2.76 Fufs vermindert worden ist.

§. 7.

Es ist nur noch übrig, die Methode der Berechnung eines ch diesem Vorschlage eingerichteten Fernrohrs zu geben, wo- y ich die früher angenommenen Bezeichnungen beybehalten rde.

Da die hier zu suchende Bestimmung der beyden Halbmes- r der zweyten Linse (wie aus Cap. V) bekannt ist, auf eine adratische Gleichung führt, und die Wurzeln dieser Gleichung t sehr nahe an einander liegen, so wird es nützlich seyn, zu- st eine genäherte Auflösung unserer Aufgabe vorauszu- hicken, bey der ich übrigens dieselben drey (S. 127) für jedes te Fernrohr aufgestellten Bedingungen, und überdiefs die ennweite der ersten Linse gleich der Einheit aller Dimensionen ch hier voraussetze.

Nimmt man also in den Gleichungen der (S. 77) die Gröfse $= 1$ oder

$$a' = \frac{(h-1)^2}{h^2\left(1-\frac{\theta}{\theta'}\right)-h}$$

an, so erhält man

$$p' = -\left(\frac{h-1}{h}\right)^2 \cdot \frac{\theta'}{\theta} \text{ und } a' = -\left(\frac{h-1}{h}\right),$$

wo die Distanz der Linsen $\Delta = \frac{1}{h}$ ist. Da aber nach d 71) angenommenen Bezeichnung

$$\theta = \frac{d\,n}{n-1} \text{ und } \theta' = \frac{d\,n'}{n'-1}$$

ist, so gehen die vorhergehenden Ausdrücke in folgende

$$\left.\begin{aligned} p' &= -\frac{(1-\Delta)^2}{P} \\ a' &= -(1-\Delta) \\ \alpha' &= \frac{(1-\Delta)^2}{1-P-\Delta} \end{aligned}\right\}$$

wo wieder $P = \frac{(n'-1)}{n-1}\pi$ ist.

Mit diesen Werthen von p', a' und α' und mit dene μ, μ', ν' und λ aus der Tafel (S. 59), wo die erste Lin gleichseitig oder $f = g$ angenommen wird, erhält man den W von λ' durch die Gleichung

$$\lambda' = -\frac{\mu\,\lambda\,p'^3}{\mu'\,a'^4} - \frac{\nu'\,p'^2}{a\,\alpha'},$$

und dadurch endlich die beyden gesuchten Halbmesser f' u der zweyten Linse durch die Ausdrücke

$$\frac{1}{f'} = \frac{\varrho'}{a'} + \frac{\sigma'}{\alpha'} + \frac{\tau'\sqrt{\lambda'-1}}{p'} \text{ und}$$

$$\frac{1}{g'} = \frac{\varrho'}{\alpha'} + \frac{\sigma'}{a'} - \frac{\tau'\sqrt{\lambda'-1}}{p'}.$$

Um diese Ausdrücke durch ein Beispiel zu erläutern, sey $= 1.53$, $n' = 1.58$, $dn = 0.006$ und $dn' = 0.036$ also $\pi = \frac{1}{6}$

$$\begin{array}{ll} \mu = 0.9875 & \lambda = 1.6001 \\ \mu' = 0.8724 & \varrho' = 0.1414 \\ \nu' = 0.2529 & \sigma' = 1.5827 \\ & \tau' = 0.8775. \end{array}$$

Nimmt man $\Delta = 0.6352$ so ist $p' = -0.73133$, $a' =$ 0.3648, $\alpha' = 0.72787$ und $\lambda' = 40.509$, also auch

$$= -0.38764 + 2.17440 \mp 7.54280 = \begin{cases} -5.75604 \\ +9.32956 \end{cases}$$

$$= +0.19426 - 4.33890 \pm 7.54280 = \begin{cases} +3.39816 \\ -11.68744 \end{cases}$$

daher die gesuchten vier Halbmesser

$$f = g = 2(n - 1) = 1.06$$

$$\left.\begin{array}{l} f' = -0.17378 \\ g' = +0.29427 \end{array}\right\} \text{oder auch} \quad \left.\begin{array}{l} f' = +0.10719 \\ g' = -0.08556 \end{array}\right\}$$

bey der zweyten Linse ein negativer Werth des Halbmessers concave Fläche der Linse anzeigt.

Ist eben so für ein zweytes Beyspiel $n = 1.8$, $n' = 1.3$ 0.2 und $\Delta = 0.8$, so findet man:

$$p' = -0.53333,\ a' = -0.2,\ \alpha' = 0.32000$$
$$\lambda' = 47.69445 \text{ und daher}$$

$$f = g = 2(n - 1) = 1.60$$

$$\left.\begin{array}{l} f' = -0.06801 \\ g' = +1.18304 \end{array}\right\} \text{oder} \quad \left.\begin{array}{l} f' = +0.05056 \\ g' = -0.03842 \end{array}\right\}$$

§. 8.

Um aber auch eine strenge Auflösung derselben Aufgabe zu lten, müssen wir zuerst die Gleichung (S. 31) für die Centrahlen, unserer gegenwärtigen Absicht gemäſs, entwickeln. Substituirt man die vier Gleichungen (S. 30) in einander, vernachlässigt man die höhern Potenzen von d, während

L

man $d' = o$ setzt, aber $\triangle$ als eine endliche Gröfse betrachtet, so erhält man, wenn $A = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)$ ist,

$$\frac{1}{y} = A + \frac{(n-1)^2\, d}{n\, f^2}$$

$$\frac{1}{x'} = \frac{A}{n'(1-A\triangle)} - \frac{(n'-1)}{n'\, f'} + \frac{(n-1).^2\, d}{n\, n'\, f^2\, (1-A)^2} \text{ und}$$

$$\frac{1}{y'} = \frac{A}{1-A\triangle} - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-1)^2.d}{n\, f^2\, (1-A\triangle)^2}$$

Differentiirt man diese Gleichung in Beziehung auf n, n' und y', und setzt man nach der Differentiation $d y' = o$, so erhält man:

$$o = \frac{A\,\pi}{(n-1)\,(1-A\triangle)^2} - \left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \left[\frac{(n-1)^2 A\triangle + n^2 - 1}{n^2\, f^2\, (1-A\triangle)^3}\right].\pi d$$

oder auch

$$\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'} = \frac{\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)\pi}{(1-A\triangle)^2} + \left[\frac{(n-1)^2\, A\triangle + n^2 - 1}{n^2\, f^2\, (1-A\triangle)^3}\right].\pi\, d$$

Die vorhergehenden Gleichungen gelten allgemein für jeden Werth der Halbmesser f, und g der ersten Linse. Nimmt man aber, unserer gegenwärtigen Absicht gemäfs, diese erste Linse gleichseitig an, so ist $f = g = 2\,(n-1)$ oder $A = 1$, und daher die letzte Gleichung

$$\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'} = \frac{\pi}{(n-1)\,(1-\triangle)^2} + \left[\frac{(n-1)^2\,\triangle + n^2 - 1}{n^2\, f^2\, (1-\triangle)^3}\right].\pi\, d \quad ..(I)$$

und wenn man diesen Werth von $\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}$ in dem vorhergehenden Ausdrucke von $\frac{1}{y'}$ substituirt, so erhält man:

$$\frac{1}{y'} = \frac{1}{1-\triangle} - \frac{(n'-1)\,\pi}{(n-1)(1-\triangle)^2} + \left\{\frac{n\,(n-1).^2\,(1-\triangle) - (n'-1)\,[(n-1)^2\,\triangle + n^2 - 1]\,\pi}{n^2\, f^2\,(1-\triangle)^3}\right\}.d$$

I. Dieses vorausgesetzt, ist also die gesuchte strenge Auf-
isung unsers Problems in folgenden Ausdrücken enthalten.

Man sucht zuerst mit den gegebenen Werthen von n n′ π d
ıd △ die Gröſse y′ aus der letzten Gleichung, und mit dem
sten Einfallswinkel l die Gröſse λ, m, μ und υ aus

$$\text{Sin } \lambda = \frac{1}{n} \text{ Sin } l$$

$$\xi = l - \lambda$$

$$G\varphi = f \frac{\text{Sin } \lambda}{\text{Sin } \xi} + 2\, f$$

$$\text{Sin } m = \frac{G\varphi \text{ Sin } \xi}{f}$$

$$\text{Sin } \mu = n \text{ Sin } m$$

$$\upsilon = \xi + \mu - m$$

II. Bisher ist alles von jeder Hypothese unabhängig, und
ırf daher nur einmal berechnet werden. Dann sucht man mit
em aus §. 7 gefundenen genäherten Werth von f′ die Gröſse g′
ıs der Gleichung (I) und endlich die Gröſsen l′ λ′ ... bis y′ aus

$${}'g = f \frac{\text{Sin } \mu}{\text{Sin } \upsilon} + f' - (f + \triangle)$$

$$\text{in } l' = \frac{F' g}{f'} \text{ Sin } \upsilon, \text{ Sin } \lambda' = \frac{1}{n'} \text{ Sin } l', \; \xi' = \upsilon + \lambda' - l',$$

$$\varphi' = f' \frac{\text{Sin } \lambda'}{\text{Sin } \xi'} - (f' + g')$$

$$\text{in } m' = \frac{G\varphi'}{g'} \text{ Sin } \xi', \text{ Sin } \mu' = n' \text{ Sin } m', \; \upsilon' = \xi' + m' - \mu'$$

$$\text{nd } y' = g' \frac{\text{Sin } \mu'}{\text{Sin } \upsilon'} + g'.$$

Stimmt der letzte Werth von y′ nicht genau genug mit den
chon in (I) gefundenen Werth von y′ überein, so wird man die
lechnung der Nr. II. mit einem etwas veränderten Werthe von
wiederholen, und so durch die Anwendung der (S. 108) vor-
etragenen Methode sich der Wahrheit so sehr nähern können,
s man wünscht, oder als es unsere gewöhnlichen Logarithmen-
feln mit sieben Decimalstellen gestatten.

III. Wenden wir darauf das erste der in §. 7 gegebe Beyspiele an, so hat man für $n = 1.53$, $n' = 1.58$, $\pi = \frac{1}{2}$ $\triangle = 0.6352202$, wenn man d und d' gleich Null und den er Einfallswinkel $l = 10°$ setzt, nach der letzten Gleichung Nr. I.

$$y' = 0.7295597 \text{ und}$$

$$\lambda = 6°\ 31'\ 0.''7 \quad \xi = 3°\ 28'\ 59.''3 \quad f = g = 2(n-1) = 1$$
$$m = 13\ 35\ 30.9 \quad \mu = 21\ \ 4\ 22.9$$
$$v = 10\ 57\ 51.\ 3.$$

Setzt man nun in einer ersten Hypothese $f' = +\ 0.17$, gibt die Gleichung (I)

$$\frac{1}{g'} = 2.36326 - \frac{1}{f'}$$

oder $g' = -\ 0.2842$ und damit erhält man

$$l' = +\ 32°\ 22'\ 40'' \qquad \lambda' = +\ 19°\ 48'\ 40''$$
$$\xi' = -\ \ 1\ \ 36\ \ 10 \qquad m' = -\ 11\ \ \ 2\ \ 30$$
$$\mu' = -\ 17\ \ 36\ \ 50 \qquad v' = +\ \ 4\ \ 58\ \ 10$$

$$y' = 0.70853$$
$$\text{Es war } y' = 0.72956$$
$$\text{Differenz } -\ 0.02103$$

Eben so gibt $f' = +\ 0.165$, $g' = -\ 0.2704638$ und

$$l' = +\ 33°\ 5'\ 33.''16 \qquad \lambda' = +\ 20°\ 12'\ 58.''67$$
$$\xi' = -\ \ 1\ 54\ 43.\ 19 \qquad m' = -\ 11\ 24\ 31.\ 40$$
$$\mu' = -\ 18\ 12\ 43.\ 30 \qquad v' = +\ \ 4\ 53\ 28.\ 71$$

$$y' = 0.7208979$$
$$\text{Es war } y' = 0.7295597$$
$$\text{Differenz } -\ 0.0086618$$

Daraus findet man endlich

$$f' = +\ 0.16188 \text{ und}$$
$$g' = -\ 0.2621811$$

wo das negative Zeichen von f' oder g' eine convexe Fläche der Linse anzeigt.

Um zu prüfen, mit welcher Genauigkeit die Coincidenz der mittlern Central- und Randstrahlen nach der vierten Brechung statt hat, erhält man nach denselben vorhergehenden Ausdrücken für $f = g = 1.06$, $f' = + 0.16188$ und $g' = - 0.2621811$ folgende Werthe von

$$\begin{array}{llll} l' = + 33°33'46.''01 & \lambda' = + 20°28'53.''47 \\ \xi' = - \ \ 2 \ \ 7 \ \ 1.\ 24 & m' = - 11\ 38\ 55.\ 62 \\ \mu' = - 18\ 36\ 13.\ 39 & \upsilon' = + \ 4\ 50\ 16.\ 53 \end{array}$$

$y' = 0.7295645$ für die Randstrahlen
$y' = 0.7295597$ für die Centralstrahlen
Differenz 0.0000048

Für die Länge des Fernrohrs hat man $L = \triangle + y' = 1.3647597$; für den Oeffnungshalbmesser der ersten Linse $x = \text{tang}\ \upsilon' = 0.08464\ L$, und für den der zweyten Linse $x' = (1 - \triangle)\ x = 0.3648\ x$ oder $x' = 0.030875\ L$. Ist z. B. $L = 2$ Fufs, so ist $x = 2.031$ Zolle und $x' = 0.741$ Zolle.

Alle vorhergehenden Zahlen setzen die Brennweite der ersten Linse als Einheit voraus. Nimmt man aber die Länge L des Fernrohrs als Einheit aller Dimensionen desselben an, so wird man alle jene Zahlen durch $L = 1.3647597$ dividiren, wodurch man erhält:

$$\begin{aligned} f &= g = 0.7766935 \\ f' &= + 0.1186143 \\ g' &= - 0.1921079 \text{ und} \\ x &= 0.08464,\ x' = 0.03087. \end{aligned}$$

IV. Für das zweyte in §. 7 gegebene Beyspiel hat man $n = 1.8$, $n' = 1.3$, $\pi = 0.2$, $\triangle = 0.8$. Setzt man daher wieder $d = d' = o$ und den ersten Einfallswinkel $l = 3$ Grade, so erhält man nach Nr. I.

$$\begin{array}{lll} f = g = 1.60, & \lambda = 1°39'58.''11 & \xi = 1°20'\ 1.''89 \\ & m = 4\ 20\ 15.\ 08 & \mu = 7\ 49\ 27.\ 77 \\ & & \upsilon = 4\ 49\ 14.\ 58 \end{array}$$

Ist dann in der ersten Hypothese $f' = - 0.05056$, so ist nach (I) $g' = + 0.0384198$, und damit erhält man

$l' = -13°35'17.''97$ $\lambda' = -10\ 24\ 43.41$
$\xi' = +\ 7\ 59\ 49.14$ $m' = +16\ 22\ 2.97$
$\mu' = +21\ 29\ 23.43$ $\upsilon' = +\ 2\ 52\ 28.68$

$y' = 0.3187116$ für die Randstrahlen
$y' = 0.3200000$ für die Centralstrahlen

Differenz $-\ 0.0012884$

Eben so gibt $f' = -0.049555$ den Werth von
$g' = +0.0378364$ und

$l' = -13\ 58\ 12.59$ $\lambda' = -10\ 42\ 8.07$
$\xi' = +\ 8\ 5\ 19.10$ $m' = +16\ 39\ 59.33$
$\mu' = +21\ 53\ 27.19$ $\upsilon' = +\ 2\ 51\ 51.24$

$y' = 0.3201470$
$y' = 0.3200000$

Differenz $+\ 0.0001470$

und aus diesen beyden Hypothesen findet man
$f' = -0.04965$ und $g' = +0.0378973.$

Zur Prüfung erhält man mit diesen letzteren Werthen von f' und g'

$l' = -13\ 56\ 0.20$ $\lambda' = -10\ 40\ 27.49$
$\xi' = +\ 8\ 4\ 47.29$ $m' = +16\ 38\ 11.01$
$\mu' = +21\ 51\ 1.83$ $\upsilon' = +\ 2\ 51\ 56.47$

$y' = 0.3199821$
$y' = 0.3200000$

Differenz $-\ 0.0000179$

Die Länge des Fernrohres ist $L = \triangle + y' = 1.12$ der Brennweite der ersten Linse. Der Oeffnungshalbmesser der ersten Linse ist $x = L$ tang $\upsilon' = 0.0501\ L$, und jener der zweyten $x' = (1 - \triangle)\ x = 0.0100\ L$, also die Oeffnung der zweyten Linse nur der fünfte Theil der ersten. Für eine Länge des Fernrohrs von zwey Fuſs ist der Oeffnungsdurchmesser der ersten Linse 2.4 Zolle und der der zweyten nur 0.48 Zolle.

Bis übrigens diese neuen Glasarten erhalten werden, kann das Vorhergehende als ein Beytrag zur Theorie der sogenannten aplanatischen Fernröhre, deren Objective mit Flüssigkeiten gefüllt sind, betrachtet werden, da uns die Chemiker schon mit mehreren Flüssigkeiten bekannt gemacht haben, welche die Farben viel stärker brechen, als unsere bisherigen Glasgattungen, und welche auch schon in den letztern Zeiten, vorzüglich in England, zu diesem Zwecke mit Vortheil angewendet worden sind.

Zweyte Abtheilung.

Theorie der Oculare.

ERSTES KAPITEL.

Weg der Strahlen durch mehrere Linsen.

§. 1.

r haben in dem Vorhergehenden gezeigt, wie man der igen Forderung eines jeden guten Fernrohres, nämlich deutlichen und farbenlosen Bilde des Objectivs entspresoll. Da aber die Strahlen nach ihrer Vereinigung in dem wo sie dieses Bild erzeugen, noch durch andere Linsen ernrohres, durch die Oculare desselben, gehen, so müsvir nun auch den Weg der Strahlen durch diese anderen n untersuchen, deren Oeffnungen übrigens gegen jene des :tivs meistens so klein sind, daſs man sich mit der Betrachder der Axe nahen Strahlen begnügen kann. Es ist klar, iese Oculare eine hinlängliche Fläche oder Oeffnung haben n, um eine gefoderte Menge der von den vorhergehenden n gesammelten Strahlen durchzulassen, damit diese Strahder gröſstmöglichen Anzahl, die das Objectiv gestattet, Auge zugeführt werden, und damit sie zugleich die Gegen-:, welche dem freyen Auge an der Stelle des Objectivs uninem gegebenen Sehwinkel erscheinen, wo nicht ganz, bis auf einen verlangten Theil dieses Sehwinkels, auf einibersehen lassen. Die erste dieser Rücksichten wird die igkeit des Fernrohrs, und die zweyte das Gesichtsdesselben, d. h. den Raum bestimmen, welchen man durch ernrohr auf einmal übersehen kann.

§. 2.

Sey (Fig 9) AP die erste, BQ die zweyte, CR die dritte, lie vierte . . . . *Linse des Fernrohres* und Ee der auf die gemeinschaftliche Axe EABCD . . . senkrecht stehen Gegenstand. Es sey, wie zuvor, a, α und p die beiden Vereigungsweiten und die Brennweite der ersten Linse, und a' α' dieselben Gröfsen für die zweyte, a'' α'' p'' für die dritte Li u. f. so hat man für die Entfernung

der I. Linse von der II. . . . $AB = \Delta = \alpha + a'$
» II. » » » III. . . . $BC = \Delta' = \alpha' + a''$
» III. » » » IV. . . . $CD = \Delta'' = \alpha'' + a'''$ u

welche Ausdrücke Δ, Δ', Δ'' . . . ihrer Natur nach imm positive Gröfsen seyn müssen.

Seyen ferner $x = AP$, $x' = Bq$, $x'' = Cr$, $x''' = Ds$,. die halben Oeffnungen der Linsen oder die senkrechten Entf nungen von der Axe derjenigen Puncte, in welchen der ä fserste Strahl EP, der von der Mitte E des Gegenstan kömmt, die I. II. III. . . . Linse trifft. Nennt man eben $AFP = \varphi'$, $BF'q = \varphi''$ $CF''r = \varphi'''$... die Winkel, wel dieser Strahl nach der Brechung durch die I. II. III. Linse der Axe bildet, so hat man wegen der Aehnlichkeit der in Figur 9 enthaltenen Dreyecke

$$\varphi' = \frac{x}{\alpha} \qquad \text{oder } x' = a'\varphi' = \frac{a'x}{\alpha}$$

$$\varphi'' = \frac{x'}{\alpha'} = \frac{a'x}{\alpha\,\alpha'} \qquad x'' = a''\varphi'' = \frac{a'a''x}{\alpha\,\alpha'}$$

$$\varphi''' = \frac{x''}{\alpha''} = \frac{a'a''x}{\alpha\,\alpha'\alpha''} \text{ u. f.} \qquad x''' = a'''\varphi''' = \frac{a'a''a'''x}{\alpha\,\alpha'\,\alpha''} \text{ u}$$

§. 3.

Zieht man aber von dem äufsersten Puncte e des Gegenstandes, der durch das Fernrohr noch gesehen werden so durch den Mittelpunct A der ersten Linse die gerade Linie eA unter dem kleinen Winkel $EAe = \varphi$, so kann von den bey auf die Axe senkrechten Linien Ee und Ff die zweyte Ff das durch die Linse A erzeugte Bild des Gegenstandes Ee trachtet werden, und man hat daher

$$Ff = \frac{\alpha}{a} \cdot Ee.$$

Sieht man dann dieses Bild F f als den Gegenstand der weyten Linse BQ an, von welcher auf dieselbe Art das Bild $F'f'$ erzeugt wird, so ist eben so

$$F'f' = \frac{\alpha'}{a'} \cdot F f$$

nd auf dieselbe Weise hat man für das dritte Bild

$$F''f'' = \frac{\alpha''}{a''} F'f' \text{ u. f.}$$

Man hat daher, da $\frac{E e}{a} = \tang \varphi = \varphi$ ist, für die Gröfse er auf einander folgenden Bilder die Ausdrücke

$f = \alpha \cdot \varphi$ .... das Bild verkehrt, wenn F f positiv ist

$f' = \frac{\alpha \alpha'}{a'} \cdot \varphi$ .... aufrecht

$f'' = \frac{\alpha \alpha' \alpha''}{a' a''} \cdot \varphi$ .... verkehrt

$f''' = \frac{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha'''}{a' a'' a'''} \cdot \varphi$ ..... aufrecht u. f.

I. Wird einer dieser Ausdrücke negativ, so zeigt er eine t der Zeichnung (Fig. 9) entgegengesetzte Lage des Bildes, mlich eine aufrechte bey einer ungeraden, und eine verkehrte ge des Bildes bey einer geraden Anzahl der Linsen an, oder e ungeraden negativen Bilder sind aufrecht und die geraden netiven Bilder sind verkehrt.

Wird aber von den Gröfsen a' a'' a''' .... oder von den röfsen α, α' α'' .... eine oder mehrere negativ, so wird durch angezeigt, dafs die Bilder, welche zu diesen negativen ereinigungsweiten gehören, nicht zur Wirklichkeit kommen, der **imaginär** sind, weil die Strahlen noch **vor** ihrem Verigungspuncte schon von der nächstfolgenden Linse aufgefanen werden. Man nennt übrigens diesen von dem äufsersten ande e des Gegenstandes kommenden und durch die Mitte A er ersten Linse ungebrochen durchgehenden Strahl e A Q R S .... en **Hauptstrahl.**

§. 4.

Bey einem System von **zwey** Linsen sieht das Auge in B das Bild F f des Gegenstandes E e unter dem Winkel $FBf = \Psi'$, während es den Gegenstand E e selbst aus dem Puncte A ohne Hülfe der Linsen unter dem Winkel $EAe = \varphi$ erblicken würde. Eigentlich ist der Punct O, in welchem der Hauptstrahl die Axe schneidet, der Ort des Auges. Da aber, wenn überhaupt ein deutliches Sehen statt haben soll, die Strahlen aus der letzten, dem Auge nächsten Linse, immer sehr nahe unter einander parallel ausfahren müssen, so muſs auch O Q mit B f parallel, also $BOQ = FBf = \Psi'$ seyn. Vernachlässigt man daher die Entfernung der beyden Linsen A B von einander gegen die bey allen Fernröhren viel gröſsere Entfernung E A oder E B des Gegenstandes von den Linsen, so drücken die beyden Gröſsen Ψ' und φ die scheinbaren Gröſsen des Durchmessers des Gegenstandes aus, wie er durch die Linsen und wie er ohne Linsen oder mit freyem Auge gesehen wird, d. h. mit anderen Worten: die Vergröſserung m′ eines Systems von zwei Linsen ist

$$m' = \frac{\Psi'}{\varphi}$$

Es ist aber $Ff = a'\Psi' = \alpha\varphi$, also ist auch $\Psi' = \frac{\alpha\varphi}{a'}$

oder die Vergröſserung eines Fernrohres von zwey Linsen ist

$$m' = \frac{\alpha}{a'}.$$

Geht dann für die dritte Linse der Winkel Ψ' in Ψ'' über, so ist analog

$$\Psi'' = \frac{\alpha'}{a''}\Psi' = \frac{\alpha\alpha'}{a'a''}\varphi, \text{ also ist auch für}$$

drey Linsen die Vergröſserung

$$m'' = \frac{\Psi''}{\varphi} = \frac{\alpha\alpha'}{a'a''},$$

en so hat man für vier Linsen

$$\Psi''' = \frac{\alpha''}{a'''}\,\Psi'' = \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''\,a'''}\,\varphi \quad \text{und}$$

$$m''' = \frac{\Psi'''}{\varphi} = \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''\,a'''} \quad \text{u. f.}$$

§. 5.

ür Fernröhre ist der Gegenstand E e immer sehr weit von Auge entfernt, also a sehr grofs und daher $\alpha = p$. Da , des deutlichen Sehens wegen, die Strahlen aus der letz- nse unter sich parallel ausfahren müssen, so ist auch die der Gröfsen $a'\,a''\,a''' \ldots$ gleich der Brennweite der Linse, und man hat daher, für Fernröhre, für die Ver- rungen derselben die Ausdrücke

$$\text{für II Linsen } m' = \frac{p}{p'}$$

$$\text{III} \ldots m'' = \frac{\alpha' p}{a' p''}$$

$$\text{IV} \ldots m''' = \frac{\alpha'\,\alpha'' p}{a'\,a'' p'''}$$

$$\text{V} \ldots m'''' = \frac{\alpha'\,\alpha''\,\alpha''' p}{a'\,a''\,a''' p''''} \quad \text{u. f.}$$

rhält in diesen Ausdrücken die Gröfse m einen negativen , so erhält auch der Winkel O eine der Zeichnung entge- etzte Lage, oder das Bild ist dann, wenn m negativ ist, e gerade Anzahl Linsen aufrecht, und für eine ungerade l verkehrt. Ist aber m positiv, so ist das Bild für eine Anzahl Linsen verkehrt, und für eine ungerade aufrecht, der Zeichnung.

§. 6.

ebrigens scheint es uns, als ob die Gegenstände durch ernrohr lange nicht so sehr vergröfsert würden, als die bestimmte Vergröfserungszahl m angibt, obschon der el, unter welchem wir den Gegenstand durch das Rohr se- doch in der That *immer m mal* gröfser ist, als jener, un-

theil geändert worden ist, eine Vermischung, die be
dem Sinne des Gesichtes sehr gewöhnlich ist.

Um die Gröfse eines Gegenstandes zu bestimm
wir vor allem die Entfernung zu Grunde legen, in
von uns absteht. Allein Entfernungen können w
mittelbar sehen, sondern, so lange wir sie nicht sel
nur beurtheilen. Die Natur gab uns dazu mehrere M
Auge richtet z. B. seine Axe auf den Punct, den es
wenn es anders nicht schielt. Liegt aber dieser Pun
müssen die Axen der beyden Augen einen viel grö
kel unter sich bilden, als wenn er sehr entfernt ist.
gung und Aenderung der Muskeln bey dieser Opera
etwas, das empfunden wird. Ferner ist der Ge
Deutlichkeit und Schärfe, so wie der Grad der H
fernen Gegenständen sehr von dem der nahen
Selbst die scheinbare Gröfse der Gegenstände, w
wahre Gröfse derselben z. B. durch den Tastsin
kannt ist, hilft mit, unser Urtheil über die Entfer
stimmen, da sich jene scheinbare Gröfse mit diese
ändert. Endlich urtheilen wir auch, dafs ein Gege
mehr von uns entfernt ist, je mehr andere Gege
schen ihn und uns liegen: so kömmt uns der Mond
viel gröfser vor, als im Meridian, wenn er gleich hie

ehn Fuſs von uns steht, obschon dort der Gesichtswinkel nur hier aber über 26° beträgt, ohne daſs wir durch den über eymal gröſseren Gesichtswinkel in unserem Urtheile irre geacht werden. Wir halten daher im Allgemeinen die Objecte cht in demselben Maſse für gröſser, in welchem sie uns her kommen, und schätzen z. B. einen Menschen in einer tfernung von zehn Fuſs von uns nicht für merklich gröſser, wir denselben Menschen in der Entfernung von dreyſsig Fuſs lten. Eben so, wenn ein 1000 Fuſs entfernter Mensch durch Fernrohr auf die Nähe von 10 Fuſs gerückt wird, so wird ch der Beobachter nicht die Empfindung haben, als stände er Mensch in der That nur zehn Fuſs von ihm, sondern er rd das, was er sieht, immer noch für viel entfernter als 10 ſs halten. Läſst man daher mehrere ungeübte Personen durch Fernrohr z. B. nach dem Jupiter sehen, so wird beynahe jedie Gröſse desselben verschieden beschreiben, zum Beweis, jeder das Bild desselben in eine andere Entfernung setzt, der Winkel, unter welchem das Bild in der That gesehen d, doch bey allen derselbe bleibt.

§. 7.

Es ist bereits oben erinnert worden, daſs zu jedem brauchten Fernrohre erfordert werde, daſs die aufeinander enden Oculare eine hinlängliche Oberfläche haben müssen, die von den vorhergehenden Linsen auf sie fallende Strahlen aufnehmen zu können.

Diese Aufnahme aber kann in einer doppelten Beziehung rachtet werden. Erstens müssen offenbar die Oculare diege Oeffnung haben, die nöthig ist, um durch das Fernrohr gegebenen Gegenstände bis auf einen bestimmten Sehwinkel einmal übersehen zu können, damit nämlich Gegenstände, an der Stelle des Objectivs dem freien Auge unter einem gegeen Sehwinkel erscheinen, auch noch durch das Fernrohr ganz in allen ihren Theilen auf einmal übersehen werden können. Diese Art von Oeffnungen der Oculare fordert also, daſs s Ocular noch groſs genug sey, um wenigstens den von dem sten Punct e des Gegenstandes durch die Mitte A des Obs ungebrochen *durchgehenden Hauptstrahl* e A Q (S. 171)

noch aufzunehmen. Man nennt die
lichen halbe Durchmesser der Lins
messer wegen dem Gesichts
die zweyte, dritte, vierte Linse d
zeichnen. Sie werden daher durch
strahles mit dem Oculare bestimmt,

$$BQ = z', \quad CR = z'', \quad$$

I. Da sonach die Gröfse dieser
dem Gesichtsfelde für jedes Ocular
Brennweite dieses Oculars abhängt,

$$z' = \omega' p', \quad z'' = \omega'' p'', \quad z'$$

Da aber die Halbmesser z'
als die ihnen entsprechenden Brenn
immer nur sehr kleine Theile ihrer
den die hier eingeführten Gröfsen
liche Brüche seyn, die der Erfahru
ner als $\frac{1}{4} = 0.25$ sind, oder höchst

Es ist nämlich (S. 85) $z' = f$
ser und l den Einfallswinkel bezeich
sen ist $f = 2\ (n - 1)\ p = p$ wenn
p Sin l. Daraus folgt, dafs $l = 15°$ für
für $z' = 0.30\,p$ ist und gröfsere Ein
müssen im Allgemeinen vermieden w
weichung vergröfsern und die Bilde
verziehen und undeutlich machen.

II. Da die Oeffnung des zweyte
dafs der äufserste Hauptstrahl e A
kann, so mufs der Oeffnungshalbmes
gleich z' seyn und nicht kleiner als
nungshalbmesser der übrigen Gläser
seyn, wenn die äufsersten Hauptstr
ser ungehindert durchgehen sollen.

§. 8.

Zweytens. Kann man auch, o

n guten Fernrohre verlangen, daſs nicht nur das Objec-
hinlängliche Menge der von jedem Elemente des Gegen-
usgehenden Strahlen aufnehme, und zu einem reinen und
n Bilde vereinige, sondern daſs auch jedes Ocular eine
che Anzahl der von dem Objectiv gesammelten Strahlen
e, damit sie in der gröſstmöglichen Menge, die das Ob-
stattet, dem Auge zugeführt werden. Die Halbmesser der
fnungen, welche dieser zweyten Forderung entsprechen,
ir die Oeffnungshalbmesser, wegen der Hel-
, nennen, und dieselben durch $x' \; x'' \; x''' \; \ldots$ bezeich-
hrend wir, wie bisher, x den Oeffnungshalbmesser des
s oder der ersten Linse seyn lassen.

diese Halbmesser offenbar durch den Durchschnitt der
it demjenigen Strahl E P bestimmt werden, der aus dem
e liegenden Punct E des Gegenstandes oder der aus der
es Gegenstandes auf den Rand des Objectivs fällt, so
für die Oeffnungshalbmesser, wegen der Helligkeit,
70)

$$P = x, \quad Bq = x', \quad Cr = x'' \quad Ds = x''' \text{ u. f.}$$

lso in der Zeichnung die Oeffnungshalbmesser, wegen
ichtsfelde, durch die ausgezogene Linie e A Q R S ....
wegen der Helligkeit durch die punctirte Linie E P q r s
stimmt werden.

Vir haben die Werthe den Gröſsen $x' \; x'' \; x''' \; \ldots$ durch
sen $\alpha, a, \alpha', a' \ldots$ ausgedrückt, schon oben (S. 170) ge-
erbindet man die dort erhaltenen Ausdrücke mit denen
so erhält man

$$x' = \frac{a' x}{\alpha} = \frac{x}{m'}$$

$$x'' = \frac{a' a'' x}{\alpha \; \alpha'} = \frac{x}{m''}$$

$$x''' = \frac{a' a'' a''' x}{\alpha \; \alpha' \; \alpha''} = \frac{x}{m'''} \quad \text{u. f.}$$

ine dieser Gröſsen $x' \, x'' \, x'''$ negativ, so trifft der Strahl
e auf der entgegengesetzten Seite von jener der Figur.
$x', \; x''', \; x^{V} \ldots$ negativ, so trifft der Strahl die Linse

über der Axe, und ist x'', x^{IV}, x^{VI} .... negativ, so trif
Strahl die Linse unter der Axe.

II. Da die Halbmesser wegen der Helligkeit der Natu
Sache nach immer kleiner als die Halbmesser wegen den
sichtsfelde seyn müssen, so hat man

$$z' > x', \quad z'' > x'', \quad z''' > x''' \text{ u. f.}$$

welche Gleichungen eben so viele Bedingungen sind, den
das gute Fernrohr genügen mufs.

§. 9.

Nennt man also der Kürze wegen m' und x' die letzt
Gröfsen m' m'' m''' .... und x' x'' x''' .... und bezeichn
zuvor x das Oeffnungshalbmesser des Objectivs, so hat
überhaupt

$$x = m' x' \quad \text{oder} \quad x' = \frac{x}{m'}$$

wo also x' der Halbmesser des Strahlencylinders in der Näh
letzten Oculares oder in der Nähe des Auges ist, da von d
Cylinder die Helligkeit des Fernrohrs abhängt.

Bezeichnet dann w den Halbmesser der Pupille des A
welches immer in der Nähe des letzten Oculars angeno
wird, so hat man, da sich die Helligkeit oder die Meng
Strahlen, welche von demselben Gegenstande auf zwey vo
gleichweit entfernte Flächen fallen, wie diese Fläche
verhält,

$$\frac{\text{Helle durchs Fernrohr}}{\text{Helle mit freiem Auge}} = \frac{x'^2}{w^2},$$

oder

$$\frac{\text{dioptrische Helle}}{\text{natürliche Helle}} = \frac{x'^2}{w^2}$$

oder endlich, wenn man die natürliche Helle gleich der Ei
annimmt, und die Helle durchs Fernrohr gleich H setzt,

$$H = \frac{x'^2}{w^2} = \frac{x^2}{m'^2 w^2}$$

also die Gröſse x' und w oder x und w in demselben Maſse B. in Zollen ausgedrückt werden. Die Gröſse w nimmt man wöhnlich gleich $\frac{1}{20} = 0.05$ öfters selbst nur gleich 0.03 Zoll . Die Helle durch das Fernrohr ist also desto stärker, je gröer x und je kleiner m' oder w ist.

Uebrigens gilt diese Gleichung nur so lange, als $x' < w$ t, und dann ist immer $H < 1$, oder die dioptrische Helle ist einer als die natürliche, weil für $x' < w$ die Pupille nicht nach rer ganzen Ausdehnung von den Strahlencylinder ausgefüllt erden kann. Auch wird in diesem Falle die dioptrische Helle mer gröſser, je kleiner w ist, oder ein Beobachter mit einer einern Augenöffnung sieht durch ein Fernrohr heller, als einer t einer gröſsern Pupille. — Anders verhält es sich mit der narlichen Helle. Dann da das Auge ohne Hülfe der Gläser desto hr Strahlen erhält, je gröſser w ist, so wird die natürliche elle mit der Gröſse w zugleich wachsen.

I. Diese dioptrische Helle kann aber nur so lange zunehmen, $x' = w$ wird. Denn macht man $x' > w$, so wird ein Theil des rahlenkegels, der neben der kleinen Augenöffnung fortgeht, erflüssig, und daher die Helle dadurch vermindert, nicht verhrt. Man sollte daher, um der Helle keinen Abbruch zu thun, nahe als möglich $L = 1$ oder x' gleich w d. h. $x = 0.03\,m$ oder $= 0.05$ machen, obschon dieſs selten angeht, und gewöhnlich beträchtlich kleiner als w ist. Huyghens sagt, er habe genden, daſs ein einfaches Objectiv von 30 Fuſs oder 360 Zoll ennweite eine Oeffnung x von drey Zoll vertrage, und daſs zu ein Ocular von 3.3 Zoll Brennweite sehr gute Dienste thue eſs gibt die Vergröſserung

$$m = \frac{360}{3.3} = 109 \text{ und daher}$$

$$x' = \frac{x}{m'} = \frac{\frac{3}{1}}{109} = \frac{1}{73}.$$

wöhnlich nimmt man aber $x' = \frac{1}{50}$ also $x = \frac{m'}{50}$ an, obschon n sich oft mit $x' = \frac{1}{60}$ und selbst mit $x' = \frac{1}{70}$ begnügen muſs.

Ueberhaupt aber soll m nie so weit getrieben werde
$H < \frac{1}{2}$ werde, weil dann die Gegenstände, wenn sie nic
sehr stark leuchten, schon zu dunkel erscheinen. Gröſse
ben also kleinere H und φ oder die Helle und das Ges
jedes Fernrohres wird durch die Vergröſserung desse
schränkt, so wie zugleich stärkere Vergröſserungen die
schädlichen Abweichungen der Kugelgestalt und der Fa
mehren.

Ist endlich wie zuvor $w = \frac{1}{20}$ so hat man für die H
des Rohrs

$$H = \frac{x'^2}{w^2} = 400\, x'^2 = \frac{400\, x^2}{m'^2}$$

II. Ueber das Verhältniſs der halben Oeffnung x zu
weite y′ eines Doppelobjectivs nahm man früher Folge
Wenn die Kugelabweichung oder die Deutlichkeit des
bey zwey Fernröhren gleich groſs seyn soll, so muſs sic
den letzten Gleichungen des Cap. III.) y'^3 wie $m\,x^3$ verhal
da bey gleicher Helligkeit der Fernröhre, wie wir S. 178
haben die Gröſse m sich wie x verhält, so kann man an

$$y'^3 = A\, x^4$$

wo A eine constante Gröſse bezeichnet. Um den Werth
Constante zu bestimmen, nehmen wir z. B. ein Fernro
Fraunhofer, welches x = 2 Zolle für y′ = 60 gab,
folgt $x^4 = \frac{y^3}{A}$ oder $x = 0.092777\, y^{\frac{3}{4}}$. Die gröſste Helle,
durch Fernröhre erreichen kann, ist H = 1, für welche z
der kleinste Werth der Vergröſserung m statt hat, so, da
nach §. 9. für diese kleinste Vergröſserung hat

$$m = \frac{x}{0.03}$$

Die stärkste Vergröſserung endlich, die man an
gebenes Objectiv anbringen kann, findet ihre vorzüg
Gränze in der Kürze der Brennweite des Oculars, welche
wenn nicht bedeutende Verzerrungen des Bildes und ein z

sichtsfeld eintreten soll, nicht gut kleiner als $\frac{2}{10}$ eines
eyn kann, so daſs daher die stärkste Vergröſserung
ernrohres durch die Gleichung §. 5.

$$m = \frac{y'}{0.2}$$

ückt werden kann.
ist für ein Doppelobjectiv, dessen Brennweite $y' = 20$
, die halbe Oeffnung $x = 0.8773$ Zolle, die schwächste
ſserung $\frac{x}{0.03} = 29$ und die stärkste $\frac{y'}{0.2} = 100$. Für $y' = 120$
rhält man $x = 3.36$ Zolle, die schwächste Vergröſserung
d die stärkste 600. Für $y' = 60$ Zolle ist $x = 2.00$ Zolle,
wächste Vergröſserung 66, und die stärkste 300. Die zwi-
liesen beyden Grenzen liegenden Vergröſserungen pflegt
hofer so zu nehmen, daſs jede schwächere den $\frac{2}{3}$ten Theil
hstvorhergehenden stärkern betrug. So hat er für $y' = 60$
nd $x = 2$ die Vergröſserungen der 5 Oculare 270, 180,
) und 54.
ne Ausnahme von dieser Regel machen jene Fernröhre,
lchen, wie bey den Kometensuchern, eine groſse Helle
groſses Gesichtsfeld bey einer nur geringen Vergröſse-
esucht wird. Fraunhofers Kometensucher haben für
und $x = 1.5$ Zoll nur eine Vergröſserung $m = 10$ also
sie die Helle §. 9.

$$H = \frac{x^2}{(0.03m)^2} = 25$$

e Gegenstände erscheinen durch diese Fernröhre 25mal
ls mit freyem Auge.

§. 10.

chen wir, um auch die übrigen Theile der Figur 9 zu be-
n, die Winkel $BOQ = \Psi'$, $CO'R = \Psi''$, $SO''D = \Psi'''$...
der Hauptstrahl nach seiner Brechung durch die II. III.
Linse mit der Axe bildet.
rbindet man die erste der Gleichungen (§. 7.)

$$z' = p'\omega', \; CR = z'' = p''\omega'', \; DS = z''' = p'''\omega''' \ldots$$

bekannten Gleichung

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{p'} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{BO}$$

$$\text{wo } AB = \frac{BQ}{\text{tang}\,\varphi} = \frac{p'\omega'}{\varphi} \text{ ist,}$$

so hat man

$$BO = \frac{p'\omega'}{\omega' - \varphi},$$

und diese Werthe von BO und BQ in der Gleich[illegible]
$\text{tang}\ BOQ = \frac{BQ}{BO}$ substituirt geben

$$\Psi' = \omega' - \varphi.$$

Eben so ist für drey Linsen

$$CO = \frac{BO.\ CR}{BQ} = \frac{p''\omega''}{\omega' - \varphi}$$

$$\text{und } \frac{1}{p''} = \frac{1}{CO} + \frac{1}{CO'} \quad \text{also auch}$$

$$CO' = \frac{p''\omega''}{\omega'' - \omega' + \varphi}$$

$$f = g = 2(n-1)\,p \quad \text{oder } f = g = p, \text{ also auch}$$

$$z' = p' \operatorname{Sin} \frac{30}{2} = \frac{p'}{4} \text{ oder da } z' = p'\omega' \text{ ist,}$$

e Gröfse ω' höchstens gleich $\frac{1}{4}$.

§. 11.

Um ferner die Gröfsen z', z'' z''' ... durch die [illegible] n ω'' ω''' .... und φ, und durch die Vereinigungsweite [illegible] nsen auszudrücken, hat man

$$BQ = AB \operatorname{tang} \varphi \text{ oder}$$
$$p'\omega' = (\alpha + a')\,\varphi$$

Die Aehnlichkeit der Dreyecke der Zeichnung 9 gibt

$$CR : CO = CR - F'f' : CF'$$

Es ist aber $CR = p''\omega''$, $CF' = a''$ und

$$F'f' = \frac{\alpha\alpha'\varphi}{a'} \text{ so wie } CO = \frac{p''\omega''}{\omega' - \varphi},$$

so ist auch, wenn man diese Werthe in der vorhergehenden roportion substituirt,

$$p''\omega'' = \frac{\alpha\alpha'\varphi}{a'} + a''(\omega' - \varphi).$$

Ganz eben so gibt die Proportion

$$DS : DO' = DS - F''f'' : DF''$$

ie Gleichung

$$p'''\omega''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{a'a''}\varphi + a'''(\omega'' - \omega' + \varphi),$$

ınd auf dieselbe Art

$$p^{IV}\omega^{IV} = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{a'a''a'''}\varphi + a'''(\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi) \text{ u. f.}$$

Diese Ausdrücke sind zur Construction der Fernröhre von ler gröfsten Wichtigkeit, wie wir in der Folge sehen werden. — Wenn in ihnen die Gröfsen $p'\omega'$, $p''\omega''$ .... negativ werden,

so trifft der Strahl e A die Linsen auf einer andern Seit
Axe, als in der Zeichnung angenommen wurde. Ist
$p'' \omega'' = CR$ negativ, so wird die dritte Linse von diesem
unter der Axe geschnitten u. f.

I. Aus den vorhergehenden Gleichungen folgt auch

$$
\begin{aligned}
z' &= BO.\ \Psi' = \Delta\varphi \\
z'' &= CO'.\ \Psi'' = CO.\ \Psi' \\
z''' &= DO''.\Psi''' = DO'.\Psi''
\end{aligned}
$$

Also ist auch, wenn Δ, Δ', Δ'' .... die Distanz
Linsen sind (S. 170)

$$
\begin{aligned}
BO + CO \quad &\text{oder } \Delta' = \frac{z' + z''}{\Psi'} \\
CO' + DO' \quad &\quad\text{"}\quad \Delta'' = \frac{z'' + z'''}{\Psi''} \\
DO'' + F'''O'' \quad &\quad\text{"}\quad \Delta''' = \frac{z''' + z^{IV}}{\Psi'''} \quad \text{u. f.}
\end{aligned}
$$

woraus folgt

$$
\begin{aligned}
z' &= \Delta\varphi \\
z'' &= (\omega' - \varphi)\,\Delta' - z' \\
z''' &= (\omega'' - \omega' + \varphi)\,\Delta'' - z'' \quad \text{u. f.}
\end{aligned}
$$

oder auch

$$
\begin{aligned}
\omega' &= \frac{\varphi\Delta}{p'} \\
\omega'' &= \frac{\omega' - \varphi}{p''}\,\Delta' - \frac{p'\omega'}{p''} \\
\omega''' &= \frac{\omega'' - \omega' + \varphi}{p'''}\,\Delta'' - \frac{p''\omega''}{p'''} \quad \text{u. f.}
\end{aligned}
$$

§. 12.

Substituirt man die in S. 182 erhaltenen Werthe von Ψ'
in die Gleichungen des §. 5. so erhält man für die Verg
rungszahlen

$$m' = \frac{\omega' - \varphi}{\varphi}$$

$$m'' = \frac{\omega'' - \omega' + \varphi}{\varphi}$$

$$m''' = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi}{\varphi} \text{ u. f.}$$

uch

$$\omega' = \left(\frac{\alpha}{a'} + 1\right) \varphi$$

$$\omega'' - \omega' = \left(\frac{\alpha\ \alpha'}{a'\ a''} - 1\right) \varphi$$

$$\omega''' - \omega'' + \omega' = \left(\frac{\alpha\ \alpha'\ \alpha''}{a'\ a''\ a'''} + 1\right) \varphi$$

$$\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega' = \left(\frac{\alpha\ \alpha'\ \alpha''\ \alpha'''}{a'\ a''\ a'''\ a^{IV}} - 1\right) \varphi \text{ u. f.}$$

endlich

$$\varphi = \frac{\omega'}{m' + 1}$$

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m'' - 1}$$

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m''' + 1} \text{ u. f.}$$

e Ausdrücke alle sich leicht fortsetzen lassen, da das Ge-
es Fortgangs derselben deutlich ist.

. Die letzten dieser Ausdrücke geben den Werth von φ, sie geben das halbe Gesichtsfeld für zwey, drey, . . Linsen, d. h. den Halbmesser des kreisförmigen Rau- welchen man durch das Fernrohr übersieht.

Jm diese Ausdrücke von φ in Minuten des Bogens zu erhal- wird man sie durch 3437.75, oder kürzer durch 3438 mul- ren. Man sieht, daſs das Gesichtsfeld abnimmt, m wächst; daſs das Gesichtsfeld wächst, wenn die Oeff- des Oculars gröſser wird, und daſs überhaupt das Gesichts- durch die *Werthe von ω', ω'' ....* beschränkt wird, die nach S. 176 nicht gröſser als 0.3 seyn dürfen. So gibt die jener Gleichungen

$$\varphi = \frac{3438\ (0{,}3)}{m'+1} = \frac{1031.4}{m'+1},\ \text{also für}$$

$$\begin{array}{lll} m = 20 & \text{nahe } \varphi = & 50 \text{ Min.} \\ 40 & \ldots & 25 \\ 100 & \ldots & 10 \text{ u. f.} \end{array}$$

Dieselben Ausdrücke zeigen auch, daſs man durch di zusetzung eines neuen Oculars das Gesichtsfeld oft bed vergröſsern kann. So ist für ein einziges Ocular

$$\varphi = \frac{\omega'}{m'+1}$$

und für zwey, wenn $' = -\omega''$ genommen wird

$$\varphi = \frac{2\,\omega'}{m''-1},$$

also im zweyten Falle das Gesichtsfeld mehr als doppelt so wenn auch nur $m' = m''$ ist. Auch folgt aus den vorhergel Gleichungen, wenn m überhaupt die Vergröſserung des l bezeichnet

[redacted]

, wenn die andere abnimmt, und daſs überhaupt für
the von m die Gröſse φ sich sehr nahe wie verkehrt
n verhält.

E (Fig. 9) die Mitte und e der höchste oder äuſser-
es Objects, welches man durch das Fernrohr noch
kann, so ist der Winkel, unter welchem der halbe
Ee dem Auge in A (oder was dasselbe ist, da die
Rohrs gegen die Entfernung des Gegenstandes immer
st) dem Auge in O (bey zwey Linsen) erscheint, of-
h EAe und dieſs ist derselbe Winkel, den wir oben
durch φ bezeichnet haben. Das Maaſs des Gesichts-
so der Winkel, unter welchem das bloſse Auge ohne
Gläser den Raum übersehen würde, welchen es in
rch das Fernrohr übersicht.

n sieht aus dieser Erklärung, daſs die Oeffnung $2x$
ves zur Gröſse des Gesichtsfelds 2φ nichts bey-
end im Gegentheile das Gesichtsfeld von den Oeff-
r übrigen Linsen allerdings abhängt, obschon auch
Linsen einige seyn können, deren Oeffnung auf das
keinen Einfluſs hat. Das Objectiv aber kann die Grö-
chtsfeldes nicht ändern, denn ein Punct des Gegen-
r noch über e ist, kann keinen Hauptstrahl (der
Mitte A des Objectives geht) mehr auf dasselbe schi-
ern höchstens nur solche Strahlen, die auſser dem
des Objectivs auf dasselbe fallen, und daher nur ein
s Bild geben. Noch höhere Strahlen über e hinaus
gar keine der Axe parallelen Strahlen mehr auf das
hicken. Aus dieser Ursache dehnt man daher den Be-
ben Gesichtsfeldes φ nur bis zu demjenigen höchsten
Gegenstandes aus, der noch Hauptstrahlen eA auf
schickt, so daſs man also in dieser Beziehung das
ichsam als unendlich klein ansieht, weil man unter
n, welche aus dem Gegenstande ausströmen, nur
betrachtet, welche mit der Axe parallel auf das Ob-

§. 13.

icklichste Ort des Auges wird für ein Fernrohr von
, vier .... *Linsen der* Punct O, O′, O″ .... näm-

lich derjenige Punct der Axe seyn, in welchem sich a
der letzten Linse kommenden Strahlen vereinigen. Nen
also k', k'', k''' .... die Entfernungen B O, C O', D O'
oder die Entfernungen des Auges von der letzten Linse,
man (nach S. 182)

$$k' = \frac{p' \, \omega'}{\omega' - \varphi},$$

$$k'' = \frac{p'' \, \omega''}{\omega'' - \omega' + \varphi}$$

$$k''' = \frac{p''' \, \omega'''}{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi} \text{ u. f.}$$

oder wenn man in diesen Brüchen die Werthe der Nenn
S. 185) substituirt.

$$k' = \frac{p' \, \omega'}{m' \, \varphi}$$

$$k'' = \frac{p'' \, \omega''}{m'' \, \varphi}$$

$$k''' = \frac{p''' \, \omega'''}{m''' \varphi} \text{ u. f.}$$

Dieser Ort des Auges wird bey Fernröhren gew
durch einen in seiner Mitte mit einer runden Oeffnung v
nen Deckel des letzten Oculares berücksichtigt, den n
stellt, daſs die Entfernung dieser Oeffnung von dem letzte
lar gleich $\frac{1}{4}$ k ist.

§. 14.

Um eben so die Entfernung des Durchschnittes des l
strahles mit der Axe von dem nächsten Bilde, oder um di
ſsen F'O, F''O', F'''O'' u. f. zu finden, hatte man

$$m' = \frac{\alpha' - \varphi}{\varphi}$$

und wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke

$$\frac{O \, F'}{F' \, f'} = \frac{B \, O}{B \, Q}$$

s war aber (S. 183)

$$F' f' = \frac{\alpha\, \alpha'\, \varphi}{a'} \text{ und}$$

$$B\, Q = p'\, \omega' \text{ und}$$

$$B\, O = \frac{p'\, \omega'}{\omega' - \varphi}$$

t auch

$$F' O = \frac{\alpha\, \alpha'\, \varphi}{a'\, (\omega' - \varphi)} \text{ oder da}$$

$$m' = \frac{\omega' - \varphi}{\varphi} \text{ ist}$$

$$F' O = \frac{\alpha\, \alpha'}{a'\, m}.$$

ben so findet man für drey Linsen

$$F'' O' = \frac{\alpha\, \alpha'\, \alpha''}{a'\, a''\, m}$$

ir vier

$$F''' O'' = \frac{\alpha\, \alpha'\, \alpha''\, \alpha'''}{a'\, a''\, a'''\, m} \text{ u. f.}$$

Die Ausdrücke für k zeigen, daſs, je gröſser das Gesichts-, oder auch, je gröſser die Zahl m ist, desto näher im neinen das Auge an das letzte Ocular gebracht werden, um jenes Gesichtsfeld ganz zu übersehen. Daſs aus den Gründen jene Gröſsen k immer positive Zahlen seyn, ist für sich klar, denn wenn z. B. für zwey Linsen k' v ist, so fällt der Punct O zwischen diese zwey Lin- und da das Auge nicht zwischen die Linsen gebracht wer-ann, so muſs es wenigstens so nahe als möglich an die e Fläche der zweyten Linse gebracht werden, um jenem e, aus dem es allein das ganze Gesichtsfeld übersehen , so nahe als möglich zu kommen.

I. Alles Vorhergehende zeigt, daſs man, wenn man den des Hauptstrahls durch *alle seine* Brechungen verfolgt, den Ort des Auges erhält, indem man den letzten Durchschnittspunct dieses Hauptstrahles mit der Axe der Linsen sucht. Die Neigung dieses Hauptstrahles gegen die Axe in dem erwähnten Durchschnittspuncte gibt den Winkel, unter welchem der Halbmesser des Gegenstandes durch die Linsen erscheint, und aus der Vergleichung dieses Winkels mit demjenigen, unter welchem sich derselbe Halbmesser des Gegenstandes dem bloßen Auge darstellt, erhält man die Vergrößerung des Fernrohres. Sucht man endlich, wie sehr dieser Hauptstrahl bey seinem Eintritte in die erste Linse gegen die Axe geneigt seyn darf, ohne auf irgend einer der folgenden Linsen z. B. einen gegebenen Bogen über 30 Grade abzuschneiden, so erhält man die Größe des Gesichtsfeldes.

§. 16.

Nach S. 170 ist der Winkel φ' des Strahles EP mit der Axe nach der Brechung durch die erste Linse $\varphi' = \frac{x}{\alpha}$ also auch

$$d\varphi' = -\frac{x\, d\alpha}{\alpha^2}.$$

Sieht man aber diese Veränderung $d\alpha$ der Größe α als die Wirkung der Farbenzerstreuung (Cap. IV.) an, so hat man

$$d\alpha = -\frac{\theta\, \alpha^2}{p}$$

$$\text{wo } \theta = \frac{dn}{n-1}$$

ist, also auch

$$d\varphi' = -\frac{\theta\, x}{p}.$$

Eben so hat man nach der Brechung durch die zweyte Linse (S. 170)

$$\varphi'' = \frac{a'\, x}{\alpha\, \alpha'},$$

also auch

$$\frac{d\varphi''}{\varphi''} = \frac{d a'}{a'} - \frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{d\alpha'}{\alpha'}.$$

Da aber $\alpha + \triangle' = \triangle$ eine constante Gröſse ist, so ist $d\alpha' = -d\alpha$, und wenn die Strahlen nach der zweyten Brechung parallel werden, so ist $\alpha' = \infty$, also auch

$$\frac{d\varphi''}{\varphi''} = -\frac{d\alpha'}{\alpha'} \text{ oder}$$

$$d\varphi'' = -\frac{a''\ x}{\alpha\ \alpha'^2}\, d\alpha'$$

und daher (nach Cap. IV.)

$$d\varphi'' = -\left(\frac{\theta}{p} + \frac{\theta'\ a'^2}{\alpha^2\ p'}\right)\frac{\alpha\ x}{a'}$$

Eben so erhält man für drey Linsen, wenn die Strahlen nach der dritten Brechung parallel werden

$$\frac{d\varphi'''}{\varphi'''} = \frac{d a'}{a'} + \frac{d a''}{a''} - \frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{d\alpha'}{\alpha'} - \frac{d\alpha''}{\alpha''} \text{ und}$$

$$d a' + d\alpha = d a'' + d\alpha' = 0;$$

also auch

$$d\varphi''' = \left(\frac{\theta}{p} + \frac{\theta'\ a'^2}{\alpha^2\ p'} + \frac{\theta''\ a'^2\ a''^2}{\alpha^2\,\alpha'^2\ p''}\right)\frac{\alpha\,\alpha'\ x}{a'\ a''} \text{ u. f.}$$

I. Für zwey Linsen ist also, wenn die Gläser beyder Linsen gleichartig sind,

$$d\varphi'' = \left(\frac{1}{p} + \frac{a'^2}{a^2\ p'}\right)\frac{\alpha\ x}{a'}\, d n$$

wenn man der Kürze wegen $\theta = \theta' = d n$ setzt.

Aber $a' = p'$ und $\alpha = p$, also

$$d\varphi'' = \left(\frac{1}{p} + \frac{p'}{p^2}\right)\frac{p\ x\ d n}{p'} \text{ oder}$$

$$d\varphi'' = \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'}\right) x\, d n$$

Da aber (S. 173)

$$p' = \frac{p}{m'}$$

Das heisst, bey zwey Fernröhren, welche dieselbe Farben-
zerstreuung $d\varphi''$ haben, verhalten sich die Brennweiten der Ob-
jective oder sehr nahe die Längen der Fernröhre se
die Quadrate der Vergrösserungen. Aus dieser Ursache
die alten Fernröhre mit einfachen Objectiven, wenn sie
Oeffnungen haben, stark vergrössern und doch keine
Farbenzerstreuung geben sollten, so ungemein lang, u
zum Gebrauch so unbequem werden.

Auch gibt die letzte Gleichung

$$d\varphi'' = \frac{m' x' d n}{p'}$$

Oder bey zwey Fernröhren, welche dieselbe Fa
streuung haben, müssen sich die Brennweiten der Oc
die Vergrösserungen verhalten.

§. 16.

Sucht man aber denjenigen Einfluss der Farbenzer
welcher vorzüglich auf die Grenzen der durch das
betrachteten Gegenstände wirkt, und daher den Ran
Gegenstände gefärbt zeigt, so wird man nicht die Aen
der Winkel $\varphi' = AFP$, $\varphi'' = BF'q$, $\varphi''' = CF''r$.

aus folgt

$$d. BOQ = d\,\omega' \text{ und}$$

$$d\,\omega' = -(\alpha + a')\,\varphi.\ \frac{d\,p'}{p'^2} = -\frac{\omega'\,dp'}{p'}$$

Nach Seite 70 ist aber $d\,p' = -\,p'\,\theta'$, also ist auch die ge-
te Zerstreuung durch zwey Linsen, da $BOQ = \Psi'$ ist,

$$d\,\Psi' = \omega'\,\theta' \text{ wo } \theta' = \frac{d\,n'}{n' - 1} \text{ ist.}$$

Kömmt noch eine dritte Linse hinzu, so kann man die ge-
ene Zerstreuung $\omega'\,\theta'$ der zweyten Linse als einen Gesichts-
el betrachten, der durch die Wirkung der dritten Linse
ndem in S. 172 bey den verschiedenen Werthen von Ψ',
Ψ''' . . . angenommenen Verfahren) in $\frac{\alpha'}{a''}\,\omega'\,\theta'$ übergeht.
t man dazu noch die Zerstreuung $\omega''\,\theta''$ der dritten Linse
st, so hat man für die Gesammtzerstreuung von drey Linsen
Ausdruck

$$d\,\Psi'' = \frac{\alpha'}{a''}\,\omega'\,\theta' + \omega''\,\theta''$$

eben so erhält man für die Zerstreuung von vier Linsen

$$d\,\Psi''' = \frac{\alpha''}{a'''}\left(\frac{\alpha'\,\omega'\,\theta'}{a''} + \omega''\,\theta''\right) + \omega'''\,\theta'''$$

$$= \frac{\alpha'\,\alpha''}{a''\,a'''}\,\omega'\,\theta' + \frac{\alpha''\,\omega''\,\theta''}{\alpha'''} + \omega'''\,\theta''' \text{ u. f.}$$

§. 17.

Es wird vortheilhaft seyn, die vorzüglichsten Ausdrücke die-
Kapitels zur bequemeren Uebersicht zusammen zu stellen.
Es sey also $x = AP$ der Oeffnungshalbmesser des Objec-
s oder der ersten Linse und $x' = Bq$, $x'' = Cr$ . . . die
effnungshalbmesser wegen dem Gesichtsfelde für die II., III. . . .
inse, so wie $z' = BQ$, $z'' = CR$, $z'' = DS$ . . . . die Oeff-
ngshalbmesser wegen dem Gesichtsfelde für die II., III., IV.
nse.

$\Delta' = \alpha' + a''$ . . . . II.

$\Delta'' = \alpha'' + a'''$ . . . . III.

Die Brennweiten der Linsen seyen p p
ihre Krümmungshalbmesser f g f' g', f'
ihre Brechungsverhältnisse n n
ihre Farbenzerstreuungen dn dn'

Ferner sey φ = e A E der Halbmesser des Gesic
und φ' = A F P, φ'' = B F' q, φ''' = C F'' r .... di
des Randstrahles mit der Axe und Ψ = E A e, Ψ' =
Ψ'' = C O' R, Ψ''' = S O'' D .... der Winkel des H
les mit der Axe; k' = B O, k'' = C O', k''' = D O
Entfernung des Auges hinter der I., II., III. Li
R, R', R'' .... der Halbmesser des Abweichungskrei
der sphärischen Gestalt für ein, zwey, drey Linsen u.

Dieses vorausgesetzt hat man folgende Ausdrücke,
che alle man bemerken mufs, dafs bey Fernröhren die er
nigungsweite der ersten Linse a = ∞, also die zweyt
und dafs immer die letzte der Gröfsen a a' a'' .... g
letzten der Gröfsen p p' p'' .... ist.

I.

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \text{ oder } p = \frac{a\,\alpha}{a + \alpha}$$

$$\varphi'' = \frac{a' \, x}{\alpha \, \alpha'} \qquad \Psi' = \omega' - \varphi$$

$$\varphi''' = \frac{a' \, a'' \, x}{\alpha \, \alpha' \, \alpha''} \qquad \Psi'' = \omega'' - \omega' + \varphi$$

$$\varphi^{IV} = \frac{a' \, a'' \, a''' \, x}{\alpha \, \alpha' \, \alpha'' \, \alpha'''} \quad \Psi''' = \omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi$$

III.

$$z' = p' \, \omega' = \Delta \, \varphi$$

$$z'' = p'' \, \omega'' = (\omega' - \varphi) \, \Delta' - z'$$

$$z''' = p''' \, \omega''' = (\omega'' - \omega' + \varphi) \, \Delta'' - z''.$$

Die Gröſsen ω', ω'', ω''' ... können nicht gröſser als $\frac{1}{4}$ seyn; Gröſsen Δ, Δ', Δ'' .... müssen immer positiv seyn; wird lich eine der Gröſsen z', z'', z''' .... negativ, so trifft der ıptstrahl die Linse auf einer andern Seite der Axe, als in der ur 9 angenommen wurde.

IV.

$$x' = \frac{a' \, x}{\alpha} = \frac{x}{m'}$$

$$x'' = \frac{a' \, a'' \, x}{\alpha \, \alpha'} = \frac{x}{m''}$$

$$x''' = \frac{a' \, a'' \, a''' \, x}{\alpha \, \alpha' \, \alpha''} = \frac{x}{m'''} \quad \text{u. f.}$$

V.

$$\Delta = \alpha + a' = \frac{z'}{\varphi}$$

$$\Delta' = \alpha' + a'' = \frac{z' + z''}{\omega' - \varphi}$$

$$\Delta'' = \alpha'' + a''' = \frac{z'' + z'''}{\omega'' - \omega' + \varphi}$$

$$\Delta''' = \alpha''' + a^{IV} = \frac{z''' + z^{IV}}{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi} \quad \text{u. f.}$$

N 2

VI.

$$\omega' = \left(\frac{\alpha}{a'} + 1\right) \varphi$$

$$\omega'' - \omega' = \left(\frac{\alpha\,\alpha'}{a'\,a''} - 1\right) \varphi$$

$$\omega''' - \omega'' + \omega' = \left(\frac{\alpha\,\alpha'\,a''}{a'\,a''\,a'''} + 1\right) \varphi,$$

$$\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega' = \left(\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''\,a^{IV}} - 1\right)$$

VII.

$$O\,F' = \frac{\alpha\,\alpha'}{a'\,m'}$$

$$O'\,F'' = \frac{\alpha\,a'\,\alpha''}{a'\,a''\,m''}$$

$$O''\,F''' = \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''\,m'''}$$

VIII.

Erstes Bild . . . $= \alpha\,\varphi$

Zweytes — . . . $= \frac{\alpha\,\alpha'}{a'}\,\varphi$

Drittes — . . . $= \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''}\,\varphi$

Viertes — . . . $= \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''}\,\varphi$

Ist einer dieser Ausdrücke negativ, so ist das Bild a bey einer ungeraden Anzahl der Linsen, und verkehrt bey geraden.

IX.

$$k' = \frac{p'\,\omega'}{\omega' - \varphi} = \frac{p'\,\omega'}{m'\,\varphi'}$$

$$k'' = \frac{p''\,\omega''}{\omega'' - \omega' + \varphi} = \frac{p''\,\omega''}{m''\,\varphi}$$

$$\mathrm{k}''' = \frac{\mathrm{p}'''\,\omega'''}{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi} = \frac{\mathrm{p}'''\,\omega'''}{\mathrm{m}'''\,\varphi}$$

X.

$$\mathrm{m}' = \frac{\alpha}{\mathrm{a}'} = \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{p}'} = \frac{\omega' - \varphi}{\varphi}$$

$$\mathrm{m}'' = \frac{\alpha\,\alpha'}{\mathrm{a}'\,\mathrm{a}''} = \frac{\alpha'\,\mathrm{p}}{\mathrm{a}'\,\mathrm{p}''} = \frac{\omega'' - \omega' + \varphi}{\varphi}$$

$$\mathrm{m}''' = \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{\mathrm{a}'\,\mathrm{a}''\,\mathrm{a}'''} = \frac{\alpha'\,\alpha''\,\mathrm{p}}{\mathrm{a}'\,\mathrm{a}''\,\mathrm{p}'''} = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi}{\varphi}$$

$$\mathrm{v} = \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{\mathrm{a}'\,\mathrm{a}''\,\mathrm{a}'''\,\mathrm{a}^{\mathrm{IV}}} = \frac{\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''\,\mathrm{p}}{\mathrm{a}'\,\mathrm{a}''\,\mathrm{a}'''\,\mathrm{p}^{\mathrm{IV}}} = \frac{\omega^{\mathrm{IV}} - \omega''' + \omega'' - \omega' + \varphi}{\varphi}$$

Ist einer dieser Ausdrücke von m′, m″, m‴ . . . negativ, ist das Bild aufrecht bey einer geraden Anzahl der Linsen, d verkehrt bey einer ungeraden.

XI.

$$\omega' = (\alpha + \mathrm{a}')\,\varphi$$

$$' \quad \omega'' = \left(\frac{\alpha\,\alpha'}{\mathrm{a}'} - \mathrm{a}''\right)\varphi + \mathrm{a}''\,\omega'$$

$$'' \quad \omega''' = \left(\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{\mathrm{a}'\,\mathrm{a}''} + \mathrm{a}'''\right)\varphi + \mathrm{a}'''\,(\omega'' - \omega')$$

$$\mathrm{v} \quad \omega^{\mathrm{IV}} = \left(\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{\mathrm{a}'\,\mathrm{a}''\,\mathrm{a}'''} - \mathrm{a}^{\mathrm{IV}}\right)\varphi + \mathrm{a}^{\mathrm{IV}}\,(\omega''' - \omega'' + \omega')$$

$$' \quad \omega^{\mathrm{V}} = \left(\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''\,\alpha^{\mathrm{IV}}}{\mathrm{a}'\,\mathrm{a}''\,\mathrm{a}'''\,\mathrm{a}^{\mathrm{IV}}} + \mathrm{a}^{\mathrm{V}}\right)\varphi + \mathrm{a}^{\mathrm{V}}\,(\omega^{\mathrm{IV}} - \omega''' + \omega'' - \omega') \text{ u. f.}$$

XII.

$$\varphi = \frac{\omega'}{\mathrm{m}' + 1} \quad \text{für II Linsen}$$

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{\mathrm{m}'' - 1} \quad \ldots\ldots\ldots \text{ III} \text{ ---}$$

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{\mathrm{m}''' + 1} \quad \ldots \text{ IV} \text{ ---}$$

$$\varphi = \frac{\omega^{\mathrm{IV}} - \omega''' + \omega'' - \omega'}{\mathrm{m}^{\mathrm{IV}} - 1} \quad \ldots \text{ V --- u. f.}$$

XIII.

Aenderung der Winkel φ' φ'' φ''' ....

für eine Linse

$$d\varphi' = -\frac{x\,dn}{p}$$

für zwey Linsen

$$d\varphi'' = -\left(\frac{dn}{p} + \frac{a'^2\,dn'}{\alpha^2\,p'}\right)\frac{\alpha\,x}{a'}$$

für drey Linsen

$$d\varphi''' = -\left(\frac{dn}{p} + \frac{a'^2\,dn'}{\alpha^2\,p'} + \frac{a'^2\,a''^2\,dn''}{\alpha^2\,\alpha'^2\,p''}\right)\frac{\alpha\,\alpha'\,x}{a'\,a''}$$

für vier Linsen

$$d\varphi^{IV} = -\left(\frac{dn}{p} + \frac{a'^2\,dn'}{\alpha^2\,p'} + \frac{a'^2\,a''^2\,dn''}{\alpha^2\,\alpha'^2\,p''} + \frac{a'^2\,a''^2\,a'''^2\,dn'''}{\alpha^2\,\alpha'^2\,\alpha''^2\,p'''}\right)\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,x}{a'\,a''\,a'''} \text{ u. f.}$$

XIV.

Aenderung der Winkel Ψ' Ψ'' Ψ''' ....

für zwey Linsen

$$d\Psi' = \alpha'\,dn'$$

für drey Linsen

$$d\Psi'' = \left(\alpha'\,dn' + \frac{a''}{\alpha'}\,\alpha''\,dn''\right)\frac{\alpha'}{a''}$$

für vier Linsen

$$d\Psi''' = \left(\alpha'\,dn' + \frac{a''}{\alpha'}\,\alpha''\,dn'' + \frac{a''\,a'''\,\alpha'''\,dn'''}{\alpha'\,\alpha''}\right)\frac{\alpha'\,a''}{a''\,a'''}$$

XV.

Der Halbmesser der Kugelabweichung ist bey Fernröhr

Für eine Linse $R = \frac{\mu\,\lambda}{4\,p^2}\,m\,x^3$

Ist dann $Q' = \lambda'\left(\frac{a'}{p'}\right)^2 + \frac{\nu'\,a'}{\alpha'}$

$$Q'' = \lambda''\left(\frac{a''}{p''}\right)^2 + \frac{\nu''\,a''}{\alpha''}$$

$$Q''' = \lambda'''\left(\frac{a'''}{p'''}\right)^2 + \frac{\nu'''\,a'''}{\alpha'''} \text{ u. f.}$$

ın für jede Anzahl der Linsen eines Fernrohres

$$\left[\mu\lambda p + \frac{\mu' a'^2}{p'} \cdot Q' + \frac{\mu'' a''^2}{p''} \cdot \left(\frac{a'}{\alpha'}\right)^4 \cdot Q'' + \frac{\mu''' a'''^2}{p'''} \cdot \left(\frac{a' a''}{\alpha' \alpha''}\right)^4 \cdot Q''' + \ldots\right]$$

Gröfsen φ, $d\varphi$, $d\Psi$ und R in Nro. XII bis XV werden 38 multiplicirt, um sie in Minuten des Bogens zu er-. 65)

§. 18.

ı müssen hier die Blendungen (Diaphragmen) er-rden, kreisförmige Oeffnungen zwischen den Linsen, die lartige Licht abhalten, welches durch die Zurückstrah-den Glasflächen und von den Wänden der Röhre er-rd. Sie werden an der Stelle der wahren Bilder des s angebracht, und am besten der Gröfse des Bildes ich gemacht, da eine gröfsere Oeffnung jenes parasiti-ıt nicht ganz ausschliefsen, und eine kleinere das Ge-des Fernrohrs vermindern würde. Nach den in (Seite ebenen Ausdrücken für die Gröfsen der Bilder hat man h für die Halbmesser der aufeinander folgenden Blen-

der I. Blend. $\alpha\,\varphi$ in der Entfernung α von der I. Linse

— II. . . $\frac{\alpha\,\alpha'}{a'}\varphi$ . . . . α' . . II. —

— III. . . $\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''}\varphi$ . . . . . α'' . . III. —

— IV. . . $\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''}\varphi$ . . . . α''' . . IV. —

u. f.

$$x^{k-1} = x . H^{k-1} + q . L^{k-1} \text{ und}$$
$$q^{k-1} = x . M^{k-1} + q . N^{k-1}$$

wo die Gröfsen H L M und N durch folgende Ausdrücke ge
ben werden

$$M^{k} = \frac{H^{k-1}}{p^{k-1}} - M^{k-1} \text{ und } H^{k} = M^{k} \triangle^{k-1} - H^{k-1}$$
$$N^{k} = \frac{L^{k-1}}{p^{k-1}} - N^{k-1} \text{ und } L^{k} = N^{k} \triangle^{k-1} - L^{k-1}$$

§. 3.

Um den Gebrauch dieser Ausdrücke durch ein Beyspie
zeigen, so hat man für $k = 1$

$$x = Hx + Lq$$
$$q = Mx + Nq \text{ und}$$
$$M' = \frac{H}{p} - M \text{ so wie } H' = M' \triangle - H$$
$$N' = \frac{L}{p} - N \ldots\ldots L' = N' \triangle - L.$$

Die beyden ersten dieser sechs Gleichungen geben s
$H = N = 1$ und $L = M = 0$ und damit geben die vier letzte

$$\left.\begin{array}{l} x + x' = \Delta\, q' \\ x' + x'' = \Delta'\, q'' \\ x'' + x''' = \Delta''\, q''' \ldots \end{array}\right\}\ \text{und}\ \begin{array}{l} q + q' = \dfrac{x}{p} \\ q' + q'' = \dfrac{x'}{p'} \\ q'' + q''' = \dfrac{x''}{p''} \ldots \end{array}$$

und diese beyden Systeme enthalten unter der oben erwähnten Beschränkung nicht nur die ganze Theorie der dioptrischen, sondern auch die der katoptrischen Fernröhre und selbst die der Mikroscope.

§. 2.

Die Anzahl der letzten Gleichungen ist nämlich gleich $(2n-1)$, wenn n die Anzahl der Linsen bezeichnet. Nimmt man daher, wie es der Natur der Sache gemäſs ist, die Brennweiten $p, p', p'' \ldots$ der Linsen und ihre Entfernungen $\Delta, \Delta', \Delta'' \ldots$ als gegebene Gröſsen an, so sind nur noch die unbekannten Gröſsen $x\ x'\ x'' \ldots$ und $q\ q'\ q'' \ldots$ zu bestimmen übrig. Für n Linsen ist aber auch die Anzahl der Gröſsen x gleich n, und die Anzahl der Gröſsen q gleich $n+1$, so daſs überhaupt die Anzahl aller unbekannten Gröſsen x und q gleich $(2n+1)$ ist, welche sich daher aus den vorhergehenden $(2n-1)$ Gleichungen alle bis auf zwey in dem gewöhnlichen Wege der Elimination bestimmen lassen werden. Nimmt man überdieſs die beyden ersten dieser unbekannten Gröſsen oder die Gröſsen $x = AP$ und $q = \text{tang}\ AEP$ als gegeben an, so hat man eben so viele noch übrige unbekannte Gröſsen $x'\ x''\ x''' \ldots$ und $q'\ q''\ q''' \ldots$ als Gleichungen da sind, daher sich jene durch diese vollständig bestimmen lassen werden, und durch diese Bestimmung wird zugleich der Weg des Strahles durch das ganze Linsensystem in allen seinen Theilen gegeben seyn.

Die Ausführung dieser Elimination gibt nach einigen Versuchen für zwey, drey, vier .... Linsen, wenn man durch Analogie weiter schlieſst, für die Bestimmung der unbekannten Gröſsen $x'\ x''\ x''' \ldots$ und $q'\ q''\ q''' \ldots$ folgende Resultate:

Wenn man für k nach der Ordnung die positiven Zahlen 1, 2, 3, ... setzt, so erhält man

$$x^{k-1} = x.H^{k-1} + q.\ L^{k-1} \text{ und}$$
$$q^{k-1} = x.M^{k-1} + q.\ N^{k-1}$$

wo die Größsen H L M und N durch folgende Ausdrücke gegeben werden

$$M^k = \frac{H^{k-1}}{p^{k-1}} - M^{k-1} \text{ und } H^k = M.^k \Delta^{k-1} - H^{k-1}$$
$$N^k = \frac{L^{k-1}}{p^{k-1}} - N^{k-1} \text{ und } L^k = N.^k \Delta^{k-1} - L^{k-1}$$

§. 3.

Um den Gebrauch dieser Ausdrücke durch ein Beyspiel zu zeigen, so hat man für $k = 1$

$$x = Hx + Lq$$
$$q = Mx + Nq \text{ und}$$
$$M' = \frac{H}{p} - M \text{ so wie } H' = M'\Delta - H$$
$$N' = \frac{L}{p} - N \ \ldots\ldots \ L' = N'\Delta - L.$$

Die beyden ersten dieser sechs Gleichungen geben sofort $H = N = 1$ und $L = M = 0$ und damit geben die vier letzten

$$M' = \frac{1}{p} \text{ und } H' = \frac{\Delta}{p} - 1$$
$$N' = -1 \qquad L' = -\Delta$$

Man erhält daher für $k = 2$

$$x' = H'x + L'q = \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right) x - \Delta q$$

$$q' = M'x + N'q = \frac{x}{p} - q$$

und eben so wird man haben

$$M'' = \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right) \frac{1}{p'} - \frac{1}{p}$$

$$H'' = \left\{\left(\frac{\Delta}{p} - 1\right) \frac{1}{p'} - \frac{1}{p}\right\} \Delta' - \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right)$$

daher folgt

Auf diese Weise erhält man also für [illegible]

[illegible] und M, N, H und L [illegible]

[illegible] Entfernung von dem Mittelpunct [illegible]

[illegible]

Der Halbmesser [illegible]

[illegible] mit dem [illegible]

und endlich die Entfernung des Auges von der letzten Linse, wo es jenes Feld ganz übersieht ist

$$a^n = - L^n H^n$$

§. 4.

Um das Vorhergehende durch ein Beyspiel deutlicher zu machen, wollen wir jenen Ausdruck auf Fernröhre mit zwey Linsen anwenden. Für solche Fernröhre hat man also (S. 201) die drey Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} x + x' &= \Delta q' \\ q + q' &= \frac{x}{p} \\ q' + q'' &= \frac{x'}{p'} \end{aligned}\right\}$$

Sucht man aus ihnen unmittelbar die drey unbekannten Gröfsen x', q' und q'' so erhält man

$$x' = \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right) x - \Delta q$$

$$q' = \frac{x}{p} - q$$

$$q'' = \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right)\frac{x}{p'} - \frac{x}{p} - \left(\frac{\Delta}{p'} - 1\right) q.$$

Die oben erwähnte Bedingung $M''=0$ gibt $\Delta = p + p'$ und sie zeigt daher an, dafs die beyden Linsen um die Summe ihrer Brennweiten von einander entfernt seyn sollen. Die Vergröfserung für diese Gattung von Fernröhren ist nach dem Vorhergehenden, wenn man blofs den von der Oeffnung x der ersten Linse unabhängigen Theil betrachtet,

$$\frac{q''}{q} = -\left(\frac{\Delta}{p'} - 1\right)$$

das heifst, wenn man den vorhergehenden Werth von Δ substituirt.

$$\frac{q''}{q} = \frac{p}{p'}$$

[redacted]

er die Vergröfserung ist gleich dem Quotienten der Brenn-
‹iten, und da dieser Quotient positiv ist, wenn p und p' po-
iv, d. h. wenn beyde Linsen biconvex sind, so ist das Bild des
‹genstandes verkehrt (S. 1—3).

Für den wahren Ort des Auges hinter der zweyten Linse ist

$$\alpha' = \frac{x'}{q'} = \frac{\left(\frac{\Delta}{p} - 1\right)x - \Delta q}{\left(1 - \frac{\Delta}{p'}\right)q}$$

er wieder

$$\alpha' = \frac{\Delta}{\frac{\Delta}{p} - 1} = (p + p')\frac{p'}{p}$$

Die Oeffnung x des zweyten oder des Ocularglases die
‹thwendig ist, um den Strahl ungehindert durchzulassen zu las-
n, ist

$$x' = \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right)x - \Delta q$$

er wenn man wieder den von x abhängigen Theil weglässt,

$$x' = -\Delta q = -(p + p')q$$

‹d daher das halbe Gesichtsfeld

$$q = -\frac{x'}{p + p'}$$

I. Setzt man in dem vorhergehenden Ausdrucke die Gröfse
' negativ, d. h. die Ocularlinse concav, so ist die Vergröfse-
ung des Fernrohres $\frac{q''}{q} = \frac{p}{p'}$ eine negative Zahl, und daher
as Bild aufrecht. Die Entfernung der beyden Linsen ist
$\Delta = p + p'$, oder gleich der Differenz der beyden Brennweiten,
ede derselben als positiv betrachtet. Für den Ort des Auges
ndlich hinter dem Ocular ist $\alpha' = (p + p')\frac{p'}{p}$ und da dieser
usdruck negativ ist, so sollte das Auge eigentlich vor dem
cular oder zwischen den beyden Linsen stehen, daher
eses unmöglich ist, *wenigstens* so nahe als möglich

wickelter werden, und da die bisher vernachlässigte F
Farbenabweichung zu einem brauchbaren Fernrohr b
tigt werden mufs, so wollen wir die Auflösung unse
be, die Anordnung einer gegebenen Anzahl Linsen
Fernrohre anzugeben, noch auf einem anderen Wege v

§. 5.

Es ist bereits oben (S. 170) gesagt worden, dafs d
$\Delta = \alpha + a'$, $\Delta' = \alpha' + a''$, $\Delta'' = \alpha'' + a'''$ u. f. ih
nach immer positive Gröfsen seyn müssen, die für do
mehrfache Linsen wohl gleich Null, aber nie negat
können. Eben so ist bekannt (S. 171), dafs, wenn eine d
α oder a', α' oder a'', α'' oder a''' .... negativ ist
dieser negativen Gröfse gehörende Bild nicht zur W
kömmt, oder imaginär ist, weil die Strahlen, welche
Vereinigung das Bild erzeugen sollen, noch vor diese
gung von der nächstfolgenden Linse aufgefangen werd
ist für sich klar, dafs ein Fernrohr von n Linsen
n — 1 Bilder haben kann, von welchen aber mehrere,
alle imaginär seyn können. Wie viel wahre Bilder ab
einem Fernrohr erzeugt werden mögen, so ist doch i
erste dieser wahren Bilder verkehrt, das zweyte aufr
dritte wieder verkehrt u. f. oder jedes ungerade wahre

chten. Gewöhnlich setzt man diese Untersuchungen nicht bis
ɪr die dritte Klasse fort, weil für die folgenden die grofse An-
l der Linsen das Licht sehr schwächt, die Länge der Fern-
ire zu grofs, und auch die Berechnungen derselben zu verwi-
lt macht, und weil man endlich in der That schon durch jene
ɪy ersten Klassen alle Bedürfnisse der Wissenschaft vollkom-
n befriedigen kann.

I. Die erste Klasse enthält kein wahres Bild, und zeigt da-
· die Gegenstände aufrecht. Die einfachste Gattung derselben
teht aus zwey Linsen, wovon die erste, das Objectiv, con-
, und die zweyte, das Ocular, concav ist, wobey, wie in dem
lgenden, ein doppeltes oder vielfaches Objectiv nur für eine
zige Linse gerechnet wird. Diese Gattung wurde zuerst in
lland durch Zufall erfunden, und bald darauf von Galilei,
von dieser Erfindung eine unbestimmte Nachricht erhalten
te, durch Nachdenken entdeckt, daher es itzt unter dem Na-
n des Galileischen oder holländischen Fernrohres bekannt
Um das Gesichtsfeld desselben zu vergröfsern und andere
rtheile zu erreichen, gibt man ihm zuweilen auch zwey Ocu-
e, von welchem das erste, dem Objectiv nächste, convex
l das zweyte concav ist, ohne dafs durch diese Hinzufügung
es neuen Oculars ein wahres Bild erzeugt wird.

II. Die zweyte Klasse enthält ein wahres Bild, und zeigt da-
r die Gegenstände verkehrt. Die einfachste Gattung enthält
ey Linsen, deren jede convex ist. Da sie einer stärkeren Ver-
ößerung und eines gröfseren Gesichtsfeldes fähig sind, als
der ersten Klasse, so braucht man sie vorzüglich zu astro-
mischen Beobachtungen, daher sie auch astronomische Fern-
hre genannt werden. Mehrere derselben haben auch zwey und
bst drey convexe Oculare.

III. Die dritte Klasse endlich enthält zwey wahre Bilder
l zeigt daher die Gegenstände aufrecht. Da man sie vorzüg-
zur Betrachtung irdischer Gegenstände bequem fand, so
rden sie terrestrische Fernröhre genannt. Sie bestehen nebst
ein- oder vielfachen Objective aus zwey, drey, vier und
st, obwohl selten, fünf Ocularen.

§. 6.

Wir werden in dem *Folgenden* diese Eintheilung, bey welcher mehrere Wiederholungen unvermeidlich sind, nicht b halten, sondern die Fernröhre bloſs nach der Anzahl ihrer sen unterscheiden, wobey aber, wie zuvor, doppelte ode fache Objective nur für eine einzige Linse gezählt werden

Nehmen wir der Kürze wegen die Hülfsgröſsen A A' A und B B' B'' .... so an, daſs man hat

$$A = \frac{\alpha'}{a'} \quad \text{und} \quad B = \frac{\alpha}{a'}$$

$$A' = \frac{\alpha''}{a''} \qquad B' = \frac{\alpha'}{a''}$$

$$A'' = \frac{\alpha'''}{a'''} \qquad B'' = \frac{\alpha''}{a'''}$$

$$A''' = \frac{\alpha^{IV}}{a^{IV}} \text{ u. f.} \qquad B''' = \frac{\alpha'''}{a^{IV}} \text{ u. f.}$$

Dieses vorausgesetzt, lassen sich die Gröſsen $a'\ a''$, $\alpha'\ \alpha''$ ...., $p'\ p''$.... und $\Delta\ \Delta'$... auf eine sehr ei Weise durch diese Hülfsgröſsen ausdrücken. Man hat n (S. 194 und 195)

$$a' = \frac{\alpha}{B} \qquad \alpha' = \frac{A\alpha}{B} = A a'$$

$$a'' = \frac{A a}{B B'} \qquad \alpha'' = \frac{A A' \alpha}{B B'} = A' a''$$

$$a''' = \frac{A A' \alpha}{B B' B''} \qquad \alpha''' = \frac{A A' A'' \alpha}{B B' B''} = A'' a'''$$

$$a^{IV} = \frac{A A' A'' \alpha}{B B' B'' B'''} \text{ u. f.} \qquad \alpha^{IV} = \frac{A A' A'' A''' \alpha}{B B' B'' B'''} = A''' a^{IV}.$$

und eben so

$$p' = \frac{A\alpha}{(1+A) B} \quad \text{und} \quad \Delta = \frac{(1+B)\alpha}{B}$$

$$p'' = \frac{A A' \alpha}{(1+A') B B'} \qquad \Delta' = \frac{(1+B') A \alpha}{B B'}$$

$$p''' = \frac{A A' A'' \alpha}{(1+A'') B B' B''} \qquad \Delta'' = \frac{(1+B'') A A' \alpha}{B B' B''}$$

$$p^{IV} = \frac{A A' A'' A''' \alpha}{(1+A''') B B' B'' B'''} \qquad \Delta''' = \frac{(1+B''') A A' A'' \alpha}{B B' B'' B'''}$$

Diese geben, wenn die Anzahl der Linsen n ist, also das Fernrohr nach unserer Eintheilung (§. 6) zu der n^{ten} Klasse gehört, folgende Ausdrücke:

$$m = B B' B'' B''' \ldots\ldots B^{n-2}$$

für 2 Linsen $\dfrac{A\,\omega'}{A+1} = (B+1)\varphi$

3 Linsen $\dfrac{A'\,\omega''}{A'+1} = (B B' - 1)\varphi + \omega'$

4 Linsen $\dfrac{A''\,\omega'''}{A''+1} = (B B' B'' + 1)\varphi + \omega'' - \omega'$

5 Linsen $\dfrac{A'''\,\omega^{IV}}{A'''+1} = (B B' B'' B''' - 1)\varphi + \omega''' - \omega'' + \omega'$

welche Ausdrücke sich leicht fortsetzen lassen, da das Gesetz ihres Fortgangs deutlich ist. Der letzte derselben ist, wenn n eine gerade Zahl bedeutet,

$$\frac{A^{n-2}\,\omega^{n-1}}{A^{n-2}+1} = (B B' B'' B''' \ldots B^{n-2} + 1)\varphi$$
$$+ \omega^{n-2} - \omega^{n-3} + \omega^{n-4} \ldots + \omega'' - \omega'$$

oder da immer das letzte α, also auch das letzte A (hier A^{n-2}) unendlich ist,

$$\varphi = \frac{\omega^{n-1} - \omega^{n-2} + \omega^{n-3} \ldots\ldots - \omega'' + \omega'}{m+1}$$

und wenn n eine ungerade Zahl ist

$$\frac{A^{n-2}\,\omega^{n-1}}{A^{n-2}+1} = (B B' B'' B''' \ldots B^{n-2} - 1)\varphi$$
$$+ \omega^{n-2} - \omega^{n-3} + \omega^{n-4} \ldots\ldots - \omega'' + \omega'$$

oder auch

$$\varphi = \frac{\omega^{n-1} - \omega^{n-2} + \omega^{n-3} \ldots\ldots + \omega'' - \omega'}{m-1}$$

I. Die Bedingung der Vernichtung der Farbenabweichung in Beziehung auf den Rand der durch das Fernrohr gesehenen Bilder gibt (S. 198)

$$\vdash \frac{\alpha''}{B'} + \frac{\alpha'''}{B'B''} + \frac{\alpha^{IV}}{B'B''B'''} \cdots\cdots + \frac{\alpha^{n-1}}{B'B''B''' \ldots B^{n-2}}$$

ler Halbmesser der Kugelabweichung endlich ist. (S. 199)
an der Kürze wegen annimmt

$$Q' = \lambda' \ (A + \ldots$$
$$Q'' = \lambda'' \ (A' + \ldots$$
$$Q''' = \lambda''' \ (A'' + \ldots$$

i Linsen

$$R = \frac{m x^3}{4 z^3} \left\{ \ldots \right.$$

ey

$$R = \frac{m x^3}{4 z^3} \left\{ \ldots \right.$$

er

$$\left\{ \mu \lambda + \frac{\ldots A + \ldots}{A' B} \ldots \right.$$

inf

$$R = \frac{m x^3}{4 z^3} \left\{ \ldots \right.$$

$$+ \frac{\mu''' (A'' + 1) \ldots}{A^3 A'^3 A''^3 B B B} - \ldots$$

urch daher alle Größen ... werden
en Hülfsgröfsen A und B ausgedrückt werden.

Um die Anwendung dieser ...
schiedenen Gattungen der Fernröhre ...
, so hat man für die Fernröhre ...
ien, n = 2, also gehen für diese die ...

$$m = 2 \ldots$$

$$\frac{A \ldots}{A + 1} = \ldots$$

diese Gattung $\alpha = p$, $a' = p'$ und $\alpha' = \infty$
ist auch $A = \infty$ und daher $B = \frac{p}{p'} = m$. Wir haben also
se Gattung der Fernröhre

$$a' = \frac{\alpha}{m} = p' \text{ und}$$

$$\varphi = \frac{\omega'}{m + 1}$$

Die Bedingung, dafs Δ positiv ist, gibt

$$\frac{1}{B} + 1 > 0$$

wenn $\alpha = p$ positiv ist. Ist daher B negativ, so mu
oder $\alpha > a'$ seyn. Der farbige Rand kann für diese
nicht aufgehoben werden, weil $\omega' = 0$ seyn müfste,
auch das Gesichtsfeld $\varphi = 0$ würde.

I. Für die dritte Gattung der Fernröhre mit dre
hat man

$$m = B B'$$

$$\frac{A \omega'}{A + 1} = (B + 1) \varphi$$

$$\frac{A' \omega''}{A' + 1} = (B B' - 1) \varphi + \omega'$$

und für die Vernichtung des farbigen Randes

$$0 = \omega' + \frac{\omega''}{B'}$$

Hier ist $\alpha = p$, $a'' = p''$ und $\alpha'' = A' = \infty$, also di
Gleichung auch

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m - 1}$$

Setzt man $\omega'' = \theta \omega'$, so gehen die vorhergehende
drücke in folgende über

$$B = -\frac{m}{\theta} \text{ und } B' = -\theta$$

Nimmt man also z. B. die Gröfsen m und θ als gegeben ist auch B und B' gegeben, und man hat

$$\frac{A}{A+1} = \frac{(B+1)(\theta-1)}{m-1} \text{ oder } A = \frac{(m-\theta)(\theta-1)}{m+\theta^2-2m\theta}$$

Substituirt man diese Werthe von A B und B' in den Gleichungen des §. 6, so erhält man für die Construction dieser dritten Gattung von Fernröhren die Ausdrücke:

$$a' = -\frac{\theta\alpha}{m}$$

$$a'' = \frac{A\alpha'}{BB'} = \frac{(m-\theta)(\theta-1)\alpha}{(m+\theta^2-2m\theta)m} = p''$$

$$\alpha' = \frac{A\alpha'}{B} = -\frac{(m-\theta)(\theta-1)\theta\alpha}{(m+\theta^2-2m\theta)m} = -a''\theta$$

$$p' = \frac{(m-\theta)(\theta-1)\alpha}{m(m-1)}$$

$$\Delta = \frac{(m-\theta)\alpha}{m}$$

$$\Delta' = -\frac{(m-\theta)(\theta-1)^2\alpha}{(m+\theta^2-2m\theta)m}$$

der auch

$$a'' = p'' = \frac{(\theta-m)\varphi\alpha}{(\theta\omega'-(\theta-m)\varphi)m}$$

$$\alpha' = -a''\theta \text{ und } p' = -\frac{(\theta-m)\varphi\alpha}{m\omega'}$$

II. Eben so hat man für vier Linsen die Gleichungen (I)

$$m = B B' B''$$

$$\frac{A\omega'}{A+1} = (B+1)\varphi$$

$$\frac{A'\omega''}{A'+1} = (BB'-1)\varphi+\omega'$$

$$\frac{A''\omega'''}{A''+1} = (BB'B''+1)\varphi+\omega''-\omega'$$

$$o = \omega' + \frac{\omega''}{B'} + \frac{\omega'''}{B' B''}$$

wo $\alpha = p$, $a''' = p'''$ und $\alpha''' = A'' = \infty$ ist.

Nimmt man daher z. B. die Gröfsen

B	und	A
B'		A'
B''		φ

als unbekannt an, so hat man für diese vierte Gattung von röhren sechs unbekannte Gröfsen und nur fünf Gleichu wenn man die Kugelabweichung nicht berücksichtigt, dahe dieser sechs Gröfsen willkührlich angenommen werden Ist z. B. die Gröfse B unbestimmt, so ist

$$B' = -\frac{m\omega''}{m\omega' + B\omega'''} \text{ und}$$

$$B'' = -\frac{(m\omega' + B\omega''')}{B\omega''}$$

Ist so B, B' und B'' bekannt, so hat man A und A' a

$$\frac{A}{A+1} = \frac{(B+1)\varphi}{\omega'}$$

$$\frac{A'}{A'+1} = \frac{(BB'-1)\varphi + \omega'}{\omega''} \text{ und } m = BB'B''$$

Die vierte unserer vorigen Gleichungen aber gibt $A'' = \infty$ ist

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m+1}$$

Nach dieser Bestimmung der Werthe von A A' und B erhält man die das Fernrohr constituirenden Werthe a' a'' ...., α' α'' ... p' p'' ... und Δ Δ' Δ'' aus den chungen §. 6, aus deren allgemeiner Form wieder von selb gen wird, wie die Gröfsen B B' B'' beschaffen seyn müssen mit den allgemeinen Bedingungen der Fernröhre genug g werde, damit z. B. die Distanzen Δ Δ' Δ'' der Linsen, s der Abstand k''' (§. 6) positiv, damit (§. 176) $z' > x'$, $z'' >$ und damit die Vergröfserung m sowohl als das Gesichtsfeld

$$p'' \omega'' = \alpha A \varphi - a'' (\varphi - \omega') \text{ und } p'' = \frac{A' a''}{A + 1}$$

den ähnlichen Ausdruck

$$a'' = \frac{\alpha A (A' + 1) \varphi}{A' \omega'' - (A' + 1)(\omega' - \varphi)} \text{ u. s. w.}$$

Durch diese Gleichungen erhält man also die Werthe a', a'', a''' .... durch die gegebenen Gröfsen ausgedr
Substituirt man diese Werthe in den Gleichungen

$$\alpha' = A a' \qquad \text{und} \qquad p' = \frac{A a'}{A + 1}$$

$$\alpha'' = A' a'' \ldots \qquad p'' = \frac{A' a''}{A' + 1} \ldots$$

so erhält man auch die Werthe von α' α'' ... und p', p'
auf dieselbe Art ausgedrückt, und daher endlich auch die
fsen $\Delta = \alpha + a'$, $\Delta' = \alpha' + a''$ u. f. Sammelt man diese
schiedenen Ausdrüuke, so hat man

I. Für die ersten Vereinigungsweiten der Linsen

$$a' = \frac{\alpha (A + 1) \varphi}{A \omega' - (A + 1) \varphi}$$

$$a'' = \frac{\alpha A (A' + 1) \varphi}{A' \omega'' - (A' + 1)(\omega' - \varphi)}$$

$$a''' = \frac{\alpha A A' (A'' + 1) \varphi}{A'' \omega''' - (A'' + 1)(\omega'' - \omega' + \varphi)}$$

$$a^{IV} = \frac{\alpha A A' A'' (A''' + 1) \varphi}{A''' \omega^{IV} - (A''' + 1)(\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi)} \text{ u. f}$$

II. Für die zweyten Vereinigungsweiten derselben

$$\alpha' = \frac{\alpha A (A + 1) \varphi}{A \omega' - (A + 1) \varphi}$$

$$\alpha'' = \frac{\alpha A A' (A' + 1) \varphi}{A' \omega'' - (A' + 1)(\omega' - \varphi)}$$

$$\alpha''' = \frac{\alpha A A' A'' (A'' + 1) \varphi}{A'' \omega''' - (A'' + 1)(\omega'' - \omega' + \varphi)}$$

$$\alpha^{IV} = \frac{\alpha A A' A'' A''' (A''' + 1) \varphi}{A''' \omega^{IV} - (A''' + 1)(\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi)} \text{ u. f.}$$

III. Für die Brennweiten:

$$= \frac{\alpha A \varphi}{A \omega' - (A+1) \varphi}$$

$$' = \frac{\alpha A A' \varphi}{A' \omega'' - (A'+1)(\omega' - \varphi)}$$

$$'' = \frac{\alpha A A' A'' \varphi}{A'' \omega''' - (A''+1)(\omega'' - \omega' + \varphi)}$$

$$^{v} = \frac{\alpha A A' A'' A''' \varphi}{A''' \omega^{IV} - (A'''+1)(\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi)} \text{ u. f.}$$

Da übrigens die letzte der Gröſsen A A' A'' .... immer un-
dlich groſs ist, so hat man

für zwey Linsen

$$= \infty \text{ also } a' = p' = \frac{\alpha \varphi}{\omega' - \varphi} \text{ und } \alpha' = \infty$$

für drey Linsen

$$= \infty \; \ldots \; a'' = p'' = \frac{\alpha A \varphi}{\omega'' - \omega' + \varphi} \; .. \; \alpha'' = \infty$$

für vier Linsen

$$= \infty \; \ldots \; a''' = p''' = \frac{\alpha A A' \varphi}{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi} \; .. \; \alpha''' = \infty$$

für fünf Linsen

$$= \infty \; \ldots \; a^{IV} = p^{IV} = \frac{\alpha A A' A'' \varphi}{\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega' + \varphi} \; .. \; a^{IV} = \infty$$

u. f.

IV. Für die Distanzen der Linsen aber hat man:

$$= \frac{\alpha A \omega'}{A \omega' - (A+1)\varphi} = \alpha + a'$$

$$= \frac{\alpha A \varphi \,[A'(A+1)\, \omega'' - (A'+1)\, \omega']}{[A \omega' - (A+1)\varphi]\,[A' \omega'' - (A'+1)(\omega' - \varphi)]} = \alpha' + a''$$

$$'' = \frac{\alpha A A' \varphi \,[A''(A'+1)\, \omega''' - (A''+1)\, \omega'']}{[A' \omega'' - (A'+1)(\omega' - \varphi)]\,[A'' \omega''' - (A''+1)(\omega'' - \omega' + \varphi)]}$$

$$= \alpha'' + a'''$$

$$\Delta''' = \frac{\alpha A A' A'' \varphi \left[A'''(A''+1)\,\omega^{IV} - (A'''+1)\,\omega''''\right]}{\left[A''\omega''' - (A''+1)(\omega''-\omega'+\varphi)\right]\left[A'''\omega^{IV} - (A'''+1)(\omega'''-\omega''+\ldots\right.}$$

$$= a''' + a^{IV} \text{ u. f.}$$

welche Werthe von $\Delta\ \Delta'\ \Delta''$ .... immer positiv sey len, daher die Gröfsen $A\ A'\ A''$ ... und $\omega'\ \omega''\ \omega'''$ ... Bedingung gemäfs angenommen werden müssen.

V. Die Entfernung k des Auges hinter der letzten Lin eben so

$$\text{für II. Linsen } k' = \frac{a'^2\,\omega'}{\alpha\,\varphi}$$

$$\text{— III — — } k'' = \frac{a''^2\,\omega''}{\alpha\,A\,\varphi}$$

$$\text{— IV — — } k''' = \frac{a'''^2\,\omega'''}{\alpha\,A\,A'\,\varphi}$$

$$\text{— V — — } k^{IV} = \frac{a^{IV\,2}\,\omega^{IV}}{\alpha A\,A'A''\,\varphi}$$

und auch diese Werthe von k', k'' ... sollen positiv seyn das Gesichtsfeld ganz übersehen zu können.

VI. Eine fernere Bedingung jedes Fernrohres ist in den chungen enthalten (S. 176)

$$z' > x',\ z'' > x'',\ z''' > x''' \ldots.$$

d. h. in den Gleichungen

$$\omega' > \frac{(A+1)\,x}{\alpha\,A} \text{ oder } \omega' > \frac{x}{B\,p'}$$

$$\omega'' > \frac{(A'+1)\,x}{\alpha\,A\,A'} \ldots \omega'' > \frac{x}{B\,B'\,A'\,p''}$$

$$\omega''' > \frac{(A''+1)\,x}{\alpha\,A\,A'\,A''} \ldots \omega''' > \frac{x}{B\,B'\,B''\,A''\,p'''}$$

wo $\frac{x}{\alpha}$ gleich $\frac{1}{30}$ oder $\frac{1}{40}$ gesetzt werden kann.

VII. Die Vernichtung des farbigen Randes gibt die B gungsgleichung

[redacted]

$$o = a' . \alpha' d n' + \frac{a''}{A} \alpha'' d n'' + \frac{a'''}{A\, A'} . \alpha''' d n'''$$

$$+ \frac{a^{IV}}{A\, A'\, A''} . \alpha^{IV} d n^{IV} + \ldots$$

oder

$$o = \frac{(A+1)\,\alpha'}{A\,\alpha' - (A+1)\,\varphi} + \frac{(A'+1)\,\alpha''}{A'\,\alpha'' - (A'+1)\,(\alpha' - \varphi)}$$

$$+ \frac{(A''+1)\,\alpha'''}{A''\,\alpha''' - (A''+1)\,(\alpha'' - \alpha' + \varphi)} + \ldots$$

VIII. Auf eine ähnliche Art läſst sich auch der Halbmesser
r Kugelabweichung durch die Gröſsen A A' A'' . . . . ausdrü-
en.

Das erste Glied des in (§. 17. XV.) gegebenen Ausdruckes
r R gibt

$$\frac{\mu\, m\, x^3}{4\, \alpha^4}\, \alpha\, \lambda$$

d das zweyte ist gleich

$$\frac{\mu'\, m\, x^3}{4\, \alpha^3} \left(\frac{a'^4\, \lambda'}{\alpha\, p'^3} + \frac{a'^3\, \nu'}{\alpha\, \alpha'\, p'} \right).$$ Aber

$$A = \frac{\alpha'}{a'} \text{ und } p' = \frac{a'\,\alpha'}{a' + \alpha'} = \frac{\alpha'}{1 + A},$$

o ist auch dieses zweyte Glied gleich

$$\frac{\mu'\, m\, x^3}{4\, \alpha^4} . \frac{\alpha'\,(A+1)}{A^4} . (\lambda'\,(A+1)^2 + A\,\nu')$$

d eben so ist das dritte Glied

$$\frac{\mu''\, m\, x^3}{4\, \alpha^4} . \frac{\alpha''\,(A'+1)}{A^4\, A'^4} . (\lambda''\,(A'+1)^2 + \nu\, A')$$ u. f.

Man erhält daher für den Halbmesser des Abweichungs-
eises

für zwey Linsen, da

$$\frac{a'}{\alpha} = \frac{\varphi}{\alpha' - \varphi} \text{ ist}$$

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,\alpha^3} \cdot \left[\mu\,\lambda + \frac{\mu'\,\lambda'\,\varphi}{\omega' - \varphi}\right]$$

für drey Linsen

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,\alpha^3} \left[\mu\,\lambda + \frac{\mu'\,(A+1)^2\,\varphi\,[\lambda'\,(A+1)^2 + \nu'\,A]}{A^3\,[A\,\omega' - (A+1)\,\varphi]} + \frac{\mu''\,\lambda''\,\varphi}{A^3\,[\omega'' - \omega' + \varphi]}\right]$$

für vier Linsen

$$= \frac{m\,x^3}{4\,\alpha^3} \left\{ \begin{array}{l} \mu\,\lambda + \dfrac{\mu'\,(A+1)^2\,\varphi\,[\lambda'\,(A+1)^2 + \nu'\,A]}{A^3\,[A\,\omega' - (A+1)\,\varphi]} \\ + \dfrac{\mu''\,(A'+1)^2\,\varphi\,[\lambda''\,(A'+1)^2 + \nu''\,A']}{A^3\,A'^3\,[A'\,\omega'' - (A'+1)\,(\omega' - \varphi)]} \\ + \dfrac{\mu'''\,\lambda'''\,\varphi}{A^3\,A'^3\,(\omega''' - \omega'' + \alpha' - \varphi)} \end{array} \right\}$$

u. s. w.

§. 10.

Das Vorhergehende zeigt, wie man aus den gegebenen, oder nach bestimmten Bedingungen angenommenen Elementen a'' .... α', α'' ... oder A, A' ... B, B' .... die das Fernrohr wesentlich bestimmenden Gröfsen p', p'' .... , $\triangle'$ .... u. f. finden könne. Zum Schlusse dieses Gegenstandes wollen wir auch die umgekehrte Aufgabe auflösen, und aus den bekannten, oder durch unmittelbare Messung gegebenen Werthen von p', p'' .... und $\triangle'$, $\triangle''$ .... eines schon vollendeten Fernrohrs die Gröfsen a', a'' .... α', α'' .... und also dadurch den Weg der Strahlen durch das ganze Linsensystem bestimmen.

I. Zu diesem Zweck wollen wir das zusammengesetzteste der gewöhnlichen Fernröhre mit einem Object und vier Ocularen (S. 207) annehmen, und voraussetzen, dafs man durch Messungen die fünf Brennweiten *p*, *p'*, p'', p''' und p^{IV} und die drey Distanzen der Oculare Δ, Δ', Δ'' gefunden habe, so erhält man die Werthe der Vereinigungsweiten und die Distanz Δ des Objectivs an dem ersten Oculare durch folgende Ausdrücke:

$$a''' = \Delta''' - p^{IV} \;\ldots\ldots\; a''' = \frac{\alpha''' p'''}{\alpha''' - p'''}$$

$$a'' = \Delta'' - a''' \;\ldots\ldots\; a'' = \frac{\alpha'' p''}{\alpha'' - p''}$$

$$a' = \Delta' - a'' \;\ldots\ldots\; a' = \frac{\alpha' p'}{\alpha' - p'}$$

$$\Delta = p + a'$$

und diese Vereinigungsweiten gelten offenbar für diejenigen Strahlen, die aus einem leuchtenden Puncte in der Axe kommen, und sie sind identisch mit jenen a', α' a'' .... welche bisher (S. 207 bis 215) unter dieser Bezeichnung gebraucht wurden.

II. Für den Hauptstrahl aber, d. h. für denjenigen Strahl, der von dem äussersten Puncte des Gegenstandes ausser der Axe durch die Mitte des Objectivs geht, ist für das erste Ocular die erste Vereinigungsweite $a' = \Delta$ und die zweyte α', also hat man, da wieder

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}$$

ist, für den Weg des Hauptstrahles folgende Gleichungen:

$$\alpha' = \frac{\Delta p'}{\Delta - p'} \;\ldots\; a'' = \Delta' - \alpha'$$

$$\alpha'' = \frac{a'' - p''}{a'' p''} \;\ldots\; a''' = \Delta'' - \alpha''$$

$$\alpha''' = \frac{a''' p'''}{a''' - p'''} \;\ldots\; a^{IV} = \Delta''' - \alpha'''$$

$$\alpha^{IV} = \frac{a^{IV} p^{IV}}{a^{IV} - p^{IV}}$$

wo der letzte Werth von

$$\alpha^{IV} = \frac{a^{IV} p^{IV}}{a^{IV} - p^{IV}}$$

die Entfernung des Auges von der letzten Linse be-

Nennt man dann z', z'', z''', z^{IV} die Oeffnungshalbmes- Oculare, und φ das halbe Gesichtsfeld, so ist

$$\text{tang } \varphi,\ z'' = \frac{a''}{\alpha'} \cdot z',\ z''' = \frac{a'''}{\alpha''}\, z'',\ z^{IV} = \frac{a^{IV}}{\alpha'''} \cdot z'''$$

Werthe von α', a'' . . . für den Hauptstrahl aus Nro. II. en werden. Diese Ausdrücke geben zugleich die Werthe

$$\omega' = \frac{z'}{p'},\ \omega'' = \frac{z''}{p''} \text{ u. f.}$$

endlich der Winkel, unter welchem der Halbmesser des andes mit freyem Auge gesehen wird, gleich $\frac{z'}{\triangle}$, und da kel, unter welchem derselbe Halbmesser durch das Fern- sehen wird, gleich $\frac{z^{IV}}{\alpha^{IV}}$ ist, so hat man für die Vergrö- szahl des Fernrohres

$$m = \frac{z^{IV}}{\alpha^{IV}} : \frac{z'}{\triangle} = \frac{z^{IV}.\ \triangle}{z'.\ \alpha^{IV}},$$

aus II genommen wird.

dlich ist das halbe Gesichtsfeld $\varphi = 3438\ \frac{x}{\triangle}$, wo x der gshalbmesser des Objectives in Zollen ausgedrückt ist.

Um auf das Vorhergehende ein Beyspiel anzuwenden, de durch Abmessungen eines solchen Fernrohres von hofer erhalten

Zolle, $p' = 1.82$ $p'' = 2.23$ $p''' = 2.55$ $p^{IV} = 1.40$
$\triangle' = 2.72$ $\triangle'' = 4.19$ $\triangle''' = 2.15$

raus erhält man für einen aus der Axe kommenden Strahl I.)

0.750 $\alpha'' = 5.252$ $\alpha' = -1.155$ und $\triangle$ 54.707
$-$ 1.062 $a'' = 3.875$ $a' =$ 0.707

den Hauptstrahl (nach II)

$\alpha' = 1.883 \quad a'' = 0.837 \quad a''' = 5.531 \quad a^{IV}$

$\alpha' = -1.341 \quad \alpha''' = 4.731 \quad \alpha^{IV}$

Ist nun $\varphi = 0° \; 22' \; 30''$, so ist

$z' = \triangle \operatorname{tg} \varphi = 0.358 \quad z'' = 0.159 \quad z''' = -0.657$ u

also auch

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = 0.197 \quad \omega'' = \frac{z''}{p''} = 0.071 \quad \omega''' = \frac{z'}{p'}$$

$$\omega^{IV} = \frac{z^{IV}}{p^{IV}} = 0.256.$$

V. Für ein zweytes Beyspiel hat man durch
Abmessungen eines andern Fernrohres von Fra
halten:

$p = 16$ Zolle, $p' = 1.20 \quad p'' = 1.52 \quad p''' = 1.7$

$\triangle' = 1.65 \quad \triangle'' = 2.80 \quad \triangle''' = 1.9$

dadurch erhält man für die aus der Axe kommen
(nach I)

$\alpha''' = + 0.73 \qquad \alpha'' = + 4.0525 \qquad \alpha' = -$

$\triangle = + 16.4735$

$a''' = - 1.2525 \qquad a'' = + 2.4323 \qquad a' = +$

ie Vergröſserung des Fernrohres ist

$$m = \frac{z^{IV} \triangle}{z'. \alpha^{IV}} = 21.385$$

as halbe Gesichtsfeld

$$\varphi = \frac{3438 \; x}{\triangle} = 46.95 \text{ Min.}$$

x = 0.225 Zolle ist.

I. Zum Beschlusse dieses Gegenstandes wollen wir noch bmessungen einiger Fernröhre von Fraunhofer aus Direct. Prechtl's Dioptrik anführen, da sie uns in der von Nutzen seyn werden. Die Gröſsen p und $\triangle$ sind in n und deren Theilen angegeben.

p	p'	p''	p'''	p^{IV}	$\triangle'$	$\triangle''$	$\triangle'''$	$\frac{p}{p'}$	$\frac{p'}{p'''}$	$\frac{p'}{p^{IV}}$	$\frac{\triangle'}{\triangle''}$	$\frac{\triangle'}{\triangle'''}$
44.428	1.22	1.49	1.70	0.94	1.81	2.79	1.43	0.82	0.71	1.30	0.65	1.26
56.562	1.82	2.23	2.55	1.40	2.72	4.19	2.15	0.82	0.71	1.30	0.65	1.26
31.150	1.45	1.78	2.02	1.11	2.16	3.32	1.71	0.82	0.71	1.30	0.65	1.26
20.217	1.56	1.91	2.18	1.20	2.33	3.58	1.84	0.82	0.71	1.30	0.65	1.26
58.614	1.71	2.09	2.38	1.31	2.55	3.92	2.01	0.82	0.72	1.30	0.65	1.26

DRITTES KAPITEL.

Einfache Linsen.

§. 1.

Wir wollen nun auf die Anwendung der vorhergehenden drücke, auf die verschiedenen Gattungen der Fernröhre zwey, drey, vier .... Linsen übergehen, bey denen wir, zuvor, zusammengesetzte Objective blofs als eine einzelne L ansehen, und unter diesen zuerst die Erscheinungen durch einzige Linse betrachten.

Wenn eine einfache Linse für sehr entfernte Gegenst gebraucht wird, so ist $a = \infty$ und $\alpha = p$. Die Kugelabweich der Linse wird am kleinsten seyn, wenn $\lambda = 1$ ist (S. 55). S man daher (S. 56) $\lambda = 1$, $a = \infty$ und $\alpha = p$, so erhält man die beyden Krümmungshalbmesser der Linse, welche die kl ste Kugelabweichung gibt

$$f = \frac{p}{\sigma} \text{ und } g = \frac{p}{\varsigma}$$

So ist z. B. (S. 59)

für $n = 1.50$	$f = 0.583\ p$	und	$g = 3.499\ p$
1.55	$0.614\ p$		$5.244\ p$
1.60	$0.643\ p$		$9.001\ p$

Da aber (S. 62) die Kugelabweichung

$$\Phi = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\,\alpha}\right)$$

also hier $\Phi = \frac{\mu\,\lambda}{p^3}$ ist, und da die Gröfse μ abnimmt, wenn

, so wird im Allgemeinen die Kugelabweichung einer Linse
leiner seyn, je gröſser n ist, so daſs in dieser Beziehung
gen Glasarten den Vorzug verdienen, für welche das Bre-
verhältniſs n sehr groſs ist.

Das Verhältniſs der beyden gefundenen Halbmesser ist

$$\frac{f}{g} = \frac{\varrho}{\sigma} = \frac{4 + n - 2n^2}{n(2n+1)}$$

daher $n = 1.50$, so ist $\frac{f}{g} = \frac{1}{6}$, d. h., die Linse muſs
ler biconvex oder biconcav, und der Halbmesser der zwey-
em Auge zunächst liegenden Fläche muſs sechs Mal grö-
yn, als der der ersten Fläche. Für

$$n = 1.55 \text{ ist } \frac{f}{g} = \frac{1}{8} \text{ nahe.}$$

ie Längenabweichung für eine Linse ist (S. 63)

$$\Phi = \frac{\mu \lambda x^2}{p},$$

$\mu = 0.9381$ für $n = 1.55$, so ist die kleinste Längenab-
ng, für die $\lambda = 1$ ist,

$$\Phi = \frac{\mu x^2}{p} = 0.9381 \frac{x^2}{p}$$

och muſs bemerkt werden, daſs man, wenn man für λ eine
wählt, die gröſser als die Einheit ist, für jeden Werth
gelabweichung Φ zwey Werthe der Halbmesser f und g
(S. 56).

§. 2.

wöhnlich nimmt man diese Linsen gleichseitig oder
den Seiten gleich gekrümmt an. Um für diesen Fall den
von λ zu bestimmen, hat man (S. 57)

$$\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{\alpha} - \frac{\tau}{\alpha} \sqrt{\lambda - 1} \text{ und}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\alpha} + \frac{\tau}{\alpha} \sqrt{\lambda - 1}.$$

daher $f = g$, so ist auch

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \varsigma}{2\,\tau} = \frac{2\,(n^2 - 1)}{n\sqrt{4\,n - 1}}$$

Für $n = 1.55$ ist $\lambda = 1.63$, oder die Kugelabw (da hier λ so viel gröfser als die Einheit ist) auch vi licher als vorhin (§. 1); nämlich es ist

$$\Phi = \frac{\mu\,\lambda\,x^2}{p} = 1.529\,\frac{x^2}{p}$$

Noch hat man, da überhaupt

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

ist, für eine gleichseitige Linse

$$f = g = 2\,(n-1)\,p$$

I. Ist die Linse planconvex, so dafs die erste, Object gerichtete Fläche eben ist, so ist $f = \infty$, als

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma}{\tau} \text{ und } g = (n-1)\,p.$$

Für $n = 1.55$ ist $\lambda = 4.23$, oder sehr grofs, und die Kugelabweichung $\Phi = 3.971\,\frac{x^2}{—}$ sehr beträchtlic

$$\frac{g}{f} = \frac{\sigma + \tau\sqrt{\lambda - 1}}{\varrho - \tau\sqrt{\lambda - 1}} = -\frac{5}{2}$$

raus folgt:

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{5\varrho + 2\sigma}{3\tau} \text{ oder } \lambda = 3.403.$$

Ist aber die convexe Fläche gegen das Auge gekehrt, so ist $= -5$ und $g = 2$, also

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{5\sigma + 2\rho}{3\tau}$$

$\lambda = 10.842$, also die erste Stellung viel vortheilhafter, als zweyte.

§. 3.

Brillen.

Man braucht diese einfachen Linsen, um Weit- und Kurz-tige beym Sehen zu unterstützen, wo sie unter dem Namen Brillen bekannt sind. Wir wollen diese beyden Augen-ler besonders, und zuerst die für den Weitsichtigen be-mten Brillen näher betrachten.

Weitsichtige Augen vereinigen die Strahlen nach der Bre-ng durch die Augenlinse zu spät, oder erst hinter der tina, weil ihre zu flache Augenlinse die Strahlen zu wenig cht. Sie brauchen daher ein convexes oder ein Sammelglas, it die Strahlen durch dieses Glas stärker gebrochen oder eher einigt werden, da aus der Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$$

gt, daſs die Entfernung α des Bildes kleiner wird, wenn die tfernung a des Objects wächst, so lange diese Gröſsen a α d p positiv sind (S. 43)

Bey einem guten Auge fällt das Bild kleiner Gegenstände, B. die Buchstaben einer kleinen Schrift auf die Retina, wenn Entfernung des Gegenstandes von dem Auge im Mittel acht

Zoll beträgt, in welcher Entfernung also ein solches Auge gut sieht.

Nehmen wir an, dafs der Weitsichtige solche Gegenstände erst in der Entfernung von A Zollen (wo $A > 8$ ist) gut sehe, und suchen wir die Brennweite der Linse, durch welche er einen Gegenstand, der nur a Zolle von dem Auge entfernet ist, (wo $a < A$) noch gut sehen kann.

Die oben angeführte Gleichung gibt im Allgemeinen

$$p = \frac{a\,\alpha}{a + \alpha}$$

Da aber für diese Weitsichtigen die Entfernung des durch die Linse erzeugten Bildes (welches er statt dem Gegenstande selbst betrachtet) gleich A seyn soll, und da dieses Bild für das Auge hinter dem Glase liegt, so ist $\alpha = - A$, und daher

$$p = \frac{A\,a}{A - a}$$

und dieses ist die Brennweite der gesuchten Linse, welche dem Auge den Gegenstand in der für den Weitsichtigen zu kleinen Entfernung a so weit abrückt, als kämen die Strahlen von einem Gegenstande in der gröfseren Entfernung A her.

Ex. Ist $A = 20$ Zolle und $a = 10$, so ist $p = 20$ Zolle, und die Halbmesser der Linse, wenn sie gleichseitig ist, sind $f = g = 2\,(n - 1)\,p$. Ist daher $n = 1.55$, so ist $f = g = 1.1\,p = 22$ Zolle.

Die Gröfse A oder die jedem Weitsichtigen angemessene Sehweite wird er durch die Messung der Entfernung bestimmen, in welcher er kleinere Gegenstände noch deutlich sehen kann.

§. 4.

Um das Vorhergehende auch durch eine Zeichnung zu erläutern, sey M N (Fig. 10) die Linse, A a C ihre Axe, a b der auf diese Axe senkrechte Halbmesser des Gegenstandes und A B der damit parallele Halbmesser des Bildes, also $C\,a = a$ und $C\,A = A$.

Die Strahlen a M, a N werden nach M α, N α' so gebrochen, dafs α M und α' N rückwärts verlängert in A zusammenkommen. Die Strahlen b M und b N aber werden nach M β und N β' so gebrochen, dafs sie, rückwärts verlängert, sich in B schneiden, wodurch also das Bild A B des Gegenstandes a b entsteht.

Nennt man a b = b den Halbmesser des Gegenstandes und A B = B den des Bildes, so hat man wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke C a b und C A B

$$\frac{B}{b} = \frac{A}{a},$$

woraus folgt, dafs das Auge bey C den Gegenstand durch die Linse $\left(\frac{A}{a}\right)$ mal im Durchmesser, also $\left(\frac{A}{a}\right)^2$ mal in seiner Oberfläche vergröfsert sieht.

Verlangt daher der Weitsichtige, dafs ihm der Gegenstand m mal im Durchmesser vergröfsert erscheine, so ist $\frac{A}{a} = m$ oder $a = \frac{A}{m}$, und wenn man diesen Werth von a in der vorhergehenden Gleichung substituirt, so hat man

$$p = \frac{A}{m - 1} \text{ und } f = g = \frac{2(n - 1)}{m - 1} . A$$

durch welche Ausdrücke daher jeder Weitsichtige die Brennweite und die Krümmungshalbmesser der seiner Sehweite A entsprechenden Linse bestimmen wird.

§. 5.

Kurzsichtige Augen aber vereinigen die Strahlen nach der Brechung durch die Augenlinse zu früh, oder noch vor der Retina, weil die zu erhabene Augenlinse jene Strahlen zu stark bricht. Wenn also der Kurzsichtige nahe Gegenstände deutlich sehen will, so ist alles, was in §. 4 gesagt wurde, auch hier anwendbar, nur mit dem Unterschiede, dafs hier A kleiner als acht Zolle seyn wird. Der Kurzsichtige bringt nämlich das Auge

$$p = \frac{A\,a}{A - a}$$

und deren Vergröfserung daher

$$m = \frac{A}{a} \text{ ist.}$$

Soll ihm das Object m Mal gröfser im Durchmess-
nen, so ist

$$p = \frac{A}{m - 1}.$$

Ex. Ist $A = 4^z$, und soll der Kurzsichtige noch
fernung von $a = 2^z$ gut sehen, so ist $p = 4$ und m
Ist $A = 4$ und will er das Object drey Mal gröl
so ist $m = 3$ und daher $p = 2$, und die Entfernung
standes von dem Auge $a = \frac{A}{m} = \frac{4}{3}$ Zolle.

Man sieht schon aus diesem Beyspiele, dafs der K
das Object noch näher an die Linse oder an sein Au
mufs, als er schon mit freyem Auge zu thun gewoh
dafs der Kurzsichtige daher noch mehr erhabene Gläse
als der Weitsichtige, daher für jenen diese stark con
ser zum Lesen oder Schreiben nicht anders als unbe

es Gegenstandes näher an das Auge gerückt werden, aber doch mit dem Gegenstande selbst noch auf derselben Seite stehen muſs, so braucht er ein concaves oder ein Zerstreuungsglas.

Für gleichseitige Linsen ist überhaupt

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{2(n-1)}{f} \text{ oder } \alpha = \frac{a f}{2 a (n-1) - f}.$$

Für ein biconcaves Glas ist der Halbmesser f und die Bildweite α negativ. Setzt man also — f und — α statt f und α, so hat man

$$\alpha = \frac{a f}{2 a (n-1) + f},$$

in welchem Ausdrucke alle Gröſsen a, α und f positive Zahlen bezeichnen.

Sieht also der Kurzsichtige nur in der Entfernung A gut, so muſs die Bildweite $\alpha = A$ seyn, und man hat daher

$$A = \frac{a f}{2 a (n-1) + f},$$

woraus folgt

$$f = \frac{2 a A (n-1)}{a - A},$$

Endlich ist noch für gleichseitige Linsen

$$p = \frac{f}{2(n-1)} = \frac{a A}{a - A}.$$

Ex. Ist für einen Kurzsichtigen $A = 5^z$, und will er auf eine Entfernung von $a = 10^z$ noch gut sehen, so hat man, wenn n = 1.55 ist, $f = 11^z$ und $p = 10^z$. — Wäre aber A = 5 und a = 100, so hätte man f = 5.79 und p = 5.26 Zolle.

I. Um auch dieses durch eine Zeichnung zu erläutern, sey ab (Fig. 11) der Gegenstand und A B das Bild, a C = a und A C = A. Die Spitze B des Bildes fällt hier, wie in Fig. 10, in den Hauptstrahl, der durch die Spitze b des Objectes und durch die Mitte C der Linse ungebrochen durchgeht. Die von b auf die concave Linse auffallenden Strahlen b M, b N werden nach den Richtungen M ϱ und N β' so gebrochen, dafs sie, rüc verlängert, in der Spitze B des Bildes sich vereinigen.

§. 7.

Da der Gegenstand aus der Entfernung a in die kürze fernung A, also $\frac{a}{A}$ mal näher gebracht wird, so ist die V fserung $m = \frac{a}{A}$ oder

$$m = \frac{2a(n-1)+f}{f},$$

oder da

$$p = \frac{f}{2(n-1)} \text{ ist,}$$

so hat man

$$m = \frac{a+p}{p}.$$

Soll daher die Linse m mal nähern, so mufs

$$p = \frac{a}{m-1} \text{ und}$$

$$f = 2(n-1)\,p = \frac{2(n-1)\,A\,m}{m-1} \text{ seyn.}$$

Ex. Ist $A = 5^z$ und $n = 1.55$, wie in dem vorhergel ersten Beyspiele, und soll das Object zwey mal genäher den, so ist $m = 2$, und wenn das Object $a = 10^z$ entfe so hat man $p = 10$ und $f = 11^z$, wie zuvor.

I. Für den gröfsten Theil der Kurzsichtigen ist A oder $\frac{1}{2}$ Fufs. Ist daher a oder A m sehr grofs gegen A, is a gleich 100 Fufs, so mufs auch m eine grofse Zahl sey dann ist $m - 1$ nahe gleich m. Man kann daher für grofs fernungen der Gegenstände annehmen

$$f = 2(n-1)\,A,$$

und da das Auge beym Sehen sich bekanntlich so ändern dafs es eine geringe Aenderung des Halbmessers f nicht be kann man für $a = 10$ bis 100 Fuſs und selbst noch weiter, im gemeinen annehmen

$$f = 2(n-1)A,$$

ne der Deutlichkeit des Sehens merklichen Eintrag zu thun, so mehr, da der Kurzsichtige seine Sehweite A nicht leicht grofser Schärfe bestimmen kann. Es wird daher ein Kurzhtiger mit einer Brille, für die $f = 2(n-1)A$, also auch $= A$ ist, und die ihm eigentlich nur für sehr entfernte Gegende ganz gut dient, auch noch auf Distanzen von fünf oder n Fuſs erträglich gut sehen könne. Für kleinere Distanzen r, z. B. beym Lesen, müſste man die oben gefundenen Ausücke

$$f = \frac{2(n-1)Am}{m-1} = \frac{2(n-1)a}{m-1} \text{ und}$$

$$p = \frac{Am}{m-1}$$

behalten.

§. 8.

Brenngläser.

Convexe Linsen oder Sammelgläser werden bekanntlich auch **Brenngläser** gebraucht, um das Licht der Sonne zu verhten, und dadurch in dem Vereinigungsorte der Strahlen eine höhung der Temperatur hervorzubringen.

Wenn die Sonne nur als ein leuchtender Punct betrachtet rden könnte, so würde der Vereinigungsraum der durch eine nse gebrochenen Sonnenstrahlen auch nur ein einfacher Punct yn. Da uns aber der Durchmesser jenes Gestirns noch unter m sehr merkbaren Winkel von 32 Minuten erscheint, so kann n die, von zwey Endpuncten ihres Durchmessers ausgehenn Strahlen nicht mehr als unter sich parallel ansehen, da sie enfalls unter einem Winkel von 32 Minuten gegen einander neigt sind, und daher auch nach ihrer Brechung, statt in ei-Punct vereinigt zu werden, einen gröſsern Raum, nämlich kleinen Kreis einnehmen, dessen Durchmesser die Chorde von 32 Minuten eines andern Kreises ist, der seinen Mittelpunct in dem Centrum der Linse hat. Heifst daher p die Brennweite der Linse, so ist der Halbmesser jenes kreisförmigen Brennraumes

$$b = p \tan 0^\circ\, 16' \text{ oder nahe } b = \frac{p}{216}.$$

Nennt man aber l die Dichte der Sonnenstrahlen vor, und λ die Dichte derselben nach der Brechung in dem Brennraume, so hat man, da diese Dichten sich verkehrt, wie die dieselbe Lichtmenge enthaltenden Flächen verhalten,

$$l : \lambda = \left(\frac{p}{216}\right)^2 : b^2 \text{ oder}$$

$$\frac{\lambda}{l} = 46656 \frac{b^2}{p^2},$$

wo also b den Oeffnungshalbmesser der Linse und p die Brennweite derselben bezeichnet.

I. Dieselben Ausdrücke kann man auch auf folgende Art erhalten. — Ist L die Dichte der Sonnenstrahlen an der Oberfläche der Sonne, oder die von einem Elemente dieser Fläche ausgehende Lichtmenge, und l die auf ein Element der Linse auffallende Lichtmenge, so hat man, wenn a die Entfernung der Erde von der Sonne in Theilen des Sonnenhalbmessers ausdrückt,

$$\frac{l}{L} = \frac{1}{a^2},$$

oder da a = 216 Sonnenhalbmesser beträgt,

$$L = a^2\, l = 46656\, l.$$

Jedes eben so grofse Element des Sonnenbildes hinter der Linse empfängt aber die Lichtmenge

$$\lambda = \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot L$$

wo b die halbe Breite der Linse und α die Entfernung des Bildes von der Linse bezeichnet, oder da diese Entfernung hier gleich der Brennweite p der Linse ist, so hat man

$$\lambda = \frac{b^2}{p^2} \cdot L = 46656 \frac{b^2 \cdot 1}{p^2}$$

zuvor.

II. Die von der Sonne kommende senkrechte Erleuchtung auf der Erde befindlichen Fläche wird also, wie die letzte hung zeigt, durch ein Sammlungsglas $46656 \cdot \frac{b^2}{p^2}$ mal ver-t. Ist z. B. $b = \frac{1}{2}$ Fuſs und $p = 3$ Fuſs, so ist $\lambda = 1296$, das Sonnenlicht wird durch diese Linse in ihrem Brenn-te 1296 mal verdichtet, vorausgesetzt, daſs die Strahlen auf n Wege durch die Atmosphäre und durch das Glas nichts eren, und daſs auch die von der Kugelabweichung erzeugte treuung der Strahlen hier als eine zu der gegenwärtigen Un-chung nur unbedeutende Gröſse vernachlässigt werden 1.

§. 9.

Je kleiner daher, bey unveränderter Oeffnung der Linse, Brennweite p derselben ist, desto mehr ist sie zu einem nglase geschickt. Da aber allgemein

$$p = \frac{f\,g}{(n-1)\,(f+g)}$$

so muſs man zu diesem Zwecke biconvexe Linsen wählen, it beyde Halbmesser f und g einerley Zeichen erhalten und er p so klein als möglich werde. Solche convexconcave Lin-aber, für welche der negative Halbmesser der kleinere ist, wie noch mehr biconcave Linsen, sind zu Brenngläsern ganz auglich, weil sie Zerstreuungsgläser sind, oder weil die Strah-nach ihrer Brechung divergiren.

Das Brennglas ist aber auch zweytens desto wirksamer, je ſser der Oeffnungshalbmesser b desselben ist. Da es hier nur auf ankömmt, eine groſse Menge Strahlen in den Brennraum Linse so nahe als möglich zusammen zu bringen, so wird n von der von einer gröſseren Oeffnung b herrührenden Ku-abweichung nichts zu besorgen haben, wie bey den Fernröh-, wo diese Abweichung als ein viel gröſseres Hinderniſs des tlichen Sehens erscheint. Doch werden auch hier solche Lin-

$2(n-1)$

Ist aber die halbe Oeffnung 20 Grade, so ist b =
also ist, da sich p sowohl als b wie f verhält, die Gr

$$\lambda = 46656 \frac{b^2}{p^2}$$

von dem Halbmesser f unabhängig, d. h., wenn mehre
seitige Brenngläser dieselbe Oeffnung haben, so is
ziehung auf die Verdichtung der Strahlen gleich viel
Halbmesser groſs oder klein sind. Ein Brennglas von
ſsern Oeffnung b hat also nur den Vorzug, daſs es di
auf welche es wirken soll, in einem gröſseren Umfange
selben Wärmegrade angreift.

Für dieselbe Oeffnung b der gleichseitig
aber hat man

$$\lambda = 186624 \frac{b^2}{f^2}$$

d. h. bey gleichen Oeffnungen verdichten stark gewölbt
(für welche f sehr klein ist) mehr als flache.

II. Sucht man ein Brennglas, welches in einer g
Entfernung p die Sonnenstrahlen m mal verdichtet, s

Ex. Ist $p = 12^2$ und $m = 2500$ und $n = \frac{3}{2}$, so ist $b = 2\frac{7}{9}$ und $f = 12$ Zoll. — Um übrigens die Kugelabweichung die- Linsen so klein als möglich zu machen, wird man die bey- Halbmesser derselben nach S. 227 wählen, also z. B.

$$\frac{f}{g} = \frac{1}{6} \text{ für } n = 1.50.$$

§. 10.

Wir wollen nun hinter das bisher betrachtete Brennglas noch zweyte Linse, eine Collectivlinse, stellen, und die -te λ' der Strahlen in dem Brennraume nach ihrer Brechung -h beyde Linsen suchen.

Nimmt man in einem leicht zu verzeichnenden bey A rechtwink- Dreyecke CAp auf der Cathete Ap von A gegen p die -te B, x und p′, und setzt $AB = \triangle$ gleich der Distanz der -en in A und B stehenden Linsen, $Ap = p$ die Brennweite ersten, $Bp' = p'$ die der zweyten Linse, und endlich $= \alpha'$ die Vereinigungsweite der Strahlen nach der zweyten -chung, so hat man, wenn a' und α' die zwey Vereinigungs- -en der zweyten Linse sind,

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'} \text{ oder } \alpha' = \frac{a'\,p'}{a' - p'}.$$

Es ist aber $a' = -Bp = -(p - \triangle)$ also auch

$$\alpha' = \frac{(p - \triangle)\,p'}{p + p' - \triangle}.$$

Da man aber hat

$$\frac{\text{Dichte der Strahlen in } p}{\text{Dichte} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{in } x} = \left(\frac{Bx}{Bp}\right)^2 \text{ oder}$$

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \left(\frac{\alpha'}{p - \triangle}\right)^2$$

-rhält man, wenn man den gefundenen Werth von α' und vorhergehenden Ausdruck von

$$\lambda = 46656\,\frac{b^2}{p^2}$$

in der letzten Gleichung substituirt

$$\lambda' = 46656 \frac{b^2}{p^2} \cdot \left(\frac{p + p' - \Delta}{p'}\right)^2.$$

Es wird daher die durch das erste Glas bewirkte V
tung durch das zweyte noch $\left(\frac{p + p' - \Delta}{p'}\right)^2$ mal verg

Ex. In dem vorhergehenden Beyspiele war $b = \frac{1}{2}$ F
$p = 3$ und man fand für die Verdichtung durch die erst
$\lambda = 1296$. Sey nun $p' = \frac{1}{10}$ Fuſs, und $\Delta = 2$, so ist

$$\left(\frac{p + p' - \Delta}{p'}\right)^2 = 121,$$

oder die bereits durch die erste Linse bewirkte Verdichtu
1296 wird durch die zweyte noch 121 mal vermehrt, so d
her die durch beyde Linsen erhaltene Verdichtung $\lambda' =$
oder 156816 beträgt.

Eben so ist für ein drittes Glas, dessen Brennweite p
Abstand von der zweyten Δ' ist, die Verdichtung

$$\lambda'' = \lambda' \cdot \left(\frac{p' + p'' - \Delta'}{p''}\right)^2 \text{ oder}$$

$$\lambda'' = 46656 \frac{b^2}{p^2} \cdot \left(\frac{p + p' - \Delta}{p'}\right)^2 \left(\frac{p' + p'' - \Delta'}{p''}\right)$$

u. s. w. für mehrere Gläser. Wird b, p, p′ und Δ wie i
letzten Beyspiele und $p'' = \frac{1}{100}$ und $\Delta' = 1$ Fuſs genor
so beträgt der Werth von λ'' schon über 1242 Millionen.

[redacted]

VIERTES KAPITEL.

Fernröhre mit zwey Linsen.

§. 1.

Wir wollen nun die verschiedenen Gattungen von Fernröhren zeln näher betrachten, und sie, wie bereits oben S. 208 nnert wurde, nach der Anzahl der Linsen eintheilen, aus lchen sie zusammengesetzt sind, wo immer das Objectiv, bst wenn es ein doppeltes oder dreyfaches wäre, nur als eine zige Linse betrachtet wird.

Die erste und einfachste Gattung der Fernröhre besteht o aus zwey Linsen, dem Objectiv und dem Oculare, und für hat man nach S. 193, §. 17 und S. 204 die Gleichungen

$$m = \frac{\alpha}{a'}$$

$$\varphi = \frac{\omega'}{m + 1} \text{ und}$$

$$k = \frac{p'\,\omega'}{m\,\varphi}\,.$$

Der Oeffnungshalbmesser des Oculares wegen dem Gesichts-de ist $z' = p'\omega'$ und wegen der Helligkeit $x' = \frac{x}{m}$, wo x den ffnungshalbmesser des Objectivs bezeichnet. Die Distanz bey-r Linsen ist $\Delta = \alpha + a'$, und die Helligkeit des Rohres $= \frac{x'^2}{w^2}$, wo w nahe $\frac{1}{15}$ Zoll.

In allen diesen Ausdrücken ist (S. 173) $\alpha = p$ und $a' = p'$, also auch $m = \frac{p}{p'}$, wo p und p′ die Brennweite des Ob

und des Oculares ist.

I. Da wir die erste Linse oder das Objectiv immer

annehmen, so ist p eine positive Gröſse. Die Gröſse m w

her positiv oder negativ seyn, nachdem p′ positiv oder

ist. Dieſs führt auf eine Unterabtheilung dieser Fernrö

zwey Klassen.

In der ersten Klasse ist m und p′ = a′ positiv, also

Linsen convex, und daher zwischen den beyden Linsen e

res Bild (S. 171) und zwar ein verkehrt erscheinendes (S

In der zweyten Klasse ist m und p′ = a′ negativ, also da

lar concav, und zwischen den beyden Linsen ist kein w

sondern nur ein imaginäres Bild, welches aufrecht er

Man nennt die erste Klasse astronomische oder K e p

sche, und die zweyte holländische oder G a l i l e i'sche Fer

(S. 207). Wir wollen die letzte zuerst betrachten.

Erste Klasse.

Holländische Fernröhre.

§. 2.

Für diese Klasse von Fernröhren mit zwey Linsen i da $z' = p'\,\omega'$ seiner Natur nach eine positive Gröſse, und egativ ist, so muſs ω' negativ seyn.

Die Entfernung des Auges von dem Oculare ist

$$k = \frac{p'\,\omega'}{m\,\varphi} = (p+p')\,\frac{p'}{p} = (m+1)\,\frac{p'}{m},$$

k eine negative Gröſse. Das Auge sollte daher auf der Vorseite des Oculars oder zwischen beyden Linsen stehen, um s Gesichtsfeld φ ganz übersehen zu können, und da dieſs unlich ist, so muſs es wenigstens so nahe als möglich hinter Ocular gebracht werden (S. 205). Aus dieser Ursache haben Fernröhre dieser Klasse alle den Fehler, daſs ihr Gesichtszu klein ist, ein Fehler, der, wie die Gleichung

$$\varphi = \frac{\omega'}{m+1}$$

, desto mehr auffällt, je gröſser m ist. Da übrigens x' nicht ser als $\frac{1}{10}$ Zoll und ω' nahe gleich $\frac{1}{4}$ seyn soll, so ist, weil

$$p' = \frac{x'}{\omega'}$$

die Gröſse p' gröſser als $\frac{1}{5}$, also muſs für ein gleichseitiges ar der Halbmesser beyder Flächen gröſser als 2.4 Linien.

§. 3.

Für die Farbenzerstreuung in der Axe hat man für diese ung von Fernröhren (S. 198).

$$d\,\varphi = \left(\frac{d\,n}{p'} + \frac{d\,n'}{p}\right) x$$

auch, da $p' = \frac{p}{m}$ und $x = m\,x'$ ist,

$$d\,\varphi = (m\,d\,n + d\,n')\,\frac{m\,x'}{p}.$$

$d\,n = d\,n'$ wächst also $d\,\varphi$, wie das Quadrat der Vergröung m.

$$\quad 4 p^3 \left[\quad \quad m\right]$$

Nimmt man die Gläser der beyden Linsen gleich
$\mu = \mu'$ und $\lambda = \lambda'$ an, so ist

$$R = \frac{m \mu \lambda x^3}{4 p^3} \left(1 + \frac{1}{m}\right).$$

Die vorhergehenden Ausdrücke von $d\varphi$ und R mi
gens noch durch 3438 multiplicirt werden, um sie i
zu erhalten.

Der vorletzte Ausdruck von R zeigt, dafs, we
etwas grofs ist, der zweyte in μ' multiplicirte Theil
abweichung, der von dem Oculare erzeugt wird, v
ist, als der erste in μ multiplicirte Theil, der von d
tive kommt. Setzt man daher statt der ersten Linse (
76.) ein vollkommenes Doppelobjectiv, dessen A
ganz verschwindet, so wird man die noch übrige A
des Fernrohres, die blofs von dem Ocular erzeugt wi
meisten Fällen als unbeträchtlich vernachlässigen kö
selben vorhergehenden Gleichungen zeigen aber auch
Fernröhren mit einfachen Ocularen, selbst wenn da
doppelt ist, die von dem Oculare erzeugte Kugela
und Farbenzerstreuung nie ganz weggebracht wer

nmene Reinheit des Bildes Verzicht leistet. — Uebrigens len alle diese Fernröhre an einem zu kleinen Gesichtsfeld und dem Mangel eines Mikrometers zu astronomischen Beobachgen, der hier, wo kein reelles Bild Statt hat, nicht angeacht werden kann.

§. 4.

Die vorhergehenden Ausdrücke geben uns die Mittel zur nstruction der Fernröhre dieser Klasse. Diese Construction aber verschieden, je nach den verschiedenen Absichten, wel- man damit zu erreichen sucht, d. h. je nachdem man entwe- ein grofses Gesichtsfeld, eine starke Vergröfserung, völlige rbenlosigkeit des Bildes, eine beträchtliche Lichtstärke u. f. seinem Zwecke macht.

Nimmt man zuerst beyde Gläser gleichartig, d. h. beyde nsen aus derselben Glasgattung verfertigt, an, so ist $n = n'$ d $dn = dn'$, also auch (S. 59) $\mu = \mu'$ und $\lambda = \lambda'$, wodurch sere vorhergehenden Gleichungen des §. 3 in folgende überhen.

$$d\varphi = m\,(m+1)\,\frac{x'\,dn}{p} \text{ und}$$

$$R = \frac{\mu\,\lambda\,m'^3\,x'^3\,(m+1)}{4\,p'^3}.$$

Für gleichseitige Linsen ist aber (S. 57) wenn

$= 1.55$ ist $\lambda = \left(\frac{\varrho - \sigma}{2\,r}\right)^2 + 1 = 1.6298$ und $\mu = 0.9381$,

o auch

$$R = 1314\,\frac{m^3\,x'_3}{p^3}\,(m+1) \text{ und}$$

$$d\varphi = 3438\;m\,(m+1)\,\frac{x'\,dn}{p} \text{ Minuten.}$$

Ueberdiefs hat man

$$m = \frac{p}{p'},\; z' = p'\,\omega',\; x' = \frac{x}{m},$$

$$\varphi = 3438 \frac{\omega'}{m+1},\; k = \frac{(m+1)\,p'}{m} \text{ und } \Delta = p + p',$$

wo p', m und ω' negative Größsen sind.

§. 5.

Die letzten Ausdrücke zeigen, dafs für starke Vergröfserungen $d\varphi$ wie m^2, und R sogar wie m^4, wächst, dafs also auch, wenn die Vergröfserung stark seyn soll, die Brennweite p des Objectivs, oder was nahe dasselbe ist, die Länge des Fernrohrs sehr grofs seyn mufs, damit $d\varphi$ und R nicht zu schädlichen Einflufs äufsern. Dieser Nachtheil kann bey beyden Klassen dieser ersten Gattung von Fernröhren nicht vermieden werden, so lange das Objectiv nur eine einfache Linse ist.

Der Erfahrung gemäfs nimmt man gewöhnlich folgende zusammengehörige Werthe der Gröfsen p und p' in Zollen an, für welche der Einflufs von R und $d\varphi$ noch nicht sehr bedeutend ist

p . . .	2 . .	6 . .	9 . . .	18 . . .	30
p' . . .	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	-2	-3
m . . .	4	5	6	9	10 u. f.

I. Um das Gesichtsfeld zu erhalten, welches man mit einem Blicke übersehen kann, mufs man die Gröfse z' gleich dem Halbmesser $\omega = \frac{1}{10}$ Zoll der Pupille nehmen, und so grofs mufs daher auch wenigstens das Ocular seyn. Doch kann man das Ocular auch bedeutend gröfser annehmen, wo man dann dasjenige Gesichtsfeld erhält, welches man allmählig übersieht, wenn man das Auge über die Fläche des Oculars hin bewegt.

II. Sey für einen besondern Fall $p = 6$, $z' = \frac{1}{10}$ und $x' = \frac{1}{50}$, so wie $m = -9$ gegeben, wo unter diesen Zahlen für p', z', x' . . . hier und in der Folge immer Zolle von irgend einer willkührlichen Gröfse verstanden werden sollen, wenn nicht das Gegentheil ausdrücklich erinnert wird.

Aus diesen gegebenen Gröfsen findet man für die Construction des Fernrohrs nach den vorhergehenden Ausdrücken

$$p' = \frac{p}{m} = -\frac{2}{3},$$

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = -\ 0.075 \text{ und}$$

$$\varphi = \frac{3438\ \omega'}{m+1} = 32.23 \text{ Minuten.}$$

Der Oeffnungshalbmesser des Objectivs ist $x = m x' = 0.18$ ıd $\triangle = \frac{16}{3}$.

Setzt man endlich $dn = \frac{1}{55}$, so ist von diesem Fernrohre e Farbenzerstreuung in der Axe

$$d\varphi = 15 \text{ Min.}$$

ıd der Halbmesser der Kugelabweichung

$$R = 0.284 \text{ Min.}$$

Der gefundene Werth von $\varphi = 32.23$ Min. zeigt, daſs man it diesem Fernrohre auf die Entfernung von 10000 Fuſs noch nen Gegenstand übersehen kann, dessen Halbmesser 10000 ng φ oder 93.75 Fuſs beträgt. Auf die Entfernung von 200 Fuſs ürde man damit nur einen Gegenstand von 200 tang $\varphi = 1.87$ uſs im Halbmesser übersehen. Diese Einrichtung würde daher B. zu einem Taschenperspectiv nicht geeignet seyn, da man ırch ein solches auf die Entfernung von 200 und selbst von 100 uſs noch einen Menschen ganz übersehen will. Auch ist der Verth von $R = 0.284$ Min. zu groſs, um die Gegenstände durch ieses Fernrohr mit der nöthigen Deutlichkeit zu sehen, obschon ie Vergröſserung desselben so gering ist.

Nähme man in einem zweyten Beyspiele

$$p = 36,\ z' = \frac{1}{20},\ x' = \frac{1}{50} \text{ und } m = -\ 20,$$

ɔ würde man erhalten

$$p' = -\ 1.8,\ \omega' = \frac{1}{36},\ \varphi = 5 \text{ Min.},\ x = \frac{2}{5},\ \triangle = 34.2$$

$$d\varphi = 13 \text{ Min. und } R = 0.034 \text{ Min.}$$

o ist hier wohl die Vergröſserung stärker und R viel kleiner, s zuvor, aber dafür auch φ über sechs mal geringer, und endh in beyden Beyspielen x, oder die nöthige Lichtstärke viel gering, als daſs diese Einrichtung empfohlen werden könnte.

§. 6.

Gehen wir von der allerdings wichtigen Forderung eines grofsen Gesichtsfeldes aus, und soll z. B. tang $\varphi = 0.02$, also $\varphi = 68.7458$ Min. seyn, so sey noch $p = 12$, $x = \frac{1}{4}$ und $m = -6$ gegeben. Diefs vorausgesetzt, hat man

$$p' = \frac{p}{m} = -2$$

$$\omega' = \frac{(m+1)\,\varphi}{3438} = 0.1$$

$$z' = p'\,\omega' = 0.2\,,\; x' = \frac{1}{8},\; k = -\frac{5}{3} \text{ und } \Delta = 10.$$

Hier ist also x' viel zu grofs und Δ für ein Taschenperspectiv zu lang. Die Farbenzerstreuung ist für dieses Fernrohr $d\,\varphi = 3.12$ M. und $R = 1.60$ M., also R zu grofs. Uebrigens würde man mit diesem Fernrohr auf 10000 Fufs Entfernung noch einen Gegenstand von 200 Fufs im Halbmesser und auf 200 Fufs Entfernung einen von 4 Fufs im Halbmesser übersehen.

I. Sucht man ein Fernrohr, welches auf 200 Fufs Entfernung noch einen Gegenstand von $2\frac{1}{2}$ Fufs im Halbmesser übersieht, und dessen Länge doch nur $\Delta = 6$ Zolle, die Vergröfserung aber $m = -2\frac{1}{2}$ ist, so hat man aus den vorhergehenden Gleichungen

$$200 \text{ tang } \varphi = \frac{5}{2}$$

$$\frac{p}{p'} = -\frac{5}{2}$$

$$p + p' = 6$$

woraus folgt

$$p = 10,\; p' = -4 \text{ und } \varphi = 42.97 \text{ M.}$$

Ferner ist

$$\omega' = \frac{(m+1)\,\varphi}{3438} = -0.0187$$

und $z' = p'\,\omega' = 0.0748$. Setzt man dann $x' = w = \frac{1}{10}$, so ist der Oeffnungshalbmesser des Objectivs

$$x = m'\,x' = \frac{1}{4}.$$

Endlich hat man für $dn = \frac{1}{35}$, $d\varphi = 1.17$ M. und $R = 0.0038$ M., R sehr klein, und diese Einrichtung überhaupt nicht unvorhaft.

II. Macht man eine gröfsere Oeffnung des Objectivs oder Lichtstärke des Fernrohres und eine geringe Farbenzeruung zur vorzüglichsten Bedingung, so sey z. B. $x = 1$ Zoll $d\varphi = 5$ M. Ist ferner $z' = \frac{1}{2}$, und $m = -10$ gegeben, so et man

$$p = \frac{1.25\, m\, (m+1)}{d\varphi} = 22.5$$

$$p' = \frac{p}{m} = -2.25, \quad \omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{2}{9},$$

$$= \frac{3438\, \omega'}{m+1} = 84.9 \text{ M.}, \; x' = \frac{1}{10}, \; k = -2.025, \; \triangle = 20.25.$$

Werden die beyden Linsen gleichseitig und $n = 1.55$ angemen, so hat man für den Krümmungshalbmesser des Objec- $f = g = 2\,(n-1)\; p = 24.75$, und für den des Oculars $= g' = 2\,(n-1)\; p' = -2.475$.

§. 7.

Vortheilhafter aber möchte es seyn, die Aufgabe so zu stel-, dafs die Gröfsen $d\varphi$ und R zugleich sehr klein werden, darnach die übrigen Elemente des Fernrohres zu bemen.

Eliminirt man aus den beyden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} d\varphi &= 3438 \text{ M. } (m+1)\, \frac{x\, dn}{p} \\ R &= 1314\; x'^3\, \frac{m^3\, (m+1)}{p^3} \end{aligned}\right\} \text{I.}$$

die Gröfse x' und setzt $dn = \frac{1}{35}$, so erhält man

$$R = \frac{0.0053798\, (d\varphi)^3}{(m+1)^2},$$

aus folgt, dafs $d\varphi$ und R zugleich abnehmen. — Tob. yer hatte ein nach seiner Versicherung sehr gutes Fernrohr einfachem Objective, für welches $d\varphi = 14.3$ M. betrug, und das demungeachtet nur sehr wenig Farben zeigte. Legt diesen Werth von $d\varphi = 14.3$ in der letzten Gleichung zu de, und setzt z. B. $m = -11$, so erhält man

$$R = 0.157 \text{ M.}$$

und mit diesem Werthe von $d\varphi$ oder R gibt jede der Gle gen (I)

$$\frac{p}{x'} = m \sqrt[3]{\frac{1314\,(m+1)}{R}} \text{ oder}$$

$$\frac{p}{x'} = 481.1 \text{ oder endlich, da } x = m\,x' \text{ ist,}$$

$$p = 43.74\,x \text{ und } p' = \frac{p}{m} = -3.976\,x.$$

Soll das halbe Gesichtsfeld $\varphi = 20$ M. seyn, so ist

$$\omega' = \frac{(m+1)\,\varphi}{3438} = 0.0582,$$

also auch

$$z' = p'\,\omega' = 0.2314\,x$$

und die Länge des Fernrohres

$$\Delta = p + p' = 39.764\,x.$$

Auf diese Art werden für ein gegebenes $d\varphi$ und R di fsen p. p', z' und Δ durch den Oeffnungshalbmesser Objectivs bestimmt, wobey immer bemerkt werden muſs x' nie gröſser als $w = \frac{1}{10}$ Zoll, also auch $\frac{x}{m}$ nie gröſser seyn soll. Ist daher $x = m\,w = \frac{11}{10}$ Zoll, so ist $x' = \frac{x}{m}$:

$p = 24.057$, $p' = -2.187$, $z' = 0.127$ und $\Delta = 21.870$.

§. 8.

Am einfachsten würde man die beyden Gröſsen m (d. h. die Vergröſserung und die Lichtstärke) als gegeben hen, wobey x' so nahe als möglich an $\frac{1}{10}$, aber nicht g gesetzt wird, und woraus dann sofort x durch $x = m\,x'$ ten wird. Mit diesen Werthen von m und x bestimmt man

den Gleichungen (I) die Gröſse p so, daſs d ϕ und R nur
in sind (wie klein, hängt von der Vollkommenheit ab, die
m dem Fernrohre in Beziehung auf die beyden Abweichungen
en will). Man kann der Gröſse dφ den Werth von 10 bis 12
nuten geben, die Gröſse R aber darf nicht leicht gröſser als
Minuten seyn, wenn den Erfahrungen gemäſs, das Bild
h deutlich erscheinen soll.

Kennt man so p und m, so ist auch p′ aus $p' = \frac{p}{m}$ bekannt,
dann erhält man φ aus

$$\varphi = \frac{.3438\ \omega'}{m+1},$$

die Gröſse ω' so genommen wird, daſs φ so groſs als mög-
werde, mit der Rücksicht, daſs ω' nicht gröſser als $\frac{1}{4}$ oder
und daſs z′ oder p′ ω' immer gröſser als x′, oder daſs $\omega' > \frac{x}{p}$
n muſs.

Es ist übrigens für sich klar, daſs man alle diese Bedin-
gen bei einem Fernrohre, welches bloſs aus zwey Linsen
teht, nicht vollkommen erfüllen kann, und daſs daher diese
lständige Leistung der aufgestellten Forderungen erst bey den
rnröhren mit mehreren Linsen erwirkt werden darf.

§. 9.

Nimmt man den Werth von R gleich einer Secunde, oder
$= \frac{1}{60}$ Minute, so geben die zwey Gleichungen der S. 249,
nn $dn = \frac{1}{55}$ ist, $d\varphi = 1.45779\ (m+1)^{\frac{2}{3}}$ Minuten und

$$p = 42.8794\ x \sqrt[3]{m+1}.$$

Die durch diese zwey Gleichungen construirten Fernröhre
ben nämlich alle den Werth von R sehr klein, wodurch eine
esentlichsten Bedingungen eines jeden guten Fernrohres
wird, da im Gegentheile, wie wir oben gesehen haben,
Verth von dφ ohne merklichen Fehler selbst bis auf den

vierten Theil eines Grades steigen kann. — Diesem gemäſs man daher so verfahren.

Mit den gegebenen Gröſsen m, x und φ findet man die the von p, p', x' u. f. durch die Gleichungen

$$p = 42.8794\, x \sqrt[3]{m+1}$$

$$p' = \frac{p}{m} \qquad x' = \frac{x}{m}$$

$$\Delta = p + p' \qquad \omega' = \frac{(m+1)\,\varphi}{3438}$$

$$z' = p'\,\omega'$$

und endlich für die Helligkeit des Fernrohrs

$$H = \frac{400\, x^2}{m^2},$$

wobey aber bemerkt werden muſs, daſs erstens die ($d\,\varphi = 1.45779\,(m+1)^{\frac{2}{3}}$ nicht über 15 Min. gehen darf, zweytens x' nicht gröſser als $w = \frac{1}{12}$; daſs drittens ω' nich ſser als $\frac{1}{4}$, und daſs endlich x' kleiner als z' seyn soll. Je gı ω', desto gröſser wird das Gesichtsfeld, und je gröſser x' desto gröſser wird die Helligkeit.

Ex. Sey $m = -11$, $x = 0.55$ und $\varphi = 20$ Min. geg so ist $d\,\varphi = 6.77$ Min. und

$$\begin{array}{ll} p = 50.809 & p' = -4.619 \\ x' = 0.05 & \Delta = 46.190 \\ \omega' = 0.068 & z' = 0.2679 \end{array}$$

$$\text{und } H = 1,$$

oder die Helle die gröſstmögliche, und doch $d\varphi$ sehr klei R beynahe gleich Null.

§. 10.

Bisher haben wir das Objectiv bloſs als eine einzige betrachtet. Nehmen wir aber dafür eine nach S. 76 u. f struirte Doppellinse, bey welcher die Abweichungen der sowohl, als auch die wegen der Kugelgestalt weggebracht

fällt dadurch auch bey weitem der gröfste Theil der Rück-
-hten weg, welche wir (von S. 254 bis 251) nehmen mufsten,
a dem durch das Fernrohr erzeugten Bilde die nöthige Deut-
hkeit zu geben, und wir haben eigentlich blofs noch die Ab-
-ichungen dieser Art zu betrachten, welche von dem Oculare
-zeugt werden. Diese letztern sind aber nach S. 244 so klein,
sonders wenn die Vergröfserung bedeutend ist, dafs man sie
ne merklichen Nachtheil in den meisten Fällen ganz vernach-
sigen darf, ja in dem gegenwärtigen Falle, wo das Ocular
r einfach ist, selbst vernachlässigen mufs, wenn man nicht,
s nicht räthlich ist, obschon es einige zu thun versucht haben,
y der Construction des Doppelobjectivs selbst auf diese Abwei-
ung des Oculares Rücksicht nehmen wollte.

Denkt man sich also ein einfaches, imaginäres Objectiv, wel-
es die Strahlen ganz eben so bricht, als das in der ersten Ab-
eilung erhaltene Doppelobjectiv, so wird man annehmen kön-
n, dafs beyde Objective, das wahre doppelte, und das ima-
näre einfache, denselben Oeffnungshalbmesser x, dieselbe
-öfse des Bildes und auch dieselben Winkel v' (S. 27) oder γ'
ig. 5) geben, unter welchem die von den äufsersten Puncten
s Gegenstandes kommenden Strahlen nach allen Brechungen
rch das Objectiv die Axe desselben schneiden.

Ist P die Brennweite dieser imaginären Linse, so hat man
B. für das S. 85 gefundene Doppelobjectiv den Oeffnungs-
lbmesser x desselben, der also zugleich der Oeffnungshalb-
esser des einfachen Objectivs ist, durch die Gleichung

$$x = 0.0442 \text{ P.}$$

Ist aber x' der Halbmesser des letzten Strahlencylinders und
die Vergröfserung des Fernrohres, so ist auch (S. 177) $x = m x'$,
der wenn man, wie gewöhnlich, $x' = \frac{1}{50}$ Zoll sетzt,

$$x = \frac{m}{50},$$

so auch, wenn man diese beyden Werthe von x einander gleich
-tzt, für die Brennweite des einfachen imaginären Objectivs
-n Ausdruck $\quad P = 0.452 \text{ m.}$

len Abweichungen des Fernrohres gehoben ist, und da ichen, von dem Oculare erzeugten Abweichungen hier,)cular einfach ist, nicht entfernt werden können, und m entfernt zu werden brauchen, weil der Halbmesser Ocular treffenden Lichtcylinders sehr klein, z. B. nur ist.

ind also von den Gröſsen p, m, z ... eine hinlängliche gegeben, so wird man durch die vorhergehenden Glei- die übrigen Gröſsen finden, und so das verlangte indi- Fernrohr in allen seinen Theilen bestimen.

I. Sey $m = -9$, $z' = \frac{1}{20}$ und $x' = \frac{1}{50}$ gegeben, so hat nn man $q = \frac{1}{2}$ setzt, $p = \frac{2}{5}$, $p' = -\frac{1}{2}$, $\omega' = -2z' = -\frac{1}{10}$, , $\varphi = 42^{m}.97$, $\Delta = 4$ und $H = 0.16$.

II. Sey $m = -20$ und z', x', q wie zuvor, so ist $p' = -\frac{1}{2}$, $\omega' = -\frac{1}{10}$, $x = \frac{2}{3}$, $\varphi = 18$ Min., $\Delta = 9.5$ $= 0.16$.

§. 12.

se Beyspiele zeigen die Vortheile deutlich, welche die re mit doppeltem Objective vor jenen mit einfachen aus- .

tlich sind nämlich bey jenen die beyden Abweichungen er Kugelgestalt und wegen der Farben sehr gering, da em der gröſste Theil derselben durch das Doppelobjec- hoben wird. Zweytens ist die Länge des Fernrohres, elben Vergröſserung, für das Doppelobjectiv immer einer, als für das einfache, da eben die Rücksicht auf en Abweichungen des einfachen Objectivs uns nöthigte, ge des Fernrohres so bedeutend zu vergröſsern, rch jene Abweichungen für stärkere Vergröſserungen z unerträglich zu machen. Bezeichnet man die Gröſse . für das Doppelobjectiv durch (Δ), (m)..., so hat man, n das zweyte Beyspiel des §. 11 mit dem zweyten Bey- s §. 4 vergleicht, wo in beyden $m \doteq (m) = 20$ ist,

für das Doppelobjectiv $(\Delta) = 9.5$

und für das einfache $\Delta = 34.2$,

einfache $r \quad \varphi = 5$

oder was dasselbe ist: Bey gleichem Gesichtsfelde k
das doppelte Objectiv eine viel stärkere Vergröfse
gen, weil eben diese stärkere Vergröfserung es ist,
einfachen Objectiv die zwey Abweichungen R und
und der Brauchbarkeit des Fernrohres so hinde

Es würde übrigens nicht schwer, aber wohl wei
die sämmtlichen Linsen des Fernrohrs z. B. nach
Methode S. 161 so zu bestimmen, dafs die aus der
kommenden Strahlen von den beyden Abweichunge
gestalt und der Farbenzerstreuung befreyt sind. Doc
strenge Behandlung der Oculare, die bey einer grö
derselben auf sehr umständliche Rechnungen füh
glücklicherweise nicht nothwendig. Denn erstens
den Ocularen erzeugten Abweichungen, wie wir o
haben, nur sehr gering, und unserem Auge, das
ganz achromatisch gebaut ist, gröfstentheils unmerk
tens kann man, wenn zwey oder mehr Oculare geb
den, durch die Gestalt und Entfernung derselben v
selbst wieder einen grofsen Theil der von ihnen er
weichungen aufheben, wie wir bald sehen werden. I
lich mufs doch bey jedem Fernröhre die Ocularröhr

Zweyte Klasse.

Astronomische Fernröhre.

§. 13.

Diese zweyte Klasse der Fernröhre mit zwey Linsen hat bst dem convexen Objectiv (welches auch doppelt oder mehrh seyn kann), auch ein convexes Ocular, daher für sie m und positiv, und das einzige wahre Bild des Fernrohrs aufcht ist (S. 171). Die Distanz der beyden Linsen ist $\triangle = \alpha + a'$ er da $\alpha = p$ und $a' = p'$, so ist $\triangle = p + p'$, oder beyde Lin- sind um die Summe ihrer (positiven) Brennweiten von einler entfernt.

Die Vergröfserung ist

$$m = \frac{p}{p'}$$

d der Halbmesser des Gesichtsfeldes

$$\varphi = \frac{\omega'}{m + 1}.$$

gröfser also die Oeffnung $z' = p'\,\omega'$ des Oculars bey derseln Brennweite p', und je geringer die Vergröfserung m, desto öfser ist das Gesichtsfeld. Ist, wie man gewöhnlich annimmt,

$$p'\,\omega' = \frac{p'}{4},$$

er $\omega' = \frac{1}{4}$, so ist

$$\varphi = \frac{859}{m + 1}$$

inuten. — Die Entfernung des Auges von der letzten Linse ist

$$k = \frac{p'\,\omega'}{m\,\varphi}$$

. 196) oder, wenn man die vorhergehenden Werthe von φ d ω' substituirt,

$$k = \frac{m + 1}{m} \cdot p'.$$

Da sonach k eine positive Größe ist, so wird das Au dieser Entfernung von dem Oculare das Gesichtsfeld φ übersehen können (vergl. S. 243).

I. Die Farbenzerstreuung in der Axe ist, wenn ma beyden Gläser gleichartig annimmt,

$$d\varphi = -\left(1 + \frac{a'^2\, p}{a^2\, p'}\right)\frac{\alpha\, x\, d\, n}{a'\, p}$$

$$\text{oder } d\varphi = -(m+1)\frac{x\, d\, n}{p}$$

$$\text{und wenn } d\, n = \frac{1}{55} \text{ und } x = \frac{m}{50} \text{ Zolle ist,}$$

$$d\varphi = -\frac{m\,(m+1)}{2750\, p},$$

wo p in Zollen ausgedrückt wird. Sollen daher in versch nen Fernröhren dieser Klasse die Farbenzerstreuungen g groſs seyn, so muſs sich die Brennweite p des Objectiv $m\,(m+1)$, oder bey starken Vergröſserungen sehr nah m^2 verhalten. Dieſs ist die Ursache, warum man auch (wie S. 246) bey starken Vergröſserungen nur sehr la Fernröhre anwenden kann, wenn nämlich das Objectiv nu fach ist.

§. 14.

Die vorhergehende Gleichung gibt, wenn m eine gege Einheit beträchtliche Zahl ist,

$$d\varphi = -\frac{m^2}{2750\, p} \text{ oder } d\varphi = -\frac{m}{2750\, p'}.$$

Soll also die Farbenzerstreuung bey verschiedenen F röhren gleich groſs seyn, so ist

$$p' = A\, m \text{ oder } p = A\, m^2$$

und endlich auch (da $x = \frac{m}{50}$ ist) $x = B\, m$, wo A und B stante Gröſsen sind. Diese drey Ausdrücke zeigen wie p', p x von der Gröſse m abhängen, und sie dienen daher für j ne Vergröſserung m die Einrichtung eines Fernrohrs ben, wenn A und B bekannt ist. Diese Ausdrücke geben ı ein sehr einfaches Mittel, astronomische Fernröhre ohne echnungen zu construiren, indem man dabey die Abmes- irgend eines bereits als gut erkannten zu Grunde legt.

Um die erwähnten drey Gleichungen vortheilhaft anzu- ı, müssen die Gröſsen A und B so bestimmt werden, e Farbenzerstreuung nicht zu groſs werde.

uyghens schlug zu einem Objective von 360 Zoll Brenn- ein Ocular von 3.3 Zoll Br. vor, und gab dem Objectiv die Oeffnung von $\frac{3}{2}$ Zoll.

ist daher $p = 360$, $p' = 3.3$, und $x = \frac{3}{2}$, also auch

$$\frac{p'}{x} = 2.2,$$

$= 109$, und

$$d\varphi = \frac{1}{120} = 28.6 \text{ Min.}$$

obias Mayer aber nahm aus seinen Versuchen an 0, $p' = 5.77$ und $x = 1.30$, woraus folgt

$$\frac{p'}{x} = 4.44 \text{ und}$$

$$m = 62.39 \text{ und}$$

$$d\varphi = -\frac{m(m+1)}{2750\,p} = 13.7 \text{ Min.}$$

ı in dem letzten Beyspiele die Farbenzerstreuung viel ge- ist, so hat man, wenn man die letzten Dimensionen des hrs zu Grunde legt, mit Hülfe jener drey Gleichungen

$$= \frac{5.77}{62.39}, \text{ oder } A = \frac{360}{(62.39)^2}, \text{ und } B = \frac{1.30}{62.39},$$

$= 0.0925$ und $B = 0.0208$, und daher für jedes Fern- ieser Art

$$\left.\begin{aligned} x &= 0.0208\ m \\ p' &= 0.0925\ m \\ p &= 0.0925\ m^2 \end{aligned}\right\}$$

Ex. Ist m = 30, so hat man für die Dimensionen die Fernrohres p = 83.25 Zolle, p = 2.77 und x = 0.62, also

$$\Delta = p + p' = 86.02,$$

und dann ist das halbe Gesichtsfeld

$$\varphi = \frac{3438\,\omega'}{m+1}.$$

Nimmt man also den Oeffnungshalbmesser des Oculares

$$z' = p'\omega' = \frac{1}{20}, \text{ so ist}$$

$$\omega' = \frac{1}{20\,p'} = \frac{1}{55.4}$$

und daher φ = 2 Minuten.

Da dieses aber viel zu klein ist, so mufs ω' vergröfsert werden. Ist z. B. $\omega' = \frac{1}{4}$, so ist die halbe Oeffnung des Oculares

$$p'\,\omega' = \frac{2.77}{4} = 0.692,$$

und φ = 27.7 Min.

Huyghens schlug aus seinen Erfahrungen folgende
dungen von p, p′ und 2 x vor, alle diese Gröfsen in Zol-
gedrückt.

p	p′	x	m
12	0.61	0.27	20
24	0.85	0.38	28
36	1.05	0.47	34
48	1.20	0.54	40
60	1.35	0.61	44
72	1.47	0.67	49
84	1.60	0.72	53
96	1.71	0.77	56
108	1.80	0.82	60
120	1.90	0.86	63
156	2.17	0.98	72
180	2.32	1.06	77
240	2.70	1.22	89
300	3.01	1.37	100
360	3.30	1.50	109
420	3.56	1.62	118
480	3.81	1.73	126
540	4.04	1.83	133
600	4.26	1.93	141
660	4.47	2.03	148
720	4.66	2.12	154
840	5.04	2.29	166
960	5.39	2.45	178
1080	5.72	2.60	189
1200	6.03	2.74	199

§. 15.

: dieses Verfahren, nach einem einzigen in der Aus- gut erkannten Fernrohr, alle andern zu behandeln, ist ıl etwas zu mechanisch und selbst nicht genügend, wenn he von x und m zu sehr von dem zu Grunde gelegten len sind. Auch muſs man die Ursache der Güte jedes es kennen, und den Erfolg einer dabey vorzunehmen- erung zu beurtheilen wissen, und endlich auch auf die Ku- chung, die bisher ganz vernachlässigt wurde, gehörig t nehmen.

hat aber nach S. 198 für die Farbenzerstreuung

$$d\varphi = (m\,dn + dn')\,\frac{m\,x'}{p}$$

len Halbmesser der Kugelabweichung

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,p^4}\,[\mu\,\lambda\,p + \mu'\,\lambda'\,p'].$$

mt man beyde Gläser gleichartig und gleichseitig, und = 1,55, so wie $dn = dn' = \frac{1}{55}$, so erhält man

$$d\varphi = \frac{3438}{55}\cdot\frac{m\,(m+1)\,x'}{p} \text{ und}$$

$$R = 1314\,\frac{m^3\,(m+1)\,x'^3}{p^3}$$

dieſs noch die bekannten Gleichungen

$$= \frac{p}{p'},\ \varphi = \frac{3438\,\omega'}{m+1},\ x' = p'\,\omega',\ x = x'\,m$$

$$= \frac{(m+1)\,p'}{m} = (p+p')\,\frac{p'}{p} \text{ und } \Delta = p + p'$$

e Ausdrücke von $d\varphi$ und R zeigen, daſs auch hier (wie ür starke Vergröſserungen p sehr groſs, also auch die des Fernrohrs groſs und daher zum Gebrauche unbe- yn muſs, wenn die beyden Abweichungen $d\varphi$ und R nicht schädlich werden sollen, da $d\varphi$ wie das Quadrat, und R sogar wie das Biquadrat von m wächst.

I. Eliminirt man aber aus den beyden ersten dieser Gleichungen die Gröfse p, so erhält man, wenn man R gleich einer Secunde, also $R = \frac{1}{60}$ Min. setzt.

$$d\varphi = 1.45779\,(m+1)^{\frac{2}{3}}\ \text{Min.},$$

und mit diesem Werthe von R oder $d\varphi$ gibt jede jener zwey Gleichungen

$$p = 42.8794\, m\, x' \sqrt[3]{m+1}.$$

Nimmt man daher die Gröfsen m, x' und φ als gegeben an, so erhält man die Gröfsen p, p', x .... aus folgenden Gleichungen

$$p = 42.8794\, m\, x' \sqrt[3]{m+1}$$

$$p' = \frac{p}{m},\ x = m'\, x'$$

$$\Delta = p + p',\ \omega' = \frac{(m+1)\,\varphi}{3438}$$

$$z' = p'\,\omega' \text{ und } H = 400\, x'^2$$

und alle die so construirten Fernröhre haben R gleich einer Secunde, oder für sie kann die Kugelabweichung als verschwindend betrachtet werden. Dabey mufs aber bemerkt werden, dafs die Gröfse $d\varphi$ nicht über 15 Minuten seyn darf, und eher noch beträchtlich kleiner angenommen werden soll. Ferner darf x' nicht gröfser als $w = \frac{1}{20}$ und ω nicht gröfser als $\frac{1}{4}$ seyn, auch mufs immer $z' > x'$ seyn. Je gröfser ω', desto gröfser ist das Gesichtsfeld, und je gröfser x', desto gröfser wird die Helligkeit.

Ex. I. Sey $m = 7$, $x' = 0.03$ Zolle und $\varphi = 20$ Min. gegeben, so ist $d\varphi = 5.82$ Min., also sehr klein, und man hat

$$x = m'\, x' = 0.21$$

$$p = 18.009,\ p' = 2.572$$

$$\Delta = 20.581,\ \omega' = 0.0465$$

$$z' = 0.1196,\ H = 0.36.$$

$p' = q$ wo q nahe $\frac{1}{4}$ ist. Die Distanz der beyden Linsen, die Länge des Fernrohrs ist $\Delta = p + p' = (m+1)\,q$ und halbe Gesichtsfeld $\varphi = \frac{3438\,\omega'}{m+1}$ Minuten, und überdiefs

$$x' = \frac{x}{m},\ z' = p'\,\omega' \text{ und } H = \frac{400\,x^2}{m^2},\ \text{so wie}$$

$$k = \frac{p'\,\omega'}{m\,\varphi} = \frac{(m+1)\,p}{m.}$$

Ex. Ist $m = 30$, $x = 0.6$ und $z' = \frac{1}{20}$, so ist, wenn ist, $p = 15$ Zolle und $p' = \frac{1}{2}$, $\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{10}$, $\Delta =$ $\varphi = 11.09$ Min., $x' = \frac{x}{m} = 0.02$ und $H = 0.16$.

Die Länge des Fernrohrs ist also hier nur 15.5 Zolle, rend sie für dasselbe m, aber für ein einfaches Objectiv in Beyspiele der S. 260 volle 86 Zolle betrug, also nahe sech gröfser war, so wie auch das Gesichtsfeld für dasselbe z' über fünfmal gröfser wurde, als bey dem einfachen Objec Für $m = 100$ ist $p = 50$, während für ein einfaches Obje nach Mayer's Tafel S. 262 $p = 925$ Zoll seyn müfste.

§. 17.

Um alles Vorhergehende im Allgemeinen durch eine Z nung sinnlich darzustellen, sey (Fig. 12) E e der Gegenst A das Objectiv, A' das Ocular, und E A O die gemeinsch che Axe, so wie F der gemeinschaftliche Brennpunct bey Linsen.

Der mittlere, in der Axe liegende Punct E des hier unendlich entfernt angenommenen Gegenstandes wirft eine zahl mit der Axe paralleler Strahlen auf das Objectiv, wel dasselbe gleichsam ganz bedecken, und welche sich, nach Brechung durch das Objectiv alle in dem Puncte F vereinig und da das Bild von E entwerfen. Von F fahren sie auseinan und fallen divergirend auf das Ocular A' B', aus welchem sie so nach ihrer zweyten Brechung unter sich parallel heraustret

F der Brennpunct des Oculars ist. Da der Hauptstrahl E A A′ O
ch die Mitte beyder Gläser ungebrochen durchgeht, so ist
A′ O die Richtung aller von E kommenden Strahlen.

Der äufserste Punct e des senkrecht auf der Axe stehenden
genstandes schickt ebenfalls eine Anzahl unter sich, und (da
gegen E A sehr klein ist) mit der Axe E A paralleler Strah-
auf das Objectiv, die so wie jene, das Objectiv gleichsam
ecken, und nach ihrer Brechung durch diese erste Linse
in irgend einem Puncte f, dem Bilde von e vereinigen.

Da aber der Lichtstrahl e A ungebrochen durch die Mitte
Objectivs geht, so findet man den Punct f, wenn man in
n Brennpuncte F ein Loth F f, auf die Axe errichtet, wo
n der Durchschnitt dieses Lothes mit dem Hauptstrahl e A B′
gesuchten Punct f gibt.

Von diesem Vereinigungspuncte f aller von e kommenden
ahlen fallen dann diese Strahlen wieder divergirend auf das
ular A′ B′, und treten aus demselben nach ihrer zweyten
chung ebenfalls unter sich parallel heraus. Um aber auch hier
gemeinschaftliche Richtung aller dieser Parallelen zu erfah-
ziehe man den Strahl f A′, der als Hauptstrahl des Punctes
gebrochen durch die Mitte des Oculars geht, und dem daher
übrigen von f kommenden Strahlen nach ihrer Brechung
h das Ocular parallel seyn müssen. Zieht man daher durch
äufsersten Punct B′ dieser Strahlen, die Grade B′ O paral-
nit f A′, so ist O der Ort des Auges, in welchem es alle
E e kommenden Strahlen übersehen kann, so wie zugleich
B′ = F A′ f der Winkel ist, unter welchem der Gegenstand
oder eigentlich das Bild F f desselben von dem Auge in O
hen wird. Das freye Auge aber in O, oder was wegen der
sen Entfernung des Objectes gleich bedeutend ist, in A sieht
Gegenstand E e unter dem Winkel E A e = F A f, also ist
Vergröfserung des Fernrohres

$$m = \frac{F A' f}{F A f} = \frac{A F}{A' F} = \frac{p}{p'}$$

zuvor. —

Dieselbe Erklärung läfst sich auch mit einer einfachen Ab-
erung auf das holländische Fernrohr anwenden, wie die Zeich-
(13) zeigt.

FÜNFTES KAPITEL.

Fernröhre mit drey Linsen.

§. 1.

ür diese Gattung von Fernröhren ist überhaupt $a = \alpha'' = \infty$ d daher $\alpha = p$ und $\alpha'' = p''$. Ferner geben die Gleichungen X. und XI. der S. 194

$$p'\omega' = (p + a')\varphi$$

$$\omega'' - \omega' = \left(\frac{\alpha' p}{a' p''} - 1\right)\varphi$$

$$m = \frac{\alpha' p}{a' p''}$$

Die Vernichtung des farbigen Randes gibt, wenn die Linsen ichartig angenommen werden

$$o = \omega' + \omega'' \frac{a''}{\alpha'} \text{ oder } \frac{\omega''}{\omega'} = -\frac{\alpha'}{p''}$$

Nimmt man den Oeffnungshalbmesser z'' der dritten Linse ich dem Halbmesser w der Pupille, so ist $z'' = p''\omega'' = w$, d daher auch die letzte Bedingungsgleichung

$$\omega' = -\frac{w}{\alpha'}$$

Die Gröſse a' und α' ist noch selbst in Beziehung auf ihre chen unbestimmt. Nimmt man also zuerst $a' = \frac{p}{\theta}$ da θ eine kührliche Gröſse bezeichnet, so sind die fünf vorher-nden Gleichungen chen, soll also der vorzüglichste Theil von $d\varphi$, oder soll öſe $\frac{1}{\theta^2 p'}$ ein Minimum, d. h. $\theta^2 p'$ ein Maximum seyn, so n, wenn man das Differenzial von

$$\theta^2 p' = -\frac{(1+\theta)(m+\theta)p}{m-1}$$

iehung auf θ gleich Null setzt,

$$\theta = -\frac{1}{2}(m+1)$$

ch der Werth der Gröſse θ bestimmt wird. Ist m positiv, negativ, und daher auch $a' = \frac{p}{\theta}$ eine negative Gröſse, wischen die beyden ersten Linsen fällt kein wahres Bild.

Substituirt man diesen Werth von θ in den vorhergehen-eichungen, so erhält man

$$a' = -\frac{2p}{m+1}$$

$$p' = \frac{m-1}{(m+1)^2}\cdot p$$

$$\alpha' = \frac{2(m-1)p}{(3m+1)(m+1)}$$

$$p'' = -\frac{(m-1)p}{m(3m+1)} \text{ und } \varphi = \frac{w}{2mp.}$$

sonach auch p'' negativ oder die letzte Linse concav ist, auch kein wahres Bild zwischen die zwey letzten Linsen. rner hat man

$$\omega' = -\frac{w}{\alpha'} = -\frac{z''}{a'} \text{ und } \omega'' = \frac{z''}{p''}$$

Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit für die zweyte $x' = \frac{\alpha' x}{p}$ und für die dritte $x'' = \frac{a' p'' x}{\alpha' p}$.

ch hat man für die Distanzen der Linsen

$$+a' = \frac{(m-1)p}{m+1} \text{ und } \triangle'' = \alpha' + a'' = \frac{(m-1)^2 p}{m(m+1)(3m+1)}$$

Diese Ausdrücke geben also die Gröfsen a' p' α' durc bekannten p m α'' und x.

III. Noch wurde auf die Kugelabweichung keine Rüc genommen. Sind alle drey Linsen gleichartig, so ist für di nichtung der Kugelabweichung (S. 198 XV.)

$$o = \lambda + \frac{a'^4 \lambda'}{p p'^3} + \frac{a'^3 \nu}{\alpha' p p'} + \frac{a'^4 p'' \lambda''}{\alpha'^4 p}$$

Substituirt man in diesem Ausdrucke die oben gefun Werthe von a' p' α' und p'' für grofse Werthe von m, als

$$a' = -\frac{2p}{m},\; p' = \frac{p}{m},\; \alpha' = \frac{2p}{3m} \text{ und } p'' = -\frac{p}{3m}$$

so erhält man

$$o = \lambda + \frac{16\lambda'}{m} - \frac{12\nu}{m} - \frac{27\lambda''}{m}$$

und diese Gleichung zeigt, dafs auch hier die drey letzten der, welche den beyden Ocularen gehören, eine desto kl re Kugelabweichung geben, je gröfser m ist, und dafs d wenn die Abweichung der ersten Linse, als die bei weitem züglichste, durch ein Doppelobjectiv weggebracht wird, di mer sehr geringe Abweichung der Okulare auch wohl gan berücksichtigt bleiben kann.

§. 2.

Nimmt man aber, um diese Rücksicht hier, wo das Obj tiv nur einfach vorausgesetzt wird, zu befriedigen die erste dritte Linse gleichseitig an, so ist für $n = 1.55$ (nach S. $\lambda = \lambda'' = 1.6298$ und $\nu' = 0.2326$.

Die letzte Gleichung enthält also dann blofs die unbekan Gröfse λ', die man daher aus ihr bestimmen wird. Kennt m aber λ', so findet man die Krümmungshalbmesser f', g' d zweyten Linse durch die Gleichungen (S. 56)

$$\frac{p'}{f'} = +(\varrho - \sigma)\frac{p'}{a'} \pm \tau \sqrt{\lambda' - 1}$$

$$\frac{p'}{g'} = \varrho - (\varrho - \sigma)\frac{p'}{\alpha'} \mp \tau' \sqrt{\lambda' - 1}$$

Die Krümmungshalbmesser der beyden andern Linsen aber, gleichseitig sind, findet man aus den Gleichungen (S. 57)

$$f = g = \frac{2p}{\rho + \sigma} \text{ und } f'' = g'' = \frac{2p''}{\rho + \sigma}$$

Ex. Sey gegeben $m = 9$, $p = \frac{63}{4}$ Zoll, $z'' = \frac{1}{8}$ und $x = 1$, findet man

$$a' = -\frac{63}{20}, \alpha' = \frac{63}{70}, p' = \frac{63}{50}$$

$$p'' = -\frac{1}{2}, \varphi = \frac{3438\,(7z'')}{4p} = 47.75 \text{ Min.}$$

$$\omega' = \frac{5}{36}, \omega'' = \frac{1}{4}, x' = \frac{1}{5} \text{ und } x'' = \frac{1}{9}$$

Die Distanzen der Linsen sind

$$\Delta = \frac{63}{5}, \; \Delta' = \frac{2}{5}$$

so die Länge des Rohres $L = \Delta + \Delta' = 13$ und die Oeffngshalbmesser der beyden Oculare

$$z' = p'\omega' = \frac{7}{40} \text{ und } z'' = p''\omega'' = \frac{1}{8}$$

Zur Vernichtung der Kugelabweichung gibt die oben gefunne Gleichung

$$\lambda + \frac{25}{8}\lambda' - \frac{7}{4}\nu - \frac{343}{72}\lambda'' = 0$$

o da $\lambda = \lambda'' = 1.6298$ und $\nu = 0.2326$ ist

$$\lambda' = 2.0934$$

d daher $\tau \sqrt{\lambda' - 1} = 0.9465$ also auch

$$\frac{p'}{f'} = 1.2555 \text{ und } \frac{p'}{g'} = 0.5627 \text{ oder}$$

$$f' = 1.0036 \text{ und } g' = 2.2390$$

Diese Ausd[illegible] erhält man für [illegible]
bekannten p m[illegible]

III. Noch [illegible]
genommen. Sin[illegible]
nichtung der H[illegible]

o [illegible]

Substitui[illegible] $= - 0.55.$
Werthe von [illegible]

[illegible]

a′ = − [illegible] betrachtete Fernrohr
[illegible] Fernrohre entsteht,
so erhält m[illegible] convexe Objectiv und da
[illegible] Linse, das Collectivglas, s
[illegible] Hinzufügung des Coll
und diese [illegible] erste und dritte Linse allei
der, welc[illegible]
re Kugelab[illegible] Brennweite des Objectivs p =
wenn die [illegible]
züglichste [illegible] $p' = -\frac{1}{2}$ und wie zuvor x =
mer sehr [illegible] den vorigen Gleichungen

$$= 3438\, m\, (m+1) \frac{x' d n}{p} = 125 \text{ Minuten} = 2^\circ\, 5'$$

$$\text{und } R = \frac{1314\, m^3\, x'^3\, (m+1)}{p^3} = 10 \text{ Min.},$$

sowohl als R viel zu groſs, um zugelassen zu werden. ebrigens gilt auch von diesen und allen andern Fernröh- as oben erinnert wurde, daſs nämlich jedes Auge seine Sehweite hat, und daher auch seine eigene Stellung der are erfordert. Der Kurzsichtige wird die Distanz der Lin- etwas verkürzen, und für näher liegende Gegenstände wird Auge eine Verlängerung des Fernrohres erfordern. Eine iche, obgleich viel kleinere Verlängerung des Fernrohres nöthig seyn, um rothgefärbte Gegenstände am deutlichsten chen, während für violette eine Verkürzung desselben er- ert wird.

§. 4.

Braucht man bey dem bisher betrachteten holländischen nrohre mit zwey Ocularen ein Doppelobjectiv, und nennt p Brennweite desselben, so bleiben zuerst alle Gleichungen S. 271 II. ungeändert, da sie bloſs aus Betrachtungen, die auf die Oculare beziehen, abgeleitet wurden. Die erste ichung der N. III. aber wird bloſs dahin geändert, daſs man 1 setzt, weil bey dem Doppelobjectiv die Kugelabweichung on die kleinste ist.

Wir haben daher folgende Ausdrücke:

$$a' = -\frac{2p}{m+1} \qquad p' = \frac{m-1}{(m+1)^2}\, p$$

$$\alpha' = \frac{2(m-1)p}{(3m+1)(m+1)} \quad p'' = -\frac{(m-1)p}{m(3m+1)}$$

$$\varphi = \frac{z''}{2\, m\, p''} \qquad \omega' = -\frac{z''}{\alpha'},\ \omega'' = \frac{z''}{p''}$$

$$x' = \frac{a' x}{p},\ x'' = \frac{a' p'' x}{\alpha' p}.$$

$$\triangle = \frac{\alpha\,(m-\theta)}{m},\ \triangle' = \frac{\alpha\,M\,(\theta-1)}{\theta},$$

den Ort des Auges hinter der letzten Linse

$$k = \frac{p''\,\omega''}{m\,\varphi} = -\frac{\alpha\,(m-1)\,M}{m\,(\theta-1)}$$

$z' = p'\,\omega'$, $z'' = p''\,\omega''$ und $x = m\,x''$.
vorhergehenden Gleichungen geben also die übrigen a', p', α' aus den bekannten m und $\alpha = p$.
Ist m eine sehr grofse Zahl, so kann man statt den Glei- in I folgende einfachere brauchen.

$$\varphi = \frac{\omega'\,(\theta-1)}{m},\ a' = -\frac{\alpha\,\theta}{m}$$

$$p' = \frac{\alpha\,(\theta-1)}{m},\ \alpha' = \frac{\alpha'\,\theta\,(\theta-1)}{m\,(2\,\theta-1)}$$

$$p'' = -\frac{\alpha\,(\theta-1)}{m\,(2\,\theta-1)},\ \triangle = \alpha \text{ und } \triangle' = \frac{\alpha\,(\theta-1)^2}{m\,(2\,\theta-1)}.$$

§. 6.

noch die beyden Abweichungen dieses Fernrohres zu en, so hat man, wenn man alle drey Linsen gleichartig, $= d\,n' = d\,n''$ annimmt (S. 198)

$$d\varphi = -\left(\frac{1}{p} + \frac{a'^2}{p^2\,p'} + \frac{a'^2\,p''}{p^2\,\alpha'^2}\right)\frac{p\,\alpha'\,x\,d\,n}{a'\,p''}$$

oder da

$$m = \frac{p\,\alpha'}{a'\,p''} \text{ und } \alpha' = -p''\,\theta,$$

also auch

$$a' = -\frac{p\,\theta}{m} \text{ ist,}$$

$$d\varphi = -\left(\frac{1}{p} + \frac{\theta^2}{p'\,m^2} + \frac{1}{p''\,m^2}\right)m\,x\,d\,n,$$

wieder folgt, dafs die Farbenabweichung der Oculare, gegen die des Objectivs nur gering ist, wenn m eine gröſsere Zahl bezeichnet.

Für die Kugelabweichung aber hat man, da $\mu = \mu' = \mu''$ und $\nu = \nu' = \nu''$ ist (S. 199)

$$R = \frac{\mu\, m\, x^3}{4\, p^4}\left[\lambda p + \frac{a'^2}{p'}\left(\frac{\lambda'\, a'^2}{p'^2} + \frac{\nu'\, a'}{\alpha'}\right) + \frac{a''^4\, a'^4\, \lambda''}{\alpha'^4\, p''^3}\right]$$

oder

$$R = \frac{\mu\, m\, x^3}{4\, p^3}\left\{\lambda + \frac{\lambda'\, p^3\, \theta^4}{p'^3\, m^4} + \frac{\nu'\, p^2\, \theta^3}{p'\, p''\, m^3} + \frac{\lambda''\, p^3}{p''^3\, m^4}\right\}.$$

Ist daher die Vergröſserung stark, wie es bey diesen Fernröhren allerdings gewöhnlich ist, so erhält man, wenn man die Werthe von p' und p'' aus dem Vorhergehenden substituirt

$$R = \frac{\mu\, m\, x^3}{4\, p^3}\left[\lambda + \frac{\lambda'\, \theta^4}{m\,(\theta-1)^3} - \frac{\nu'\, \theta^2\,(2\,\theta-1)}{m\,(\theta-1)^2} + \frac{\lambda''\,(2\,\theta-1)^3}{m\,(\theta-1)^3}\right]$$

Sind die Linsen gleichseitig, so ist für $n = 1.55$ (nach S. 67)

$$\lambda = \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\,\tau}\right)^2 + 1 = 1.6299$$

$$\lambda' = \left(\frac{\sigma' - \varrho'}{2\,\tau'}\right)^2 \left(\frac{a' - \alpha'}{a' + \alpha'}\right)^2 + 1 = \left(\frac{\sigma' - \varrho'}{2\,\tau'}\right)^2 \left(\frac{3\,\theta - 2}{\theta}\right)^2 + 1$$

$$\lambda'' = \left(\frac{\sigma'' - \varrho''}{2\,\tau''}\right)^2 + 1 = 1.6299.$$

§. 7.

Wenn aber das Objectiv doppelt, und dadurch schon der gröſste Theil dieser beyden Abweichungen vernichtet wäre, so würde es für die Ausübung vortheilhafter seyn, die Gleichungen, welche dieses Fernrohr von drey convexen Linsen constituiren, so anzuordnen, daſs dadurch andere wesentliche Vortheile erreicht werden. Wollte man z. B. das Gesichtsfeld so groſs als möglich machen, so müſste man, da

$$\varphi = \frac{\alpha'\,(\theta - 1)}{m - 1} \text{ war, die Gröſse } \theta = \frac{\alpha''}{a'} = -1,$$

[redacted]

auch $\alpha'' = -\omega'$ setzen, wo die Gröfse ω' immer positiv weil der Hauptstrahl die zweyte Linse unter der Axe idet.

Die Gleichung $\alpha'' = -\alpha'$ mit der für die Aufhebung des en Randes

$$o = \alpha' + \frac{a''}{\alpha'} \alpha''$$

nden gibt $a'' = \alpha' = p''$ also da p'' positiv ist, auch a'' und α' r, daher ein wahres Bild zwischen die zwey letzten Linsen llt.

etzt man aber $\theta = -1$, so gehen die vorhergehenden ungen in folgende über

$$- \frac{2(m+1)}{m(3m+1)}$$

$$\frac{2\alpha'}{(m-1)}, \quad \alpha' = \frac{p}{m}, \quad p' = -\frac{2p(m+1)}{m(m-1)}$$

$$: p\,M, \qquad a'' = p'' = p\,M$$

$$: \frac{p(m+1)}{m}, \Delta' = 2\,p\,M$$

$$= \frac{p(m-1)}{2m} \cdot M \text{ und } x' = y'\omega', x'' = -y''\omega' \text{ und } z = n\,y''$$

Noch ist für die beyden Abweichungen

$$d\varphi = -\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'm^2} + \frac{1}{p''m^2}\right) n\,z\,t\,z \ldots$$

$$R = \frac{\varepsilon m x^3}{4p^3}\left\{\lambda - \frac{2}{3m} \ldots\right\}$$

$n = n' = n'' = 1.55$. wenn alle Linsen gleichartig ...

$= \lambda'' = 1.629$ und $\lambda' = \ldots \left(\frac{\ldots}{\ldots}\right)^2 \ldots$

$= 0.9381$, also auch

$$R = \frac{m x^3}{p^3}\left\{\ldots - \frac{\ldots}{m}\right\}$$

für das vorhergehende Beyspiel

$$m = -26,\ p = 70,\ p' = 5,\ p'' = 2$$

daher

$$d\varphi = -(0.014 + 0.0003 + 0.0007)$$

r auch hier der von dem Oculare herrührende Theil 0.001 r klein gegen die von dem Objective herrührende Farbenstreuung.

Für das zweyte Beyspiel in Nr. II. hat man

$$d\varphi = -(0.005 + 0.00003 + 0.00007).$$

die Differenz noch auffallender ist. Man wird daher, wie on öfters erinnert wurde, in den meisten Fällen, wenn die grösserung bedeutend ist, und wenn man die beyden Abchungen des Objectivs bereits durch eine Doppellinse aufoben hat, die viel geringeren Abweichungen der Oculare e einen für die Brauchbarkeit des Fernrohrs wesentlichen htheil übergehen können, besonders, wenn man der Beungsgleichung für den gefärbten Rand (S. 198 XIV.) für alle sen des Fernrohrs genug gethan hat.

§. 9.

Bisher wurde bey diesen Fernröhren mit drey Linsen das ige wahre Bild blofs zwischen den beydzn letzten Linsen ausgesetzt. Nimmt man aber an, dafs das einzige wahre zwischen die beyden ersten Linsen fällt, so ist a' eine itive Gröfse, so wie $\alpha = p$; aber von den beyden Gröfsen nd a'' mufs eine negativ seyn. Da aber $a'' = p''$ die Brennte des letzten Glases positiv seyn mufs, wenn man nicht ch eine letzte concave Linse das Gesichtsfeld gleichsam abtlich vermindern will, so ist α' eine negative Gröfse. Al- dieser Annahme widersprechen die zwey vorhergegebenen ngen

$$a' = \frac{p}{m} \text{ und } \alpha' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)}$$

da p positiv und m negativ ist, so folgt aus diesen

$$\alpha'' = -\alpha' \text{ und } a'' = p'' \text{ ist},$$
$$o = \alpha' - p'',$$

eine Gleichung, die nicht bestehen kann, wenn α' e
Gröfse ist, da p'' positiv seyn soll. Vernachlässigt ma
Rücksicht des farbigen Randes, so fällt jener Wide
und dann läfst sich allerdings die Construction eine
mit drey Linsen angeben, für welche das einzige
zwischen die beyden ersten Linsen fällt. Diese Gatt
pelten Ocularen werden besonders bey denjenige
schen Fernröhren angebracht, welche zu unmittelba
gen bestimmt, und daher mit einem Mikromet
sind. Da es vortheilhaft und selbst nothwendig ist,
meter von der Stellung und von der Auswahl der ve
Oculare, die man gewöhnlich bey Fernröhren zu ve
Zwecken anbringt, unabhängig zu machen, weil sons
Veränderung des Oculars, die zuweilen nach S.
mehreren andern Ursachen unvermeidlich ist, die
des ganzen Instrumentes stören würde, so verdien
tung von Doppelocularen, für welche also das wah
dessen Orte immer das Mikrometer angebracht sey
fser den beyden letzten Linsen fällt, eine besondere

$$= -\frac{p\ (m-1)}{B}, \triangle' = \frac{p\,(m-1)\,(2\,A+1)}{A\,B\,m}, \text{ wo } B = -1-m-2A$$

ist.

Die beyden oben erwähnten Bedingungen sind:

$$\alpha' > (1+A)\ \frac{x}{p} \text{ und } \alpha'' > \frac{A\ x}{p},$$

überdiefs soll

$$k = \frac{p\ (m-1)}{2\ m^2\ A} \text{ und } \triangle \text{ und } \triangle'$$

itiv seyn.

Ist aber α' oder α'' gleich $\frac{1}{4}$, und $\frac{x}{p} = 0.05$, so gibt die e dieser Bedingungen $A < 4$, und die zweyte $A < 5$. Es mufs er $A < 4$ seyn. — Allein die Gränzen, zwischen welche A t, lassen sich noch genauer bestimmen.

I. Da k positiv und $\frac{m-1}{2\,m^2}$ seiner Natur nach negativ ist, so s $\frac{p}{A}$ negativ, also entweder

p neg. und A pos., oder
p pos. und A neg. seyn.

Da wir aber hier und im Folgenden die Brennweite p des ectes immer positiv annehmen, so ist erstens A eine negative fse. — Ferner ist

$$\triangle' = -\frac{p\ (m-1)\ (2\ A+1)}{A\,m\,(1+m+2\,A)}$$

er positiv. Da aber $A\,m$ positiv, $1+m+2\,A$ negativ, und (m — 1) positiv ist, so mufs $(2\,A+1)$ negativ seyn, worfolgt, dafs die negative Gröfse A nicht kleiner als $\frac{1}{2}$ seyn n, und dafs daher A zwischen die beyden Gränzen — $\frac{1}{2}$ und fällt.

II. Da also, wie wir gefunden haben, die Gröfse $A = \frac{a'}{a''}$

da eben auf diesem Unterschiede die beyden Gattun
peloculararen beruhen, deren wir zu Ende des S. 28
ben. Wir wollen daher jeden dieser beyden Fälle b
trachten.

§. 12.

Erste Gattung der Doppelocula

$\theta = -1$, α' positiv und a' negativ.

Das wahre Bild fällt zwischen die Oculare.

Nimmt man die Vergröfserungszahl m bedeute
wie dieses bey astronomischen Fernröhren gewöh
geben die vorhergehenden Gleichungen

$$\Delta' = -\frac{p(2A+1)}{Am} \text{ und } a' = -\frac{2p(A+}{m}$$

Da aber m und A negativ und Δ' positiv, so
Annahme gemäfs, negativ ist, so darf, wie diese
chungen zeigen, die negative Gröfse A nicht kleine
heit seyn.

Wir können daher für A alle Werthe zwischen

$$p' = -\frac{2p}{m-1},\ p'' = -\frac{p}{m}$$

$$a' = \alpha' = 0,\ \triangle = p \text{ und } \triangle' = -\frac{p}{m}.$$

Da hier also $\triangle = p$ und $\triangle' = p''$ ist, so steht die zweyte
ıse genau in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beyden
lern. Das Gesichtsfeld ist

$$\varphi = -\frac{2\alpha'}{m-1} = \frac{6876\,\alpha'}{m-1} \text{ Min.},$$

› doppelt so grofs, als bey einem astronomischen Fernrohre
ı zwey Linsen. Die Vergröfserung aber ist

$$m = \frac{p}{p''}\frac{\alpha'}{a'} = -\frac{p}{p''},$$

er nur so grofs, als bey dem erwähnten Fernrohre.

Man gewinnt daher durch diese Einrichtung, wenn man eine
ıvexe Linse von der Brennweite

$$p' = -\frac{2p}{m-1}$$

dem gemeinschaftlichen Brennpunct der beyden Linsen eines
meinen astronomischen Fernrohres stellt, blofs in dem Ge-
:htsfelde, aber nicht an der Vergröfserung, und diese Ein-
htung hat überdiefs den Nachtheil, dafs die kleinsten Unreinig-
iten der zweyten Linse, Staub, Streifen u. dgl., durch das
rnrohr sehr sichtbar werden, und störend auf die Deutlichkeit
s Sehens einwirken.

II. Zweyte Art: $A = -\frac{(3m+1)}{2(m+1)}$,

ın geben die Gleichungen S. 288

$$p' = -\frac{2p(m+1)}{m(m-1)},\ p'' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)}$$

$$\text{und } \triangle' = -\frac{4p(m+1)}{m(3m+1)} = 2p'',\ a' = +\frac{p}{m}$$

$$\text{und } \alpha' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)},$$

Ausdrücke, welche wir schon S. 281 gefunden haben.

Da für diese Voraussetzung von A die Gröſse $\alpha' = p'$ so fällt das Bild genau in die Mitte zwischen die beyden Linsen, welches die vortheilhafteste Stelle für das Bild is die zu groſse Nähe des Bildes an einer der Linsen jede nigkeit, Staub, Wellen und Streifen derselben zu sichtbar Auch hebt diese Stellung des Bildes zugleich den farbige desselben auf, wie wir §. 17 sehen werden.

III. Besonderer Fall.

$$A = -1.6.$$

Dieser Werth von A gibt

$$p' = -\frac{10\,p}{5\,m-11},\ p'' = -\frac{5\,p}{8\,m},$$

$$a' = \frac{6\,p}{5\,m-11},\ \alpha' = -\frac{3.75\,p}{5\,m-11},$$

$$\triangle = \frac{5\,p\,(m-1)}{5\,m-11},\ \triangle' = -\frac{55\,p\,(m-1)}{8\,m\,(5\,m-11)}.$$

Erstes Exempel. Sey $\theta = -1$, $A = -1.6$ und p $m = -30$, und $z' = 0.93$ gegeben, so hat man

$$p' = 3.727,\ p'' = 1.250,$$

$$\triangle = 57.76,\ \triangle' = 2.647,$$

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4} = -\omega'',\ z'' = p''\,\omega'' = 0.312,$$

$$\varphi = -\frac{6876\,\omega'}{m-1} = 55.4 \text{ Min. und } k = 0.64.$$

Diese Werthe von p', p'', $\triangle'$ . . . stimmen sehr na der Einrichtung überein, welche Dollond, Fraunl u. a. ihren Doppelocularen dieser ersten Gattung gegeb ben, für welche das wahre Bild zwischen die beyden Lin Oculars fällt. Man kann daher die Einrichtung dieser erst tung der Doppeloculare aus den Ausdrücken dieses §. 12. nehmen.

Zweytes Exempel. Sey $\theta = -1$, $A = -1.6$ und um eine schwache Vergrößerung ein großes Gesichtsfeld zu er-[…]ten $p = 25$, $m = -10$ und $z' = 1.15$ gegeben, so hat man

$$p' = 4.098, \quad p'' = 1.562,$$
$$\triangle = 22.541, \quad \triangle' = 3.099,$$
$$\omega' = \frac{z'}{p'} = 0.286 = -\alpha'', \; z'' = p''\,\omega'' = 0.447,$$
$$\varphi = \frac{6876\,\omega'}{m-1} = 178.8 \text{ Min. und } k = 0.86,$$

[…] diese Einrichtung stimmt in Bezug auf die Verhältnisse der […]ßsen p', p'', $\triangle'$, z' und z'' sehr nahe mit den Kometensu-[…]rn **Fraunhofers** überein.

Ueberhaupt hat man für die Verhältnisse dieser Größen

$$\frac{p''}{p'} = -\frac{(m+1+2A)}{2Am} \text{ und } \frac{\triangle'}{p'} = \frac{(m-1)(2A+1)}{2Am},$$

[…]raus man für jeden Werth von p', die Größen p'' und $\triangle'$ […]det.

Da endlich z. B. nach Nr. II., wenn m sehr groß ist, nahe

$$p' = -\frac{2p}{m}, \; p'' = -\frac{2p}{3m} \text{ und } \triangle' = -\frac{4p}{3m}$$

[…], so gilt dasselbe Ocular auch für alle Fernröhre, für welche […] Verhältniß $\frac{p}{m}$ nahe dasselbe ist. So hat man, wenn $p = 54$ […]d $m = -48$ ist, für die Einrichtung des Oculars $p' = 2.25$, […] $= 0.75$, $\triangle' = 1.50$ und dasselbe Ocular gibt daher auch für […]e Fernröhre, für welche $\frac{p}{m} = 1.125$ ist, also für $\begin{matrix} m = -50 \\ p = 56 \end{matrix}$ […]er $\begin{matrix} 60 \\ 67 \end{matrix}$ oder $\begin{matrix} -70 \\ 79 \end{matrix}$ u. f.

§. 13.

Zweyte Gattung der Doppeloculare.

$\theta = -1$, α' negativ und a' positiv.

Das wahre Bild fällt außer die beyden Oculare.

[redacted]

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4} = -\omega'', \quad z'' = p''\,\omega'' = 0.55.$$

$$\varphi = -\frac{6876\,\omega'}{m-1} = 55.45 \text{ Min.}$$

Zweytes Exempel.

$$A = -\frac{10}{11}, \; m = -30, \; p = 15$$

gibt $p' = 0.973 \qquad p'' = 0.55$

$\Delta = 15.09 \qquad \Delta' = 0.359$

II. Zweyte Art. $A = -\frac{10}{13}$

Dieser Werth von A gibt

$$a' = \frac{0.6\,p}{0.7 - 1.3\,m} \qquad p' = \frac{2.6\,p}{0.7 - 1.3\,m}$$

$$p'' = -\frac{1.3\,p}{m} \qquad \Delta = -\frac{1.3\,p\,(m-1)}{0.7 - 1.3\,m} \text{ und}$$

$$\Delta' = \frac{0.91\,(m-1)\,p}{m\,(0.7 - 1.3\,m)}$$

Exempel.

$$A = -\frac{10}{13}, \quad m = -100, \quad p = 60 \text{ und } z' = 0.298$$

gibt $a' = 0.275, \quad p' = 1.193, \quad p'' = 0.780.$

$\Delta = 60.28 \qquad \Delta' = 0.422$

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4} = -\omega', \quad z'' = p''\,\omega'' = 0.195$$

$$\varphi = \frac{6876\,\omega'}{m-1} = 17.02 \text{ Min.}$$

l beyde Arten stimmen sehr nahe mit den Doppelocularen, lche Fraunhofer an seine Mittagsröhre und Meridiankreise ubringen pflegte.

Man kann noch bemerken: je kleiner die positive Grö- a' wird, desto gröſser wird die Distanz Δ' der zwey letzten

viel enger zusammengezogen werden. Denn ist ω' die
e der beyden Gröſsen ω' und ω'', so muſs immer $\omega'' < \omega'$,
höchstens $\omega'' = \omega'$ seyn, d. h. die Gröſse θ darf nie grö-
ls die Einheit werden. Es fällt also die Gröſse θ zwi-
die Gränzen o und -1, und die letzte ist die vortheil-
te, wenn man ein groſses Gesichtsfeld sucht.

Erste Art. $\theta = -1$

ieser Werth von θ gibt

$$\omega' = -\frac{2p(m+1)}{m(m-1)} \qquad a' = \frac{p}{m}$$

$$\omega'' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)} \qquad \alpha' = -\frac{2p(m'+1)}{m(3m+1)} = p''$$

$$\Delta = \frac{p(m+1)}{m} \qquad \Delta' = -\frac{4p(m+1)}{m(3m+1)} = 2p''$$

$$\text{und} \quad \varphi = \frac{6876\,\omega'}{m-1} \text{ Min.}$$

ieselben Ausdrücke haben wir auch schon in §. 7 und
12 II. gefunden.

x. I. $\theta = -1$. $p = 70$, $m = -26$, $z' = 1.43$ gibt

$= 4.986 \qquad \Delta = 67.308$

$= 1.748 \qquad \Delta' = 3.496.$

$\frac{z'}{p'} = 0.287 = -\omega''$, $z'' = p''\omega'' = 0.502$, $\varphi = 73.04$ Min.

$\theta = -1$, $p = 70$, $m = -100$, $z' = 0.3$ gibt

$= 1.372 \qquad \Delta = 69.300$

$= 0.463 \qquad \Delta' = 0.927$

$= 0.219 = -\omega'$, $z'' = 0.101$

$\varphi = 14.91$ Min.

...are stimmen ebenfalls sehr nahe mit denen von
Fraunhofer. Andere Werthe von θ zwischen
... Einrichtungen des Doppeloculars, die
...ld gefordert wird, den vor-

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4} = -\omega'', \quad z'' = p'' \omega'' = 0.55.$$

$$\varphi = -\frac{6876\, \omega'}{m-1} = 55.45 \text{ Min.}$$

Zweytes Exempel.

$$A = -\frac{10}{11}, \quad m = -30, \quad p = 15$$

gibt $p' = 0.973 \qquad p'' = 0.55$
$\Delta = 15.09 \qquad \Delta' = 0.359$

II. Zweyte Art. $A = -\frac{10}{13}$

Dieser Werth von A gibt

$$a' = \frac{0.6\,p}{0.7 - 1.3\,m} \qquad p' = \frac{2.6\,p}{0.7 - 1.3\,m}$$

$$p'' = -\frac{1.3\,p}{m} \qquad \Delta = -\frac{1.3\,p\,(m-1)}{0.7 - 1.3\,m} \text{ und}$$

$$\Delta' = \frac{0.91\,(m-1)\,p}{m\,(0.7 - 1.3\,m}$$

Exempel.

$$A = -\frac{10}{13}, \quad m = -100, \quad p = 60 \text{ und } z' = 0.298$$

gibt $a' = 0.275, \quad p' = 1.193, \quad p'' = 0.780.$
$\Delta = 60.28 \qquad \Delta' = 0.422$

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4} = -\omega', \quad z'' = p'' \omega'' = 0.195$$

$$\varphi = \frac{6876\, \omega'}{m-1} = 17.02 \text{ Min.}$$

l beyde Arten stimmen sehr nahe mit den Doppelocularen, lche Fraunhofer an seine Mittagsröhre und Meridiankreise zubringen pflegte.

Man kann noch bemerken: je kleiner die positive Grö- a' wird, desto gröfser wird die Distanz Δ' der zwey letzten

Linsen, und desto näher kömmt diese Distanz Δ' dem W
von $\frac{1}{2}p'$ oder von $-\frac{p}{m}$ für starke Vergrößerungen.

III. Dritte Art $A = -\frac{1}{2}$

Dieser Werth von A, der zugleich einen der beyden G
werthe dieser Größe ist, gibt

$$p' = -\frac{2p}{m} \qquad p'' = -\frac{2p}{m}$$

$$a' = -\frac{p}{m} \qquad \alpha' = \frac{2p}{m}$$

$$\Delta = \frac{p(m-1)}{m} \text{ und } \Delta' = 0.$$

Für diese Art stehen also die beyden letzten Linsen un
telbar an einander und haben auch dieselbe Brennw
und die Fernröhre dieser Art unterscheiden sich von den g
nen astronomischen Fernröhren nur durch ihr doppelt so gr
Gesichtsfeld, während Länge und Vergrößerung derselben
geändert bleiben.

IV. Vierte Art. Nimmt man überhaupt die Größe m b
tend groß gegen die Einheit, so daß man $m+1$ oder m
gleich m setzen kann, so gehen die Gleichungen der S. 28
folgende über

$$p' = -\frac{2p}{m}, \quad p'' = \frac{p}{Am}, \quad \Delta' = -\frac{p(1+2A)}{Am}$$

$$a' = -\frac{2p(1+A)}{m}, \quad \alpha' = -\frac{2p(1+A)}{Am}$$

Setzt man in diesen Ausdrücken für ein besonderes B
spiel $A = -\frac{9}{10}$, so erhält man

$$p' = -\frac{2p}{m}, \; p'' = -\frac{10p}{9m}, \; \Delta' = -\frac{8p}{9m}, \; a' = -\frac{10}{5m}, \; \alpha' = $$

§. 14.

Dritte Gattung $\omega' = 0$

Bisher wurde immer $\theta = -1$ oder $\omega'' = -\omega'$ vorausge- t, wodurch das Gesichtsfeld so grofs als möglich wird. Es aber, wenn man sich mit einem etwas kleineren Gesichts- begnügt, noch andere Voraussetzungen für θ, deren jede besonderen Eigenschaften hat.

Ist z. B. $\theta = \infty$ oder $\omega' = 0$, so geben die Gleichungen der §7

$$\varphi = \frac{\omega''}{m-1} \qquad p'' = \frac{p}{A\,m}$$

$$p' = -\frac{p}{A+1} \qquad \alpha'' = -\frac{p}{A}$$

$$a' = -p$$

$$m = \frac{p}{A\,p''} \qquad \Delta = 0 \text{ und } \Delta' = -\frac{(m-1)\,p}{A\,m}.$$

Alle Fernröhre dieser dritten Gattung geben also $\Delta = 0$ ein doppeltes Objectiv. Ihr Gesichtsfeld ist nur so s, wie das der gemeinen astronomischen Fernröhre. Nimmt wie bisher p und p'' positiv an, so zeigt die letzte Glei- ng für Δ', dafs A eine negative Zahl seyn mufs, und da auch $= \frac{(A\,p''-p)}{A}$ ist, wo Δ' zugleich die Länge des Fern- rs bezeichnet, so wird, wenn A ein negativer eigentlicher ch ist, die Länge des Fernrohrs oft beträchtlich gröfser, als den gemeinen astronomischen werden, daher diese Gat- weiter keine wesentlichen Vorzüge vor den andern enthält.

I. Eben so gibt die Voraussetzung $\omega'' = 0$ oder $\theta = 0$ fol- de Gleichungen zur Construction des Fernrohres

$$p' = -\frac{p}{A+m} \qquad p'' = \frac{p}{A\,m}$$

$$a' = -\frac{p\,(A+1)}{A+m} \qquad \alpha' = -\frac{p\,(A+1)}{A\,(A+m)}$$

$$\Delta = \frac{p\,(m-1)}{A+m} \qquad \Delta' = -\frac{p\,(m-1)}{m\,(A+m)}$$

und die Länge des Fernrohrs

$$L = \Delta + \Delta' = \frac{(A p'' - p)^2}{A^2 p'' + p}$$

Ex. $A = -1$ gibt $L = p + p''$, wie bey dem gem[...] astronomischen Fernrohre, und $a' = \alpha' = 0$,

$\Delta = p$, und $\Delta' = -\frac{p}{m} = p''$, also steht auch hier die zw[...] Linse in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beyde[...] dern, wie S. 291

§. 15.

Vierte Gattung $\theta = m$.

Die Voraussetzung $\theta = m$ gibt $\varphi = \omega'$, und $\alpha'' = m\varphi$ hat man (S. 287)

$$p' = -\frac{p}{A}. \qquad p'' = \frac{p}{A m}$$

$$a' = -\frac{p(A+1)}{A} \qquad \alpha' = -\frac{p(A+1)}{A^2}$$

$$\Delta = -\frac{p}{A}, \qquad \Delta' = [A(1-m) - m]\cdot$$

wo wieder A negativ ist, wenn p und p'' positive Zahl[...] zeichnen.

Ex. $A = -1$ gibt

$$p' = \Delta = p, \; p'' = \Delta'' = -\frac{p}{m} \text{ und } a' = \alpha' = 0$$

oder die zweyte Linse wieder in dem gemeinschaftlichen [...] puncte der beyden andern.

Indem wir die übrigen Fälle der eigenen Entwicklun[...] Leser überlassen, wollen wir dieselben Betrachtungen zu[...] mit Rücksicht auf die Vernichtung des farb[...] Randes noch einmal vernehmen.

§. 16.

)oppelocular ohne Farbenzerstreuung.

'ir hatten oben S. 287 die Gleichungen

$$- \frac{p(\theta-1)}{\theta+(\theta-1)A-m} \qquad a' = -\frac{p(\theta-1)(A+1)}{\theta-m+(\theta-1)A}$$

$$- \frac{p(\theta-1)(1+A)}{\theta[\theta-m+(\theta-1)A]} \qquad p'' = \frac{p}{mA}$$

ıch

$$\frac{p''}{\alpha'} = -\frac{(\theta-m+(\theta-1)A)}{m(\theta-1)(A+1)}$$

$$\text{wo } A = \frac{a'}{\alpha'} \text{ und } \theta = \frac{\omega''}{\omega} \text{ ist.}$$

ne Gleichungen wurden, wie wir a. a. O. gesehen haben, us den Grundgleichungen (§. 17. S. 193)

$$\frac{\omega'(\theta-1)}{m-1},\ m = \frac{p}{p''A},\ p+a' = \frac{p'\omega'}{\varphi} \text{ und } \frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}$$

ltet, welche noch keine Rücksicht auf die Farbenzerstreu- nthalten, und doch (nach §. 12 I. und §. 13 II.) schon ahe mit den von Dollond und Fraunhofer gegebe- cularen übereinstimmten, zum Beweise, dafs die blofs n Ocularen erzeugte Farbenzerstreuung sehr klein ist, ıne merkbaren Nachtheil für die Ausübung oft ganz ver- ssigt werden kann.

Will man aber doch den durch diese Ocularen erzeug- bigen Rand aufheben, so wird man den vorhergehenden ungen noch die folgende (S. 193)

$$o = \omega' + \frac{p''\omega''}{\alpha'} \text{ oder } \frac{p''}{\alpha'} = -\frac{1}{\theta}$$

igen. Setzt man also die zwey erhaltenen Werthe von

ander gleich, so erhält man

$$\frac{\theta-m+(\theta-1)A}{m(\theta-1)(A+1)} = \frac{1}{\theta}$$

und durch diese Gleichung wird die bisher unbestimmt [gelas]sene Gröfse A bestimmt, so dafs sie jetzt nicht mehr, [wie] S. 287 u. s. f. geschehen ist, willkührlich angenommen w[erden] kann. Die letzte Gleichung gibt nämlich:

$$A = \frac{2m\theta - \theta^2 - m}{(\theta - 1)(\theta - m)}$$

und wenn man diesen Werth von A^0 in den vorhergehe[nden] Gleichungen substituirt, so erhält man:

$$p' = -\frac{p(\theta - 1)(\theta - m)}{m(m - 1)} \qquad a' = -\frac{p\theta}{m}$$

$$p'' = -\frac{p(\theta - 1)(\theta - m)}{m(\theta^2 - 2m\theta + m)} \qquad \alpha' = \frac{p\theta(\theta - 1)(\theta - \ldots}{m(\theta^2 - 2m\theta + \ldots}$$

und endlich

$$\Delta = p + a' = -\frac{p(\theta - m)}{m}, \quad \Delta' = \alpha' + p'' = \frac{p(\theta - 1)(\theta - \ldots}{m(\theta^2 - 2m\theta \ldots}$$

$$\text{also auch } \alpha' = - p''\theta \text{ und } \Delta' = - p''(\theta - 1)$$

und diese Gleichungen sind es, die wir jetzt zu behan[deln] haben.

Wir wollen hier wieder, wie S. 290 die zwey Fälle [wo] α' positiv und a' negativ, und wo a' positiv und α' ne[gativ] ist, besonders betrachten.

§. 17.

Erste Gattung der Doppeloculare.

α' positiv, a' negativ.

Das Bild fällt zwischen die Oculare.

Ist a' negativ, so mufs auch θ negativ seyn, da p po[sitiv] und m negativ ist. Für grofse m ist $\alpha' = -\frac{p\theta(\theta - 1)}{m(1 - 2\theta)}$. [Wenn] α' positiv seyn soll, so mufs $\frac{\theta(\theta - 1)}{1 - 2\theta}$ auch positiv seyn, w[or]aus folgt, dafs θ negativ seyn, und zwischen die zwey Grä[n]zen o und $-\infty$ fallen mufs. — Allein diese Gränzen mü[ssen]

, m = — 26, $z' = 1$ gibt

$= 0.673$, $\triangle = 70.673$,

$' = -1.024$, $\triangle' = 3.073$,

$' = \frac{1}{16}$, $z'' = p''\,\omega'' = 0.256$,

$\frac{' - \omega')}{1} = 23.87$ Minuten.

Ex. I. S. 301.

1) und $p'' = \frac{p(\theta - 1)}{m(1 - 2\theta)}$,

d daher immer $p' < p''$, so lange $\theta < \frac{1}{2}$

e aber, für die $p' < p''$ ist, kennt we-
unhofer, noch sonst einer der vor-
il sie in der That den vorhergehenden
übung weit nachstehen, und man sich
tens ohnehin unmerkbare Farbenzer-
rd, um nur das Gesichtsfeld nicht zu

henden (seit S. 286) wurde übrigens

angenommen, d. h. es wurde vor-

den drey Linsen des Fernrohrs nur
. Ist aber A eine positive Gröſse, so
= p'' positiv angenommen wurden,
e hierzu entwickelten Gleichungen

$\frac{- 1)}{1}$, $m = \frac{p}{p''\,A}$,

$\frac{'\,\omega'}{\varphi}$, $p' = \frac{a'\,\alpha'}{a' + \alpha'}$.

dieser Gleichungen gibt

$a' = \frac{p'(m - 1)}{\theta - 1}$

§. 18.

Zweyte Gattung der Doppeloculare.

a′ positiv und α′ negativ.

Das Bild fällt aufser die Oculare.

Ein positives a′ gibt auch die Gröfse θ positiv, und ei gatives α′ gibt auch $\frac{\theta(\theta-1)}{1-2\theta}$ negativ, woraus folgt, dafs positive θ im Allgemeinen zwischen o und + ∞ fällt. Da die Gröfse θ immer nur ein eigentlicher Bruch seyn so fällt θ zwischen o und + 1. Ja selbst diese Gränzen sind noch zu weit, weil $\theta = +1$ gibt $\Delta' = p' = p'' = o$. Da lich auch $\frac{\theta(\theta-1)}{1-2\theta}$ negativ seyn soll, so darf θ nicht zwis $+\frac{1}{2}$ und + 1 fallen, weil $\frac{\theta(\theta-1)}{1-2\theta}$ inerhalb diesen We von θ positiv wird. Es mufs daher θ zwischen die Grä θ und $+\frac{1}{2}$ fallen.

Bey dieser Rücksicht auf den farbigen Rand ist also fü Doppeloculare der zweyten Gattung, der für das gröfstmög Gesichtsfeld gehörige Fall $\theta = -1$ ganz unanwendbar, o wenn man bey diesem Oculare die Farbenzerstreuung aufh will, so kann diefs nun auf Kosten des Gesichtsfeldes ge hen, und man wird sich, wenn man jenen Zweck nicht ver lässigen will, oft mit einem sehr kleinen Gesichtsfelde begn müssen.

I. Erste Art. $\theta = \frac{1}{4}$

Dieser Werth von θ gibt (S. 299)

$$p' = \frac{3p(1-4m)}{16m(m-1)} \qquad a' = -\frac{p}{4m}$$

$$p'' = \frac{3p(1-4m)}{m(1+8m)} \qquad \alpha' = -\frac{3p(1-4m)}{4m(1+8m)}$$

$$\Delta = -\frac{p(1-4m)}{4m} \qquad \Delta' = \frac{9p(1-4m)}{4m(1+8m)}$$

Ex. I. $\theta = \frac{1}{4}$, $p = 70$, $m = -26$, $z' = 1$ gibt

$$p' = 1.963,\ a' = 0.673,\ \triangle = 70.673,$$
$$p'' = 4.097,\ \alpha' = -1.024,\ \triangle' = 3.073,$$
$$= \frac{z'}{4} = \frac{1}{4},\ \omega'' = \theta\,\omega' = \frac{1}{16},\ z'' = p''\,\omega'' = 0.256,$$
$$\varphi = \frac{3438\,(\omega'' - \omega')}{m - 1} = 23.87 \text{ Minuten.}$$

φ viel kleiner als im Ex. I. S. 301.

Ist m grofs, so ist

$$p' = \frac{p\,(\theta - 1)}{m} \text{ und } p'' = \frac{p\,(\theta - 1)}{m\,(1 - 2\theta)},$$

$\frac{p'}{p''} = 1 - 2\theta$, und daher immer $p' < p''$, so lange $\theta < \frac{1}{2}$

Solche Doppeloculare aber, für die $p' < p''$ ist, kennt we- Dollond noch Fraunhofer, noch sonst einer der vorglichsten Künstler, weil sie in der That den vorhergehenden Beziehung auf die Ausübung weit nachstehen, und man sich ner eine kleine, meistens ohnehin unmerkbare Farbenzereuung gefallen lassen wird, um nur das Gesichtsfeld nicht zu r zu verkleinern.

II. In allen Vorhergehenden (seit S. 286) wurde übrigens Gröfse $A = \frac{a'}{\alpha'}$ negativ angenommen, d. h. es wurde vorgesetzt, dafs zwischen den drey Linsen des Fernrohrs nur einziges wahres Bild sey. Ist aber A eine positive Gröfse, so man, da $a = p$ und $a'' = p''$ positiv angenommen wurden, ey wahre Bilder, und die hierzu entwickelten Gleichungen d

$$\varphi = \frac{\omega'\,(\theta - 1)}{m - 1},\ m = \frac{p}{p''\,A},$$
$$p + a' = \frac{p'\,\omega'}{\varphi},\ p' = \frac{a'\,\alpha'}{a' + \alpha'}.$$

Die erste und dritte dieser Gleichungen gibt

$$p + a' = \frac{p'\,(m - 1)}{\theta - 1}$$

$$R = \frac{m\,x^3}{4\;\alpha^3}\Big\{\mu\,\lambda + \mu'\,\frac{p'\,(A+1)^2}{A^2\;\alpha}\,[\lambda'(A+1)^2 +$$

und da hier alle mit μ, μ' und μ'' multiplicirten
aus positiv sind, so kann R nie ganz verschwinde
um wenigstens den Werth von R sehr klein zu m
deres Mittel, als die Gröſse $\alpha = p$ sehr groſs z
durch also auch die Länge des Fernrohrs sehr
Gebrauche sehr unbequem würde. Endlich hat
nichtung des farbigen Randes die Bedingungsgleic

$$\frac{p''}{\alpha'} + \frac{1}{\theta} = o,$$

der nicht genug geschehen kann, da alle Gröſse
positiv sind. Aus diesen Gründen müssen also
mit drey Linsen und zwey wahren Bildern als u
die Ausübung verworfen werden.

Ist aber A negativ, wie bey allen vorhergehe
so ist die Gleichung $R = o$ allerdings möglich,
zugleich aus dem gegebenen Ausdrucke für R, d
letzten in μ' und μ'' multiplicirten Theile desselb
beyden Ocularen kommen) im Allgemeinen imm
sind, als der erste in μ multiplicirte Theil, der
chung des Objectivs enthält, so daſs es in den

§. 19.

Um endlich auch die allgemeine Methode der S. 208 auf die Problem der Bestimmung eines Fernrohres von drey Linsen zuwenden, wollen wir, um das Gesichtsfeld so grofs als mög- zu erhalten, $\omega'' = -\omega'$ annehmen, wodurch man erhält:

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m-1} = -\frac{2\,\omega'}{m-1}.$$

tzt man dann, wie S. 208

$$A = \frac{\alpha'}{a'},\ B = \frac{\alpha}{a'} \text{ und } B' = \frac{\alpha'}{a''},$$

d nimmt man zuerst auf den farbigen Rand keine weitere Rück- ht, so gehen die Gleichungen (I.) der S. 210 in folgende zwey er

$$\left.\begin{aligned} m &= B\,B' \\ \frac{A}{A+1} &= -\frac{2\,(B+1)}{m-1} \end{aligned}\right\} \ldots (I.)$$

Aus diesen Gleichungen folgt, wenn man B unbestimmt yn läfst

$$A = -\frac{2\,(B+1)}{m+2B+1} \text{ und } B' = \frac{m}{B}.$$

Mit diesen Werthen von A und B' erhält man nach den leichungen der S. 208 für die Bestimmungsstücke des Fernroh- s folgende Ausdrücke:

$$= -\frac{2\,(B+1)\,\alpha}{(m-1)\,B},\ \Delta = \frac{(B+1)\,\alpha}{B},\ a' = \frac{\alpha}{B},$$

$$= -\frac{2\,(B+1)\,\alpha}{m\,(m+2B+1)},\ \Delta' = -\frac{2\,(B+m)\,(B+1)\,\alpha}{m\,B\,(m+2B+1)},$$

$$\alpha' = -\frac{2\,(B+1)\,\alpha}{B\,(m+2B+1)}.$$

I. Fällt das einzige wahre Bild für die Oculare der ersten ttung zwischen die zweyte und dritte Linse, so ist B negativ, positiv und m negativ. Diefs vorausgesetzt, folgt aus dem vor-

$$p'' = -\frac{\alpha}{m},\ \Delta' = -\frac{\alpha}{m}$$

oder die zweyte Linse steht in dem gemeinschaftl
puncte der beyden andern (S. 291).

Ist eben so für ein zweytes Beyspiel $B = m$, s
für die Construction des Fernrohrs

$$p' = -\frac{2(m+1)\alpha}{m(m-1)},\ \Delta = \frac{(m+1)\alpha}{m},\ \alpha' = \frac{\alpha}{m}$$

$$p'' = -\frac{2(m+1)\alpha}{m(3m+1)},\ \Delta' = -\frac{4(m+1)\alpha}{m(3m+1)} =$$

$$\alpha' = -\frac{2(m+1)\alpha}{m(3m+1)} = p'',$$

oder das wahre Bild fällt genau in die Mitte zwisch
(S. 292).

II. Fällt aber das wahre Bild für die Oculare
Gattung zwischen I und II., so ist B positiv, B' und
gativ, also auch, wie die Gleichungen von Nr. I. zei
sitive B gröſser als m.

Ist z. B. $B = \frac{9 - 11m}{\dots}$, so hat man:

$$p' = -\frac{2\,\alpha}{m},\ \triangle = \frac{(m-1)\,\alpha}{m}$$

$$p'' = -\frac{2\,\alpha}{m},\ \triangle' = 0,$$

ie Brennweiten der beyden letzten, unmittelbar an ein-
enden Linsen, unter sich gleich.

so gibt endlich $B = \infty$ die Ausdrücke:

$$p' = -\frac{2\,\alpha}{m-1},\ \triangle = \alpha$$

$$p'' = -\frac{\alpha}{m};\ \triangle' = -\frac{\alpha}{m},$$

weyte Linse steht in dem gemeinschaftlichen Brenn-
beyden andern (wie S. 291 und 305 I.)

dem Vorhergehenden wurde auf den farbigen Rand
stände keine Rücksicht genommen. Nimmt man aber
arbengleichung $o = B'\,\omega' + \omega''$ (S. 211) auf, und
er, um das Gesichtsfeld so grofs als möglich zu ma-
$= -\omega'$, oder

$$\varphi = -\frac{2\,\omega'}{m-1},$$

an nach S. 210 die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{c} m = B\,B' \\ \dfrac{A}{A+1} = -\dfrac{2\,(B+1)}{m-1} \\ \text{und } o = B' - 1 \end{array}\right\} \quad (I')$$

Gleichungen (I′) sind aber von den vorhergehenden
rin verschieden, dafs hier die Gröfse B′ nicht mehr
villkührlich ist, sondern dafs diese Gröfse jetzt den
Werth $B' = +1$ hat.

aben daher $B' = 1$, und $B = m$, oder

$$\frac{A}{A+1} = -\frac{2\,(m+1)}{m-1} \text{ oder } A = -\frac{2\,(m+1)}{3m+1},$$

übereinstimmend mit S. 306 I. (Vergl. §. 7, 12,
Da übrigens hier B negativ und B′ positiv ist,
zige wahre Bild des Fernrohres zwischen II und
das wahre Bild zwischen I und II fallen, so müſst
B′ negativ seyn, was unmöglich ist, da nach
gehenden die Gröſse B′ positiv seyn, und den bestim
ben muſs $B' = +1$, wenn anders das Gesichtsfeld da
te seyn, und überdieſs der farbige Rand der Gegen
werden soll (Vergl. S. 301). Wollte man auf das M
sichtsfeldes Verzicht leisten, und dafür die Farbe
rücksichtigen, so setze man $\omega'' = -\theta\omega'$, wo θ
chen Bruch bezeichnet, da ω' der gröſste von den
ren ω' und ω'' seyn soll. Diese Voraussetzung gib

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m - 1} = -\frac{(\theta + 1)\,\omega'}{m - 1}.$$

Die Farbengleichung aber ist

$$0 = \omega' + \frac{\omega''}{B'}, \text{ oder}$$

$$B' = \theta.$$

Für die Oculare der ersten Gattung ist B

[redacted]

ns θ ganz ohne Noth verkleinern würden. Für die Oculare der
yten Art aber, wo das wahre Bild zwischen I und II fällt, ist
negativ, also auch, da $B' = \theta$ ist, die Gröſse θ negativ, und
er das halbe Gesichtsfeld

$$\varphi = -\frac{(\theta + 1)\,\omega'}{m - 1}$$

t einmal so groſs, als es für ein bloſses einfaches Ocular
n würde, wo es (S. 197 XII) gleich

$$\varphi = \frac{\omega'}{m + 1}$$

so daſs daher bey den Ocularen der zweyten Art die Ver-
kürung des Gesichtsfeldes, die aus der Rücksicht für den far-
n Rand entsteht, viel zu beträchtlich ist, als daſs jene Rück-
nicht besser gänzlich vernachlässigt werden sollte. — Noch
n bemerkt werden, daſs die Linsen der Oculare gewöhnlich
convex sind, weil (nach Cap. III. S. 228) diese Gattung von
en eine viel kleinere Kugelabweichung hat, als die auf bey-
Seiten gleich gekrümmten oder die gleichseitigen Linsen.

rner hat man für die Vergröfserung

$$m = \frac{\alpha' \alpha'' p}{a' a'' p'''}$$

ad für den Ort des Auges hinter der letzten Linse

$$k = \frac{p'''^2 \omega'''}{p A A' \varphi}.$$

Dabey sollen die Bedingungen erfüllt werden, dafs , $\triangle'$, $\triangle''$ und k positive Gröfsen sind, und dafs

$$> (A+1)\frac{x}{pA}, \quad \omega'' > (A'+1)\frac{x}{pAA'} \text{ und } \omega''' > \frac{x}{pAA'} \text{ ist.}$$

Die Voraussetzung des farbigen Randes endlich gibt

$$o = \omega' + \frac{a''\omega''}{a'A} + \frac{p'''\omega'''}{a'AA'}.$$

Es gibt also hier eine sehr grofse Anzahl besonderer Fälle, je chdem man den Gröfsen A, A', und ω' ω'' ω''' verschiedene erthe beylegt. Da aber die Aufzählung und besondere Betrachng aller dieser Fälle sehr weitläufig und ermüdend seyn wür- so wird es genügen, nur einige der vorzüglichsten hier nä- anzugeben.

§. 2.

Nehmen wir, um ein grofses Gesichtsfeld zu erhalten, an $= q\omega$, $\alpha'' = \omega$ und $\omega''' = -\omega$, so hat man

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m+1} = \frac{(q-2)\omega}{m+1}.$$

Ist daher

$$\varphi = r\omega \text{ oder } r = \frac{q-2}{m+1},$$

geben die Gleichungen S. 217

$$= \frac{A r \alpha}{A q - (A+1) r}, \; p'' = \frac{A A' r \alpha}{A' - (A'+1)(q-r)}, \; p''' = \frac{A A' r \alpha}{q-2-r}$$

[redacted]

$$= \frac{A A' r \alpha (A'+2)}{[A'-(A'+1)(n-1)r][2-(n-1)r]}$$

und $K = \frac{p'''}{2-(n-1)r}$.

arbengleichung aber ist

$$\frac{+1)n}{-(A+1)} + \frac{A'+1}{A'-(A'+1)(n-1)r} + \frac{1}{2-(n-1)r}$$

oder

$$= \frac{1}{n} - \frac{[A'-(A'+1)(n-1)r][2-(n-1)r]}{A'+2(A'+1)[1-(n-1)r]}$$

er $\frac{A}{A+1} < 1$, so ist auch

$$\frac{1}{-} > \frac{[(A'+1)(n-1)r-A'][2-(n-1)r]}{A'+2(A'+1)[1-(n-1)r]}$$

er r eine gegen die Einheit nur kleine Gröſse seyn
rhält man, wenn man sie in der letzten Gleichung
iſst

$$\frac{n-1}{n} > - \frac{2A'}{A'+2(A'+1)}$$

gt, daſs

$$- \frac{A'}{A'+1} < \frac{2(n-1)}{3n-1} \text{ seyn muſs.}$$

§. 3.

hten wir einige besondere Fälle für n näher.

. Sey $n=2$, $A'=-\frac{1}{5}$ und $m=-15$, so ist

$$r = \frac{2}{1-m} = \frac{1}{8}$$

rhergehende Gleichung für $\frac{A}{A+1}$ gibt

$$\frac{A}{A+1} = \frac{1}{2} + \frac{15}{32} = \frac{31}{32}.$$

Fernröhre mit vier Linsen.

§. 1.

Da für Fernröhre mit vier Linsen die Anzahl der
p, Δ bereits gröſser zu werden beginnt, um die
heit der Einrichtungen dieser Fernröhre unmitte
Grundgleichungen derselben (S. 193) abzuleiten, un
formeln bequemer übersehen zu können, so wollen
in S. 215 gegebene allgemeine Methode anwenden.

Da man für vier Linsen $A'' = \alpha''' = \infty$ und a
wie $\alpha = p$ hat, so gehen die erwähnten Gleichunge
über:

$$a' = \frac{p\,(A+1)\,\varphi}{A\,\omega' - (A+1)\,\varphi}, \qquad \alpha' = \frac{p\,A\,(A+}{A\,\omega' - (A-}$$

$$a'' = \frac{p\,A\,(A'+1)\,\varphi}{A'\,\omega'' - (A'+1)\,(\omega'-\varphi)}, \qquad \alpha'' = \frac{p\,A\,A'(}{A'\,\omega'' - (A}$$

$$p' = \frac{p\,A\,\varphi}{A\,\omega' - (A+1)\,\varphi}, \qquad p'' = \frac{p}{A'\,\omega'' - (}$$

$$p''' = \frac{p\,A\,A'\,\varphi}{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi}$$

würd

en.

n ve

chts

nere Werthe der negativen Gröfse A′ aber wür-
veite, also auch die Oeffnung der letzten oder der
u klein geben.

Nehmen wir einen noch gröfseren Werth von n,
Gesichtsfeld kleiner wird, z. B. n = 9 und
so hat man

$$r = \frac{2}{8-m} = \frac{1}{18}$$

$$= \frac{A\alpha}{8A-1}, \quad p'' = \frac{AA'\alpha}{10A'-8},$$

$$p''' = -\frac{AA'a}{28},$$

$$\overline{1}, \quad \Delta' = \frac{A\alpha[A'(A+1)-\frac{1}{7}(A'+1)]}{(8A-1)[A'-\frac{4}{7}(A'+1)]},$$

$$\Delta'' = \frac{AA'(A'+2)\alpha}{28[A'-\frac{4}{7}(A'+1)]}.$$

res Exempel dieses dritten Falles sey $A' = -\frac{1}{16}$

man

$$\frac{7\alpha}{55}, \quad p'' = \frac{7\alpha}{138}, \quad p''' = \frac{\alpha}{64},$$

$$\frac{63\alpha}{55}, \quad \Delta' = \frac{651\alpha}{2530}, \quad \Delta'' = \frac{93\alpha}{1472}.$$

Werthe von A′ würden aber, wie zuvor, die
en zu klein machen. Man sieht aus dem Vor-
s, wenn man n vergröfsert, die Länge des
auch das Gesichtsfeld verkleinert wird, dafs
eld auch dann noch beträchtlich gröfser ist,
chen astronomischen Fernröhren mit zwey

§. 4.

ieder zu den Gleichungen der S. 310 zurück,
und $A' = 0$ und $\omega''' = -\omega''$ wegen des grö-

$$\frac{x'}{x'-1} < -\frac{4}{7} \text{ oder } A < \ldots$$

[illegible] für das Ex. I. dieses [illegible]

$$x' = -\frac{1}{5} \text{ und } A = 9,$$

$$\ldots = \frac{9^2}{32}, \ldots$$

Noch kleinere Werthe der negativen Gröfse A′ aber wür- die Brennweite, also auch die Oeffnung der letzten oder der -ten Linse zu klein geben.

III. Fall. Nehmen wir einen noch gröfseren Werth von n, durch das Gesichtsfeld kleiner wird, z. B. $n = 9$ und $= -28$ an, so hat man

$$r = \frac{2}{8 - m} = \frac{1}{18}$$

daher

$$p' = \frac{A\alpha}{8A - 1}, \quad p'' = \frac{AA'\alpha}{10A' - 8},$$

$$p''' = -\frac{AA'a}{28},$$

$$\Delta = \frac{9A\alpha}{8A - 1}, \quad \Delta' = \frac{A\alpha\left[A'(A+1) - \frac{1}{2}(A'+1)\right]}{(8A-1)\left[A' - \frac{4}{9}(A'+1)\right]},$$

$$\Delta'' = \frac{AA'(A'+2)\alpha}{28\left[A' - \frac{4}{9}(A'+1)\right]}.$$

Als besonderes Exempel dieses dritten Falles sey $A' = -\frac{1}{16}$ $A = 7$ so hat man

$$p' = \frac{7\alpha}{55}, \quad p'' = \frac{7\alpha}{138}, \quad p''' = \frac{\alpha}{64},$$

$$\Delta = \frac{63\alpha}{55}, \quad \Delta' = \frac{651\alpha}{2530}, \quad \Delta'' = \frac{93\alpha}{1472}.$$

Noch kleinere Werthe von A′ würden aber, wie zuvor, die y letzten Linsen zu klein machen. Man sieht aus dem Vor- gehenden, dafs, wenn man n vergröfsert, die Länge des nrohres, aber auch das Gesichtsfeld verkleinert wird, dafs r das Gesichtsfeld auch dann noch beträchtlich gröfser ist, bey gewöhnlichen astronomischen Fernröhren mit zwey sen.

§. 4.

Gehen wir wieder zu den Gleichungen der S. 310 zurück, setzen $A = \infty$ und $A' = 0$ und $\omega''' = -\omega''$ wegen des grö-

$$\Delta = \frac{p\,\omega'}{\omega'-\varphi},\ \Delta' = \frac{p'\,\omega' + p''\,\omega''}{\omega' - \varphi},\ \Delta'' = \frac{2\,p\,p''\,\omega''\,\varphi}{p'\,(\omega'-\varphi)\,(2\,\omega''-\omega'+\varphi)}$$

Es war aber

$$\omega' = \frac{(p+p')\,\varphi}{p'} \text{ und } \omega'' = \frac{p''\,(p+p')\,\varphi}{p'\,(p''-p''')}$$

$$\text{und } \omega' - \varphi = \frac{p\,\varphi}{p'}$$

so ist auch

$$\Delta = p + p',\ \Delta' = \frac{p'\,(p+p')}{p} + \frac{p''^2\,(p+p')}{p\,(p''-p''')}$$

$$\Delta'' = p'' + p'''$$

I. Wir haben also folgende Ausdrücke:

$$m = -\frac{p\,p''}{p'\,p'''},\ p' = \frac{p\,\varphi}{\omega'-\varphi},$$

$$\varphi = -\frac{2\,\omega''-\omega'}{m+1} \text{ und } 0 = \omega' - \omega'' + \frac{p'''\,\omega''}{p''}$$

wo die letzte Gleichung die Bedingung des farbenlosen Randes enthält.

II. Ist daher m und p gegeben, so geben die vier Gleichungen in (I) die Bestimmungen des Fernrohrs. Eliminirt man nämlich die zwey Gröſsen φ und ω'' aus den letzten drey Gleichungen (I), so hat man

$$m + 1 = -\frac{(p+p')\,(p''+p''')}{p'\,(p''-p''')}$$

Aber die erste jener Gleichungen gibt

$$p''' = -\frac{p\,p''}{p'\,m}, \text{ also ist auch}$$

$$p' = \frac{p}{m + \sqrt{2\,m\,(m+1)}}$$

wodurch p' bestimmt wird.

Von den beyden übrigen Brennweiten p'' und p''' bleibt, wie wir gesehen haben, eine unbestimmt. Nimmt man daher $p'' = \theta p'$ so ist auch

$$p''' = -\frac{\theta p}{m},$$

und dann hat man für die Distanzen der Linsen

$$\Delta = p + p', \quad \Delta' = \frac{p'(p+p')}{p(p+p'm)}\,[m p'(\theta+1)+p]$$

$$\text{und } \Delta'' = \frac{\theta}{m}\,(p'm - p)$$

Eliminirt man aber aus den zweyten und dritten der Gleichungen (I) die Gröſse φ, so ist

$$\omega' = \frac{2\,\omega''(p+p')}{p - p'm}$$

und wenn man diesen Werth von ω' in der dritten jener Gleichungen substituirt,

$$\varphi = \frac{2\,\omega'' p'}{p - p'm}$$

wodurch das halbe Gesichtsfeld φ gegeben wird.

Für die Entfernung des Auges von der letzten Linse ist endlich

$$k = \frac{\omega''' p'''}{m\varphi} = \frac{\theta p(p+p')}{m(p+p'm)} = \frac{\theta p}{m}\sqrt{\frac{m+1}{2m}}.$$

III. Haben die beyden letzten Linsen gleiche Brennweiten, so ist $m = -\frac{p}{p'}$, und man sieht dann den Gegenstand, wie durch ein einfaches Sternrohr mit zwey Linsen, aber aufrecht.

Haben die beyden mittleren Linsen gleiche Brennweiten, so ist $m = -\frac{p}{p'''}$ wie bey einem einfachen Sternrohr, welches aus den beyden äuſsersten Linsen zusammen gesetzt ist. Sind endlich die drey letzten Linsen unter sich gleich, so ist $m = -\frac{p}{p'}$ wie in dem ersten Falle.

[redacted]

Exempel. Sey $m = -60$ und $\alpha = p = 72$ Zolle, so erhält
für $\theta = 1$

$$' = 3.6,\ p'' = \theta p' = 3.6,\ p''' = -\frac{\theta p}{m} = 1.44.$$

$$= p + p' = 75.6,\ \Delta'' = p'' + p''' = 5.04,$$

$$= 1.008 \text{ und wenn } \omega'' = \frac{1}{4} \text{ ist, } \varphi = 24.56 \text{ Min.}$$

§. 5.

Die früheren Künstler nahmen für das in §. 4 betrachtete
rohr die Brennweiten der drey letzten Linsen unter sich
h an, und stellten sie auch in gleiche Entfernungen von ein-
r, so dafs $\Delta = \Delta'' = 2p'$ war.
Nach dieser Voraussetzung ist

$$p'' = p''',\ \alpha = p,\ a' = a''' = \alpha'' = p' \text{ und } a' + a'' = 2p'$$

endlich, wie zuvor, $\omega''' = -\omega''$. Man erhält also die Glei-
gen

$$= -\frac{p}{p'},\ \omega' = \left(1 + \frac{p}{p'}\right)\varphi \text{ und } \varphi = -\frac{2\omega'' - \omega'}{m+1}.$$

Die beyden letzten geben durch die Elimination von φ,

$$\omega' = \frac{2\omega''(p+p')}{p - mp'} = \omega''\frac{(m-1)}{m}.$$

st daher

$$\omega'' = \frac{1}{4} \text{ so ist } \omega' = \frac{m-1}{4m}$$

man hat zur Bestimmung des Fernrohrs die Glei-
gen

$$= p'' = p''' = -\frac{p}{m},\ \varphi = \frac{1}{4m} \text{ und } k = -\frac{\omega'' p'}{m\varphi} = -\frac{p}{m}.$$

n unserem letzten Beyspiele ist

$$m = -60,\ p = 72,\ \omega'' = \frac{1}{4}$$

also ist auch

$$p' = p'' = p''' = 1.44 \text{ und } \varphi = 17.18 \text{ Min.}$$

Die vorhergehende Einrichtung, §. 4 ist daher d wärtigen vorzuziehen, weil jene ein gröfseres Gesicht und zugleich den farbigen Rand aufhebt.

§. 6.

Für ein nach §. 4 construirtes, aber mit einem objective versehenes Fernrohr hat man, wenn man α nimmt (S. 317)

$$p' = \frac{4m}{m + \sqrt{2m(m+1)}} \text{ und } p'' = \theta p', \; p''' = \frac{\theta}{2}$$

und für die Distanzen der Linsen

$$\Delta = p + p', \; \Delta'' = p'' + p'''.$$

Ferner für den Ort des Auges

$$k = \frac{\theta}{2} \sqrt{\frac{m+1}{m}}$$

und endlich für das halbe Gesichtsfeld

$$\varphi = \frac{1719}{m\left(1 + \frac{1}{2p'}\right)} \text{ Min.}$$

Ex. Ist $m = -50$ und $\theta = 1$, so hat man $p = 25$, $p'' = 1.25$ und $p''' = \frac{1}{2}$. Die Intervalle der Lin $\Delta = 26.25$ und $\Delta'' = 1.75$, ferner $k = 0.35$ und $\varphi = 2$ Also beträgt, wenn Δ' eben so grofs wie in §. 4 ist, die I Fernrohrs hier noch nicht den dritten Theil von jener, Objectiv einfach war.

§. 7.

Um bey dem Fernrohr des §. 4 auch die Farb chung in der Axe wegzubringen, hat man

$$d\varphi = \left(\frac{1}{p} + \frac{a'^2}{\alpha^2 p'} + \frac{a'^2 a''^2}{\alpha^2 \alpha'^2 p''} + \frac{a'^2 a''^2 a'''^2}{\alpha^2 \alpha'^2 \alpha''^2 p'''}\right) \frac{\alpha \alpha' \alpha'' x}{a' a'' a'''} d n.$$

Es war aber

$$a' = p', \quad \alpha = p \text{ und } \frac{a''}{\alpha'} = -1 \text{ so wie } \theta = \frac{p''}{p'}$$

$$a''' = p''', \; \alpha'' = p''$$

o ist jene Gleichung

$$d\varphi = \left(1 + \frac{p'}{p} + \frac{p'}{p\theta} - \frac{1}{m\theta}\right) \frac{m x}{p}$$

oder da $\frac{p'}{p} = -\frac{p''}{m p'''}$ ist.

$$d\varphi = \left(m - \frac{p''}{p'''} - \frac{p''}{p'''\theta} - \frac{1}{\theta}\right) \frac{x}{p}$$

Es wird daher, um $d\varphi$ sehr klein zu machen, die willkühr-
ie Gröfse θ so anzunehmen seyn, dafs die von den beyden
tten Linsen erzeugte Farbenabweichung, oder dafs die Gröfse
$\frac{'}{'\theta} + \frac{1}{\theta}$ sehr klein werde, wo daher θ wenigstens nicht klei-
r als die Einheit seyn darf.

I. Eben so erhält man für die Kugelabweichung, wenn man
$= + \infty$ und $a'' = -\infty$ setzt, wie wir oben angenommen
en, für gleichartige Linsen

$$R = \frac{\mu m \lambda x^3}{4 p^3} \left(1 + \frac{p'}{p} + \frac{p'}{p\theta^3} - \frac{1}{m\theta^3}\right) \text{ oder}$$

$$R = \frac{\mu \lambda x^3}{4 p^3} \left(m - \frac{p''}{p'''} - \frac{p''}{p'''\theta^3} - \frac{1}{\theta^3}\right)$$

welchem Ausdrucke daher dieselbe Bemerkung, wie von
i für $d\varphi$ gilt.

§. 8.

Um aber auch zu zeigen, wie man, ohne der allgemeinen
thode der S. 215, blofs durch die einfachen Fundamentalglei-

$$p'' \omega'' = \left(\frac{\alpha\, \alpha'}{a'} - a''\right) \varphi + a'' \omega'$$

$$p''' \omega''' = \left(\frac{\alpha\, \alpha'\, \alpha''}{a'\, a''} + a'''\right) \varphi + a''' (\omega''$$

und wenn der farbige Rand gehoben werden soll

$$o = \omega' + \frac{a''\, \omega''}{\alpha'} + \frac{a''\, a'''\, \omega'''}{\alpha'\, \alpha''}.$$

In diesen Gleichungen ist m eine an sich nega
und statt der vierten kann man (da $a''' = p'''$ ist) f
men:

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m + 1}.$$

Setzen wir voraus, daſs $\omega''' = \omega'$ und $\omega'' = -$
gehen jene Gleichungen in folgende über:

$$m = \frac{p\, \alpha'\, \alpha''}{p'''\, a'\, a''}$$

$$p' \omega' = (p + a') \varphi$$

$$p'' \omega' = \left(\frac{\alpha\, \alpha'}{a'} - a''\right) \varphi + a'' \omega'$$

[redacted]

$$p' = \frac{a'\,\alpha'}{a' + \alpha'} \text{ und } p'' = \frac{a''\,\alpha''}{a'' + \alpha''},$$

d nimmt man m, p und ω' als gegeben an, so hat man die acht bekannten Gröſsen p', p'', p''' und a', a'', α', α'' und φ aus vorhergehenden sieben Gleichungen zu bestimmen, woraus gt, daſs eine dieser acht Gröſsen unbestimmt oder unserer llkühr überlassen bleibt. Nehmen wir also $\alpha' = \theta\,a''$ an, so ält man, wenn man aus der ersten und fünften jener Gleingen die Gröſse p''' eliminirt

$$\frac{p}{a'} = -\frac{m\,(\theta - 1)}{\theta}$$

durch a' bestimmt ist, wenn p, m und θ als gegeben betrach wird.

Die zweyte und vierte Gleichung aber gibt

$$p' = \frac{3\,(p + a')}{m + 1},$$

auch

$$p' = \frac{3\,p\,[(m-1)\,\theta - m]}{m\,(m+1)\,(\theta - 1)}.$$

Kennt man so p', so ist, da a' bereits gefunden ist,

$$\alpha' = \frac{a'\,p'}{a' - p'},$$

raus α' gefunden wird. Eben so gibt die dritte und vierte je Gleichungen

$$p'' = -\frac{3\,p\,\alpha'}{(m+1)\,a'} - \frac{a''\,(m-2)}{(m+1)},$$

raus p'' bekannt wird. Fährt man so fort, so erhält man folde Ausdrücke zur Bestimmung des Fernrohrs

$$a' = -\frac{p\,\theta}{m\,(\theta - 1)},\quad p' = \frac{3\,[(m-1)\,\theta - m]\,p}{m\,(m+1)\,(\theta - 1)},$$

$$= \frac{3\,\theta\,p\,[(m-1)\,\theta - m]}{m\,(\theta - 1)\,[(4m-2)\,\theta - 3\,m]},\quad \frac{p''}{a''} = \frac{3m\,(\theta - 1) - (m-2)}{(m+1)}$$

sind.

§. 9.

Verschiedene Annahmen der willkührlichen den verschiedene Einrichtungen dieses Fernrohre ben. — Nehmen wir z. B. die beyden Gröfsen a′ an, so wird weder zwischen die beyden ersten die beyden letzten, sondern nur zwischen die zw te Linse ein reelles Bild fallen. Aus dieser Urs das hier zu entwickelnde Fernrohr nach der al (S. 207) noch zu der zweyten Klasse der astron röhre mit einem Bilde gehören. Da nun α $\Delta'' = \alpha'' + p'''$ positiv ist, so mufs $p''' > \alpha''$ sey fünfte Gleichung gibt

$$\frac{p'''}{\alpha''} = 1 - \frac{\alpha'}{a''}, \text{ oder } \frac{\alpha'' + p'''}{\alpha''} = 2$$

und daher, weil

$$\frac{\alpha'' + p'''}{\alpha''}$$

negativ seyn soll, die Gröfse $\theta > 2$.

I. Sey also für einen besonderen Fall $\theta =$

[redacted]

$$'' = \frac{3\,p\,(7\,m+4)\,(3\,m-5)}{2\,m\,(5\,m+2)\,(7\,m-5)},\quad \Delta = p + a'$$

$$\Delta' = a'' + \alpha',\quad \Delta'' = p''' + \alpha'',$$

so auch

$$= \frac{(3\,m-5)\,p}{3\,m},\quad \Delta' = \frac{7\,p\,(3\,m-5)}{m\,(14\,m-10)}$$

$$'' = \frac{(3\,m-5)\,(7\,m+4)\,p}{2\,m\,(7\,m-5)\,(5\,m+2)},$$

nd überdieſs

$$\varphi = \frac{3\,\omega'}{m+1}.$$

Exempel I. Sey $m = 26$, $p = 25.2$ und $\omega' = \frac{1}{4}$, so hat man

$p' = 2.62$	$p'' = 1.35$	$p''' = 0.84$
$a' = -1.61$	$a'' = 0.40$	
$\alpha' = 1.00$	$\alpha'' = -0.56$	
$\Delta = 23.59$	$\Delta' = 1.40$	$\Delta'' = 0.20$
	und $\varphi = 95.5$ Min.	

Exempel II. Für $m = 60$, $p = 56.9$ und $\omega' = \frac{1}{4}$ hat man

$p' = 2.72$	$p'' = 1.39$	$p''' = 0.84$
$a' = -1.58$	$a'' = 0.40$	
$\alpha' = 1.00$	$\alpha'' = -0.56$	
$\Delta = 55.32$	$\Delta' = 1.40$	$\Delta'' = 0.28$
	und $\varphi = 42.3$ Min.	

§. 10.

Nehmen wir, um die fünf ersten Gleichungen S. 322, zu ‧lchen noch die beyden

$$\alpha' = \frac{a'\,p'}{a'-p'} \text{ und } \alpha'' = \frac{a''\,p''}{a''-p''}$$

ommen, auf eine andere Art aufzulösen an, daſs die zwey wah- n Bilder des Fernrohrs zwischen die zweyte und dritte, und ‧ischen die dritte und vierte Linse fallen, so daſs alſo das Fern- hr nach der alten Eintheilung (S. 207) zu den terrestrischen

Fernröhren der dritten Klasse gezählt werden müſste. Da dieser Voraussetzung gemäſs die Gröſse $\frac{\alpha}{a'}$ negativ seyn muſs, und da wir immer $\alpha = p$ positiv annehmen, so muſs a' negativ seyn.

Um das Gesichtsfeld

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m + 1}$$

zu vergröſsern, wollen wir $\omega'' = 0$ setzen, und überdieſs $\omega' = q\,\omega'''$ und $\alpha'' = \theta\, a''$ annehmen, wo q und θ zwey später zu bestimmende Gröſsen bezeichnen. Sey überdieſs $\alpha' = a''$ und bloſs der Kürze wegen

$$B = \frac{p}{a'} \text{ und } B' = \frac{\alpha''}{p'''},$$

so gibt die erste der sieben Gleichungen S. 322

$$m = B\,B'.$$

Da aber $'' = 0$ ist, so gibt die zweyte und fünfte jener Gleichungen

$$q = -\frac{B}{m},$$

und die vierte

$$\varphi = \frac{\omega'''\,(q + 1)}{m + 1}.$$

Ueberdieſs gibt die zweyte und dritte der angeführten Gleichungen

$$0 = (B + 1)\, a'\, \varphi - p'\, q\, \omega''' \text{ und}$$
$$0 = (B - 1)\, \varphi + q\, \omega''',$$

also auch, wenn man in dem letzten Ausdrucke den vorhergehenden Werth von φ substituirt

$$B^2 = -m.$$

wo m eine an sich negative Gröſse bezeichnet. Es ist daher auch

$$B' = -\frac{m}{B} = \sqrt{-m} \text{ und } q = -\frac{B}{m} = \frac{1}{\sqrt{-m}}, \text{ so wie}$$

$\frac{p}{\sqrt{-m}}$ und

$\frac{m) p}{-m}$,

ler zweyten Linse

$\frac{-\sqrt{-m}) p \, \omega'''}{(1+\sqrt{-m})}$.

es sehr leicht, auch die noch üb
ı finden. Man erhält daher für d

$$, p' = \frac{(1-\sqrt{-m}) p}{m-\sqrt{-m}}$$

$$\frac{m) p}{}, \; p'' = \frac{\theta p}{1+\theta} \cdot \frac{1-\sqrt{-m}}{2m}$$

$$\frac{(1-\sqrt{-m}) p}{2m}$$

$$\frac{-\sqrt{-m}) \theta p}{2m\sqrt{-m}}$$

$$\frac{(m+1) \theta p}{2m^2}.$$

anzen Fernrohrs

$$+ p''' = \frac{m+1}{m} \left(1 + \frac{\theta}{2\sqrt{-m}}\right) p.$$

$p = 20$, $\omega''' = \frac{1}{4}$ und $\theta = 1$, so erhält

$p' = \frac{8}{3}$, $\quad k = 0.384$

$'' = \frac{4}{5}$, $\quad L = 25.344$

$''' = \frac{8}{25}$, $\quad \varphi = 28.65$ Min.

§. 11.

Sey überhaupt $\omega' = \theta\,\omega$, $\omega'' = \omega$ und $\omega''' = -\omega$, also auch

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m+1} = \frac{(\theta - 2)\,\omega}{m+1},$$

so hat man nach S. 208 und S. 211 die zwey Gleichungen

$$m = B\,B'\,B'' \text{ und } 0 = \theta + \frac{1}{B'} - \frac{1}{B'\,B''}.$$

Läſst man also die Gröſse B' unbestimmt, so geben diese zwey Gleichungen

$$B'' = \frac{1}{B'\theta + 1} \text{ und } B = \frac{m\,(B'\theta + 1)}{B'},$$

und daher erhält man nach den Gleichungen (I) der S. 210

$$\frac{A}{A+1} = \frac{(B'\,m\,\theta + B' + m)\,(\theta - 2)}{\theta\,(m+1)\,B'}, \text{ also auch}$$

$$A = \frac{(B'\,m\,\theta + B' + m)\,(\theta - 2)}{B'\,m\,\theta\,(3 - \theta) - m\,(\theta - 2) + 2\,B'}$$

$$\frac{A'}{A'+1} = \frac{(B'\,m\,\theta + m - 1)\,(\theta - 2) + \theta\,(m+1)}{m+1}$$

$$A' = \frac{(B'\,m\,\theta + m - 1)\,(\theta - 2) + \theta\,(m+1)}{(m+1)\,(1 - \theta) - (B'\,m\,\theta + m - 1)\,(\theta - 2)},$$

und diese Ausdrücke von A und A', B und B'' sollen in den Gleichungen der S. 208 substituirt werden, um die gesuchten Werthe von p', p''.... und Δ, Δ'.... zu erhalten. Diese Werthe werden verschieden seyn, also auch eine verschiedene Anordnung des Fernrohrs geben, je nach der Annahme der willkührlichen Gröſsen θ und B', deren Bestimmung noch unserer freyen Wahl übrig bleibt.

I. Sey z. B. $\theta = -1$, so erhält man

$$\varphi = \frac{3\,\omega}{m+1} \text{ und}$$

[redacted]

$$= \frac{3(m - mB' + B')\,\alpha}{m(m+1)(1-B')}, \quad \Delta = \frac{(m - mB' + B')\,\alpha}{m(1-B')}$$

$$= \frac{(3mB' + 2 - 4m)\,p'}{4mB' - 2B' - 3m}, \quad \Delta' = \frac{3(1+B')\,\Delta}{4mB' - 2B' - 3m}$$

$$= \frac{(m+1)(1-B')\,p''}{5m - 3mB' - 1}, \quad \Delta'' = \frac{(2-B')(3mB'+2-4m)\,\Delta'}{(5m - 3mB' - 1)(1+B')}$$

liese Ausdrücke sind identisch mit denen der S. 324, wenn lort $\theta = B'$ setzt.

Nimmt man daher in den letzten Ausdrücken $B' = \frac{5}{2}$, so er- nan die Werthe von p', p'', p''' und Δ, Δ', Δ'', wel- ı §. 9 gegeben wurden. Da hier

$$B' = \frac{5}{2},\; B'' = -\frac{2}{3} \text{ und } B = -\frac{3m}{5},$$

lt das einzig wahre Bild zwischen die zweyte und dritte , und m ist positiv, und eben so könnte man für andere ımen von θ und B' auch die meisten der übrigen der in n Kapitel betrachteten Fälle darstellen. Bey allen aber müs- e Gröfsen α oder A so genommen werden, dafs sie den fol- n Bedingungsgleichungen nicht widersprechen.

)rt des Auges hinter der letzten Linse

$$k = \frac{p'''^2\,\omega'''}{\alpha\, A\, A'\, \varphi},$$

ıositive Gröfse, und

$$(A+1)\frac{x}{A\alpha},\; \omega'' > (A'+1)\frac{x}{A\,A'\,\alpha},\; \varphi''' > \frac{x}{A\,A'\,\alpha},$$

der Oeffnungshalbmesser des Objectivs ist, und

$$\frac{x}{\alpha} = \frac{1}{30} \text{ oder } \frac{1}{40}$$

:t werden kann (S. 218 VI.)

§. 1.

Wir wollen zur Bestimmung der Fernröhre d
die oben S. 215 gegebene allgemeine Methode an
$\omega' = q\omega$, $\omega'' = r\omega$, $\omega''' = -\omega$ und $\omega^{IV} = +$
durch man für das Gesichtsfeld den Ausdruck erh

$$\varphi = \frac{\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega'}{m - 1} = \frac{(2 + r -}{m - 1}$$

wofür wir $\varphi = n\,\omega$ setzen wollen.

Dieser Ausdruck zeigt, dafs man, um ein gr
feld zu erhalten, r positiv und q sehr klein anne

I. Nehmen wir also gleich Anfangs $r = o$, so

und $\varphi = n\,\omega$. Sey ferner $A = -1$, so gibt die Ve
farbigen Randes (S. 219), da immer $A''' = \infty$ s
Bedingungsgleichung

$$o = \frac{A'' + 1}{A'' + (A'' + 1)(n - q)} + \frac{1}{2 - q -}$$

[redacted]

$\frac{\alpha n}{q}$ und $\Delta = \alpha$

: $\frac{A'}{A'+1} \cdot \frac{n\alpha}{q-n}$, $\Delta' = \frac{n\alpha}{q-n}$

$-\frac{A'A''}{A''+1} \cdot \frac{n\alpha}{2-q+n}$, $\Delta'' = -\frac{A'A''}{A''+1} \cdot \frac{n\alpha}{(q-n)(2-q+n)}$

$-A'A''. \frac{n\alpha}{2-q+n}$, $\Delta''' = -2A'A''. \frac{n\alpha}{2-q+n}$,

r den Ort des Auges

$$k = \frac{p^{IV}}{2-q+n}.$$

Veil also die Gröſse A'' schon oben durch q und n bestimmt , so sind in den letzten acht Gleichungen die zwey Grö- und A' noch unserer Wahl überlassen. Aber dieselben ungen zeigen zugleich, daſs immer $q > n$ und daſs $\frac{A'}{A'+1}$ r, und kleiner als die Einheit seyn muſs.

oll ferner die Brennweite p^{IV} der letzten Linse nicht zu werden, so darf A' nicht leicht kleiner als 3 seyn; auch damit das Fernrohr nicht zu lang werde, $q > 2n$ seyn.

Väre z. B. $A' = 3$ und $q = (\theta + 1)\, n$, so ist

$$\frac{A''}{A''+1} = 2\,(\theta n - 1) \text{ und } \varphi = \frac{2-(\theta+1)\,n}{m-1} \,.\, \omega$$

$$\text{wo } n = \frac{2-(\theta+1)\,n}{m-1},$$

uch

$$n = \frac{2}{\theta+m} \text{ und } \varphi = n\,\omega.$$

Dieses vorausgesetzt, hat man

$$p' = \frac{A\,n\,\alpha}{A\,q-(A+1)\,n},$$

$$p'' = \frac{A\,A'\,n\,\alpha}{A'-(A'+1)\,(q-n)}$$

$$p''' = -\frac{A\,A'\,A''\,n\,\alpha}{A''+(A''+1)\,(1-q+n)}$$

$$p^{IV} = \frac{A\,A'\,A''\,n\,\alpha}{3-q+n}$$

und

$$\frac{A\,q\,\alpha}{A\,q-(A+1)\,n}$$

$$= \frac{\alpha\,A\,n\,[A'(A+1)-(A'+1)\,q]}{[A\,q-(A+1)\,n]\,[A'-(A'+1)\,(q-n)]}$$

$$= \frac{\alpha\,A\,A'\,n\,[A''(A'+1)+(A''+1)]}{[A'-(A'+1)\,(q-n)]\,[A''+(A''+1)\,(1-q+n)]}$$

$$= -\frac{\alpha\,A\,A'\,A''\,(A''+2)}{[A''+(A''+1)\,(1-q+n)]\,(3-q+n)}$$

en Ort des Auges aber ist

$$k = \frac{p^{IV}}{3-q+n}$$

ir die Aufhebung des farbigen Randes

$$= \frac{(A+1)\,q}{A\,q-(A+1)\,n} + \frac{A'+1}{A'-(A'+1)\,(q-n)}$$

$$- \frac{A''+1}{A''+(A''+1)\,(1-q+n)} + \frac{1}{3-q+n}.$$

ier sind die Gröfsen A, A′, A″ so anzunehmen, dafs
rthe von p′, p″ . . . und △, △′ . . . alle positiv wer-
ey also $A = \infty$, $A' = 0$ und $A'' = -\frac{1}{2}$ und $A\,A' = -f$,
die Farbengleichung

$$= \frac{1}{4-q+n} + \frac{1}{3-q+n} \text{ wo } n = \frac{3-q}{m-1} \text{ ist.}$$

Die beyden letzten Gleichungen geben annähernd nicht sehr groſs ist, den Werth von $q = \frac{1}{5}$ und daher

$$n = \frac{12}{5\,(m - 1)}.$$

Substituirt man also diese Werthe von A, A′, A″ q und n in den vorhergehenden Gleichungen, so erhält

$$p' = \frac{5\,n\,\alpha}{3 - 5\,n} \quad \text{und} \quad \Delta = \frac{3\,\alpha}{3 - 5\,n}$$

$$p'' = \frac{5\,f\,n\,\alpha}{3 - 5\,n} \qquad \Delta' = \frac{5\,n\,\alpha\,(3 + 5\,f)}{(3 - 5\,n)^2}$$

$$p''' = \frac{15\,f\,n\,\alpha}{17 + 5\,n} \qquad \Delta'' = \frac{100\,f\,n}{(3 - 5\,n)\,(17}$$

$$p^{IV} = \frac{15\,f\,n\,\alpha}{24 + 10\,n} \qquad \Delta''' = \frac{-5\,f\,n}{2\,(17 + 5\,n)\,(}$$

wo die Gröſse f noch unserer Wahl überlassen ist.

Man kann die Gröſse f so annehmen, daſs die letzt weite p^{IV} nicht zu klein wird. Soll z. B. $p^{IV} = 1$ Ze so ist

$$f = \frac{24 + 10\,n}{[illegible]},$$

$$p^{\mathrm{v}} = \frac{3\,f\,n\,\alpha}{5} \qquad \Delta''' = \frac{3\,f\,n\,\alpha}{5}.$$

$$\text{und } k = \frac{2\,p^{\mathrm{v}}}{5} = \frac{6\,f\,n\,\alpha}{25}$$

Da auch hier a' α' α'' positiv, und a'' α''' negativ ist, so
en die zwey wahren Bilder zwischen I. II und III. IV.

II. Sey überhaupt $q = \theta + n$ also $\varphi = n\,\omega$ und

$$n = \frac{3 - \theta}{m}$$

übrigens wie zuvor

$= \infty$, $A' = o$, $A\,A' = -f$ und $A'' = -\frac{1}{2}$ so wie $\alpha^{\mathrm{v}} = \alpha'' = \omega$,
$= -\omega$, und $\omega' = q\,\omega = (\theta + n)\,\omega$

Dieses vorausgesetzt, geben die Gleichungen §. 9 S. 215

$$p' = \frac{\alpha\,n}{\theta} \qquad \Delta = \frac{\alpha\,(\theta + n)}{\theta}$$

$$p'' = \frac{\alpha\,f\,n}{\theta} \qquad \Delta' = \frac{\alpha\,n\,(f + \theta + n)}{\theta^2}$$

$$p''' = \frac{3\,\alpha\,f\,n}{4 - \theta} \qquad \Delta'' = \frac{4\,\alpha\,f\,n}{\theta\,(4 - \theta)}$$

$$p^{\mathrm{v}} = \frac{3\,\alpha\,f\,n}{2\,(3 - \theta)} \qquad \Delta''' = \frac{3\,\alpha\,f\,n}{2\,(4 - \theta)\,(3 - \theta)}$$

$$a' = \frac{\alpha\,n}{\theta} \qquad \alpha' = +\infty$$

$$a'' = -\infty \qquad \alpha'' = \frac{\alpha\,f\,n}{\theta}$$

$$a''' = \frac{\alpha\,f\,n}{4 - \theta} \qquad \alpha''' = -\frac{3\,\alpha\,f\,n}{2\,(4 - \theta)}$$

$$a^{\mathrm{v}} = \frac{3\,\alpha\,f\,n}{2\,(3 - \theta)} \qquad \alpha^{\mathrm{v}} = +\infty$$

Die Gröſsen θ und n müssen so genommen werden, daſs
m gleich oder kleiner als $\frac{1}{4}$ ist, wo n selbst eine kleine posi-
Zahl ist.

$$A = \frac{\alpha'}{a'},\ A' = \frac{\alpha''}{a''},\ A'' = \frac{\alpha'''}{a'''} \text{ und}$$

$$B = \frac{\alpha}{a'},\ B' = \frac{\alpha'}{a''},\ B'' = \frac{\alpha''}{a'''},$$

hat man für fünf Linsen die Gleichungen:

$$m = B\,B'\,B''\,B'''$$

$$\frac{A\,\omega'}{A+1} = (B+1)\,\varphi$$

$$\frac{A'\,\omega''}{A'+1} = (B\,B'-1)\,\varphi + \omega'$$

$$\frac{A''\,\omega'''}{A''+1} = (B\,B'\,B''+1)\,\varphi + \omega'' - \omega'$$

$$\frac{A'''\,\omega^{IV}}{A'''+1} = (B\,B'\,B''\,B'''-1)\,\varphi + \omega''' - \omega'' + \omega'$$

die Bedingungsgleichung des farbenlosen Randes

$$o = \omega' + \frac{\omega''}{B'} + \frac{\omega'''}{B'\,B''} + \frac{\omega^{IV}}{B'\,B''\,B'''}.$$

In diesen Ausdrücken ist $\alpha = p$, $a^{IV} = p^{IV}$, $\omega^{IV} = \infty$ also h $A''' = \infty$, und daher auch die fünfte der vorstehenden ichungen,

$$\varphi = \frac{\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega'}{m-1}$$

Dieses vorausgesetzt, werden nun verschiedene Annahmen Gröfsen $B\,B'\,B''\,B'''$ auch verschiedene Einrichtungen des nrohres zur Folge haben. Wir wollen auch hier einige der züglichsten dieser besonderen Fälle näher betrachten, da sie aufzuzählen, beynahe unmöglich ist.

§. 4.

Nehmen wir zuerst an, dafs das Fernrohr nur zwey wahre der zwischen der II. III. und zwischen der III. IV. Linse ent- te, so ist also a' und α''' negativ, also auch B und B''' nega-

v, weil $\alpha = p$ und $\alpha^{IV} = p^{IV}$ positiv sind, wenn a
nvex seyn sollen.

Um ein grofses Gesichtsfeld zu erhalten, se

$$\omega' = n\,\omega^{IV},\ \alpha'' = o \text{ und } \omega''' = -\,\omega^{IV},$$

auch

$$\varphi = \frac{(2-n)\,\omega^{IV}}{m-1}$$

Nehmen wir z. B. an, dafs das Gesichtsfeld noch seyn soll, als das S. 328 für vier Linsen gef weil hier m eine positive Zahl bezeichnet,

$$\frac{2-n}{m-1} = \frac{2}{m+\sqrt{m}}$$

oder

$$n = \frac{2}{\sqrt{m}},$$

wodurch n bestimmt und daher auch

$$\varphi = \frac{2\,\omega^{IV}}{m+\sqrt{m}} \text{ wird.}$$

Dieses vorausgesetzt, gibt die I. III. und IV. der aufgestellten Gleichungen

$$m = B\,B'\,B''\,B'''$$

$$o = \frac{(B\,B'-1)}{m+\sqrt{m}} + \frac{1}{\sqrt{m}}$$

$$o = \frac{2}{\sqrt{m}} - \frac{1}{B'\,B''} + \frac{1}{B'\,B''\,B'''}$$

woraus folgt

$$\left.\begin{array}{l} B\,B' = -\sqrt{m} \\ B''\,B''' = -\sqrt{m} \text{ und} \\ (2\,B'-1)\,B'' = \sqrt{m} \end{array}\right\} \ldots (I)$$

Da aber zwischen die IV. und V. Linse kein wa fällt, also α''' negativ ist, und da im Gegentheile die

$''' = a''' + a^{iv}$ immer positiv seyn mufs, so mufs auch $> a'''$ seyn, d. h. es mufs $B''' < 1$ seyn. Ist aber $B''' < 1$, geben die zwey letzten der Gleichungen (I)

$$B'' > \sqrt{m} \text{ und}$$

$$2\,B' - 1 < 1, \text{ oder } B' < 1.$$

Ferner mufs, da B'' weder negativ noch unendlich seyn na, $2\,B' - 1$ positiv, oder $2\,B' > 1$ seyn. Wir haben also

$$B' < 1 \text{ und } B' > \frac{1}{2}$$

$$\text{und da } -B = \frac{\sqrt{m}}{B'} \text{ ist,}$$

haben wir überdiefs

$$-B > \sqrt{m} \text{ und } -B < 2\sqrt{m}.$$

Daraus folgt, dafs B' zwischen 1 und $\frac{1}{2}$, und $-B$ zwiten $\sqrt{m}$ und $2\sqrt{m}$ fällt.

Ueberhaupt ist endlich A' B' B'' positiv, und A A'' B und negativ.

Betrachten wir also z. B. die zwey Fälle, wo erstens die öfse B, und wo zweytens die Gröfse B' genau in die Mitte ischen den für sie so eben angezeigten Gränzen fällt.

§. 5.

Erster Fall.

$$-B = \tfrac{3}{2}\sqrt{m}$$

Dieser Werth von B gibt

$$B' = -\frac{\sqrt{m}}{B} = \frac{2}{3}, \quad B'' = \frac{\sqrt{m}}{2\,B' - 1} = 3\sqrt{m}, \text{ und}$$

$$B''' = -\frac{\sqrt{m}}{B''} = -\frac{1}{3}.$$

Sind so die Werthe von B B' B'' B''' bestimmt, so findet man Gröfsen A A' A'' aus den Gleichungen der S. 337 oder aus

$$\frac{A}{A+1} = (B+1)\frac{\varphi}{\omega'} = \frac{(2-3\sqrt{m})\sqrt{m}}{2(m+\sqrt{m})} \quad \text{und}$$

$$\frac{A''}{A''+1} = \frac{(B\,B'\,B''+1)\,\varphi - \omega'}{\omega'''} = \frac{2(1+3\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}}$$

also auch

$$A = \frac{2-3\sqrt{m}}{5\sqrt{m}} \quad \text{und} \quad A'' = -\frac{2(1+3\sqrt{m})}{1+5\sqrt{m}}$$

Die Gröſse A' aber bleibt unbestimmt, und noch ur freyen Annahme überlassen.

Substituirt man die erhaltenen Werthe von A A'' B l und B''' in den allgemeinen Gleichungen der S. 337, so e man, wenn man der Kürze wegen setzt:

$$\mu = \sqrt{m}+1 \qquad \mu' = 3\sqrt{m}+1$$
$$\mu'' = 3\sqrt{m}-2 \qquad \mu''' = 5\sqrt{m}+1.$$

Für die Bestimmungsstücke des Fernrohrs folgende drücke:

$$a' = \frac{\alpha}{B} = -\frac{2\alpha}{3\sqrt{m}}$$

$$\alpha' = \frac{A\alpha}{B} = \frac{2\mu''\alpha}{15\,m} \qquad p' = \frac{\mu''\alpha}{3\mu\sqrt{m}}$$

$$a'' = \frac{\mu''\alpha}{5\,m} \qquad p'' = \frac{\mu''\alpha . A'}{5\,m(1+A')}$$

$$\alpha'' = \frac{\mu''A'\alpha}{5\,m} \qquad p''' = \frac{2A'\mu'\mu''\alpha}{15\mu\,m\sqrt{m}}$$

$$a''' = \frac{\mu''A'\alpha}{15\,m\sqrt{m}} \qquad p^{IV} = \frac{2A'\mu'\mu''\alpha}{5\mu'''m\sqrt{m}}$$

$$\alpha''' = -\frac{2A'\mu'\mu''\alpha}{15\mu'''m\sqrt{m}}$$

und für die Distanzen der Linsen

$$\Delta = \left(1-\frac{2}{3\sqrt{m}}\right)\alpha \qquad \Delta' = \frac{\mu''\alpha}{3\,m}$$

$$\Delta'' = \frac{A'\mu'\mu''\alpha}{15\,m\sqrt{m}} \qquad \Delta''' = \frac{4A'\mu'\mu''\alpha}{15\mu'''m\sqrt{m}}$$

[redacted]

Die Entfernung des Auges von der letzten Linse ist

$$k = \frac{A' \mu'' \mu' \mu \alpha}{5 \mu''' m^2}$$

das Gesichtsfeld, wenn $\omega^{IV} = \frac{1}{4}$ ist,

$$\varphi = \frac{1719}{m + \sqrt{m}} \text{ Min.}$$

I. Ist m sehr groſs, so ist die Länge des Fernrohrs

$$= \Delta + \Delta' + \Delta'' + \Delta''' = \left(1 + \frac{1}{3\sqrt{m}} + \frac{3A'}{5\sqrt{m}}\right)\alpha$$

die Brennweiten der Linsen sind

$$p' = \frac{\alpha}{\sqrt{m}}, \quad p'' = \frac{3A'\alpha}{5(1+A')\sqrt{m}}, \quad p''' = \frac{6A'\alpha}{5m},$$

$$p^{IV} = \frac{18A'\alpha}{25m}.$$

Die willkührliche Gröſse A' kann etwa durch eine angenommene Gröſse der letzten Brennweite p^{IV} bestimmt werden. Ist z. B. = 1 Zoll, so ist

$$A' = \frac{25m}{18\alpha},$$

α in Zollen ausgedrückt wird.

II. Der Oeffnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes ist die zweyte Linse:

$$z' = p'\omega' = \frac{2p'\omega^{IV}}{\sqrt{m}},$$

d der wegen der Helligkeit

$$x' = \frac{a'x}{\alpha} = \frac{2x}{3\sqrt{m}}.$$

Setzt man daher, was oft vortheilhaft geschehen kann, den klichen Oeffnungshalbmesser der zweyten Linse gleich $x' + z'$, die Helligkeit über das ganze Gesichtsfeld gleich groſs zu

$$R = \frac{\mu\, m\, x^3}{4\, p^3} \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{9}{64 \sqrt{m}} \left(\frac{9 \lambda'}{4} - 7 \nu \right) \\ + 7^3 \frac{(1 + A')}{4^2 A'^2 \sqrt{m}} \left(\lambda'' \frac{(1 + A')^2}{A'} + \right. \\ + \frac{7^3}{2^{11}\, m\, A'^2} \left(\frac{1}{4} \lambda''' - 3 \nu \right) \\ + \left(\frac{21}{16} \right)^3 \cdot \frac{1}{A'^3\, m} \cdot \lambda^{IV} \end{array} \right.$$

woraus wie oben folgt, dafs besonders die dritte Li
Deutlichkeit des Sehens nachtheilig einwirkt.

II. Um auf die vorhergehenden Ausdrücke ein beso
spiel anzuwenden, sey

$$\alpha = 48, \; p^{IV} = 2 \text{ und } m = 36,$$

so hat man, nach dem §. 6 erhaltenen Ausdrucke d
Falles:

$$p^{IV} = \frac{2\, A'\, \nu'''\, \nu''}{7\, m\, \nu' . \sqrt{m}},$$

oder nahe $A' = 2.2$. Kennt man aber den Werth vo

$$p' = 6, \; p'' = 2.75, \; p''' = 2.71, \; p^{IV} = 2,$$

$$= -\frac{3\alpha}{4\sqrt{m}}$$

$$= \frac{3\nu'''\alpha}{28\,m} \qquad p' = \frac{\nu'''\alpha}{4\nu.\sqrt{m}}$$

$$= \frac{\nu'''\alpha}{7m} \qquad p'' = \frac{A'}{1+A'}\cdot\frac{\nu'''\alpha}{7m}$$

$$= A'a'' = \frac{A'\nu'''\alpha}{7m}$$

$$= \frac{A'\nu'''\alpha}{14\,m\sqrt{m}} \qquad p''' = \frac{A'\nu'''\nu''\alpha}{7\,m\,\nu\sqrt{m}}$$

$$= -\frac{A'\nu'''\nu''\alpha}{7\,m\,\nu'.\sqrt{m}} \qquad a^{IV} = p^{IV} = \frac{2\,A'\nu'''\nu''\alpha}{7\,m\,\nu'.\sqrt{m}}.$$

Die Distanzen der Linsen sind:

$$= \frac{\nu'''\alpha}{4\sqrt{m}} \qquad \Delta' = \frac{\nu'''\alpha}{4\,m}$$

$$' = \frac{A'\nu'''\nu''\alpha}{14\,m\sqrt{m}} \qquad \Delta''' = \frac{A'\nu'''\nu''\alpha}{7\,m\,\nu'\sqrt{m}}$$

l die Entfernung des Auges von der letzten Linse

$$k = \frac{A'\nu'''\nu''\alpha}{7\,m^2\,\nu'}.$$

I. Ist wieder m sehr grofs, so hat man:

$$p' = \frac{\alpha}{\sqrt{m}},\ p'' = \frac{4\,A'\alpha}{7\,(1+A')\sqrt{m}},\ p''' = \frac{8\,A'\alpha}{7\,m},$$

$$p^{IV} = \frac{16\,A'\alpha}{21\,m} \text{ und } k = \frac{8\,A'}{7\,m},$$

l die Länge des ganzen Fernrohres ist:

$$L = \left(1 + \frac{1}{4\sqrt{m}} + \frac{4\,A'}{7\sqrt{m}} + \frac{22\,A'}{21\,m}\right)\alpha$$

wie das halbe Gesichtsfeld:

$$\varphi = \frac{1718}{m+\sqrt{m}}\text{ Min.}$$

II. Der Oeffnungshalbmesser der zweyten Linse weg
Gesichtsfeldes ist:

$$z' = p'\,\omega' = \frac{2\,p'\,\omega^{IV}}{\sqrt{m}},$$

und der wegen der Helligkeit

$$x' = \frac{3\,x}{4\sqrt{m}},$$

also der wirkliche Halbmesser

$$z' + x' = \frac{2\,p'\,\omega^{IV}}{\sqrt{m}} + \frac{3\,x}{4\sqrt{m}}.$$

Der Oeffnungshalbmesser der dritten Linse aber i

$$x'' = \frac{x}{\sqrt{m}} \text{ wie zuvor.}$$

§. 7.

Für die in §. 5 und 6 entwickelten Fernröhre ist
benabweichung in der Axe

$$d\varphi = \left(1 + \frac{p}{B^2\,p'} + \frac{p}{B^2\,B'^2\,p''} + \frac{p}{B^2\,B'^2\,B''^2\,p'''} + \frac{p}{m^2\,p^{IV}}\right).$$

[redacted]

[redacted]

Hälfte der von dem Objectiv erzeugten Zerstreuung, und
kleinere Vergröſserungen wird dieser Einfluſs der dritten
e sogar noch gröſser.

Wäre daher das Objectiv einfach, so müſste man die Länge
Fernrohrs beträchtlich gröſser machen, als man es für die-
Vergröſserung zu einem gemeinen astronomischen Fern-
mit zwey Linsen machen würde, um nämlich einen gröſse-
Werth von m zu erhalten, wodurch der Nachtheil dieser
en Linse, oder die Gröſse

$$\frac{1+A'}{A'} \cdot \frac{7}{4\sqrt{m}}$$

er wird.

I. Eben so ist der Halbmesser der Kugelabweichung (S. 199)

$$R = \frac{n\,x^3}{p^3}\left\{\begin{array}{l} \lambda + \frac{a'^2}{p\,p'}\left(\frac{\lambda'\,a'^2}{p'^2} + \frac{\nu\,a'}{\alpha'}\right) \\ + \frac{a''^2}{p\,p''}\left(\frac{\lambda''\,a''^2}{p''^2} + \frac{\nu\,a''}{\alpha''}\right)\left(\frac{a'}{\alpha'}\right)^4 \\ + \frac{a'''^2}{p\,p'''}\left(\frac{\lambda'''\,a'''^2}{p'''^2} + \frac{\nu\,a'''}{\alpha'''}\right)\left(\frac{a'\,a''}{\alpha'\,\alpha''}\right)^4 \\ + \frac{p^{IV}}{p}\cdot\left(\frac{a'\,a''\,a'''}{\alpha'\cdot\alpha''\,\alpha'''}\right)^4 \lambda^{IV} \end{array}\right\}$$

Substituirt man in diesem Ausdrucke die oben (S. 343) er-
nen Werthe von p, p'' . . . für ein groſses m, oder

$$\alpha,\ \frac{a'}{p'} = -\frac{3}{4\sqrt{m}},\ \frac{a'}{p'} = -\frac{3}{4},\ \frac{a'}{\alpha'} = -\frac{7}{4}$$

$$:\ \frac{4}{7\sqrt{m}},\ \frac{a''}{p''} = \frac{1+A'}{A'},\ \frac{a''}{\alpha''} = \frac{1}{A'},\ \frac{\alpha'''}{p} = \frac{2\,A'}{7\,m}$$

$$= \frac{1}{4},\ \frac{a'''}{\alpha'''} = -\frac{3}{4},\ \text{und}\ \frac{p^{IV}}{p} = \frac{16\,A}{21\,m},$$

rhält man, wenn die Linsen gleichartig sind,

$$R = \frac{\mu\, m\, x^3}{4\, p^3} \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{9}{64 \sqrt{m}} \left(\frac{9 \lambda'}{4} - 7\nu \right) \\ + 7^3 \, \frac{(1 + A')}{4^2 \, A'^2 \sqrt{m}} \left(\lambda'' \, \frac{(1 + A')^2}{A'} + \nu \right) \\ + \frac{7^3}{2^{11} \, m \, A'^3} \left(\frac{1}{4} \lambda''' - 3\nu \right) \\ + \left(\frac{21}{16} \right)^3 \cdot \frac{1}{A'^3 \, m} \cdot \lambda^{IV} \end{array} \right\}$$

woraus wie oben folgt, dafs besonders die dritte Linse auf Deutlichkeit des Sehens nachtheilig einwirkt.

II. Um auf die vorhergehenden Ausdrücke ein besonderes Beyspiel anzuwenden, sey

$$\alpha = 48, \; p^{IV} = 2 \text{ und } m = 36,$$

so hat man, nach dem §. 6 erhaltenen Ausdrucke des zweyten Falles:

$$p^{IV} = \frac{2 \, A' \, \nu''' \, \nu''}{7 \, m \, \nu' . \sqrt{m}},$$

oder nahe $A' = 2.2$. Kennt man aber den Werth von A', so ist

$$p' = 6, \; p'' = 2.75, \; p''' = 2.71, \; p^{IV} = 2,$$

und überdiefs

$$\begin{array}{llllll} a' & = -\,6 & a'' & = 4 & a''' & = 0.73 \\ \alpha' & = 3 & \alpha'' & = 8.77 & \alpha''' & = -\,1.00. \end{array}$$

Ferner ist

$$\Delta = 42, \; \Delta' = 7, \; \Delta'' = 9.5 \text{ und } \Delta''' = 1,$$

so wie $L = 60.67$ und $\varphi = 41$ Minuten.

Für die zweyte Linse ist für $\omega^{IV} = \frac{1}{4}$

$$z' = \frac{2 \, p' \, \omega^{IV}}{\sqrt{m}} = 0.5 \text{ und } x' = \frac{3 \, x}{4 \sqrt{m}} = 0.09$$

wenn $x = 0.72$ gesetzt wird, also auch der wahre Oeffnungshalbmesser dieser Linse

$$z' + x' = 0.59.$$

[redacted]

$$\cdot 1 = \frac{2\beta(1-\sqrt{m})-4}{(\beta-2)(1+\sqrt{m})} \text{ oder } A'' = \frac{2\beta(1-\sqrt{m})-4}{2-\beta+(3\beta-2)\sqrt{m}}$$

laraus folgt nach §. 3.

$$= \frac{(\beta\sqrt{m}-1)\alpha}{(\sqrt{m}+1)\beta\sqrt{m}}, \quad p'' = \frac{(\beta\sqrt{m}-1)\alpha}{(\beta+1)m} \cdot \frac{A'}{1+A'}$$

$$p''' = \frac{(\beta\sqrt{m}-1)[4+2\beta(\sqrt{m}-1)]\alpha A'}{(\beta+1)(\sqrt{m}+1)\beta m\sqrt{m}}$$

$$p^{\mathrm{IV}} = \frac{(\beta\sqrt{m}-1)[4+2\beta(\sqrt{m}-1)]\alpha A'}{(\beta+1)[2-\beta+(3\beta-2)\sqrt{m}]m\sqrt{m}}$$

§. 10.

Noch ist der Fall zu betrachten übrig, wo die zwey wahren
r zwischen I. II. und IV. V. fallen, wo also B B''' positiv,
B' B'' negativ ist.

Nimmt man $\omega' = \omega^{\mathrm{IV}} = \frac{1}{4}$, $\omega''' = -\frac{1}{4}$, und $\omega'' = 0$

ben die Gleichungen der S. 210.

$$m = BB'B''B'''$$

$$\frac{A}{A+1} = \frac{B+1}{m-1}$$

$$0 = \frac{BB'-1}{m-1} + 1$$

$$\frac{A''}{A''+1} = 1 - \frac{(BB'B''+1)}{m-1}$$

lie Farbengleichung ist

$$0 = B'B''B''' - B''' + 1.$$

ie erste, dritte und fünfte dieser Gleichungen gibt, wenn
$B = \theta m$ setzt,

$$B' = \frac{2-m}{\theta m}$$

$$B'' = \frac{\theta m}{(\theta+1)(2-m)}$$

$$B''' = \frac{\theta+1}{\theta}$$

die dritte . . $o = (BB' - 1)q + n$

und die vierte . . $\frac{A''}{A''+1} = n - (BB'B'' + 1)q$

Die Elimination von n aus den zwey ersten dieser dre[i Glei-]
chungen gibt

$$\frac{A}{A+1} = \frac{1+B}{1-BB'} \text{ oder } A = -\frac{(1+B)}{B(1+B')}.$$

Da aber B negativ und gröſser als 1, und B′ positiv [ist, so]
muſs $\frac{A}{A+1}$ negativ, also auch A negativ seyn, wie w[ir]
schon oben gefunden haben. Eliminirt man aber n aus d[er zweyten und]
den letzten dieser drey Gleichungen, so erhält man

$$\frac{A''}{A''+1} = -BB'(1+B'')q$$

Da nun B negativ und B′ positiv ist, so zeigt di[ese]
Gleichung:

Wenn das an sich negative $B'' > 1$ ist, so ist $\frac{A''}{A''+[1]}$ [nega-]
tiv, also auch A″ negativ (und da A′A″ negativ war) so
A′ positiv. — Wenn aber das an sich negative $B'' < 1$ is[t, so ist]
$\frac{A''}{A''+1}$ positiv, also auch A″ positiv, und daher A′ [negativ.]

Auch ist in dem letzten Falle die Gröſse $\frac{A''}{A''+1} < 1$.

Noch ist die Farbengleichung

$$o = n - \frac{1}{B'B''} + \frac{1}{B'B''B'''}$$

Es war aber $n = (1 - BB')q$, also auch, wenn [man aus]
diesen beyden Gleichungen die Gröſse n eliminirt,

$$B'' = \frac{B''' - 1}{B'B'''(1 - BB')q}$$

und da B″ negativ ist, so muſs $B''' < 1$ seyn.

Endlich ist $m = B B' B'' B'''$, wodurch die letzte Gleichung folgende übergeht,

$$B''' = 1 - \frac{m}{B} (B B' - 1) q,$$

d da B''' positiv und B negativ ist, so muſs $m (B B' - 1) q < B$
n.

Noch war $n = (1 - B B') q$ und $q = \frac{2 - n}{m - 1}$

woraus folgt

$$n = \frac{2 (1 - B B')}{m - B B'} \text{ und } q = \frac{2}{m - B B'}$$

also auch

$$\varphi = q\, \omega^{iv} = \frac{2\, \omega^{iv}}{m - B B'}$$

Das Vorhergehende zeigt hinlänglich die Gränzen, zwi-
en welche die Gröſsen B B' B'' B''' fallen. Es ist nähmlich
B' B''' positiv, und A A'' B B'' negativ, und $B > 1$, so wie
> 1 und $B''' < 1$.

§. 9.

Sey nun für einen besondern Fall

$$B B' = -\sqrt{m}, \text{ so ist } q = \frac{2}{m + \sqrt{m}}$$

$$\varphi = \frac{2\, \omega^{iv}}{m + \sqrt{m}} \text{ und } n = \frac{2 (1 + \sqrt{m}}{m + \sqrt{m}} = \frac{2}{\sqrt{m}}$$

Sey ferner $B = -4 \sqrt{m}$ also auch $B' = \frac{1}{4}$,

$$' = 1 - \frac{m}{B} (B B' - 1) q = \frac{1}{2} \text{ und } B'' = \frac{m}{B B' B''} = -2 \sqrt{m}$$

Dieses vorausgesetzt, geben die allgemeinen Gleichungen
r S. 337.

$$\frac{A}{A+1} = \frac{(B+1)\varphi}{\omega'} = -\frac{(4\sqrt{m}-1)}{1+\sqrt{m}} \text{ oder } A = -\frac{(4\sqrt{m}-1)}{5\sqrt{m}}$$

$$\frac{A''}{A''+1} = \frac{(BB'B''+1)\varphi - n\omega^{IV}}{-\omega^{IV}} = -\frac{2(2\sqrt{m}-1)}{1+\sqrt{m}} \text{ oder}$$

$$A'' = -\frac{2(\sqrt{m}-1)}{5\sqrt{m}-1}$$

Die Gröfse A' aber bleibt unbestimmt, nur mufs sie p genommen werden, da $B'' > 1$ war.

Substituirt man also diese Werthe von A, A'', B, B' B' in den erwähnten Gleichungen der S. 337, so erhält man fü Bestimmung des Fernrohrs, wenn man der Kürze wegen

$$\mu = \sqrt{m}+1 \qquad \mu' = 2\sqrt{m}-1$$
$$\mu'' = 4\sqrt{m}-1 \qquad \mu''' = 5\sqrt{m}-1 \text{, setzt,}$$

folgende Ausdrücke,

$$p' = \frac{\mu''\alpha}{4\mu\sqrt{m}}, \quad p'' = \frac{\mu''\alpha A'}{5m(1+A')}, \quad p''' = \frac{\mu''\mu'\alpha A'}{5\mu m\sqrt{m}}$$

$$p^{IV} = \frac{2\mu''\mu'\alpha A'}{5\mu'''m\sqrt{m}}, \quad \Delta = \frac{\mu''\alpha}{4\sqrt{m}}, \quad \Delta' = \frac{\mu''\alpha}{4m},$$

$$\Delta'' = \frac{\mu''\mu' A'\alpha}{10m\sqrt{m}}, \quad \Delta''' = \frac{3\mu''\mu' A'\alpha}{5\mu'''m\sqrt{m}}$$

I. Hätte man allgemeiner $B = -\beta.\sqrt{m}$ angenommen, eine willkührliche Zahl bezeichnet, so ist

$$B' = \frac{1}{\beta}, \quad BB' = -\sqrt{m}, \quad q = \frac{2}{m+\sqrt{m}}, \quad n = \frac{2}{\sqrt{m}}$$

$$\omega' = n\omega^{IV} = \frac{2\omega^{IV}}{\sqrt{m}}, \quad \varphi = q\omega^{IV} = \frac{2\omega^{IV}}{(1+\sqrt{m})\sqrt{m}}$$

also auch

$$B''' = \frac{\beta-2}{\beta}, \quad B'' = -\frac{\beta\sqrt{m}}{\beta-2} \text{ und überdiefs}$$

$$\frac{A}{A+1} = \frac{1-\beta\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}} \text{ oder } A = \frac{1-\beta\sqrt{m}}{(1+\beta)\sqrt{m}}$$

$$p' = \frac{(6m+5)\alpha}{6m(m-1)}$$

$$p'' = + \frac{A'}{1+A'} \frac{(6m+5)\alpha}{(m-2)(m+10)}$$

$$p''' = - A' . \frac{(5m-22)(6m+5)\alpha}{6m(m-1)(m+10)}$$

$$p^{\text{IV}} = - A' . \frac{(5m-22)(6m+5)\alpha}{m(m+10)(6m+11)}$$

und

$$\Delta = \frac{(6m+5)\alpha}{6m}$$

$$\Delta' = \frac{(6m+5)\alpha}{6m(m-2)}$$

$$\Delta'' = - \frac{A'(5m-22)(6m+5)\alpha}{6m(m-2)(m+10)}$$

$$\Delta''' = - \frac{17A'(5m-22)(6m+5)\alpha}{6m(m+10)(6m+11)}$$

für einen besonderen Fall

$$\theta = \frac{12}{10} \text{ und } A = - \frac{11}{10}$$

so auch

$$\frac{A'}{A'+1} = +11, \text{ und } \alpha = 42, \text{ so wie } m = 70$$

p'	=	0.616	Δ	=	42.500
p''	=	36.091	Δ'	=	0.625
p'''	=	2.778	Δ''	=	2.819
p^{IV}	=	2.668	Δ'''	=	7.560.

tzt man den in p''', p^{IV}, und in Δ''' Δ^{IV} im Zähler vor-
nden Factor $m - 2\theta - 2 = f$, wo f eine gegen die Ein-
hr kleine Zahl ist, so hat man

wo also, wenn θ positiv ist, $B' < 1$ und $B'' < 1$, also a'' und a''' positiv, und $\alpha' \alpha''$ negativ seyn wird, weil $\Delta' =$ und $\Delta'' = \alpha'' + a'''$ nur positiv seyn kann.

Substituirt man aber diese Werthe von B' B'' und den Gleichungen der S. 210, so erhält man

$$\frac{A}{A+1} = \frac{\theta m + 1}{m - 1} \text{ also auch } A = \frac{\theta m + 1}{(1-\theta)m - 2}$$

$$\frac{A''}{A''+1} = \frac{m - 2\theta - 2}{(\theta + 1)(m - 1)} \qquad A'' = \frac{m - 2\theta -}{\theta(m+1)+}$$

Kennt man aber so die Gröfsen B... und A... so hat man S. 208) für die Einrichtung des Fernrohrs die Ausdrücke:

$$p' = \frac{(\theta m + 1)\alpha}{\theta m (m - 1)}$$

$$p'' = -\frac{A'}{1 + A'} \cdot \frac{(\theta m + 1)\alpha}{[(1-\theta)m - 2](m - 2)}$$

$$p''' = \frac{A' . (m - 2\theta - 2)(\theta m + 1)\alpha}{\theta m (m - 1)[(1 - \theta) m - 2]}$$

$$p^{IV} = \frac{A'(m - 2\theta - 2)(\theta m + 1)\alpha}{[(1 - \theta) m - 2][\theta(m + 1) + 1] m}$$

und

$$\Delta = \frac{1 + \theta m}{\theta m} . \alpha$$

$$\Delta' = \frac{(\theta m + 1)\alpha}{\theta m (m - 2)}$$

$$\Delta'' = \frac{A'(m - 2\theta - 2)(\theta m + 1)\alpha}{\theta m (m - 2)[(1 - \theta) m - 2]}$$

$$\Delta''' = \frac{A'(2\theta + 1)(\theta m + 1)(m - 2\theta + 2)\alpha}{\theta m [(1 - \theta) m - 2][\theta(m + 1) + 1]}$$

Wo die Gröfsen θ und A' im Allgemeinen noch uns Willkühr überlassen bleiben, mit der Beschränkung, dafs θ sitiv, und dafs das negative $A' > 1$ seyn mufs. Für $\theta = 1$ den die zwey letzten Distanzen Δ'' und Δ''' zu grofs.

$\theta = \frac{12}{10}$ aber erhält man

$$p' = \frac{(6m+5)\alpha}{6m(m-1)}$$

$$p'' = +\frac{A'}{1+A'}\,\frac{(6m+5)\alpha}{(m-2)(m+10)}$$

$$p''' = -A'.\frac{(5m-22)(6m+5)\alpha}{6m(m-1)(m+10)}$$

$$p^{\text{iv}} = -A'.\frac{(5m-22)(6m+5)\alpha}{m(m+10)(6m+11)}$$

und

$$\Delta = \frac{(6m+5)\alpha}{6m}$$

$$\Delta' = \frac{(6m+5)\alpha}{6m(m-2)}$$

$$\Delta'' = -\frac{A'(5m-22)(6m+5)\alpha}{6m(m-2)(m+10)}$$

$$\Delta''' = -\frac{17A'(5m-22)(6m+5)\alpha}{6m(m+10)(6m+11)}$$

: für einen besonderen Fall

$$\theta = \frac{12}{10} \text{ und } A = -\frac{11}{10}$$

lso auch

$$\frac{A'}{A'+1} = +11, \quad \text{und } \alpha = 42, \quad \text{so wie } m = 70$$

p'	=	0.616	Δ	=	42.500
p''	=	36.091	Δ'	=	0.625
p'''	=	2.778	Δ''	=	2.819
p^{iv}	=	2.668	Δ'''	=	7.560.

etzt man den in p''', p^{iv}, und in Δ''' Δ^{iv} im Zähler vor-
enden Factor $m - 2\theta - 2 = f$, wo f eine gegen die Ein-
ehr kleine Zahl ist, so hat man

Z

$$\ldots \frac{m - 23)\,\alpha}{2\,m + 23)}$$

$$\ldots \frac{m + 4)\,(2\,m - 23)\,\alpha}{(m + 20)\,(12\,m + 23)}$$

$$\ldots \frac{m + 4)\,(2\,m - 23)\,\alpha}{m + 23)\,(7\,m + 2)}$$

).

$$\ldots \frac{m - 23)\,\alpha}{12\,m + 23)}$$

$$\ldots \frac{5\,m + 4)\,(2\,m - 23)\,\alpha}{)\,(12 + 23)\,(7\,m + 2)}$$

diese Ausdrücke, wenn man die vorher-
p und $\triangle$ in den folgenden substituirt,

$$\triangle = \frac{(4\,m + 3)\,\alpha}{4\,m}$$

$$\triangle' = \frac{35\,\triangle}{12\,m + 23}$$

$$\triangle'' = \frac{8\,(2\,m - 23)\,\triangle'}{7\,(m + 20)}$$

$$\triangle''' = \frac{3\,(5\,m + 4)\,\triangle''}{4\,(7\,m + 2)}$$

inen besonderen Fall m = 70, so geben
sdrücke:

46 α	und	$\triangle$	$= 1.01071\ \alpha$
10 α		$\triangle'$	$= 0.04099\ \alpha$
			$0.06090\ \alpha$
			α

substituirt, folgende Ausdrücke:

$$\frac{A}{A+1} = \frac{m(m-2)+\beta}{(m-1)\beta} \text{ und}$$

$$\frac{A''}{A''+1} = \frac{m(\beta-2)+4-2\beta}{(m-1)(m+\beta-2)}$$

woraus man dann die Werthe von p' p' . . . und $\triangle$ $\triangle'$. den Gleichungen der S. 208, wie zuvor, bestimmen ka sieht, dafs man zu diesem Zwecke nur in den in S. 352 nen Werthen von p' p' . . und $\triangle$ $\triangle'$ . . . die Gröfse θ = setzen darf, wodurch man erhält:

$$p' = \frac{P\alpha}{m(m-1)(m-2)}, \quad \triangle = \frac{P\alpha}{m(m-2)}$$

$$p'' = -\frac{A'}{A'+1} \cdot \frac{P\alpha}{(m-2)Q}, \quad \triangle' = \frac{P\alpha}{m(m-2)^2}$$

$$p''' = \frac{A'(\beta-2).P\alpha}{m(m-1)Q}, \quad \triangle'' = \frac{A'.(\beta-2).P\alpha}{m(m-2)Q}$$

$$p^{IV} = \frac{A'(\beta-2)(m-2)P\alpha}{QRm}, \quad \triangle''' = \frac{A'(\beta-2).[2m-4}{mQR}$$

wo der Kürze wegen gesetzt wurde

$$P = m^2 - 2m + \beta$$
$$Q = (\beta - m + 2)m - 2\beta$$
$$R = (m+1)(m-2) + \beta$$

Die positive Gröfse β liegt, den vorhergehenden mungen zu Folge, zwischen den Gränzen 2 und m, al sowohl als R eine positive Gröfse, Q aber ist negativ, kleiner als m — 2 ist. Ist aber Q negativ, so mufs, wie ten Gleichungen zeigen, wenn die Werthe von p' p'' . . die von $\triangle$ $\triangle'$ . . . positiv werden sollen, die negative A' gröfser als die Einheit seyn.

Nimmt man für einen besonderen Fall

$m = 60$, $\beta = 3$ und $\alpha = 60$, so erhält man:

[redacted]

$$P = 3483, \; Q = -3306, \; R = 3541, \text{ also}$$

$$p' = 1.0178$$

$$p'' = \frac{A'}{A'+1} \,.\, 1.0899$$

$$p''' = -A' \,.\, 0.0179$$

$$p^{IV} = -A' \,.\, 0.0174$$

$$\Delta = 60.0517$$

$$\Delta' = 1.0354$$

$$\Delta'' = -A' \,.\, 0.0182$$

$$\Delta''' = -A' \,.\, 0.0354.$$

r $A' = -2$ oder $\dfrac{A'}{A'+1} = +2$ hat man:

$p' =$	1.018	$\Delta =$	60.052
$p'' =$	2.180	$\Delta' =$	1.035
$p''' =$	0.036	$\Delta'' =$	0.036
$p^{IV} =$	0.035	$\Delta''' =$	$0.071.$

§. 12.

r wollen nun die Oeffnungsfactoren der vier letzten Lin- annehmen, dafs man hat: $\omega' = 0.8\,\omega$, $\omega'' = 0.3\,\omega$, $-\,\omega$ und $\omega^{IV} = +\,\omega$, und, wie zuvor, voraussetzen, beyden wahren Bilder zwischen I., II. und IV., V. fal- ist B' und B'' negativ.

cht man aber aus den S. 225 gegebenen Abmessun- r Fraunhofer'schen Fernröhre die Werthe von α''', u. s. f. nach S. 222 I., so findet man für die dort gege- Fälle der stärkeren Vergröfserungen die Werthe von

$$B' = \frac{\alpha'}{a''} \quad \text{und von} \quad B'' = \frac{\alpha''}{a'''}$$

t, und zwar

$$B' = -0.3, \text{ und } B'' = -5.0.$$

Substituirt man diese Werthe in der Farbengleich (S. 210 I.)

$$0 = \omega' + \frac{\omega''}{B'} + \frac{\omega'''}{B'\,B''} + \frac{\omega^{IV}}{B'B''B'''},$$

so erhält man

$$0 = 0.8 + \frac{0.3}{B'} - \frac{1}{B'\,B''} + \frac{1}{B'\,B''\,B'''} \text{ oder}$$

$$B''' = \frac{1}{1 - 0.8\,B'\,B'' - 0.3\,B''} = +\,0.7692,$$

wofür wir, der Kürze wegen, $B''' = \frac{3}{4}$ annehmen wollen, d hinreicht, wenn der Farbengleichung nur sehr nahe genug schieht (S. 251).

Kennt man aber so die Gröfse B', B'' und B''', so er man auch B aus der Gleichung (S. 210) $B\,B'\,B''\,B''' =$ oder $B = \frac{4\,m}{3}$.

Wir haben daher $\omega' = 0.8\,\omega$, $\omega'' = 0.3\,\omega$, $\omega''' = -$ $\omega^{IV} = \omega$, und $B = \frac{4\,m}{3}$, $B' = -\,0.3$, $B'' = -\,5.0$ und $B''' =$

Mit diesen Werthen aber geben die Gleichungen (I) der S. folgende Ausdrücke, da

$$\varphi = \frac{\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega'}{m - 1} = \frac{15\,\omega}{10\,(m - 1)} \text{ ist,}$$

$$\frac{A}{A+1} = \frac{5\,(4\,m + 3)}{8\,(m - 1)} \quad \text{also auch} \quad A = -\frac{5\,(4\,m + 3)}{12\,m + 23}$$

$$\frac{A'}{A'+1} = \frac{2\,m - 23}{3\,(m - 1)} \quad \ldots\ldots \quad A' = \frac{2\,m - 23}{m + 20}$$

$$\frac{A''}{A''+1} = -\frac{(5\,m + 4)}{2\,(m - 1)} \quad \ldots\ldots \quad A'' = -\frac{(5\,m + 4)}{7\,m + 2}.$$

Substituirt man endlich diese Werthe von A und B .. den Ausdrücken der S. 208, so erhält man für die Construc des Fernrohres folgende Gleichungen:

[redacted]

$$= \frac{15\,(4\,m+3)\,\alpha}{32\,m\,(m-1)}$$

$$= \frac{25\,(4\,m+3)\,(2\,m-23)\,\alpha}{6\,m\,(m-1)\,(12\,m+23)}$$

$$= \frac{5\,(4\,m+3)\,(5\,m+4)\,(2\,m-23)\,\alpha}{4\,m\,(m-1)\,(m+20)\,(12\,m+23)}$$

$$= \frac{5\,(4\,m+3)\,(5\,m+4)\,(2\,m-23)\,\alpha}{m\,(m+20)\,(12\,m+23)\,(7\,m+2)}$$

$$= \frac{(4\,m+3)\,\alpha}{4\,m}$$

$$= \frac{35\,(4\,m+3)\,\alpha}{4\,m\,(12\,m+23)}$$

$$= \frac{10\,(4\,m+3)\,(2\,m-23)\,\alpha}{m\,(m+20)\,(12\,m+23)}$$

$$= \frac{15\,(4\,m+3)\,(5\,m+4)\,(2\,m-23)\,\alpha}{2\,m\,(m+20)\,(12+23)\,(7\,m+2)}$$

Einfacher werden diese Ausdrücke, wenn man die vorher- nden Werthe von p und Δ in den folgenden substituirt, rch man erhält:

$$= \frac{15\,(4\,m+3)\,\alpha}{32\,m\,(m-1)} \qquad \Delta = \frac{(4\,m+3)\,\alpha}{4\,m}$$

$$= \frac{80\,(2\,m-23)\,p'}{9\,(12\,m+23)} \qquad \Delta' = \frac{35\,\Delta}{12\,m+23}$$

$$= \frac{3\,(5\,m+4)\,p''}{10\,(m+20)} \qquad \Delta'' = \frac{8\,(2\,m-23)\,\Delta'}{7\,(m+20)}$$

$$= \frac{4\,(m-1)\,p'''}{7\,m+2} \qquad \Delta''' = \frac{3\,(5\,m+4)\,\Delta''}{4\,(7\,m+2)}$$

. Setzt man für einen besonderen Fall $m = 70$, so geben orhergehenden Ausdrücke:

$$\begin{array}{llll}
p' = 0.02746\,\alpha & \text{und} & \Delta = 1.01071\,\alpha \\
p'' = 0.03310\,\alpha & & \Delta' = 0.04099\,\alpha \\
p''' = 0.03906\,\alpha & & \Delta'' = 0.06090\,\alpha \\
p^{IV} = 0.02191\,\alpha & & \Delta''' = 0.03286\,\alpha
\end{array}$$

also auch die Verhältnisse:

$$\frac{p'}{p''} = 0.83 \quad \text{und} \quad \frac{\Delta'}{\Delta''} = 0.67$$

$$\frac{p'}{p'''} = 0.70 \qquad \frac{\Delta'}{\Delta'''} = 1.25$$

$$\frac{p'}{p^{IV}} = 1.25.$$

Sucht man aber aus den S. 225 VI. gegebenen Abn gen der Fraunhofer'schen Fernröhre dieselben Verhä so findet man im Mittel aus allen dort angeführten spe Fällen:

$$\frac{p'}{p''} = 0.82 \qquad \frac{\Delta'}{\Delta''} = 0.66$$

$$\frac{p'}{p'''} = 0.71 \qquad \frac{\Delta'}{\Delta'''} = 1.26$$

$$\frac{p'}{p^{IV}} = 1.28,$$

also sehr nahe mit dem Vorhergehenden übereinstimmen nur geringe Aenderung in der Annahme der constanten B oder ω, würde die Uebereinstimmung leicht noch machen.

ACHTES KAPITEL.

...ammenfügung der Objective, Bestimmung der Vergröfserung, Micrometer u. f.

§. 1.

...schon die den optischen Künstler unmittelbar angehenden ...schriften, über die Verfertigung des Glases, über das Schlei- ... der Linsen u. f., aufser dem Kreise der gegenwärtigen Schrift ...en, worüber man die in dieser Beziehung sehr vorzügliche ...ik des Hrn. Direct. Prechtl's (Wien, Heubner 1828) nach- ...en kann, so gibt es doch noch einige Untersuchungen, wel- ... den Künstler nicht weniger als denjenigen angehen, der das ...n vollendete Instrument gehörig gebrauchen, und zu diesem ...rauche auch zuweilen rectificiren will, und die daher hier, ... Vollständigkeit wegen, näher angezeigt werden müssen.

Centrirung der Objectivlinsen.

Es ist für sich klar, dafs die Mittelpuncte aller vier Flä- ... der beyden Linsen eines Objectivs in einer und derselben ...den Linie liegen, oder wie man sagt, dafs das Doppelob- ...v genau centrirt seyn mufs, wenn man dadurch deutlich ...n soll. Da diese Centrirung sich durch den Gebrauch, durch ...chütterungen des Rohres u. f., leicht ändern kann, so ... ein Mittel nothwendig, sie wieder herzustellen. Das fol- ...de von Wollaston mitgetheilte Verfahren (Phil. Transact. ...) zeichnet sich durch seine Einfachheit und Präcision vor ... übrigen aus.

Man nimmt das Ocular eines Fernrohres aus seiner Stelle, setzt an dieselbe die Flamme einer Lampe, deren Licht

§. 2.

seinandernahme und Wiederzusammenfügung der Linsen.

Oefter ist es nothwendig, diese Linsen wieder aus ihrer einschaftlichen Fassung zu nehmen, um sie von eingedrunem Staube oder von Feuchtigkeit zu reinigen. Zu dieser Abt gab Fraunhofer (Astron. Nachrichten Nr. 59) folgendes fahren, welches ich hier mit seinen Worten mittheile.

Das Objectiv wird mittels drey Schräubchen, welche am nde der Fassung sind, in derselben festgehalten. Indem man Schräubchen losschraubt, kann demnach das Objectiv aus er messingenen Fassung genommen werden. Die beyden Obivlinsen liegen so auf einander, dafs die mehr erhabene Seite Kronglases gegen die hohle Seite des Flintglases gekehrt (das Flintglas hat nur eine hohle Seite, die zweyte ist erha). Da bey derjenigen Construction der Objective, bey welr alle Abweichungen so klein als möglich sind, die unmittel zusammengelegten Flächen der Linsen sich in der Mitte beren würden, und dadurch ein farbiger Flecken und eine schäde Biegung der Gläser entstehen müfste, so sind am Rande y genau gleichdicke Staniolblättchen in solchen Entfernun zwischen das Kron- und Flintglas gelegt, dafs sie 120 Gravon einander abstehen. Diese Blättchen kleben gewöhnlich den Glasflächen, und man mufs sie am Rande des Objectivs vas nafs machen, um die Linsen leicht auseinander nehmen können. Man thut gut, wenn man vor dem Auseinandernehn der Linsen sich dieselben am Rande bezeichnet, damit sie h dem Reinigen wieder eben so zusammengelegt werden, l eine veränderte Lage zuweilen einen kleinen Unterschied er Wirkung des Objectivs hervorbringen kann.

Die Gläser werden zuerst mit Weingeist und einem Leinene geputzt, nachher mit Kreidewasser gewaschen und einem reidewasser gewaschenen und getrockneten Leinentuche abgeht, welches letzte demnach, der Kreide wegen, etwas staubt, urch der Schmutz am sichersten weggenommen wird. Der

Staub wird alsdann mit einem reinen Haarpinsel abgekehrt, und die Linsen wieder gehörig auf einander gelegt.

Man bezeichnet sich nun am Rande des Objectivs drey Puncte, welche nahe 120 Grade von einander abstehen, und bringt an diesen Puncten neue, genau gleichdicke Staniolblättchen zwischen die beyden Linsen, da die alten Blättchen nicht wieder gebraucht werden können. Man benetzt diese Blättchen (Rechtecke von etwa 0.5 Par. Zoll Länge und 0.2 Breite) etwas weniges mit in Wasser aufgelöstem arabischen Gummi, und schiebt den einen schmäleren Theil derselben, indem man die Gläser etwas lüftet, etwa 0.13 Zoll tief zwischen dieselben, drückt dann an dieser Stelle ziemlich stark auf das Objectiv, so daß das Blättchen sich an beyde Flächen genau anschliefst, und schneidet zuletzt, nachdem alle drey Blättchen zwischen gelegt sind, den aufser den Gläsern hervorstehenden Theil derselben mit einem scharfen Messer so weg, dafs am Rande nichts von dem Staniol vorsteht. Es versteht sich von selbst, dafs alle drey Blättchen gleich tief zwischen das Objectiv gelegt werden müssen. Noch während der Gummi feucht ist, mufs das Objectiv in seine Fassung festgeschraubt werden. Man mufs sich dabey sehr in Acht nehmen, dafs das Objectiv nicht verkehrt in seine Fassung gelegt werde; das Kronglas mufs nämlich gegen den Gegenstand gekehrt seyn. Ein Irrthum ist aus dem Grunde leicht möglich, weil das Flintglas eben so, wie das Kronglas, an der äufsern Seite convex ist, und man, wenn das Objectiv in seiner Fassung liegt, nicht leicht erkennt, welches das Kronglas ist.

Das Objectiv berührt die Auflage seiner Fassung nur an drey Stellen, deren Mitten ebenfalls 120 Grade von einander entfernt sind; der übrige Theil der Auflage ist ausgeschnitten, so dafs er die Glasfläche nicht berühren kann, und das Objectiv nur an den drey genannten Stellen aufliegt. Es mufs das Objectiv so in die Fassung gebracht werden, dafs die Staniolblättchen genau dahin zu stehen kommen, wo die drey Auflagen sind. Der Ring, in welchem die drey Schräubchen ihr Gewinde haben, mittels welcher das Objectiv in seiner Fassung festgehalten wird (der Federring), ist so ausgefeilt, dafs er das Objectiv ebenfalls nur an drey Stellen berührt, und zwar eben da, wo die Blättchen liegen. Die Löcher, welche für die Schräubchen durch die Objecassung gehen, sind etwas länglich, und haben ihren Ort im- r in der Mitte zwischen zwey Blättchen. Man drückt an der lle, wo ein Schräubchen ist, auf den Federring und schraubt, rend des Drückens, das Schräubchen fest; dasselbe geschieht h bey den anderen Schräubchen, so daſs das Objectiv mit nselben Drucke in der Fassung festgehalten wird, mit wel- m man auf die genannten Stellen gedrückt hat. Damit ein un- cher Druck an den drey verschiedenen Orten ausgeglichen de, so wiederholt man diese Arbeit, nachdem schon alle y Schräubchen fest sind, noch einmal, aber immer mit nahe chem Drucke. Da demnach die vordere Fläche des Krongla- an denselben drey Stellen aufliegt, wo mittels der Staniol- tchen die beyden Linsen sich berühren, und an eben diesen llen der Federring auf die äuſsere Fläche des Flintglases drückt, kann das Objectiv, bey Beachtung der nöthigen Vorsicht, t schädlich gebogen werden, wie fest es auch in seiner Fas- g geschraubt werden mag.

Sehr nachtheiligen Einfluſs hat es auf das deutliche Sehen, n die drey zwischen die Linsen gelegten Staniolblättchen h nur sehr wenig in ihrer Dicke verschieden sind. Diese ttchen haben, selbst wenn man sie von einem und demselben niolstreifen neben einander herabscheidet, immer sehr un- che Dicke. Man ist auch nicht im Stande, sie durch Schlei- u. dgl. genau gleichdick zu machen. Daher muſs man sich er eine gröſsere Anzahl ausschneiden und sie dann sortiren, . die gleichdicken heraussuchen. Das Messen der Dicke der schiedenen Blättchen kann, wie es sich von selbst versteht, ht mit einem Dickzirkel u. dgl. in den nöthigen Grad genau chehen. Das Beste zum Vergleichen der Dicken ist das Ob- iv selbst. Ein Objectiv von dieser Construction gibt, wenn sich berührenden Flächen ganz rein sind, in der Mitte ei- aus Farbenringen bestehenden Flecken. Am Rande stehen diese zwey Flächen so weit von einander ab, als die Diffe- les Sinusversus ihrer Krümmungen beträgt. Legt man am zwischen die beyden Linsen ein Blättchen, dessen Dicke r ist, als die genannte Differenz, so wird der farbige Fle- aus der Mitte verrückt, und überhaupt um so weiter von Blättchen entfernt seyn, je dicker es ist. Man darf daher

zwey matten Glasflächen, etwas gerieben, damit
Unebenheiten des Staniols, seine Krümmungen
lieren.

§. 3.

Senkrechte Stellung des Objectivs a des Fernrohrs.

Bey einem wohl eingerichteten Fernrohre
die beyden Gläser des Doppelobjectivs und des
unter sich parallele Lage haben, oder mit ander
Axen dieser beyden Linsen müssen in einer und
den Linie liegen, eine Lage, die durch häufige p
des Rohres leicht verrückt werden kann, und dah
bessert werden mufs.

Zu diesem Zwecke hat man ein etwa vier o
langes Fernrohr mit einem Kreuzfaden in dem
chen Brennpuncte beyder Gläser, welches sich
oberen, engeren Verbindung eines kleinen Dreyf
len Richtungen bewegen läfst. Das untere Ende di
Zolle langen Dreyfufses ist mit drey stählernen,
den abgerundeten, glatten Stiften versehen.

Man richtet das Fernrohr mit dem Oculare
ster, und stellt die erwähnten Spitzen des Stiftes

en Rohres, immer genau die Mitte der Ocularöffnung des en, so fallen die beyden Axen des Objectivs und des Ocudes grofsen Rohres zusammen.

Ist diefs aber nicht der Fall, so mufs das Objectiv eine etgeänderte Lage erhalten, um jene Coincidenz der Axen zu ichen. Zu diesem Zwecke wird man bey den Fraunhofern Fernröhren in dem Ringe, der die Objectivlinsen trägt, Boden desselben drey Stell- und eben so viele Zugschrauben erken, durch welche jener Ring an das eigentliche Rohr beget und in jeder Neigung desselben fest erhalten werden n. Eine geringe Verrückung einer oder mehrerer dieser rauben wird hinreichen, das Objectiv nach einigen einfachen suchen in die Lage zu bringen, in welcher das kleine Rohr Dreyfufses für jede Stellung desselben immer die Ocularöffg durch den Kreuzfaden halbirt, und in welcher daher auch beyden Axen des Doppelobjectivs und des Oculars zusamfallen.

§. 4.

timmung der Vergröfserung eines Fernrohres.

Die Vergröfserung eines astronomischen Fernrohres zwey Linsen ist nach dem Vorhergehenden gleich der Brennte des Objectivs dividirt durch die des Oculars. Die gewöhnlich kurze Brennweite des Oculars ist leicht durch irgend eine der nnten Vorrichtungen zu messen, indem man das Bild der Sonne r eines sehr entfernten irdischen Gegenstandes auf eine weifse he fallen läfst, und den senkrechten Abstand der Linse von dieser he mifst. Aber die genaue Bestimmung der oft bedeutend fsen Brennweite der Objective läfst sich auf diesem Wege t erhalten. Folgendes von Maskelyne vorgeschlagene fahren wird dazu mehr geeignet seyn.

Man legt ein anderes, auch nur kleines Fernrohr, dessen sen man zuerst in die Entfernung von einander gebracht hat, man dadurch sehr entfernte Gegenstände, z. B. den Mond, uch sieht, horizontal auf einen Tisch, und stellt vor das ectiv desselben das neue, zu messende Objectiv mit dem von parallel. Dann läfst man von einem Gehülfen ein den bey- Objectiven ebenfalls parallel gehaltenes Buch mit kleinen

Buchstaben oder eine feine Zeichnung so lange von d
tive entfernen, bis das Auge an dem Oculare des kle
rohrs diese Buchstaben am deutlichsten sieht. Dann
stanz des Buches von dem neuen Objective sofort di
Brennweite des letzteren. Denn weil itzt das Buch
neue Ocular eben so deutlich gesehen wird, als vorhe
durch das Fernrohr gesehen wurde, so erhält das Ol
Fernrohrs, mittels des neuen Objectives, ebenfall
Strahlen von dem Buche, also muſs das Buch in de
puncte des neuen Objectives stehen, oder beyder I
muſs die Brennweite des neuen Objectives seyn, und
diese Entfernung, dividirt durch die Brennweite des O
neuen Fernrohres, die gesuchte Brennweite des letzte

Das folgende Verfahren, die Vergröſserung eine
res zu bestimmen, ist von Ramsden vorgeschlage
Wenn man das für weit entfernte Gegenstände eingerich
rohr gegen einen lichten Theil des Himmels richtet
Auge etwas von dem Oculare entfernt, so erblickt m
Mitte des Oculars einen kleinen leuchtenden Kreis, d
dem Oculare gemachte Bild der Einfassung des Objecti
Denkt man sich zwey gleiche gerade Linien A a und
sich in dem Puncte C durchschneiden, so kann A B den I
ser des Objectivs und a b den Durchmesser dieses Bild
jectivs vorstellen, und man hat wegen der Aehnlic
Dreyecke

$$\frac{AB}{ab} = \frac{AC}{aC},$$

oder da A C die Brennweite des Objectivs, und a C die
lars ist, so ist die gesuchte Brennweite des Fernroh
dem Durchmesser A B des Objectivs, dividirt durch d
messer a b seines Bildes. — Der Durchmesser des
kann auf die gewöhnliche Weise, mittels eines Zirkels
willkührlichen Maſsstabes gemessen werden. Zur Mes
Bildes aber braucht Ramsden ein kleines Fernrohr v
convexen Linsen, zwischen welchen eine Glasplatte mi
ren parallelen geraden Linien gestellt wird, deren Ea
man an demselben Maſsstabe bestimmt. Bey dem Gebrau

mentes legt man das Objectiv desselben an das Ocular rohrs, und verschiebt die Glasplatte in ihrer Röhre so s man das erwähnte Bild des Objectivs deutlich sieht, Ocular des Instruments ebenfalls so lange, bis man die Striche der Glasplatte deutlich sieht, und zählt dann, Intervalle diese parallelen Striche auf den Durchmes- Objectivbildes gehen. Findet man z. B. dafs der Durch- nes Bildes $3\frac{1}{2}$ Intervalle der parallelen Streifen beträgt, ein Intervall gleich 0.12 Linien des gebrauchten Mafs-, so ist der Durchmesser des Bildes, oder des letzten ylinders gleich 3.5 (0.12) = 0.42 Linien. Ist dann der sser des Objectivs selbst gleich 48 Linien desselben s, so ist die gesuchte Brennweite gleich $\frac{48}{0.42} = 114.29$.

Mikrometer.

§. 5.

nge ein Fernrohr die Gegenstände blofs gröfser und zeigt, kann es wohl zum besseren **Sehen**, aber nicht ntlichen **Messen** der Gröfse der Gegenstände ge- erden. Zu dieser zweyten Absicht, die den Werth des st bestimmt, bringt man in dem Orte des letzten wah- des Fernrohres eine Anzahl feiner Fäden an, die r auf der Axe des Rohres senkrechten Ebene liegen, ler Benennung der **Mikrometer** bekannt sind. Das lerselben besteht aus zwey Fäden, von welchen der nd der andere mittels einer feinen Schraube beweg- allen seinen Lagen mit dem ersten parallel ist. Kennt erth eines Umgangs der Schraube, so wird man dar- öfse des Durchmessers jenes letzten Bildes finden, n jedem Gegenstande in dem Fernrohre erzeugt wird. z. B. der bewegliche Faden einen Zoll, während die hundert Umgänge macht, so mifst jeder Umgang $\frac{1}{100}$ d wenn daher der Halbmesser eines Bildes durch 3.62 benumgänge gemessen wird, so beträgt dieser Halbmes- es Bildes 0.0362 Zolle.

§. 6.

Gewöhnlich braucht man aber den Werth des W welchen die beyden Gesichtsstrahlen von den Endpu Gegenstandes in dem Mittelpuncte des Objectivs bild man 2 φ diesen Winkel, welcher also auch gleich de ist, den die beyden äufsersten Strahlen des Bildes in d puncte des Objectivs machen, und ist r und r' der lin messer des Gegenstandes und des Bildes, a die Entfe Gegenstandes und α die Entfernung des Bildes von d tive, so ist, da die Winkel φ nur klein sind, also t gesetzt werden kann,

$$\varphi = \frac{r}{a} \text{ und } \varphi = \frac{r'}{\alpha}$$

Ist aber p die Brennweite des Objectivs, so ist (

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$$

also auch, wenn man diesen Werth von α in der

$\varphi = \frac{r'}{\alpha}$ substituirt,

endes Instrument finden kann, ω Secunden. Daraus folgt so-
dafs eine Umdrehung der Schraube den Werth von $\frac{\omega}{z}$
nden habe, und dafs daher ist $\frac{r'}{p} = \frac{\omega}{z}$, vorausgesetzt dafs die
rnung a des Objectes so grofs ist, dafs man $\frac{p}{a} = 0$ annehmen
Ist diese Entfernung nicht so grofs, so hat man

$$\frac{r'}{p}\left(1 - \frac{p}{a}\right) = \frac{\omega}{z}$$

man wird daher den oben gefundenen Werth von $\frac{\omega}{z}$ durch
$\frac{p}{a}$ dividiren, um den gesuchten Werth von $\frac{r'}{p}$ zu erhalten.

II. Beobachtet man die Anzahl z der Schraubenumgänge,
ie der Durchmesser der Sonne erfordert, und weifs man
aus der astronomischen Ephemeride, dafs der scheinbare
hmesser der Sonne gleich R Secunden beträgt, so ist der
h eines Umgangs gleich $\frac{R}{z}$, und da hier $a = \infty$ ist, so ist
der Werth von r', der zu einer Umdrehung der Schraube
rt, gleich

$$\frac{r'}{p} = \frac{R}{z}.$$

III. Auch kann man, nachdem man ein Fernrohr so gestellt
dafs es sehr entfernte Gegenstände z. B. den Mond, deut-
zeigt, den beweglichen Faden um eine gegebene Anzahl
um 20 Umgänge der Schraube von dem festen Faden ent-
n, und dann das Ocular abnehmen, und die Ocularseite
ohres gegen eine reine Stelle des Himmels richten. Da itzt
trahlen von den Fäden nach ihrem Durchgange durch das
ctiv eine unter sich parallele Richtung haben, so kann man
ls eines auf der Objectivseite des Fernrohres aufgestellten
doliten die Winkeldistanz ω der beyden Fäden messen, wo
$\frac{\omega}{20}$ wieder gleich dem Werthe von $\frac{r'}{p}$ für einen einzel-
Schraubenumgang seyn wird.

aus welchem letzten Ausdrucke man auch die Di
jectes

$$a = p + \frac{r}{\Psi \,\mathrm{Sin}\, 1''}$$

finden kann, wenn der Werth von Ψ durch das Mik
sen wurde, und wenn der lineare Halbmesser r d
kannt ist.

§. 7.

Für astronomische Beobachtungen, wo die
der täglichen Bewegung des Himmels selbst b
werden die Fäden des Mikrometers gegen die Ric
lichen Bewegung unter gegebenen Winkeln gen
derselben, das Netz von 45 Graden, besteht aus v
sich in der Mitte des Feldes des Fernrohres unte
45 Graden schneiden. Wird daher einer dieser F
chen Bewegung oder dem Aequator parallel und d
re darauf senkrecht gestellt, so ist der Weg,
Stern zwischen den beyden schiefliegenden Fäd
gleich der zweifachen Entfernung seines Weges vo
schaftlichen Durchschnittspuncte aller Fäden, also

rallel ist, so ist der Weg jedes Sterns zwischen je zweyen die- vier Fäden gleich dem Abstande dieses Weges von dem rchschnittspuncte jener zwey Fäden, woraus sich also eben- ls die Differenz der Rectascension und Declination der beob- hteten Sterne finden läſst.

Das einfachste dieser astronomischen Mikrometer ist aber s sogenannte Kreismikrometer, ein genau kreisförmig sgedrehtes Diaphragma, welches in dem Brennpuncte des ulars senkrecht auf der Axe des Fernrohrs steht. Nennt man die Zeit, welche ein Stern, dessen Declination δ ist, braucht, ne Sehne dieses Kreises zurückzulegen, und sind $2\,t'$ und δ' eselben Gröſsen für einen zweyten Stern, und nennt man und d' die unbekannten senkrechten Abstände dieser Sehnen on dem Mittelpuncte des Kreises, so hat man, wenn r der be- annte Halbmesser des Kreises ist,

$$d^2 = r^2 - (15\,t \operatorname{Cos}\delta)^2 \text{ und}$$
$$d'^2 = r^2 - (15\,t' \operatorname{Cos}\delta')^2$$

nd die gesuchte Differenz der Declination der beyden beobach- teten Sterne wird $\delta' - \delta = d' - d$ seyn, so wie die gesuchte Dif- renz der Rectascension dieser Sterne gleich der Differenz der yden Zeiten seyn wird, zu welchen jeder dieser Sterne in der itte seiner Sehne war. Ist daher die Rectascension und Decli- ation des einen dieser Sterne bekannt, so kann man daraus die ectascension und Declination des andern finden.

Den Halbmesser r des Mikrometers aber bestimmt man am sten durch zwey Sterne, deren Declination genau bekannt ist, d für welche die Differenz der Declination nahe gleich dem rchmesser 2 r des Kreises ist. Nennt man nämlich wieder nd t' die Zeiten der halben Sehnen, und δ, δ' die bekannten clinationen der beyden Sterne, so sey $a = 15\,t \operatorname{Cos}\delta$ und $= 15\,t' \operatorname{Cos}\delta'$. Dieſs vorausgesetzt, suche man die beyden nkel m und n aus

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(m+n) = \frac{a'+a}{\delta'-\delta} \text{ und}$$
$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(m-n) = \frac{a'-a}{\delta'-\delta}.$$

andern Mikrometer wird man in den für diesen G[e-]
stimmten astronomischen Schriften finden.

NEUNTES KAPITEL.

Mikroscope.

§. 1.

Wie die Fernröhre oder Telescope uns die Gegen- nde klar und deutlich zeigen, welche wir ihrer grofsen Ent- nung wegen, mit freyen Augen nicht mehr gut sehen können, sollen auch die Mikroscope sehr nahe und kleine Gegen- nde unsern Augen deutlich darstellen. Der Gebrauch einzelner rchsichtiger Kügelchen und wohl selbst der Linsen zu dem ztgenannten Zwecke war offenbar den Alten schon bekannt, e ihre geschnittenen Steine zeigen: das aus mehreren Linsen sammengesetzte Mikroscop aber ist eine Erfindung der Neue- n, die, wie es scheint, nur einige Jahre nach jener des Tele- ops gemacht worden ist.

Auch hier wird, wie bey den Fernröhren, vorausgesetzt, fs man einen sehr kleinen und nahen Gegenstand dann deut- h sieht, wenn die Strahlen, die von jedem Puncte desselben sgehen, das Auge des Beobachters in unter sich parallelen ichtungen treffen, und dafs daher, bey einer einzigen conve- n Linse, der Gegenstand in dem Brennpuncte und das Auge f der andern Seite der Linse liegen soll. — Man nimmt ge- öhnlich an, dafs ein gesundes, unbewaffnetes Auge die klein- en Theile eines Gegenstandes deutlich sieht, wenn der Ge- nstand acht Pariser-Zolle von dem Auge entfernt ist. Wir llen diese Entfernung des Deutlichsehens überhaupt durch h zeichnen. — Die Vergröfserung m eines Mikroscopes wird al- auch hier, wie S. 369 gleich seyn dem Winkel, unter welchem Durchmesser eines Gegenstandes in dem Mikroscope erscheint, dividirt durch den Winkel, unter welchem er dem unbewaffneten Auge in der Entfernung von h Zollen erscheinen würde.

Der Durchmesser des Gesichtsfeldes aber wird hier nicht mehr, wie bey den Telescopen, durch den Winkel φ ausgedrückt, unter welchem die beyden äufsersten Strahlen des durch das Telescop sichtbaren Gegenstandes, dessen Abstand von dem Objective gleich a ist, im Mittelpuncte des Objectivs sich schneiden, weil dieser Winkel bey dem Mikroscope veränderlich und immer gröfser wird, je kleiner der Abstand a ist. Für Mikroscope werden wir daher die Durchmesser des Gesichtsfeldes gleich dem constanten Producte dieser beyden Gröfsen a und φ und daher den Halbmesser desselben $z = a\,\varphi$ setzen. Aus dieser Ursache wird man also auch die allgemeinen Ausdrücke von m, die wir in der zweyten Abtheilung I. §. 5 gegeben haben, noch durch $\frac{h}{a}$ multipliciren, um die Vergröfserung der Mikroscope zu erhalten.

Ist endlich x' der Halbmesser des Strahlencylinders in der Nähe des Auges, so ist (S. 178) das Mafs der Klarheit gleich $20\,x'$ und daher

$$\frac{\text{dioptrische Helle}}{\text{natürliche Helle}} = (20\,x')^2$$

§. 2.

Dieses vorausgesetzt, wollen wir zuerst die einfachen Mikroscope betrachten, die blofs aus einer Linse oder aus einer kleinen Kugel bestehen.

Sey A P B (Fig. 14) die Hälfte einer biconvexen Linse, von der Brennweite p, und $E e = z$ der Durchmesser eines kleinen Gegenstandes, der in dem Brennpuncte E der Linse senkrecht auf der Axe derselben steht, und $E A e' = \varphi$, so wie $A E = a = p$. Die von E kommenden Strahlen bilden nach ihrem Durchgange durch die Linse einen Cylinder, dessen Axe B F ist, so wie die aus e kommenden Strahlen nach ihrem Durchgange einen Cylinder bilden, dessen Axe C G ist, weil C G der durch die Mitte der Linse ungebrochen gehende Hauptstrahl des Puncts e ist.

r wird ein Auge in B die von E und e kommenden Strahlen in unter sich parallelen Richtungen unter den Winkel E C e, E A e erhalten, wo tg E A e $= \frac{z}{a}$, also auch, da E A e nur klein ist, wo E A e $= \frac{z}{a}$ ist. Da aber derselbe Gegenstand $= z$ in der Entfernung h von dem Auge unter dem Winkel sehen wird, so ist der in §. 1 gegebenen Erklärung zufolge, 'ergröſserung des Mikroscopes

$$m = \frac{z}{a} : \frac{z}{h} = \frac{h}{a}, \text{ oder da } a = p \text{ ist}$$

$$m = \frac{h}{p}.$$

etzt man das Auge in C, und vernachlässiget die Dicke der , so bleibt offenbar das Feld, oder die Gröſse des Gegen-s, welches das Auge übersehen kann, unbestimmt; durch icke der Linse aber, und durch die Unmöglichkeit, das nach C zu bringen, wird das Feld sehr vermindert.

st x der Oeffnungshalbmesser der Linse, so wird der Halb-r der Kugelabweichung (S. 61) für die Mikroscope durch

$$\frac{m\,a\,x^3}{4\,h} \cdot \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\,\alpha}\right)$$

drückt werden, oder da hier $m = \frac{h}{a}$ ist, durch

$$\frac{x^3\,\mu}{4\,p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\,\alpha}\right).$$

en Erfahrungen zu Folge kann bey Mikroscopen ein Feh-n 10 bis 12 Secunden im Winkel ohne Störung ertragen Nennt man daher $\frac{1}{4\,g^3}$ den Halbmesser der Kugelab-o darf man $\frac{1}{4\,g^3} = \text{Sin } 6''$ setzen, woraus folgt [illegible] $= \frac{1}{2}$ [illegible] Linsen der kleinst[illegible]

[illegible] $= \frac{1}{2}$. Wenn a[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]		[illegible] Oeffnung	[illegible]
f	g	x	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	0,052	[illegible]	[illegible]
319	[illegible]	[illegible]	[illegible]
359	0,041	[illegible]	[illegible]
[illegible]99	0,035	[illegible]	[illegible]
62	0,031	[illegible]	[illegible]

sind in Par. Zollen ausge[illegible]
[illegible] man mit einer einzigen Linse [illegible]
über 120 oder 140 erreichen k[illegible]
und die halbe Oeffnung x zu k[illegible]
hr abnimmt.

[illegible] 3.

[illegible]n sich als Mikroscope brauchen
[illegible]ngel ist (S. 3[illegible])

f

[illegible]messer der Ku[illegible]
[illegible]he man von

$$g = \sqrt[3]{\frac{1}{4 \operatorname{Sin} 6''}} = 20''.5 ,$$

wofür wir der Kürze wegen $g = 20$ setzen wollen, so d[...]
hat:

$$\frac{x^3 \mu}{4 p} \left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a \alpha}\right) = \frac{1}{4 g^3},$$

woraus folgt, da $\alpha = \infty$ ist,

$$x = \frac{p}{g} \sqrt[3]{\frac{1}{\mu \lambda}} = \frac{h'}{m g} \sqrt[3]{\frac{1}{\mu \lambda}}$$

Ist $n = 1.55$, so ist (S. 69) $\mu = 0.9381$ und für eine[...] seitige Linse $\lambda = 1.63$. Setzt man also $h = 8$ und $g = 20$, [...] man:

$$x = \frac{0.3472}{m} \text{ Zolle.}$$

Sollte die Kugelabweichung ein Kleinstes seyn, so [...] man $\lambda = 1$ nehmen, für welchen Fall man daher erhält:

$$x = \frac{0.4086}{m} \text{ Zoll.}$$

Weiter hat man für die Krümmungshalbmesser f und [...] Linse (S. 67)

$$f = \frac{p}{0.1908} = \frac{41.93}{m} \text{ Zoll},$$

$$g = \frac{p}{1.6274} = \frac{4.916}{m} \text{ Zoll}.$$

Da endlich, wegen der vorausgesetzten Kleinheit der[...] der Durchmesser des in das Auge tretenden Lichtcylinders dem Durchmesser der Linse selbst angenommen werden[...] so ist $x' = x$ und daher das Maſs der Klarheit $= 20 x$. Für [...] seitige Linsen war

$$x = \frac{0.3472}{m},$$

s Mafs der Klarheit $= \frac{7}{m}$ und für Linsen der kleinsten bweichung ist das Mafs der Klarheit $= \frac{8}{m}$. Wenn also nse den Durchmesser der Gegenstände achtmal vergrö- so ist die optische Klarheit derselben nahe der natürli- it blofsem Auge: je stärker aber die Vergröfserung ist, eringer ist die Klarheit.

s dem Vorhergehenden folgt folgende kleine Tafel für , deren Kugelabweichung ein Kleinstes oder für die ist.

e-	Brennweite	Halbmesser		Halbe Oeffnung	Mafs der Klarheit
	p	f	g	x	
	0.800	4.193	0.492	0.040	0.800
	0.400	2.096	0.246	0.020	0.400
	0.200	1.048	0.123	0.010	0.200
	0.133	0.700	0.082	0.006	0.133
	0.100	0.524	0.062	0.005	0.100
	0.080	0.419	0.049	0.004	0.080
	0.066	0.349	0.041	0.003	0.066
	0.057	0.299	0.035	0.003	0.057
	0.050	0.262	0.031	0.002	0.050

fsen p, f, g und x sind in Par. Zollen ausgedrückt.

sicht daraus, dafs man mit einer einzigen Linse nicht ne Vergröfserung über 120 oder 140 erreichen kann, Halbmesser f, g und die halbe Oeffnung x zu klein nd die Klarheit zu sehr abnimmt.

§. 3.

h kleine Glaskugeln lassen sich als Mikroscope brauchen. nnweite p einer solchen Kugel ist (S. 31)

$$p = \frac{(1 - \frac{1}{2} n) f}{n - 1},$$

das Brechungsverhältnifs und f der Halbmesser der Ku- Um die Vergröfserung m zu erhalten, ziehe man von den beyden Endpuncten des Objects nach den Mittelp Kugel zwey Linien, welche daher die ungebrochen dur den Hauptstrahlen jene beyden Endpuncte vorstellen. D welches im Mittelpuncte der Kugel angenommen werd empfängt diese beyden Strahlen unter dem zu der En $a + f$ gehörenden Winkel, wenn a die Entfernung des von der nächsten Oberfläche der Kugel bezeichnet, man hat

$$m = \frac{h}{a + f},$$

oder da das Object im Brennpuncte der Kugel, also a = wenn man den vorhergehenden Werth von p substituirt

$$m = \frac{2 (n - 1) h}{n f}, \text{ oder auch } m = \frac{(2 - n) h}{n a}.$$

Die weitere, übrigens ganz einfache Entwicklung di genstandes kann man in Euler's Dioptrik Cap. I. Pr nachsehen, wo auch folgende Tafel für mikroscopische geln gegeben wird.

Vergrößerung m	Distanz des Objectes a	Halbmesser der Kugel	Halbmesser der Oeffnung vorderen	Halbmesser der Oeffnung hinteren	Halbes Gesichtsfeld
10	0.232	0.568	0.014	0.050	0.016
20	0.116	0.284	0.007	0.025	0.008
30	0.077	0.189	0.005	0.017	0.005
40	0.058	0.142	0.003	0.013	0.004
50	0.046	0.114	0.003	0.010	0.003
60	0.038	0.094	0.002	0.008	0.001

wo alle Zahlen, außer der ersten und letzten Reihe, Zolle bezeichnen. Die Vergleichung dieser Tafel mit der zeigt, daß die Klarheit bey den Kugeln größer ist, als b Linsen, so lange die Vergrößerung nicht zu stark ist, daß bey den Kugeln die Objecte zu nahe an die Kugel gebrach den müssen, wodurch die einzelnen, nicht in einer Ebe genden Theile des Objectes undeutlich erscheinen, daß e bey den Kugeln das Gesichtsfeld sehr klein ist. Den Mang leich Z, und der Kürze wegen $\frac{a}{p} = A$ und

also $A + A' = 1$ ist, so hat man

$$-\nu A(1 - A) + \frac{(1-\nu)}{4}(1 - A)^3 \text{ oder}$$

$$\frac{\nu}{}(A^3 + A^2 - A) + \frac{1-\nu}{4},$$

$$\frac{3+\nu}{4}(3A^2 + 2A - 1) \text{ und}$$

$$\frac{3+\nu}{4}(6A + 2).$$

$\frac{dZ}{dA} = 0$, so findet man für A die zwey

$A = +\frac{1}{3}$, und da der zweyte dieser

$\frac{d^2 Z}{dA^2}$ positiv macht, so wird Z ein Klein-

ieser kleinste Werth selbst ist

$$= \frac{3 - 8\nu}{27}.$$

ist auch

$$\frac{3}{}a, \quad a' = \frac{3a}{2}$$

$= -3a$ und $p'' = 3a$.

$\frac{h}{a}$,

$$= \frac{m a x^3}{4 h}\left[\mu\left(\frac{\lambda}{p^3} - \frac{\mu \nu}{a p p'}\right) + \frac{\mu' \lambda'}{p'^3}\right]$$

Ist $\mu = \mu'$ und $\lambda = \lambda' = 1$ für die kleinste Kugelabwei
so hat man

$$R = \frac{\mu m x^3}{4 a^2 h}\left(\frac{a^3}{p^3} - \frac{\nu a^2}{p p'} + \frac{a^3}{p'^3}\right)$$

Es sey der Kürze wegen

$$A = \frac{a}{p} \text{ und } A' = \frac{a}{p'} = -\frac{a}{\alpha}.$$

Da man hat (S. 40)

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha},$$

so ist auch

$$\frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha},$$

oder $A = 1 - A'$, und daher der vorhergehende Ausd

$$R = \frac{\mu m x^3}{4 a^5 h}\left(A^3 - \nu A A' + A'^3\right)$$

ch

$$x = \frac{1}{g}\sqrt[3]{\frac{4a^2h}{\mu m(1-\nu)}} = \frac{2h}{mg}\sqrt[3]{\frac{1}{2\mu(1-\nu)}}$$

etzt man $h = 8$, $g = 20$, $\mu = 0.9382$ und $\nu = 0.2327$) so findet man

$$x = \frac{0.708}{m}$$

es der Halbmesser der Oeffnung der Linsen ist, wenn die abweichung ein Kleinstes seyn soll.

as Mafs der Klarheit aber wird, wenn man die Dicke der n vernachlässigt und $x = x'$ setzt (§. 1), gleich seyn

$$20\,x' = \frac{14.16}{m}.$$

ergleicht man diese Resultate mit denen des §. 2 einer ein- Linse, so sieht man, dafs die Oeffnung und die Klarheit eträchtlich gröfser ist, als dort, und zwar nahe in dem ltnisse von 1.74 zu 1, und dafs daher die Doppellinsen den hen vorzuziehen sind. Die Halbmesser der Krümmungen r Linsen wird man wie in §. 2 bestimmen.

Vie man bey solchen Doppellinsen auch die Entfernung der- von einander berücksichtigen kann, wird man in Klügel t. Dioptrik §. 557) nachsehen.

§. 5.

ür ein Mikroscop mit drey sich berührenden Linsen seyen 16) A, B, C diese Linsen, deren Brennweite p, p′, p″ O der Ort des Auges, und E das Object. Die erste Linse e die Strahlen so, dafs sie nach der Brechung divergirend zu kommen scheinen, und die zweyte Linse so, dafs sie girend aus G zu kommen scheinen, daher die dritte Linse, e die Strahlen parallel brechen soll, ihren Brennpunct in en mufs. Man wird daher, wenn man die Dicke der Lin- ernachlässiget, haben

$$AE = a,\ AF = -\alpha = BF = a'$$
$$BG = -\alpha' = CG = a'' = p'' \text{ und } \alpha'' = \infty,$$

Diefs vorausgesetzt geben die Grundgleichungen der Di-
trik (S. 200)

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'} = -\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'}$$

$$\frac{1}{p''} = \frac{1}{a''} = -\frac{1}{\alpha'}.$$

woraus folgt

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} + \frac{1}{p''} = \frac{1}{a} \text{ und } \frac{1}{p'} + \frac{1}{p''} = \frac{1}{a'}.$$

Um die Verhältnisse der Brennweite p, p', p'' so zu be-
stimmen, dafs der Halbmesser der Kugelabweichung ein Klei-
stes wird, sey zuerst $\mu = \mu' = \mu''$ und $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$. Da
$a' = -\alpha$ und $a'' = -\alpha'$ hat, so ist (S. 62)

$$R = \frac{\mu m a x^2}{4h}\left\{\frac{1}{p^3} + \frac{\nu}{p a \alpha} + \frac{1}{p'^3} + \frac{\nu}{p' a' \alpha'} + \frac{1}{p''^3}\right\}$$

$$= \frac{\mu m x^2}{4a^2 h}\left\{\frac{a^3}{p^3} + \frac{\nu a^2}{p\alpha} + \frac{a^3}{a'^3}\left(\frac{a'^3}{p'^3} - \frac{\nu a'^2}{a' p''} + \frac{a'^3}{p''^3}\right)\right\}$$

Der letzte Theil

$$\frac{a'^3}{p'^3} - \frac{\nu a'^2}{a' p''} + \frac{a'^3}{p''^3}$$

dieses Ausdrucks wird, wenn man mit ihm eben so wie in §.
verfährt, da $\frac{a'}{p'} + \frac{a'}{p''} = 1$ ist, seinen kleinsten Werth für
$p' = p'' = 2a'$ erhalten, und dieser kleinste Werth wird glei-
$\frac{1-\nu}{4}$ seyn, so dafs man hat

$$R = \frac{\mu m x^2}{4a^2 h}\left(\frac{a^3}{p^3} + \frac{\nu a^2}{p\alpha} - \frac{(1-\nu)}{4} \cdot \frac{a^3}{\alpha^3}\right).$$

Setzt man den in den Klammern eingeschlossenen Theil

[redacted]

druckes gleich Z, und der Kürze wegen $\frac{a}{p} = A$ und A', so daſs also $A + A' = 1$ ist, so hat man

$$Z = A^3 - \nu A(1-A) + \frac{(1-\nu)}{4}(1-A)^2 \text{ oder}$$

$$Z = \frac{3+\nu}{4}(A^3 + A^2 - A) + \frac{1-\nu}{4},$$

ch

$$\frac{dZ}{dA} = \frac{3+\nu}{4}(3A^2 + 2A - 1) \text{ und}$$

$$\frac{d^2Z}{dA^2} = \frac{3+\nu}{4}(6A + 2).$$

zt man aber $\frac{dZ}{dA} = 0$, so findet man für A die zwey $A = -1$ und $A = +\frac{1}{3}$, und da der zweyte dieser die Gröſse $\frac{d^2Z}{dA^2}$ positiv macht, so wird Z ein Klein- $A = \frac{1}{3}$, und dieser kleinste Werth selbst ist

$$Z = \frac{3 - 8\nu}{27}.$$

st aber $A = \frac{1}{3}$ so ist auch

$$p = 3a, \quad \alpha = -\frac{3}{2}a, \quad a' = \frac{3a}{2}$$

$$p' = 2a' = 3a, \quad \alpha' = -3a \text{ und } p'' = 3a.$$

Vergröſserung ist (S. 377)

$$m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\alpha'}{a'a''} = \frac{h}{a},$$

Halbmesser der kleinsten Kugelabweichung

$$x = \frac{3a}{g}\sqrt[3]{\frac{1}{(3-8\nu)\mu}} \quad \text{oder}$$

$$x = \frac{3h}{mg}\sqrt[3]{\frac{1}{(3-8\nu)\mu}}.$$

Ist also $h = 8$, $g = 20$, $\mu = 0.9382$ und
det man

$$x = \frac{1.174}{m}$$

und das Mafs der Klarheit ist

$$20\,x' = 20\,x = \frac{23.5}{m}.$$

Die Krümmungshalbmesser der Linsen w
bestimmt, indem man die so eben gefunde
a, α, a', α' und a'' braucht und $\lambda = 1$ setzt.

Man sieht, dafs eine dreyfache Linse in B
nung und auf Klarheit einer doppelten Linse
ziehen ist.

onvexen Objectiv von einer kleinen Brennweite, und aus ei-
n gröſsern biconcaven Ocular, ist also ganz dem sogenannten lilei'schen Fernrohre ähnlich. Die Distanz des Objects von n Objectiv wird etwas gröſser, als die Brennweite des Objec- angenommen, daher auf der andern Seite des Objectivs, in er beträchtlichen Entfernung von demselben, ein reelles d entsteht. Ehe aber die Strahlen zur Vereinigung oder zur rmation dieses Bildes gelangen, werden sie von dem concaven ulare aufgefangen, und dann, nach der Brechung durch dieses ular, in parallelen Richtungen in das Auge des Beobachters chickt. Man sieht, daſs dadurch die Gegenstände aufrecht ehen werden, und daſs zugleich die Mikroscope dieser Art n den Fehlern und Nachtheilen unterworfen sind, welche oben (S. 242) bey dem Galilei'schen Fernrohre gerügt ha-, daher wir uns nicht weiter bey demselben aufhalten, son-n sogleich zu denjenigen Mikroscopen übergehen, die aus zwey einander entfernten convexen Linsen bestehen.

Sey A das Objectiv (Fig 17), dessen Brennweite $AF = p$, as Ocular, und E das Object in der Entfernung $AE = a$ dem Objective. Da a etwas gröſser als p ist, so fällt das des Objectes E in den Punct G in der Entfernung $AG = \alpha$. ann $BG = p'$ die Brennweite des Oculars, so fallen die von Bilde G kommende Strahlen, nach ihrer Brechung durch Ocular B, in unter sich parallelen Richtungen in das Auge O. Man hat aber (S. 381)

$$m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{a'} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{p'} \text{ und da } \frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha} \text{ ist,}$$

ist auch

$$\frac{a}{p} = 1 + \frac{h}{m\,p'}, \text{ woraus folgt}$$

$$p = \frac{m\,p'}{m\,p' + h} \cdot a \text{ und } a = \left(1 + \frac{h}{m\,p'}\right) p.$$

rnachlässigt man daher die Rücksicht auf die Farbenzer-g, die (nach S. 224) bey zwey convexen Linsen nicht racht werden kann, so wird man, wenn keine andere ng weiter zu erfüllen ist, von den vier Gröſsen a, p, p'

stimmte Länge L des Mikroscops und für die
weite p, p′ der beyden Linsen die Vergröſser
che man dem Mikroscope noch geben kann.

Ist also $L = \alpha + p'$, so erhält man au

$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$, wenn man α eliminirt,

$$a = \frac{p\,(L - p')}{L - (p + p')}, \text{ oder auch } a = \frac{}{L\cdot}$$

und daher

$$m = \frac{h\,\alpha}{a\,p'} = h\left(\frac{L}{p\,p'} - \frac{1}{p} - \frac{1}{p'}\right.$$

Ist z. B. $L = 5$, $p = \frac{1}{2}$ und $p' = 1$ Zoll,
$m = 56$ für die stärkste Vergröſserung, die
Mikroscope von 5 Zoll Länge erhalten kann.
dann $a = \frac{4}{7}$ Zoll.

Für das Gesichtsfeld hat man (S. 376)

$$\varphi = \frac{h\,\omega'}{m\,a + h}.$$

[redacted]

$= 50$ ist also die Hälfte des Gesichtsfeldes nahe $\frac{1}{33}$

Gestalt der beyden Linsen hängt von dem Verhältnifs
fsen a und α und von der Zahl λ ab. Setzt man $\lambda = 1$ für
ıste Abweichung wegen der Gestalt, so hat man, wenn
die Halbmesser des Objectivs sind, (S. 56)

$$\frac{p}{f} = \frac{p}{a}\rho + \frac{p}{\alpha}\sigma \text{ und}$$

$$\frac{p}{g} = \frac{p}{\alpha}\rho + \frac{p}{a}\sigma.$$

starke Vergröfserungen ist nahe $p = a$, also $\frac{p}{\alpha} = 0$
ıer

$$f = \frac{p}{\rho} = 5.24\, p \text{ und } g = \frac{p}{\sigma} = 0.61\, p.$$

Ocular wird gewöhnlich gleichseitig gemacht, und die
g desselben gleich der Hälfte der Brennweite p' ge-
l.

Entfernung des Auges von dem Ocular ist gleich

$$\frac{h}{a} \cdot \frac{p'\alpha'}{m\varphi} = \frac{ma+h}{a} \cdot \frac{p'}{m} \text{ oder nahe gleich } p'.$$

den Halbmesser x der Oeffnung des Objectivs zu be-
, setzen wir, da wir nur eine annähernde Bestimmung
ıuchen, die Gröfse $p = a$, woraus folgt $\alpha = \infty$. Ist über-
$= 1$, so ist der Halbmesser der Abweichung nahe gleich

$$R = \frac{\mu m x^3}{4 h p^2}.$$

zt man daher, wie in §. 2, $R = \frac{1}{4g^2}$, so ist

$$x = \sqrt[3]{\frac{h\, p^2}{\mu m g}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3753\, m}},$$

mlich $h = 8$, $\mu = 0.9381$, $p = \frac{1}{2}$ und $g = 20$ gesetzt

[redacted]

$$\begin{cases} m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha \alpha'}{a' a''} \\ p' \omega' = (\alpha + a') \varphi \\ p'' \omega'' = \left(\frac{\alpha \alpha'}{a'} - a''\right) \varphi + a'' \omega' \\ \omega' + \omega'' \cdot \frac{a''}{a'} = o. \end{cases}$$

esen Ausdrücken sind die Gröfsen a, α, α', a'' und ω' ınd

a', ω'' negativ, $a'' = p''$ und $\alpha'' = \infty$.

also

$$\frac{\alpha}{a'} = -P, \; \frac{\alpha'}{a''} = Q,$$

$$\omega'' = -\omega \text{ und } \omega' = \zeta \omega.$$

s vorausgesetzt, gehen die vier vorhergehenden Glei- wenn man in ihnen — m statt + m setzt, in folgende

$$\begin{cases} m = \frac{h}{a} P Q \\ \frac{\omega p' \zeta}{a'} = -(P - 1) \varphi \\ \omega = (P Q + 1) \varphi - \zeta \omega \\ ' = \frac{1}{Q}. \end{cases}$$

dritte dieser Gleichungen gibt:

$$\varphi = \frac{(1 + \zeta) \omega}{P Q + 1},$$

olgt, dafs, wenn das Gesichtsfeld so grofs als möglich , $\zeta = 1$ werden mufs. Dann gibt die vierte Gleichung $= 1$ und $a' = a'' = p''$. Diefs vorausgesetzt, hat man:

[redacted]

$$z = a\varphi = \frac{2\,\omega\,a\,h}{m\,a + h} = \frac{a\,h}{2\,(m\,a + h)}\ \text{Zolle},$$

$= \frac{1}{4}$ gesetzt wird.

ner ist die Distanz des Auges von der letzten Linse

$$\frac{h}{a} \cdot \frac{\omega'' p''}{m\,\varphi},$$

renn $\omega'' = \omega$ gesetzt, und der vorige Werth von φ sub-
wird, gleich

$$\frac{m\,a + h}{2\,m\,a} \cdot p''.$$

llich wird man den Oeffnungshalbmesser und die Krüm-
ıdien des Objectivs wie in der vorhergehenden Construc-
timmen, wenn man, was hier geschehen kann, die auf
ten zwey Linsen sich beziehenden Gröfsen, die wegen
rofsen Divisor α sehr klein sind, vernachlässiget. Man
o

$$= \frac{p}{g} \sqrt[3]{\frac{h}{\mu\,m\,a}} \text{ und } 20\,x' = \frac{20\,p\,h}{g\,m\,a} \sqrt[3]{\frac{h}{\mu\,m\,a}}.$$

Ist $p = \frac{1}{2}$ Zoll, und $p'' = \frac{1}{4}$, so ist $p' = \frac{3}{4}$.
zt man dann $m = 100$, so ist

$$a = \frac{156}{300} = 0.5533 \text{ Zoll};$$

anz des Objectivs von der Collectivlinse $= 4.437$; die
des Collectivs von dem Oculare $= 1$; und die Distanz
es von dem Ocular $= 0.29$ Zolle.

Oeffnungshalbmesser ist

$$x = \frac{1}{2\,g} \sqrt[3]{\frac{h}{\mu\,m\,a}} = \frac{0.2681}{g},$$

Mafs der Helligkeit

$$20\,x' = \frac{20\,h\,x}{m\,a} = \frac{0.7752}{g}.$$

Nimmt man daher $g = 20$, so ist $x = \frac{1}{10}$ Zoll [illegible]

Diese Grölsen x und 20 x' sind in der That [illegible] kann man auch die Grölse g um die Hälfte [illegible] wodurch x und 20 x' doppelt so groß [illegible]

Noch muſs bemerkt werden, daſs in den Ort des [illegible] oder überhaupt des letzten Bildes des Mikroskops ein [illegible] ma (S. 199) gestellt werden soll, dessen Breite gleich [illegible] ist.

§. 8.

Da durch zwey Oculare, wie man gesehen hat, [illegible] che Vortheile erhalten werden, so wird es nicht [illegible] seyn, auch die Construction eines Mikroskopes mit [illegible] laren zu untersuchen.

Soll, wie es bey mehreren Mikroskopen von Del[illegible] Fall ist, das Bild zwischen das erste und zweyte Oc[illegible] so werden die Grölsen a, α, α', a' und a'' = p [illegible] a, a'' negativ, und $\alpha''' = \infty$ seyn. Sey ferner [illegible] und [illegible], und der Kürze wegen

$$\frac{\alpha}{} = -P, \frac{\alpha'}{} = Q, \frac{\alpha''}{} = -R,$$

t den zwey letzten dieser Gleichungen kann man auch

$$\varphi = \frac{3\,h\,\omega}{m\,a + h} \text{ und } 1 - \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q\,R} = 0.$$

t man die Grösen m, a, α und ω als gegeben an, so noch die sechs übrigen a', α', a'', α'', a''' und φ zu und da man nur fünf Gleichungen hat, so bleibt noch letzten sechs Grösen willkührlich. Die Aufgabe ist da-stimmt, und läst unendlich viele Auflösungen zu. In übung wird man besonders diejenigen Auflösungen zu en haben, welche zu kleine Brennweiten der Linsen

mt man mit Euler und Klügel $R = \frac{1}{2}$, so erhält der letzten unserer fünf Gleichungen $Q = 3$, und aus en

$$P = \frac{2\,m\,a}{3\,h}.$$

der vierten

$$\varphi = \frac{6\,\omega}{3\,P + 2}.$$

stituirt man diesen Werth von φ in der zweyten und dritr Gleichungen, so erhält man:

$$= - \frac{6\,(P - 1)}{3\,P + 2} \text{ und } \frac{p''}{a''} = \frac{6\,(3\,P + 1)}{3\,P + 2} - 1.$$

daher P eine grose Zahl, oder a' eine sehr kleine Zahl, he $\frac{p'}{a'} = -2$ und $\frac{p''}{a''} = 5$. Nimmt man diese letzten von $\frac{p'}{a'}$ und $\frac{p''}{a''}$ an, was allerdings geschehen kann, da iese Annahme blos das Gesichtsfeld etwas weniges verwird, und setzt man $\omega = \frac{1}{4}$, so lassen sich dann alle Dimensionen des Mikroscops durch die einzige Gröse ücken. Man hat nämlich erstens $a' = -\frac{1}{2}\,p'$. Zweytens Gleichung

$$= \frac{m\,p' + 3\,h}{m\,p'}\,p.$$

ch das Mikroscop noch sichtbaren Objec-
der gleich

$$\frac{\omega}{-h} = \frac{3\,a\,h}{4\,(m\,a + h)}.$$

en, $m = 50$, $p''' = 10$ L., so ist $p' = 36$
. Ist also $h = 8$ Zoll $= 96$ Linien, so

., $P = \frac{1392}{288} = 4.833$;

der Linsen:

. .	69.0 Linien
. .	16.0
. .	5.0
. .	3.3
	93.3 Linien $= 7^{z}\ 9.3$ Linien,

ndes von dem Objective $a = 1^{z}\ 1.9$ L.
dieses Mikroscop noch sichtbaren
Linien, und die halbe Oeffnung des

$$\frac{}{a} = \frac{6.334}{g}\ \text{Linien.}$$

, also wohl sehr klein, doch wird
eich 10 nehmen können, wo dann
afs der Klarheit ist gleich $\frac{20\,h\,x}{m\,a}$, wo
o auch gleich $\frac{1.456}{g}$. Für $g = 10$ wird
gleich 0.15 und dessen Quadrat 0.023. Es
optische Helle zur natürlichen, wie 0.023

$$a = \frac{m\,p' + 3\,h}{m\,p'}\,p.$$

Hälfte des durch das Mikroscop noch sichtbaren Objec-
ich ist $z = a\,\varphi$ oder gleich

$$\frac{3\,a\,h\,\omega}{m\,a + h} = \frac{3\,a\,h}{4\,(m\,a + h)}.$$

. Ist $p = 12$ Linien, $m = 50$, $p''' = 10$ L., so ist $p' = 36$ und $p'' = 20$ L. Ist also $h = 8$ Zoll $= 96$ Linien, so

$$a = 13.92 \text{ L.}, \; P = \frac{1392}{288} = 4.833,$$

her die Distanzen der Linsen:

I. II.	. . .	69.0 Linien
II. III.	. . .	16.0
III. IV.	. . .	5.0
tanz des Auges	. . .	3.3
nge des Mikroscopes		93.3 Linien $= 7^{3}$ 9.3 Linien,

Distanz des Gegenstandes von dem Objective $a = 1^{3}$ 1.9 L. rchmesser des durch dieses Mikroscop noch sichtbaren tandes ist $2\,z = 2.56$ Linien, und die halbe Oeffnung des vs

$$x = \frac{p}{g}\sqrt[3]{\frac{h}{\mu\,m\,a}} = \frac{6.334}{g} \text{ Linien.}$$

$= 20$ wird $x = 0.316$, also wohl sehr klein, doch wird ch g kleiner, z. B. gleich 10 nehmen können, wo dann 1.27 L. wird. Das Mafs der Klarheit ist gleich $\frac{20\,h\,x}{m\,a}$, wo r gleich 8 ist, also auch gleich $\frac{1.456}{g}$. Für $g = 10$ wird s der Klarheit gleich 0.15 und dessen Quadrat 0.023. Es sich daher die optische Helle zur natürlichen, wie 0.023 heit.

als auch die wegen der Farbenzerstreuung
Die letzte hat man bisher durch eine zweckmä
Oculare zu vernichten gesucht, wie z. B. das \
zeigt. Die erste aber, die Abweichung wege
ben die Künstler gröfstentheils ganz vernachl
gen der sehr kleinen Brennweite der beyden (
Dimensionen dieser Linsen zu klein, und dahe
Genauigkeit auszuführen sind. Der französisc
ligue soll solche Doppelobjective für Mikro
haben, so wie Marzoli in Brescia und beso
Modena (M. s. Revue encyclopédique Sept. 182
lichsten Doppelobjective dieser Art, die zu mei
nifs gekommen sind, hat nur vor Kurzem Plö
fertiget, dessen Mikroscope in Beziehung au
Reinheit der Bilder und Helligkeit des Sehens,
dern vorzuziehen seyn werden.

Die Theorie der Doppelobjective für Mil
ler im dritten Bande seiner Dioptrik, so wie
in seiner analyt. Dioptrik entwickelt. Im Allgem
selben Ausdrücke, nach welchen oben die Dop
Fernröhre construirt wurden, mit wenigen Verä
hier wieder ihre Anwendung finden, obschon es
Künstler immer schwer seyn wird, die ihm von

Strahlen, welche aus dem Brennpuncte eines solchen Dop-
objectivs divergirend auf dasselbe fallen, auf der andern Seite
Objectivs farbenlos und unter sich parallel fortgehen. Man
d daher, wenigstens der Wahrheit sehr nahe, annehmen dür-
, dafs dieselben Dimensionen, welche die Theorie für das
ppelobjectiv eines Fernrohrs bestimmt, auch für das eines
roscopes gelten werde, wenn nur dasselbe für das Mikroscop
e verkehrte Stellung erhält, und diejenige Seite des Objec-
gegen den Gegenstand gewendet wird, welcher bey dem
nrohre auf der Seite des Auges gestanden hat, und wenn
früheren Dimensionen des Objectivs hier in einem verklei-
ten Mafsstabe ausgeführt werden.

§. 10.

Die Vergröfserung der Mikroscope findet man gewöhn-
dadurch, dafs man von zwey sehr kleinen, aber gleich
fsen Linear-Entfernungen oder Flächen, die eine mit ei-
Auge unter dem Mikroscope, und die andere mit dem an-
Auge aufser dem Mikroscope betrachtet, und so durch
gleichung der beyden scheinbaren Gröfsen die Vergröfse-
g des Mikroscopes mehr schätzt, als in der That mifst. Dafs
ey auf die mittlere Sehweite genau Rücksicht genommen
den mufs, ist für sich klar, so wie, dafs dieses Verfahren,
st bey vieler Uebung, keine genauern Resultate geben kann.
Verläfslicher wird folgende Vorrichtung seyn. Man legt ei-
dünne, mit ihren beyden Seiten parallele Glasscheibe, auf
cher man mit einer Diamantspitze mehrere parallele und an-
e, sie senkrecht durchschneidende Linien, in der Entfernung
r Viertellinie z. B. gezogen hat, auf das Diaphragma in die
e des Ortes, wo das Bild des Mikroscops erzeugt wird, so,
die Scheibe senkrecht auf der Axe des Mikroscops steht,
betrachtet dadurch ein Object, dessen Durchmesser durch
hergehende Messungen bekannt ist. Zeigen sich z. B. die
der auf die Glasscheibe gezogenen Quadrate, in der Ent-
ng h gesehen, unter der Gröfse eines Zolles oder von 12
n, so ist, da die wahre Seite des Quadrats nur $\frac{1}{4}$ Linie be-
, die Vergröfserung des Mikroscops im [illegible]nesser gleich
widirt durch $\frac{1}{4}$ oder gleich 48.

ZEHNTES KAPITEL.

Spiegel.

§. 1.

Obschon es die Absicht dieses Werkes nicht ist, die Theo- der katadioptrischen Instrumente umständlich mitzutheilen, dürfen doch die ersten Grundsätze, auf welchen die Construc- n jener Instrumente beruht, hier zur Vervollständigung des nzen nicht völlig übergangen werden.

Sey M A M′ (Fig. 18) ein sphärischer Hohlspiegel, oder : innere Theil einer Kugelschale, deren Mittelpunct C und lbmesser C A = C M = r ist, E ein leuchtender Punct in der e A C E des Spiegels, dessen Strahl E M nach der Richtung F von dem Spiegel reflectirt wird. Man suche den Punct F, welchen der reflectirte Strahl die Axe trifft, oder man suche : Linie A F = α.

Sey A E = a die Entfernung des leuchtenden Puncts von dem iegel und M P = x ein Loth von M auf die Axe. Nimmt man : Entfernung des Punctes M von A oder die halbe Oeffnung s Spiegels, wie es bey den katoptrischen Instrumenten in der at der Fall ist, nur klein an, so wird man auch x = M A se- n, und überhaupt die dritten und höheren Potenzen von x e merklichen Fehler weglassen können.

Da ferner C M, als Halbmesser, auf der Oberfläche des egels in M senkrecht steht, so ist E M C der Einfalls- und F der Reflexionswinkel, und beyde sind (nach S. 6) ein- r gleich.

Diefs vorausgesetzt, geben die beyden Dreyecke E M C F M C

$a - r : r = \text{Sin } EMC : \text{Sin } E$ und

$r : r - \alpha = \text{Sin } F : \text{Sin } EMC$, also auch

$a - r : r - \alpha = \text{Sin } F : \text{Sin } E.$

Da aber AM ein Kreisbogen ist, so hat man nahe

$$AP = \frac{x^2}{2r},$$

und daher, selbst wenn man erst x^4 vernachlässiget,

$$\text{Sin } F = \frac{PM}{FM} = \frac{x}{\sqrt{\left(\alpha - \frac{x^2}{2r}\right)^2 + x^2}} \text{ und}$$

$$\text{Sin } E = \frac{PM}{EM} = \frac{x}{\sqrt{\left(a - \frac{x^2}{2r}\right)^2 + x^2}}.$$

Substituirt man diese Ausdrücke von Sin F und Sin E dem vorhergehenden Ausdrucke

$$\frac{a - r}{r - \alpha} = \frac{\text{Sin } F}{\text{Sin } E},$$

so erhält man

$$(a - r)\sqrt{\alpha^2 + \frac{(r - \alpha)}{r} x^2} = (r - \alpha)\sqrt{a^2 - \frac{(a - r)}{r} x^2}$$

oder wenn man die Gröſse unter den Wurzelzeichen auflöſst

$$(a - r)\alpha - (r - \alpha)a = - \frac{(a - r)(r - \alpha)}{2r}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}\right)x^2$$

woraus für die gesuchte Distanz α folgt

$$\alpha = \frac{ar}{2a - r} - \frac{(a - r)(r - \alpha)}{2r(2a - r)}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}\right)x^2 \dots (I).$$

Diese Gleichung zeigt, daſs der Werth von α aus zwey wesentlich verschiedenen Theilen besteht, von denen der erste eine endliche Gröſse und der zweyte nur sehr klein ist, wenn x klein angenommen wird. Wird x so klein, oder ist die Oeffnung des Spiegels so gering, daſs jener zweyte Theil ganz vernachläſsiget werden kann, so hat man

$$\alpha = \frac{a\,r}{2\,a - r} \text{ oder}$$

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \cdots \text{(II)}$$

diese Gleichung gibt die Abhängigkeit der Gröfse a, α und
wenn die Strahlen sehr nahe an der Axe auf den Spiegel
en.

Ist $a = \infty$, das heifst, fallen die Strahlen parallel mit der
auf den Spiegel, so ist $\alpha = \frac{1}{2}\,r$, oder alle der Axe paral-
n und ihre sehr nahe einfallenden Strahlen vereinigen sich
h der Reflexion in einer Entfernung von dem Spiegel, die
ch dem halben Halbmesser des Spiegels ist. Man nennt
en Punct den **Brennpunct** und $\frac{1}{2}$ r die **Brennweite**
Spiegels. Bezeichnet man also, wie bey den Linsen, die
nweite des Spiegels durch p, so hat man

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \cdots \text{(III)}$$

dieselbe Gleichung haben wir auch oben für die Refraction
Lichtes durch Linsen gefunden. (S. 40.)

§. 2.

Betrachten wir nun auch den zweyten Theil der Gleichung
den wir durch V bezeichnen wollen, so dafs man hat

$$V = -\frac{(a - r)(r - \alpha)}{2\,r\,(2\,a - r)}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}\right) x^2.$$

Substituirt man in diesem Ausdrucke statt $\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$ die Gröfse
s (III) und den Werth von r aus (II), so hat man

$$V = -\frac{(a - \alpha)^2\,x^2}{8\,a^2\,p} \cdots \text{(IV)}.$$

also f der Vereinigungspunct der nahe bey der Axe, und

F der weiter von der Axe oder der am Rande des Spi
fallenden Strahlen, so ist

$$Af = \alpha = \frac{a\,r}{2a - r} \text{ und } fF = V = \frac{(a - \alpha)^2 x^2}{8a^2 p}$$

wo p die Brennweite des Spiegels, oder wo $p = \frac{1}{2} r$
Gröſse f F nennt man auch hier die Abweichung wegen
rischen Gestalt des Spiegels.

In dem Puncte f ist also das Bild, welches von de
nahe einfallenden Strahlen entsteht, so wie in F das
Randstrahlen geformte Bild ist. Diese Abweichung,
sphärischen Gestalt, haben daher die Spiegel mit de
gemein, aber sie ist bey den Spiegeln viel kleiner, al
Linsen. Denn für parallele Strahlen ist $a = \infty$, also die
chung bey den Spiegeln, nach der Gleichung (IV)

$$V = \frac{x^2}{8p} = 0.125\,\frac{x^2}{p}.$$

Für eine Linse aber, welche dieselbe Oeffnung
selbe Brennweite p hat, ist die kleinste Abweichu
der Gestalt (S. 61)

Theil des auf sie einfallenden Lichtes, wodurch mehr Licht
oren geht, als diefs bey der Brechung durch Linsen der ist. Endlich sind die Metallspiegel, die allein einer hohen tur fähig sind, wenn sie der freyen Luft ausgesetzt werden, Oxidation an ihrer Oberfläche und dadurch des Verlustes r Politur und ihrer Brauchbarkeit unterworfen.

§. 3.

Wenn die Oeffnung des Spiegels nur klein ist, so ist der kel MFA, unter welchen die Randstrahlen nach ihrer Reon die Axe schneiden

$$MFA = \frac{PM}{PF} = \frac{x}{.}$$

bey den Linsen.

Zieht man durch den Vereinigungspunct f der Centralstrahein Loth fS auf die Axe, und verlängert den reflectirten ersten Strahl MF, bis er dieses Loth in S schneidet, so gealle von E austretenden und auf den Spiegel AM fallenden hlen, nach ihrer Reflexion, durch die Linie fS, und man nt defshalb fS die Seitenabweichung des Spiegels weder Gestalt. Diese Seitenabweichung ist

$$fS = fF \text{ tang } fFS = \frac{(a-\alpha)^2}{8a^2\alpha} \cdot \frac{x^3}{p}.$$

Heifst überhaupt die Längenabweichung Ux^2 und bezeichman den Winkel MFA durch Hx, so ist die Seitenabchung

$$fS = HUx^3$$

rgl. S. 64.)

§. 4.

Die Gleichung (II) oder der Ausdruck

$$\alpha = \frac{ar}{2a-}$$

lt die Erklärung aller Erscheinungen, welche man bey n hohlen oder erhabenen Spiegeln bemerkt, wenn die en der Axe sehr nahe einfallen.

leuchtende Punct zwischen dem Brennpunct u
so ist α negativ, oder die Strahlen werden di
tirt, als ob sie aus einem Puncte **hinter** den
andern Seite von E kämen. — Ist endlich a neg
die Strahlen convergirend auf den Spiegel, so i
sie vereinigen sich nach der Reflexion in ein
dem Spiegel.

Für convexe Spiegel. Für diese ist
gativ, und daher auch α negativ, wenn a posi
Strahlen werden von solchen Spiegeln diver
Ist aber a negativ und kleiner als $\frac{1}{2}$ r, so ist α po
weite dieser Spiegel endlich ist negativ, oder
imaginär, da $p = -\frac{r}{2}$ ist, daher sie nicht zu B
schickt sind.

Für ebene Spiegel. Für sie ist r =
oder die Strahlen werden von einem ebenen Sp
selben Neigung, unter welcher sie auffielen, u
rend und so reflectirt, als ob sie aus einem Pu
so weit hinter dem Spiegel liegt, als der leuch
dem Spiegel ist.

[redacted]

mmenden Strahlen in einem Puncte f der Linie e C M′ verei-en. Setzt man aber voraus, dafs die Entfernung A E des chtenden Objectes gegen die Oeffnung des Spiegels sehr grofs , so wird man sehr nahe C F = C f setzen können. Es ist aber r = α, wo die Gröfse α durch die Gleichung

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$$

timmt wird, also auch C F = C f = r — α. Beschreibt man al-aus C, als Mittelpunct, mit dem Halbmesser C F = r — α den inen Kreisbogen F f, so wird F f das gesuchte Bild vorstellen, man wird ohne merklichen Fehler auch diesen Kreisbogen eine gerade auf die Axe E A senkrecht stehende Linie F f nehmen können. Ist also E e = z der Halbmesser des leuchten-Objectes und F f = z′ der Halbmesser des Bildes, ferner = a und F A = α, so hat man

$$z' = \frac{C F}{C E} \cdot E e = \frac{r - \alpha}{a - r} \cdot z$$

Aus der Gleichung (II) folgt aber

$$r - \alpha = \frac{\alpha (a - \alpha)}{a + \alpha}$$

oder $a - r = \dfrac{a (a - \alpha)}{a + \alpha}$, also ist auch

$$z' = \frac{\alpha}{a} \cdot z \text{ oder endlich}$$

$$z' = \alpha \varphi,$$

nn man $\frac{z}{a} = \varphi$ setzt, wo φ den Winkel bezeichnet, unter lchen das unbewaffnete Auge in A den Halbmesser E e des jectes sieht, vorausgesetzt, dafs dieser Winkel so klein ist, s er für seine Tangente oder dafs tg $\varphi = \varphi$ Sin 1″ gesetzt wer- kann.

§. 6.

Wird ein Concavspiegel den Sonnenstrahlen ausgesetzt, so rden sich diese Strahlen nach ihrer Reflexion in einem klei-

$8\,a^2\,\alpha\,p$

$f\,S = \frac{x^3}{8\,p^2}$. Setzt man aber diese Werthe

einander gleich, oder nimmt man die Seitenab-
jenem kleinen Kreise, so ist

$$x = 2\,p\,\sqrt[3]{\tang 16'}$$

$$\text{oder } \frac{x}{r} = \sqrt[3]{\tang 16'}.$$

Es ist aber (Fig. 18) Sin A C M $= \frac{x}{r}$ also ist

$$\text{Sin A C m} = \sqrt[3]{\tang 16'}$$

woraus folgt, dafs A C M $= 9°36'$ ist, oder das
nung eines Brennspiegels wenigstens $9°36'$ seyn
Seitenabweichung wegen der Kugelgestalt nicl
soll, als jener kleine Kreis.

§. 7.

Der leuchtende Punct E (Fig. 20) sende einer
E P auf den Spiegel P, der ihn in der Richt
Spiegel c q reflectirt, und dieser zweyte Spieg

[redacted]

der Linsen in der oben aufgezählten Ordnung, und wie
70 die conjugirten Distanzen

$$= a \quad cF = a' \quad GC' = a'' \quad OC'' = a''' \quad O'C''' = a^{\text{IV}}$$
$$= \alpha \quad cG = \alpha' \quad C'O = \alpha'' \quad C''O' = \alpha''' \quad C'''O'' = \alpha^{\text{IV}} \text{ u. f.}$$

hat man nach dem Vorhergehenden die Gleichungen

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}, \quad \frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}, \quad \frac{1}{p''} = \frac{1}{a''} + \frac{1}{\alpha''} \text{ u. f.}$$

überdiefs, wenn man $\Delta\ \Delta'\ \Delta''$ die Distanzen der Spiegel der Linsen nennt,

$$\Delta = \alpha + a', \quad \Delta' = \alpha' + a'', \quad \Delta'' = \alpha'' + a''' \text{ u. f.}$$

Diese Gleichungen sind dieselben, welche wir oben S. 194 Bestimmung des Weges eines Strahles durch mehrere auf r gemeinschaftlichen Axe aufgestellten Linsen erhalten ha- Sie werden daher auch zu denselben Ausdrücken für die S. 194 u. f. gefundenen Gröfsen führen.

I. So erhält man für die Winkel, unter welchen der äufserste hl E P die Axe E O'' in verschiedenen Puncten schneidet, n x der Oeffnungshalbmesser des ersten Spiegels P ist, für Winkel

$$\text{in } F = \frac{x}{\alpha} \qquad \text{in } G = \frac{a' x}{\alpha \alpha'}$$

$$\text{in } O = \frac{a' a'' x}{\alpha \alpha' \alpha''} \qquad \text{in } O' = \frac{a' a'' a''' x}{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha'''} \text{ u. f.}$$

II. Nennt man überhaupt x x' x'' x''' die Oeffnungshalbmes- der Spiegel und der aufeinanderfolgenden Linsen, so hat n, wie S. 195

$$x' = \frac{a' x}{\alpha}, \quad x'' = \frac{a' a'' x}{\alpha \alpha'}, \quad x''' = \frac{a' a'' a''' x}{\alpha \alpha' \alpha''} \text{ u. f.}$$

welchem Ausdrucke $\alpha = p$ wird, wenn $a = \infty$ ist, oder wenn leuchtende Gegenstand in unendlicher Entfernung steht, so die letzte der Gröfsen a'', a''', a^{IV} ... gleich der Brennte der letzten Linse seyn mufs, da die durch diese Linse gechenen Strahlen parallel aus derselben treten sollen.

III. Eben so hat man (S. 196 VIII) wenn der Halbmesser
genstandes E e = z und die Halbmesser der Bilder F
G g = z'' u. f. sind

$$\text{I} \quad \text{Bild } z' = \frac{\alpha}{a} z \ldots \text{verkehrt}$$

$$\text{II} \quad \text{»} \quad z'' = \frac{\alpha'}{a'} z' = \frac{\alpha \alpha'}{a a'} z \ldots \text{aufrecht}$$

$$\text{III} \quad \text{»} \quad z''' = \frac{\alpha''}{a''} z'' = \frac{\alpha \alpha' \alpha''}{a a' a''} z \ldots \text{verkehrt}$$

$$\text{IV} \quad \text{»} \quad z^{\text{IV}} = \frac{\alpha'''}{a'''} z''' = \frac{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha'''}{a a' a'' a'''} z \ldots \text{aufrech}$$

Dieselben analogen Ausdrücke wird man auch für
gröſserung m, für das Gesichtsfeld φ, für das Maſs de
u. f. finden, so daſs, so lange die Abweichung wegen
stalt unberücksichtiget bleibt, dieselben Gleichungen
drücke, welche wir oben S. 193 §. 17 für ein System von I
funden haben, auch sofort für ein System von Spie
von Spiegeln und Linsen gelten werden. Vergleicht ma
die oben für den Spiegel gegebene Gleichung (II) ode

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$$

§. 8.

In allem Vorhergehenden wurden die Oberflächen der Lin-
sowohl, als die der Spiegel, sphärisch vorausgesetzt,
die Künstler andere Flächen nicht wohl mit der erfor-
chen Genauigkeit ausführen können. Es ist bekannt,
in einem Hohlspiegel, der durch die Umdrehung einer Pa-
um ihre grofse Axe entsteht, alle dieser Axe parallel ein-
den Strahlen nach der Reflexion genau in dem Brennpuncte
Parabel vereiniget werden, und dafs eben so bey einem
spiegel, der durch die Rotation einer Ellipse um ihre grofse
entsteht, die aus einem der beyden Brennpuncte kommen-
Strahlen, nach der Reflexion genau in den andern Brenn-
vereiniget werden. Man hat daraus den Schlufs gezogen,
parabolische und hyperbolische Spiegel zu Fernröhren und
scopen viel geschickter seyn werden, weil für sie die Ab-
ung wegen der Gestalt verschwindet. Allein, auch abgese-
on der Schwierigkeit der mechanischen Ausführung solcher
el, hat man nicht bedacht, dafs auch z. B. ein vollkommen
scher Spiegel nur diejenigen Strahlen, die unmittelbar aus
einen Brennpuncte desselben kommen, wieder in den andern
punct vereiniget, und dafs diefs keineswegs mehr, auch
on den dem ersten Brennpuncte zunächst liegenden Strah-
ilt, und dafs daher die Bilder aller Gegenstände, die schon
merkbare Dimension haben, und nicht mehr als blofse Punc-
gesehen werden können, auch bey dem elliptischen Spiegel
ähnlichen Abweichung unterworfen sind, durch welche
Bilder in einem oft sehr hohen Grade undeutlich gemacht
en. Um dieses zu zeigen, sey PCA (Fig. 21) die erzeu-
Ellipse eines solchen Spiegels, AP ihre grofse Axe, F, F′
Brennpuncte, und die auf der Axe senkrechte Linie FB = z
euchtende Gegenstand. Die von dem Puncte F kommenden
len werden genau in den Punct F′ reflectirt, und erzeugen
ein deutliches Bild des Punctes F.

Um aber auch den Vereinigungspunct der von B kommen-
Strahlen nach der Reflexion zu finden, verlängere man BF
f, so dafs BF = Ff, und ziehe durch den andern Brenn-

Bild, so hat man wegen der Aehnlichkeit der D
und A F'' B'

$$z' = \frac{1 + e}{1 - e} \cdot z.$$

Damit aber das Bild B' von B deutlich ersche
der Strahl B C, der von B kömmt, nach dem Pu
tirt werden, oder wenn C q die Normale der I
zeichnet, so mufs für jeden Punct C der Winke
dem Winkel q C B' seyn. Da aber die Winkel q
gleich sind, so mufs auch B C F = B' C F' seyn
also die Werthe dieser Winkel B C F = ω und B' (

Zu diesem Zwecke sey F C = r und A F G =
F' C = r' = 2 a — r und A F' C = ν', so hat man a
ten Gleichung der Ellipse, wenn p den halben Par
ben bezeichnet,

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \nu}, \quad r' = \frac{p}{1 - e \cos \nu'} \quad \text{und } \sin \nu'$$

Die Dreyecke B F C und B' F' C aber geben,
die vorhergehende Gleichung $(1 - e) z' = (1 +$
nimmt,

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{z \cos \nu}{r + z \sin \nu},$$

[redacted]

ıs ihnen wird man für jeden Werth von v die beyden Win-
und ω' finden. Zur bequemen Uebersicht wollen wir den
el v nur klein annehmen, und die beyden Werthe von ω
in Reihen auflösen, in welchen wir die Gröfsen unter der
ng $z\,v^2$ und $z^2\,v$ vernachlässigen. Unter dieser Voraussegibt die Gleichung der Ellipse

$$= \frac{1+e}{p} - \frac{(1+2e)\,v^2}{2\,p} \text{ und}$$

$$= \frac{1-e}{p} - \frac{(1-2\,e)\,v'^2}{2\,p} \text{ und endlich}$$

$$v' = \frac{1-e}{1+e}\,.\,v.$$

ıbstituirt man diese Werthe in den vorhergehenden Aus-
n von tg ω und tg ω', so erhält man:

$$= \frac{z(1+e)}{p} - \frac{(1+2e)\,z\,v^2}{2\,p} - \frac{(1+e)^2\,z^2\,v}{p^2} \text{ und}$$

$$= \frac{z'\,(1-e)}{p} - \frac{(1-2\,e)\,z'\,v'^2}{2\,p} + \frac{(1-e)^2\,z'^2\,v'}{p^2},$$

venn man in der letzten Gleichung die vorhergehenden
ıe von z' und v' substituirt,

$$= \frac{(1+e)\,z}{p} - \frac{(1-2\,e)\,(1-e)\,z\,v^2}{2\,(1+e)\,p} + \frac{(1-e^2)\,z'^2\,v}{p^2}\,.$$

ubtrahirt man die beyden letzten Ausdrücke von tg ω' und
und setzt tg ω' — tg $\omega = \omega' - \omega$, so erhält man:

$$\omega' - \omega = \frac{3\,e\,z\,v^2}{p\,(1+e)} + \frac{2\,(1+e)\,z^2\,v}{p^2}.$$

Dieser Ausdruck von $\omega' - \omega$ zeigt, dafs ω' nicht gleich ω,
rn dafs vielmehr ω' immer gröfser als ω ist, und dafs daie von B auf den Rand des Spiegels fallenden Strahlen nach
Reflexion in einem Puncte sich vereinigen, der näher an F'
, als der Vereinigungspunct der von B nach A gehenden
ralstrahlen, dafs also dadurch eine Undeutlichkeit des Bilntsteht, die desto gröfser ist, je gröfser der Dur-

$$\omega' - \omega = 142.'' 2 = 0^{\circ}\ 2'\ 22''.2$$

also bereits grofs genug, um eine sehr stören
der Bilder zu verursachen, woraus folgt, dafs
schlagenen parabolischen oder elliptischen Spi
sie mit der erforderlichen Vollkommenheit v
verfertiget werden könnten, zum Vervollkomm
tischen Werkzeuge nicht wesentlich beytragen

[redacted]

Dritte Abtheilung.

urze Geschichte der Optik.

ERSTE PERIODE.

Griechen.

e Geschichte der Optik zeigt vielleicht mehr, als die irgend er andern Wissenschaft, die Gröſse und zugleich die Beränktheit des menschlichen Geistes. Jahrtausende muſsten gehen, bis es endlich einem seltenen Genie einfiel, darüber hzudenken, warum ein Stab, zum Theil ins Wasser gehal-, gebrochen erscheint, warum eine glatte Fläche die Bilder sie umgebenden Gegenstände entwirft, warum der Regenen in so schönen Farben prangt, und andere höchst auffalde Erscheinungen, die aber lange unbeachtet blieben, bis lich ihre nähere Untersuchung den ersten Keim zu dem Baume te, der, von den ausgezeichnetsten Männern der folgenden rhunderte sorgsam gepflegt, allmählig zu der wahrhaft ernenswürdigen Gröſse empor wuchs, die nun der Stolz des nschlichen Geistes und der Gegenstand unserer eigenen gehten Bewunderung geworden ist. Dieses Wachsthum wurde igens vielmehr durch Zufall und gutes Glück, als durch un- Verdienst begünstiget. Ein Stück Kieselerde mit Potasche mischt, und das Spiel der Kinder eines Brillenmachers öffe uns zwey neue, bisher unbekannte und ungeahndete Wel-. Diese Spiele lehrten uns mit dem mikroscopischen Auge Milbe die Blüthentheile der Moose, das kunstreiche innere webe des Schmetterlings-Flügels und die Geschöpfe erbliken, die zu Tausenden einen Wassertropfen bewohnen und rdenweise durch das Oehr einer Nadel ziehen, während sie s zugleich mit den Augen eines Cherubs die fernsten Grenzen rs Planetensystems betrachten, und selbst jenseits dieser zen die Wunder anderer Systeme und die Gegenstände zahl-

Schatze, zu dem Erbe gelegt werden soll, w
Nachkommen überlassen, bis einmahl Zeit und
späten Enkel die Kostbarkeit desselben an den T

Wir wollen nun sehen, wie grofs diese
angewachsen ist, und auf welchem Wege unser
gekommen sind.

Die Völker, welche vor den Griechen il
Erde spielten, haben uns für die Geschichte
hinterlassen, entweder weil sie diese Wissens
ten, oder weil ihre Entdeckungen in dem S
untergegangen sind. Aber auch die Griechen, r
haupt erst unsere eigentliche Literaturgeschich
nen diese Wissenschaft mehr, als man bey dies
ten sollte, vernachlässiget zu haben, obschon
Ausbildung der Mathematik, auf welcher die
beruht, hinlängliche Mittel zur Vervollkomm
gegeben hat. Die Optik, die nebst der Astron
Naturwissenschaften am meisten zu einer stre
Behandlung geschickt ist, hat das Eigenthümlicl
wie die Philosophie, von theoretischen System

hr mit der Aufstellung künstlicher Hypothesen und scharf-
niger Theoreme, mehr mit der metaphysischen Untersuchung
er den Ursprung und die innere Wesenheit der Dinge, als mit
Beobachtung der äußeren Erscheinungen dieser Dinge zu
chäftigen. Daher die kaum der Erwähnung werthen Behaup-
gen, nach welchen Empedokles das Sehen durch einen
sfluſs einer Materie des Auges erklärte, der einem andern
sflusse des Gegenstandes begegne; nach welchen Pythago-
s das Licht der Körper in einer Absonderung ihrer Elemente
det; nach welcher Aristoteles das Licht sogar für unkör-
lich, für eine bloſse Qualität hält u. f. Daſs unter solchen
raussetzungen ihre so oft angeführten Erklärungen des Re-
nbogens, der Nebensonnen u. dgl. nicht genügend seyn, und
s überhaupt bey ihren von allen Beobachtungen entblöſsten
rfahren und bey ihrer Vorliebe zu Hypothesen und bloſsen
oretischen Speculationen, die Wissenschaft nur sehr wenig
winnen konnte, darf nicht weiter befremden. Vielmehr muſs
unsere Verwunderung erregen, zu sehen, daſs sie, dieser
ndernisse ungeachtet, doch mehrere wichtige Kenntnisse und
hrheiten sich erwarben, welche, gehörig verfolgt, sehr ge-
net gewesen wären, die Bahn zu finden, auf welcher allein
Vervollkommnung dieser Wissenschaft möglich ist. So wurde
der Platonischen Schule die Fortpflanzung des Lichtes in ei-
geraden Linie gelehrt, und selbst die Gleichheit des Ein-
s- und des Reflexionswinkels bey dem Zurückstrahlen des
htes von Spiegeln, war dieser Schule nicht fremd. Aristo-
les (— 350 vor Christo) sucht die bereits oben erwähnte
cheinung eines im Wasser gebrochenen Stabes durch eine
von Strahlenbrechung zu erklären, und Archimedes
250) soll ein eigenes, aber verloren gegangenes Buch über
Erscheinung eines Ringes unter dem Wasser geschrieben
en, was allerdings schon bedeutende Kenntnisse der Refrac-
vorauszusetzen scheint. Diese Lehre von der Strahlenbre-
g findet man übrigens schon ein Jahrhundert früher, in der
ik Euclids (— 300), einem Werke, welches Kepler
leicht über seinen Werth schätzte, wenigstens in ihren Prin-
en richtig entwickelt, während man die ersten Spuren einer
lärung der eigentlich sogenannten astronomischen Refraction

den Versuch gemacht haben, die Flotte der die Stadt Syra-
belagernden Römer zu zerstören. Die Wahrheit dieser Er-
ung wird häufig bestritten, weil Polybius, Livius und
tarch, die diese Belagerung von Syrakus beschreiben,
s Versuches nicht erwähnen, der blofs von Schriftstellern
wölften Jahrhunderts, Zonaras und Tzetzes, obschon
ie Autorität ihrer für uns verlorenen viel früheren Vorgänger
führt wird, und weil die Ausführung desselben vieler prac-
en Schwierigkeiten unterworfen scheint, obschon später,
wir sehen werden, Kircher im siebzehnten Jahrhundert
nach ihm Buffon im J. 1747 einen ähnlichen Versuch die-
Art glücklich zu Stande gebracht haben. Die so lange be-
felte Wahrscheinlichkeit jener Erzählung wurde endlich
h ein von Dupuy im Jahr 1777 aufgefundenes Fragment
berühmten Anthemius, (des Erfinders der Domgewölbe
des Erbauers der Sophienkirche in Konstantinopel unter
Kaiser Justinian i. J. 550) sehr erhöht, da dieses Frag-
t das von Archimedes gebrauchte Verfahren mit sehr be-
mten Ausdrücken erklärt, und überdiefs dasselbe dem spä-
von Buffon angewendeten auch sehr ähnlich ist. (Vergl.
ut. Hist. des Math. Vol. I. p. 176 und Vol. II. p. 484.)

ZWEYTE PERIODE.

Mittelalter.

Unter den arabischen Schriftstellern über die Optik zeichne-
ch vorzüglich Alhazen aus, der in der Mitte des eilften
hunderts in Spanien lebte. Sein Werk über diese Wissen-
ft enthält die ersten Versuche zu einer Theorie der Refrac-
sowohl durch Wasser, Glas und andere diaphane Körper,
uch der eigentlich astronomischen Strahlenbrechung. Er er-
te, dafs die letzte, von der die Erde umgebenden Atmosphäre
me, deren Dichte gröfser als die des höhern Aethers ist, und
durch die Wirkungen dieser Atmosphäre die Höhe der Gestirne
dem Horizonte vergröfsert werde. Er gibt selbst ein sinn-
hes Mittel, die Gröfse dieser Erhöhung zu messen, indem
ie beobachtete Declination eines Gestirns zur Zeit seines

des Auges, über die Erscheinungen durch gläs
Segmente derselben, über die Phänomene,
durch seine Reflexion von ebenen und sphärisc
vorbringt, und über die mannigfaltigen optisch
welchen der Sinn des Gesichtes unterworfen is
vollkommenheiten dieses Werkes erscheint es
Erfahrungen und Versuchen, daſs wahrschein
Werke der Griechen diesem berühmten Schrifts
vorausgegangen seyn mögen, die er benützen
sie für uns gänzlich verloren sind.

In jener finstern und an wissenschaftlich
unfruchtbaren Zeit muſsten volle zwey Jahrhu
bis das Werk Alhazens an Vitellio einen
finden konnte, der sich aber öfter durch Sachk
durch eigene Zusätze und Versuche, so wie
digen Vortrag, über seinen Vorgänger zu erheb
lio war von Geburt ein Pohle, und sein Werl
gen 1270 schrieb, findet man zugleich mit A
herausgegeben in Risneri thesaurus opticae. B
stände seiner besonderen Untersuchungen waren
des Lichtes, die bey der Reflexion und Ref
statt hat, so wie eine neue Erklärung des R
Brechung und Zurückstrahlung, und eine auf B

gehenden Lichtstrahlen, ohne Rücksicht auf Brechung oder ückstrahlung derselben hervorbringen, durch welche aber, ie meistens nur eine Zusammenstellung der damahls über Gegenstände bekannten Entdeckungen enthält, die Wisschaft keine Erweiterung erhalten konnte.

Wie in vielen anderen, so ragte auch in den optischen ntnissen weit über sein Jahrhundert und selbst über die meiseiner Vorgänger hervor Roger Baco (✳ 1214 und † 1294), erfindungsreiches, sich über alle Gegenstände des menschli- Wissens verbreitendes Genie, das in der dunklen Nacht Barbarey sich wie ein strahlendes Meteor den erstaunten genossen zeigte. Seine Specula mathematica, und noch mehr Opus majus verbreitet sich beynahe über alle Gegenstände, he seine Vorgänger in der Lehre von dem Lichte zu dem cke ihrer Untersuchungen gemacht haben, und fügt selben seine eigenen, neuen und sinnreichen Ideen hinzu. Es wahrhaft zu bedauern, daſs auch ein Mann von seiner Geistärke der Zeit, die ihn erzeugte, sein Opfer zu bringen gengen war. Die beynahe blinde Anhänglichkeit an die Alten, unter ihnen besonders an den Stagyriten, die allgemeine liebe zu Hypothesen und Systemen, und die leidige Gewohn-, die Natur mehr durch theoretische Speculationen ergrün- als durch mühsam fortgesetzte Beobachtungen zu befragen, e Umstände hinderten ihn der Urheber vieler groſser Entungen zu werden, welche seine späten Nachfolger berühmt acht haben, und von denen er, die Zukunft nicht ahnend, ersten Keim in seinen Werken niedergelegt hatte. Er stand ahe an der Entdeckung der Brillen und selbst der Telescope, n der des Schieſspulvers und so mancher andern einfluſsrei- Erfindung, daſs man, seine Worte lesend, kaum begreikann, wie sie ihm noch entgehen konnte *). Aber die Idee

*) De visione fracta majora adhuc miracula sunt. Nam de facili patet, maxima posse apparere minima et e contra; et longe distantia videbuntur propinquissima et e converso. Sic enim faceremus solem et lunam et stellas descendere. — Possunt etiam sic figurari perspicua corpora, ut longissime posita appareant proprinquissima et e contrario, ita quod ex incredibili distantia legeremus literas minutissi-

durch Entdeckungen zu schmücken, denen er d
der Spur zu seyn das Glück hatte. Vielleicht hi
seltenen Geist die Beschränkung seines Standes
kanermönch in Oxford) und noch mehr die fanat
seiner Ordensbrüder, die, von seinen aufserord
nissen geblendet, ihn als einen Zauberer in das
ten, in welchem er den gröfsten Theil seines s
an seinen Tod in Einsamkeit und Trauer zubri

Dafs schon die Alten den Gebrauch der Br
ben sollen, wie einige aus einer wahrscheinlicl
nen Stelle des Plautus (Pancirollus, de rebus
und andere aus einer mifsverstandenen Stell
(Hist. Nat. Lib. VII. Cap. 53) beweisen wollter
genommen werden. Diese in der That grofse
Erfindung, die unser Leben durch eine wund
tzung unsers edelsten Sinnes gleichsam zu verl

---

nas et numeraremus res quantumcunque parv
nicht recht, ob er von bereits schon angestellte
nur von noch künftig zu erwartenden Erscheinu
er überall nur sehr dicker Glaslinsen, Halbkugel
dafs er diese mit ihrer Basis auf das Buch l

indem sie uns von der traurigen Unthätigkeit, der gröfsten
hwerde des höheren Alters, befreyt, und die besonders
wissenschaftlichen Mann, wenn ihn die Natur schon zu ver-
n scheint, wieder mit neuen jugendlichen Kräften ausrüstet,
angefangenen Arbeiten zu vollenden, und seine in dem
e des ganzen Lebens gesammelten Erfahrungen zu ordnen,
niederzulegen als den Zeugen seiner Bemühung, als das
für die Nachwelt, — diese preiswürdige Erfindung hätte,
al gemacht, nicht mehr verloren gehen können. Wie wäre
öglich, dafs in den sämmtlichen uns hinterlassenen Schrif-
ler Alten auch nicht eine einzige bestimmte Erwähnung der-
n angetroffen werden könnte, und dafs auch das Andenken
ine so grofse Wohlthat selbst unter den Schriftstellern des
rthums, die ihrer am meisten bedurften, sich in dem Grade
oren haben sollte, dafs auch nicht die leiseste Spur dersel-
sich mehr auffinden liefse.

Die erste bestimmte Nachricht von der Erfindung der Bril-
wurde in einem im J. 1299 verfafsten Manuscripte gefunden
Governo della famiglia de Scandro di Pipozzo), in welcher
die Stelle liest: »Ich finde mich vom Alter so gedrückt, dafs
weder lesen noch schreiben kann ohne den Gläsern, die man
ali nennt, und die unlängst (novellamente) zum grofsen Trost
Alten und Gesichtsschwachen erfunden worden sind.« — Ein
tes Manuscript einer Klosterbibliothek in Pisa erzählt, »dafs
xander Spina, ein erfindungsreicher Kopf, der alles,
er sah, nachmachen konnte, auch die Brillen, die er bey
m andern, der sie als sein Geheimnifs behandelte, bemerkt
sogleich nachgemacht und andern mitgetheilt hat.« — Spi-
war selbst in Pisa geboren, und starb in derselben Stadt
Jacobinermöch im J. 1313. Diese und mehrere andere Nach-
en lassen uns nicht zweifeln, dafs die Erfindung der Bril-
welche man gewöhnlich dem Spina selbst zuschreibt, ei-
seiner Landsleute und dem Ende des dreyzehnten Jahrhun-
angehört.

Seit Vitellio und Baco verflossen wieder mehrere Jahr-
erte, in welchen diese Wissenschaft, wie alle übrigen,
weiteren Fortschritte machte, bis endlich Maurolicus
494, † 1575) ein Abt aus Sicilien und Professor der Mathe-

bestatigte, so wurde es ihm auch nicht gegon
durch Entdeckungen zu schmücken, denen er
der Spur zu seyn das Glück hatte. Vielleicht
seltenen Geist die Beschränkung seines Stande
kanermönch in Oxford) und noch mehr die fan
seiner Ordensbrüder, die, von seinen aufsero
nissen geblendet, ihn als einen Zauberer in da
ten, in welchem er den gröfsten Theil seines
an seinen Tod in Einsamkeit und Trauer zubr

Dafs schon die Alten den Gebrauch der B
ben sollen, wie einige aus einer wahrscheinlic
nen Stelle des Plautus (Pancirollus, de rebu
und andere aus einer mifsverstandenen Stel
(Hist. Nat. Lib. VII. Cap. 53) beweisen wollte
genommen werden Diese in der That grofse
Erfindung, die unser Leben durch eine wund
tzung unsers edelsten Sinnes gleichsam zu verl

---

mus et numeraremus res quantumcunque parvas
nicht recht, ob er von bereits schon angestellten
nur von noch künftig zu erwartenden Erscheinunge
er überall nur sehr dicker Glaslinsen, Halbkugeln u
dafs er diese mit ihrer Basis auf das Buch legt
stäben vergröfsert sehen will; dafs er nirgends
[illegible] erwähnt, welche die Bril

rdiefs durch die Analogie mit dem menschlichen Auge auf Kenntnifs des Baues des letztern, und dadurch auf viele an- interessante Entdeckungen führte. Indem Porta später die Oeffnung des Fensterladens seines verfinsterten Zimmers convexe Linse setzte, vergröfserte er dadurch beträchtlich Deutlichkeit der Bilder, welche die äufseren Gegenstände der Oeffnung entgegenstehenden Wand des Zimmers arfen. Die damit mannigfaltig abgeänderten Versuche haben die seitdem nicht weiter zu bestreitende Ueberzeugung ge- n, dafs das Licht nicht, wie die Alten glaubten, ein Aus- des Auges, sondern dafs es vielmehr in einer Wirkung des tenden Gegenstandes auf das Auge bestehe. Doch war seine dieser Erscheinung abgeleitete Erklärung der Einrichtung Auges irrig, da er, so wie Maurolicus, die Bilder der nstände auf der Krystalllinse des Auges suchte. Eben so ver- ich bemühte er sich, die Erscheinungen durch Brillen zu ren, was auch vor der wahren Kenntnifs der Brechung der tstrahlen nicht erwartet werden konnte. Dafs Porta der deckung des Fernrohrs und des Mikroscops sehr nahe war, t die merkwürdige Stelle Lib. XVII. Cap. 10 seiner Magia ralis: »Si vitrum concavum et convexum utrinque recte con- gere noveris, et longinqua et proxima majora et clara vide- Non parum multis amicis auxilii praestitimus, qui et longin- obsoleta, proxima turbida conspiciebant, ut omnia perfec- me contuerentur.« Es ist kaum erklärbar und wahrhaft betrü- d, dafs nach solchen Aeufserungen Baco's und Porta's diese liche Entdeckung noch so lange verborgen bleiben konnte.

Porta hinterliefs zwey Werke: Magia naturalis, die zuerst herauskam, und gleich nach ihrer Erscheinung in mehrere achen übersetzt wurde, und de Refractione. Neap. 1583.

Porta's Zeitgenosse war der grofse Baco von Verulam 1561, † 1626), nächst Newton, die erste Zierde Englands, sen Geist fruchtbar und schöpfend sich über beynahe alle Wis- chaften verbreitete, in der Optik aber mehr mit Andeutun- desjenigen, was noch fehlte, als mit der selbstthätigen Er- erung derselben sich begnügte. Die schönste Ausgabe seiner ntlichen Werke erschien zu London 1765 in fünf Quart- en.

wandte Mikroscop folgte. Beyde Instrumente Grenze unseres edelsten Sinnes, und dadurch u der Natur auf eine wunderbare Weise: sie neue Welten vor uns auf, indem sie uns Gegen liefsen, von welchen die einen wegen ihrer zu ge und die anderen wegen ihrer erstaunenswürdigen sern unbewaffnetem Auge für immer verborgen

Wenn es aber erlaubt ist, diese Entdeck che der Mensch gleichsam die ihm von der Schranken zu durchbrechen und sich über sicl ben wufste, in einem hohen Grade ruhmvoll zu doch auch hinzugesetzt werden, dafs er diese habenste seiner Entdeckungen nicht dem Schar angestrengten Nachdenken seines Geistes, so blinden Zufalle, einem absichtslosen Kinderspiel möchte es, welche hohe Idee von der geistiger schen man auch nähren mag, wohl unmöglicl dem Wege der theoretischen Speculation Entde Art zu machen *).

Descartes erzählt in seiner Dioptrik, tius aus Alkmar in Holland, der sich, ohne eige tische Kenntnisse zu besitzen **), mit der

*) Si quis tanta industria exstitisset, ut ex naturae

ınspiegel und Brenngläser beschäftigte, um das Jahr 1607 t zufällig von seinen vielen vorräthigen Linsen eine convexe einer concaven zusammengebracht, und zu seiner nicht ge-en Verwunderung durch dieselben entfernte Gegenstände vergröfsert gesehen hat, wodurch er der Erfinder des soge-ten holländischen Fernrohrs geworden ist. Allein Huy-ns sagt in seiner Dioptrik, er wisse gewifs, dafs schon vor ius ein anderer Künstler in Middelburg Telescope verfer-habe, und er läfst es ungewifs, ob dieses Johann Lip-sheim, der durch ein Spiel seiner Kinder auf die Entde-g geführt worden seyn soll, oder ob es Zacharias Jan-gewesen ist, welchen letzten Borellus (De vero teles-inventore, Haag 1655) mit vieler Wahrscheinlichkeit als eigentlichen Erfinder der Telescope angibt. Nach Borel-soll Jansen das erste Telescop zu Middelburg im J. 1590 rtiget, und sogleich dem Statthalter Moritz gezeigt ha-welcher letzte es als ein im Kriege nützliches Instrument im halten wollte. Allein das Geheimnifs wurde, wie Bo-us hinzusetzt, bald öffentlich bekannt, und schon nach ei-n Jahren auch von andern holländischen Künstlern verbrei-besonders von Johann Laprey oder Lippersheim, her diese Fernröhre von vorzüglicher Güte zu verfertigen te, und daher auch später als der Erfinder derselben ange-n wurde. Auch soll Jansen sehr schätzbare mathematische tnisse besessen, und mit seinen neuen Instrumenten so-h Entdeckungen an dem Himmel versucht, aber, wie es int, nicht gehörig verfolgt haben, daher er z. B. den Ruhm, Satelliten Jupiters, die er, nach Borellus, der erste ge-n haben soll, als immerwährende Begleiter dieses Planeten nnt zu haben, einem anderen überlassen mufste.

Dieser war Galilei (✱ 1564, † 1642) damahls Professor Mathematik in Padua, der auf eine unbestimmte Nachricht dieser Entdeckung durch eigenes Nachdenken, wie man die Zusammensetzung dieser Instrumente errathen, und durch die Anwendung desselben auf den Himmel, seinen n in der Geschichte der Wissenschaft unsterblich gemacht Er fand im J. 1610 damit die Gebirge und Thäler des Mon-die Satelliten Jupiters, die er, den Mediceern zu Ehren,

Freude, seine schönen Entdeckungen zu verfo
lich in seinem fünf und siebzigsten Jahre, dur
Anstrengung seiner Augen, erblindete, und
Jahre seines thätigen und ruhmvollen Lebens
digen Behandlung seiner Feinde im Kerker ve

Die Erfindung der Mikroscope, die ihrer
der Telescope, übrigens auch nur zufällig un
rung derselben zu kennen, bald folgen mufste,
lus demselben Zacharias Jansen und dess
gemeinschaftlich zu. Huyghens aber versicl
das Jahr 1618 noch ganz unbekannt waren, und
1621 bey Cornelius Drebbel in England
scope gesehen habe, daher man auch diesen le
finder der Mikroscope hält, wenigstens der aus
zusammengesetzten Mikroscope: denn blofse
oder kleine Glaskugeln sind, wie bereits oben
schon von den Alten zu ähnlichen Zwecken g

Der erste aber, der jene blofs zufällige E
rohrs durch sein eigenes Nachdenken zu erklä
zu erweitern suchte, der die wahre Theorie de
und dadurch die Basis zu der eigentlichen wisse
tik legte, war der grofse Johann Kepler (

Retina oder der Netzhaut des Auges verglich, und da-
rkannte, dafs die Strahlen, durch die Krystalllinse ge-
, auf der Retina sich vereinigen und durch diese Verei-
die Bilder der äufseren Gegenstände entwerfen. Diese
e führte ihn auf die wahre Erklärung der Erscheinungen
rillen, die ihn, wie er selbst gesteht, drey volle Jahre
igte, bis er endlich erkannte, dafs bey Weitsichtigen
eitel der Strahlenkegel oder die Bilder von zu nahen Ge-
den hinter der Netzhaut sich vereinigen und durch ein
s Glas auf dieselbe zurück gebracht werden, während
zsichtigen die Scheitel der Strahlenkegel von fernen Ge-
den vor die Netzhaut fallen, und daher durch concave
auf dieselbe gebracht werden können. Von diesen einfa-
tersuchungen wandte er sich zu der Erklärung der Er-
ngen durch Linsen überhaupt, und bestimmte durch
ng die Brennweite der planconvexen und der gleichseiti-
onvexen Linsen *), bis er sich endlich zur Erklärung
rkung der Fernröhre selbst erhob, deren Theorie in
esentlichen Theilen entwickelte, und die bisher bekannten
it neuen Arten von gröfserer Wirkung und ausgebreite-
nwendung vermehrte, unter welchen besonders das später
einen Nahmen bekannte Keppler'sche oder astronomi-
rnrohr mit zwey convexen Linsen gehört, welches die
tände verkehrt zeigt, aber vorzüglich bey Beobachtungen
cher Objecte bedeutende Vortheile vor dem holländi-
nit einem concaven Oculare gewährte. Zwar führte er
keine seiner Erfindungen aus, da er kein practischer
r war und dem mit Untersuchungen und Sorgen anderer

---

 ungleichseitige biconvexe Linsen konnte er seine Theorie noch
ht fortführen. Das hieher gehörende Theorem, welches durch
 Gleichung $\frac{1}{(n-1)p} = \frac{1}{f} + \frac{1}{g}$ (Optik S. 37) ausgedrückt wird,
d der Mönch Cavallerie in Bologna (✳ 1598, † 1647), der
ch seine originelle und sinnreiche Geometria indivisibilium ei-
 der ersten Begründer der Differenzialrechnung geworden ist.
pler kannte nur die zwey speciellen Fälle jenes Satzes, für
che entweder $f=g$, oder für welche eine der beyden Gröfsen
der g unendlich ist.

bedurfte, nicht finden konnte. Die Resultate chungen können auf die wenigen Worte zurücl »dafs bey Einfallswinkeln unter zwanzig Grade Winkel zwey Drittheile des Einfallswinkels blofs genäherter Satz, für den er ihn auch erk wie er bemerkte, für den Gebrauch bey Fernrö sten Fällen für die ersten Versuche hinreic glücklicher war er mit seiner Theorie der astron tion, zu deren Begründung es ihm noch an hin achtungen fehlte, und die selbst ohne diesen Wahrheit führen konnte, da er die, die Erde in allen ihren Höhen gleich dicht annahm, un blofs an der äufsersten Grenze der Atmosphä Brechung unterwarf. Ja selbst über die Art, röhre das deutliche Sehen und die Vergrö genstände bewirkt wird, scheint er nicht ganz lungen gehabt zu haben **).

---

*) Der Jesuit Scheiner soll das erste astronomi Keplers Vorschrift verfertiget haben, so wi Kepler vorgeschlagene Telescop mit drey co ches aber, seiner zu grofsen Länge wegen, ba

Noch verdienen mehrere gleichsam isolirte Ideen des gro- Mannes hier einer besondern Erwähnung, da sie als die er- Keime künftiger Entdeckungen betrachtet werden können. in gehören seine Arbeiten über die Brennlinien, welche spä- Descartes mehr ausbildete; über die Erscheinungen bey en und erhabenen Spiegeln; über die Verdoppelung der Ob- ive (die er aber beyde noch von derselben Glasart an- n) wodurch er die Länge der Fernröhre beynahe um die te verkürzte; über die Farben des Regenbogens; über die che, warum wir mit beyden Augen die Gegenstände nur ein- und zugleich aufrecht sehen, da doch das Bild auf der Netz- verkehrt ist; über den wahren Ort der Bilder, die durch action und Reflexion entstehen u. s. w. *).

Der Jesuit Scheiner (✳ 1575, † 1650) suchte das Gesetz Brechung der Strahlen aus Luft in Glas und Wasser durch e fortgesetzte Versuche, ohne aber zu einem genügenden ultate zu gelangen. Glücklicher waren seine Untersuchungen r den Bau des Auges und über die Natur des Sehens, die er anatomische Betrachtungen der Augen der größeren Thiere ndete, in welchen er das Bild der äußeren Gegenstände auf Netzhaut derselben bemerkte, und dadurch Kepler's oben ähnte Ansicht durch Beobachtungen bestätigte. Er ist der nder des Pontographs, eines Instrumentes, durch wel- er jede Zeichnung in jedem willkührlichen Maßstabe durch bloßes mechanisches Verfahren copirte, und des Helio- ts, oder eines etwas auseinander gezogenen Fernrohres,

---

da susceperat. Quod vix credibile de tanto viro, tamque in his rebus versato, tamen dicendum est, ne quis frustra ea intelligere laboret, e quibus nulla sana sententia elici potest Hugenii Dioptrica.

Kepler's optische Schriften sind:

Paralipomena ad Vitellionem. Francof. 1604.

Dioptrice, angustae Vindelicor. 1611.

Dissertatio cum nuntio sidereo Pragae 1610.

Narratio de observatis a se quatuor satellitibus Jovis. Francof. 1611, und endlich

Keplers Briefwechsel: Epistolae ad J. Keplerum scriptae, edidit Hansch 1718.

[illegible]

Refraction, verbunden mit der Reflexion der Sonnenstrah- in den Regentropfen, konnte aber, da er die Farbenzer- uung, die bey der Refraction statt hat, noch nicht kannte, Ursache des äufsern Regenbogen nicht angeben. Sein Werk r diesen Gegenstand, De radiis visus et lucis 1611 ist so gut hrieben, dafs man es bedauern mufs, einen Mann dieses ntes nicht ganz der Wissenschaft leben und später sogar in gehaltlose theologische Streitigkeiten verwickelt zu sehen, hm langdauernde Verfolgungen, und endlich einen schmach- n Tod im Gefängnisse zuzogen.

Endlich wurde um das Jahr 1620 die so lang gesuchte Ent- ung des Brechungsgesetzes der Lichtstrahlen von Wille- rd Snell (* 1591, † 1626) Professor der Mathematik zu len, gefunden. Er hatte einige Jahre früher in Holland die e wissenschaftliche Gradmessung und dadurch eine genauere timmung der Gröfse und Gestalt der Erde ausgeführt, und auch durch mehrere geometrische Aufsätze vortheilhaft be- nt gemacht. Er scheint die Wichtigkeit des von ihm durch bachtungen entdeckten Gesetzes der Brechung nicht eingese- zu haben, daher er es auch nicht bekannt gemacht, sondern r seinen Papieren gelassen hat, wo es nach seinem Tode nden wurde. Auch stellte er es nicht in der einfachen Form, ch das Verhältnifs der Sinus des Einfalls- und des gebroche- Winkels dar, unter welchen es itzt allgemein bekannt ist. se Form selbst zeigt übrigens die Ursache des Mifslingens früheren Versuche, dieses Gesetz zu entdecken, da alle gänger Snell's immer nur die Verhältnisse jener beyden kel, nicht das ihrer Sinus gesucht haben.

Descartes (* 1596, † 1650) suchte dieses Gesetz aus blofsen Betrachtung der Geschwindigkeiten des Lichtstrah- vor und nach seinem Eintritte in das brechende Mittel, mit fe der Zerlegung derselben in zwey andere Geschwindigkei- zu erklären, deren die eine senkrecht, und die andere pa- el zur brechenden Fläche ist. Er trägt diesen theoretischen eis in seiner Dioptrik vor, die zuerst 1637, also eilf Jahre h Snell's Tod erschien, ohne irgend eines von ihm zu dieser eckung gemachten Versuches, und ohne seines Vorgängers ll zu erwähnen, obschon er kurz nach dem Tode des letz-

Aber die metaphysische Exageration, mit welc
altete Diatriben verdrängte, und mit welcher e
andere Art, seine eigene Philosophie ausschmü
sammt seinen Wirbeln, durch welche er die I
himmlischen Körper zu erklären suchte, untergega
sen, während ihn seine wohlbegründeten Verdie
thematik den Dank der gerechten Nachwelt gesi
war es, der zuerst die von Vieta (* 1540,
Anwendung der Algebra auf die Geometrie wei
weit führte, dafs er von Vielen für den eiger
dieser Anwendung gehalten wird, durch welc
metrie eine neue und vorzügliche Gestalt erhalte
druck der krummen Linien durch Gleichungen r
fruchtbarsten und nützlichsten Erfindungen bei
so wie die zuerst von ihm eingeführte und noc
liche Bezeichnung der Exponenten, die der K
lung der Wurzelgröfsen in Reihen ist, so wie
sten Untersuchungen der Kurven von doppelter I
Erklärung der negativen Wurzeln der Gleichu
für absurd gehalten wurden, und mehrere and
schöne als geistreiche Arbeiten, welche ihm de
ersten Geometern seiner und aller Zeit angew

Das von Snell entdeckte Gesetz der Brec
durch seine äufsere Gestalt auf die Bemerkur

n wenn diese Winkel selbst ein constantes Verhältniſs hät- Da man Anfangs diesen Umstand für das einzige Hinderniſs ah, welches sich der Vervollkommnung der Fernröhre entgesetzte, so war besonders Descartes darauf bedacht, durch metrische Betrachtungen andere Gestalten der Linsen zu fin-, welche dieser Abweichung nicht unterliegen. Er fand, daſs Flächen, welche durch die Rotation einer Ellipse oder ei- Hyperbel um ihre groſse Axe entstehen, und in welchen die groſse Axe zu der Entfernung der beyden Brenncte wie der Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des gechenen Winkels verhalten, die Eigenschaft haben, daſs die der groſsen Axe parallel auffallenden Strahlen genau in dem der Sonne entfernteren Brennpuncte sich vereinigen. Diese ersuchungen, welche er in seiner Dioptrik (die zuerst im re 1637 erschien) bekannt machte, führte er in seiner einige re später herausgekommenen Geometrie auch auf nicht pael einfallende Strahlen fort, wodurch die bekannten Cartehen Ovalen entstanden, meistens Linien der vierten Ord-, die alle in Ellipsen oder Hyperbeln übergehen, wenn der htende Punct in eine unendliche Entfernung gesetzt, oder n die einfallenden Strahlen parallel angenommen werden. e sinnreiche Theorie, mit welcher sich auch Newton zu häftigen angefangen hatte, wurde später als unfruchtbar für Ausübung verworfen, nicht nur, weil die Schwierigkeit, e Flächen mit der nöthigen Genauigkeit zu verfertigen, für Kunst beynahe unübersteiglich war, sondern noch vielmehr der Ursache, weil die bald darauf entdeckte Zusammense- g der Lichtstrahlen aus mehreren einzelnen von verschiede- Farben, deren jede ihre eigene Brechbarkeit hat, noch nderes und selbst gröſseres Hinderniſs, gute Fernröhre zu ten, kennen lehrte, welches auf dem von Descartes einhlagenen Wege nicht entfernt werden konnte. Dieſs ist zuh der Grund, warum Descartes, der die Farbenzeraung noch nicht kannte, seiner groſsen und scharfsinnigen ühungen ungeachtet, zur eigentlichen Verbesserung der nröhre nichts beygetragen hat, von welchen er auch nur das ändische gekannt zu haben scheint. Es ist auffallend, daſs em Scharfblicke die Entdeckung der verschiedenen Brech-

zur Erzeugung der Farben auch Schatter
notwendig sey. So geschah es, dafs der
immer schon alle Erscheinungen des Himme
men erklären wollte, sich auch hier in le
ten über die innere Natur des Lichtes verl
endlich kleinen Kugeln bestehen liefs, dere
tationen auch die verschiedenen Farben erz
culationen brachten ihn auf seine vermein
inneren Ursache jenes Brechungsgesetzes, d
dafs die Geschwindigkeit des Lichtes vergr
es aus einem dünneren Medium in ein d
Ueber diesen paradox scheinenden Satz ve
streitsüchtige Philosoph mit dem berühmten
mat (* 1590, † 1663) in einen langen K
meisten dieser Discussionen für die Wissen
blieb. Noch mufs erwähnt werden, dafs D
er den Weg des Dominis verfolgte, der
dige und auf Rechnung gegründete Erkläru
stalt und Gröfse des Regenbogens, selbst
geben hat, mit Ausnahme der Farbenersche
die seinem grofsen Nachfolger Newton a

Sein Zeitgenosse und sein Gegner Ga

VIERTE PERIODE.

Siebenzehntes Jahrhundert.

Newton.

Wir nähern uns allmählig dem Zeitpuncte, wo durch die ft eines aufserordentlichen Mannes, der Zierde seines Jahr-derts und des Stolzes der Menschheit, diejenigen zwey Na-vissenschaften, welche einer streng mathemathischen Basis allen übrigen fähig sind, die Astronomie und die Optik eine Gestalt und zugleich eine Vollendung erhielten, die sie in ihren vorzüglichen Beziehungen als geschlossen betrachten, der Nachwelt keine wesentliche Aenderung mehr hinzu zu-n überläfst.

Die Erscheinung dieses Mannes, wie die aller ungewöhnli-Phönomene in dem Reiche der Geister, wurde durch meh-Vorläufer angekündigt, welche die Bahn, die jener zu laufen hatte, gleichsam vorbereiten und ebnen sollten, und aher, wenn gleich ihre Verdienste durch die ihres grofsen folgers, der sie benützen konnte, weit überstrahlt wurden, ihren Theil, nach ihren Kräften und Verhältnissen, zur ahme der Wissenschaft beygetragen haben, und die daher zuerst genannt werden müssen.

Robert Boyle (✻ 1626, † 1691) einer der vorzüglich-Physiker seiner Zeit, hinterliefs uns viele neue und schätz-Beobachtungen über die Farben überhaupt sowohl, als be-ers über die des nephritischen Holzes, dünner Metallblätt-u. f., über das Leuchten des Meerwassers, des faulen Hol-mehrerer Thiere u. dgl. Er bemerkte der erste, dafs die chung des Lichtes durch verschiedene Körper keineswegs r Dichte proportionirt sey, wie man vor ihm beynahe all-ein angenommen hatte. Sein Werk: »Versuche und Beobach-gen über die Farben,« welches zuerst 1663 erschien, enthält e neue und schätzbare Beobachtungen.

Jacob Gregory, ein Schotte (✻ 1636, † 1675), trug ch seine Optica promota (1663) zur Erweiterung der Optik durch das von ihm erfundene, und nach ihm benannte Spie-elescop zur Verbesserung der Fernröhre wesentlich bey. Es eht aus zwey concaven Metallspiegeln, von welchem der

Talent für Mathematik, von welchem selbst N
hoher Achtung sprach. Sein Verwandter, Da
gab Elementa Dioptricae et Catoptricae sphaeri
die für die Theorie sowohl, als für die Ausüb
senschaft viel Schätzenswerthes enthalten.

Isaak Barrow (* 1630, † 1677), N
und nächster Vorgänger in der Erfindung der
nung, zu welcher er durch seine Betrachtungen
Differenzialdreyeckes den Weg bahnte, trug a
weiterung der Optik durch seine Lectiones opt
cae 1674 bey, welche mehrere neue und wich
ben in einem sehr wohlgeordneten Vortrage e
der erste den wichtigen Satz, daſs die Summ
Vereinigungsweiten einer Linse gleich der r
weite derselben ist. (Opt. S. 34.)

Unter den Franzosen beschäftigte sich in
mit der Optik La Hire (* 1656, † 1718), d
Zeit schätzbare Mechanik (1695) schrieb, de
Cassini die erste groſse Meridianvermessung
zweifelhaftem Versuche, in Frankreich ausfüh
lich die Theorie des Sehens zu bearbeiten sic
Mariotte (* 1666, † 1684) bekannt durch
nannte Gesetz, daſs die Dichte der Luft sich
welches sie trägt, oder wie die sie zusamme

nter den Italienern ist in dieser Periode blofs F. M. Gri-
i bemerkbar (✳ 1613, † 1663) der Gehülfe Riccioli's
essen astronomischen Arbeiten, ein in optischen Versu-
erühmter Naturforscher. Er war der erste, der bemerkte,
ie durch eine kleine runde Oeffnung des verfinsterten Zim-
uf ein Prisma fallenden Sonnenstrahlen kein rundes, son-
in längliches Bild geben; aber obschon es ihm nicht ent-
dafs die Brechung der Strahlen schon zur Erzeugung der
hinlänglich sey, so wufste er doch die Erscheinung nicht
lären, und der Versuch blieb in seinen Händen ohne Fol-
ben so entdeckte er zuerst die Beugung oder Inflexion *)
chtstrahlen, die man bemerkt, wenn die Strahlen nahe
nem Körper vorübergehen, und er machte dieses Phäno-
m Gegenstande seiner lang fortgesetzten Untersuchung,
nahe zu gleicher Zeit auch Hooke in England vornahm,
r auch zuerst bemerkte, dafs das Licht, während es von
stirnen zu uns kömmt, in der Atmosphäre der Erde eine
ne Linie beschreiben mufs, wodurch der Grund zu der
entwickelten Theorie der astronomischen Refraction ge-
rde. La Hire hielt diese krumme Linie des Lichtstrah-
er Atmosphäre für eine Epicyclois. Hermann zeigte
nen Irrthum, und Taylor (in seiner Method. incremen-
kannte bereits ganz die Schwierigkeiten, diese Linie zu
nen, wenn er sie gleich nicht zu besiegen im Stande

rselbe Hooke (✳ 1635, † 1702) wird von mehreren für
nder der Spiralfeder gehalten, welche die Oscillationen
ahe in den tragbaren Uhren abgleicht, und zeichnete sich
eine Erweiterungen in der Construction und dem Gebrau-
Mikroscopes, die er in seiner »Mikrographie« bekannt
so wie durch seine Ideen über die allgemeine Gravita-
, denen zwar die mathematische Basis fehlte, die aber
übrigen völlig mit den zwölf Jahre später von Newton
gemachten Principien der allgemeinen Schwere überein-

---

er die Inflexion des Lichtes s. m. Acad. de Par. 1723. Mem.
ntés. Vol. 5.

stimmten. Hooke klagt in der von ihm angeführten Schrift darüber, dass sobald nach der Erfindung der Telescope das Interesse, welches sie erregten, wieder erkaltete, und selbst der Gebrauch derselben wieder so seltsam wurde, als wäre an ihnen und durch sie nichts weiter mehr zu entdecken. In der That zeichneten sich in dem großsen Zeitraume von nahe 150 Jahren, seit der Erfindung dieser Instrumente bis zu Dollond, nur zwey Künstler Italiens in der Verfertigung vorzüglicher Refractoren aus, Eustachio Divini in Rom, und Campani in Bologna. Mit einem Fernrohre des letztern entdeckte D. Cassini vier Satelliten Saturns, da der gröfste derselben in der Reihenfolge der sechste, schon 17 Jahre früher von Huyghens gesehen wurde, während die beyden innern, oder die zwey ersten Satelliten, die zu den schwächsten Gegenständen des Himmels gehören, erst 1789 von Herschel entdeckt wurden. Da in den einfachen astronomischen Fernröhren die Länge derselben im Allgemeinen wie das Quadrat ihrer Vergröfserung wächst, so waren die stark vergröfsernden Fernröhre jener Periode ungemein lang, und daher zur Anwendung sehr unbequem. Campani verfertigte ein in seiner Art vorzügliches von 136 Fuß Brennweite, und Auzout, ein französischer Astronom († 1691) verfertigte das längste, das man je gemacht hat, von 600 Fuß, so wie man ihm die Verbindung der Fernröhre mit den astronomischen Mefsinstrumenten und der Fäden- und Schraubenmikrometer mit den Fernröhren verdanken soll, zwey Erfindungen welche der praktischen Astronomie eine ganz neue und vorzügliche Gestalt gegeben haben. Andere schreiben diese Erfindungen dem Engländer Gascoigne, die dann später von Malvasia, Auzout, Picard, de la Hire, Huyghens, Cassini und Bradley allmählig verbessert wurden.

Einer der gröfsten Geometer seiner und aller Zeiten Huyghens (* 1625, † 1695). Er erweiterte und bereicherte mit seinen scharfsinnigen und meistens selbst in der Anwendung sehr fruchtbaren Erfindungen die Geometrie und die Mechanik. Seine Theorie der krummen Linien, besonders die der Evoluten derselben, die von ihm entdeckten merkwürdigen Eigenschaften der Cyclois, seine Arbeiten über die Wahrscheinlichkeitsrechnung (De Ratiociniis in ludo aleae 1657); die von ihm

lte sinnreiche Theorie der Kreisbewegung, des Stofses ela-
cher und unelastischer Körper, und die des Schwingungsmit-
unctes, welche erst in unsern Zeiten Kater so trefflich an-
endet hat — alle diese Entdeckungen sind der Art, dafs je-
llein schon seinen Namen der Nachwelt übergeben hätte.
Seitdem die Astronomen die zu wenig verlässigen Wasser-
n verlassen hatten, mafsen sie, nach Galilei's Beyspiel
Zeit durch die Schwingungen eines Pendels, ein Verfahren,
hes nur auf kurze Zeiträume anwendbar, und in der Aus-
g sehr unbequm war. Diesem sehr wesentlichen Hinder-
der praktischen Astronomie zu begegnen, erfand Huy-
ns im J. 1657 die Pendeluhr, in welcher zwey Kräfte durch
ogenannte Hemmung (echappement) so untereinander ver-
en werden, dafs die eine, das Gewicht, die Fortdauer der
ru, des Pendels, bewirkt, während diese wieder das
ame und gleichförmige Sinken des ersten hervorbringt, so
das Pendel von dem Gewichte angetrieben, und zugleich
Gewicht von dem Pendel gleichsam im Zaume gehalten wird.
von ihm zuerst erkannte Eigenschaft des Tautochronismus der
ois, verbunden mit der Bemerkung, dafs die Evolute die-
rummen Linie wieder eine Cyclois ist, brachte ihn auf die
reiche Idee, das Pendel seiner Uhr in dieser Curve schwin-
zu lassen, eine Einrichtung, die man später wieder ver-
, weil sie in der Ausübung zu viel Schwierigkeiten darbie-
, und weil bekanntlich auch die Schwingungen im Kreisbo-
, wenn sie anders nur klein sind, ebenfalls als tautochron
achtet werden können. Auch die Federuhren und die Spirale
elben sollen eine Erfindung Huyghen's seyn, obschon sie
von Hooke streitig gemacht wurde. Die erste nach diesem
cipe gebaute Federuhr wurde 1674 in Paris vollendet. Man
t die Entdeckungen Huyghen's über diese Gegenstände
inem Horologium oscillatorium 1673.
Nicht minder grofs zeigte sich sein erfindungsreiches Genie
er Optik, deren theoretisches und praktisches Gebiet er be-
htlich erweiterte. Seine Dioptrik, zwar schon in seinen Ju-
ljahren angefangen, kam erst 1703, acht Jahre nach seinem
e heraus, und enthält einen Schatz von trefflichen Bemerkun-
, deren Newton immer nur mit grofser Achtung erwähnte.

iensystem, welches später mit einigen Modific
ler gegen Newton behauptet, und erst i
neuerdings in Aufnahme gebracht wurde. Er
erste auf eine bestimmte und fast allgemein fas
eigentlich die Vergröfserung der Gegenstände
röhre bewirkt werde, eine Erklärung, die, wi
Kepler noch Descartes vollkommen beka
tersuchte die Theorie verschiedener Gattungen
er kannte bereits die Nachtheile derjenigen
verbesserte die Einrichtung zum Gebrauch der
digen sehr langen Telescope, bey welchen ma
bequeme äufsere Röhre ganz wegliefs, und hat
1655 selbst zwey Fernröhre von 12 und von 2
die zu den besten seiner Zeit gehörten. Nich
Theorie und die Ausübung der Kunst mit se
bereichert zu haben, wendete er nun auch die v
fertigten Fernröhre auf die Beobachtungen der
mels an, und entdeckte damit den ersten Satel
wie den merkwürdigen Ring dieses entfernte
Niemand vor ihm als solchen erkannt hatte. Die
mit welchen er die genauen Bestimmungen de
Satelliten, und die Theorie der verschiedene
dieses Ringes nach seinen abwechselnden La

(* 1625) hatte die sonderbare Eigenschaft dieses Krystal- , so wie auch durch fortgesetzte Spaltungen desselben seine mbondalische Gestalt zuerst bemerkt, und dadurch den Keim Krystallographie gelegt, die erst unter Haüy zur eigentlin Wissenschaft erwachsen ist. Minder genügend war seine, igens selbst in unseren Tagen noch gröſstentheils sehr manhafte Erklärung der Höfe (Halonen) und der Nebensonnen rhelien), an welche sich auch Descartes und selbst Newn vergebens gewagt hatten *).

So viele und so groſse Verdienste sichern ihrem Urheber e der ersten Stellen unter den ausgezeichnetsten Männern sei- Jahrhunderts, und es fehlte vielleicht nur ein Schritt, um n selbst die erste, um ihm selbst den Rang vor dem groſsen tdecker der allgemeinen Schwere anzuweisen. Fünfzehn Jahre r der ersten Erscheinung der Principien Newton's hatte uyghens bereits die oben erwähnten Eigenschaften der Cenalbewegung in dem Kreise in dreyzehn Propositionen bekannt macht, und wenn er den Einfall gehabt hätte, die zweyte, itte und fünfte dieser Propositionen unter einander zu verbinen, und sie als ein Beyspiel auf die Rotation der Erde um re Axe sowohl, als auf die Bewegung des Mondes um die Erde nzuwenden, so würde er als der Schöpfer des neuen Systems von der Nachwelt verehrt worden seyn. Aber er versäumte es, diese leichte und sich gleichsam von selbst anbietende Anwendung zu machen, und muſste die Palme des Ruhmes einem Glücklicheren abtreten.

Isaak Newton wurde den 25. December 1642 zu Wooltrop in Lincolnshire geboren. Die Geschichte seiner früheren Jahre ist unbekannt, daher man auf ihn anwendete, was Lucan von dem Nil gesagt hat, dessen Ursprung den Alten auch unbekannt war: Es war den Menschen nicht erlaubt, den göttlichen Strom klein und schwach an seiner Quelle zu erblicken.

Martins Essay on Isl. Crystall und Bartholin de luce animalium.

*) Huyghen's, dissertatio de coronis et parheliis; Newt. Opt. L. 2, Mem. de Par. 1744; Ulloa's Reise nach Amerika u. a.

Es ist hier nicht der Ort, alle die grofsen Verdienste aufzuzählen, durch welche er seinen Namen für alle Zeiten mit unvergänglichem Ruhme bedeckt hat. Es wird hinreichen, hier nur vorzüglich seiner Entdeckungen in der Optik zu erwähnen, und zu bemerken, dafs er nach dem Zeugnisse seiner Zeit, schon in dem Alter von drey und zwanzig Jahren den Grund zu beynahe allen seinen grofsen Entdeckungen, so wie zu seinen beyden unsterblichen Werken, den Principien und der Optik *) gelegt hat.

Vor Newton war die Natur der Farben ganz unbekannt, da man darüber nichts als Muthmafsungen und leere Hypothesen vorgetragen hatte. Der einfache von seinen Vorgängern schon öfter aber nicht mit den gehörigen Rücksichten angestellte Versuch mit dem dreyseitigen Prisma in einem verfinsterten Zimmer, durch welches er die Strahlen der Sonne gehen liefs, führten ihn auf eine grofse Anzahl der schönsten Entdeckungen, durch welche die Optik in ihren wesentlichsten Theilen eine ganz neue Gestalt erhielt. Die Bemerkung, dafs die durch das Prisma gebrochenen Strahlen ein längliches und mit verschiedenen Farben geschmücktes Bild der Sonne zeigten, gab ihm nicht nur ein Mittel, die Brechung der Strahlen mit grofser Schärfe zu messen, sondern liefs ihn auch erkennen, dafs jeder Strahl aus mehreren verschiedenen Farben bestehe, deren jede eine ihr eigenthümliche Brechbarkeit habe. Mehrere Jahre verfolgte er diese interessanten Erscheinungen mit immer regem Eifer, und sammelte endlich diese Beobachtungen und die Resultate derselben in seiner Optik, einem durchaus originellen und meisterhaften Werke, welches uns zuerst mit der wahren Art bekannt machte, durch welche man die Natur befragen, und ihr ihre Geheimnisse entlocken soll. Man mufs es selbst nachsehen, um zu erfahren, mit welcher Umsicht und mit welcher Kunst er

---

*) Philosophiae naturalis principia mathematica, von welchem Werke die erste Ausgabe in Cambridge im Jahre 1685, und die zweyte noch von ihm selbst besorgte, in London 1713 herauskam, und Optice, or a treatise of reflexions, inflexions and colours of light, die 1706 und im folgenden Jahre von Clarke latein übersetzt, in London erschien.

erke ging, um seinen Zweck zu erreichen indem er die
ng der Prismen, ihre brechenden Winkel, oder ihre An-
mannigfaltig abänderte, und sich von allen Illusionen, die
ler Dichte oder von der Beschaffenheit des Glases, von
Nachbarschaft der Schatten, von der Aenderung der Grö-
er Oeffnung des verfinsterten Zimmers, von der Lage
Prisma's vor oder hinter dieser Oeffnung u. f. kommen
te, zu befreyen wufste, bis er endlich die jeder Farbe
ithümliche Brechbarkeit mit beynahe geometrischer Ge-
ieit aufstellen konnte. Diese Versuche zeigten zugleich,
diese Farbe nicht, wie man bisher glaubte, eine blofse
ification des Lichtes durch Brechung oder Reflexion er-
t, sondern dafs sie zu den ursprünglichen Eigenschaften
Lichtstrahlen gehöre, da für jeden einzelnen gefärbten
il durch weitere Brechung weder die Farbe noch die
hbarkeit desselben sich mehr ändern läfst. Um diese Brechung
zu finden, bestimmte er zuerst die Lage des Prismas
den Lichtstrahl, für welchen der erste Einfallswinkel
dem letzten gebrochenen Winkel ist (Opt. S. 8), und
te dann dieses Verfahren auf mehrere durchsichtige Kör-
n, deren Brechbarkeit er mit der gröfsten Sorgfalt un-
chte.

Nachdem er diese Gegenstände festgestellt hatte, ging er
n Anwendungen seiner Entdeckung über. Zuerst zogen die
einungen des Regenbogens seine Aufmerksamkeit an sich,
enen er eine auf mathematische Deduction gegründete und
n allen seinen Theilen, selbst in Beziehung auf die bisher
lärbaren Farben, vollständige Theorie gab. Von da ging
den Farben über, welche dünne Blättchen von Metall und
er Körper auf ihren Oberflächen zeigen, eine Erschei-
, die Hooke zuerst entdeckt und durch fortgesetzte Be-
tungen aufmerksam verfolgt hatte, so wie zu den Farben-
n, welche entstehen, wenn zwei solche Blätter an einan-
edrückt werden; er resumirte und erweiterte die früheren
ache Hookes und Grimaldi's über die Beugung des
s oder über die Inflexion der andern Körpern nahe vorbey-
nden Strahlen, und er suchte endlich das von Snell ge-
ne Gesetz der Brechung aus mechanischen Gründen, durch

worfen sey, welche letzte bey weitem das gr
welches der Vervollkommnung der Fernröh
da die Farbenabweichung in den einfachen C
tausendmale die Abweichung wegen der Ge
sah die Ursache wohl ein, warum diese Instr
ſsen und bisher ganz unberücksichtigten F
die Gegenstände dennoch mit einer erträg
vorstellen, und drang darauf, das Hauptbil
dem Vereinigungspunct derjenigen gefärbten
welche die gröſste Intensität des Lichts h
nach seinen Beobachtungen die zwischen Or
hörten.

Aber diese Farbenabweichung in den F
ben, schien ihm nicht nur sehr schwer, so
möglich, und er kennt kein anderes Mittel,
chung wenigstens beträchtlich zu vermindern
rung des Fernrohrs, daher er Huyghens o
richtung, Objective von sehr groſser Bren
zu gebrauchen, als den einzigen Weg rühn
nisse wenigstens zum Theile zu begegnen.
ein Objectiv aus zwey Linsen zu bilden zwisc
ser enthalten ist, aber er verfolgte sie nich

en Mannes, welche die Vervollkommnung der Fernröhre
ıge aufgehalten hat, und auf welche er durch eine unvoll-
nene Beobachtung mit einem zu kleinen Prisma geführt
e, irrig ist.

)a er aus dieser Ursache alle Hoffnung aufgab, den Re-
ren die gewünschte Vollkommenheit zu geben, so wandte
ı an die Reflectoren oder an die Spiegeltelescope, bey
n die Farbenabweichung wegfällt. Durch Gregory's und
eigenen Erfahrungen belehrt, dafs die parabolischen Spie-
t der nöthigen Genauigkeit zu schwer zu verfertigen sind,
er sphärische Metallspiegel, von denen er, da sie ihm
cheinlich wegen ihrer noch unvollkommenen Politur nicht
ten, endlich zu Kugelspiegeln von Glas überging, und
im J. 1672 das erste reflectirende Telescop verfertigte,
es von der Akademie der Wissenschaften in London mit
röfsten Beyfall aufgenommen wurde. Dieser erste Versuch
t später von ihm selbst mehrere Verbesserungen, indem
achdem er mit der Composition und der Politur der Me-
bekannter wurde, dem gläsernen Spiegel wieder die frü-
ebrauchten aber vervollkommneten metallenen, und dem
glichen dreyseitigen Prisma, welches die von dem grofsen
el erhaltenen Strahlen dem Ocularglase zuschickte, einen
n ebenen Metallspiegel substituirte. Die Spiegeltelescope
ugen, wegen der Abwesenheit der Farbenzerstreuung
bey einer nur geringen Länge des Rohres eine sehr star-
ergröfserung und sie leisteten bey einer Länge von vier bis
Füfsen, was selbst mehr als hundertfüfsige gewöhnliche di-
sche Fernröhre nicht zu leisten vermochten.

Aber Newtons Untersuchungen bezogen sich nicht blofs
ie Optik, und bald sollten ihm auch andere Wissenschaften
minder wichtige Entdeckungen verdanken. Schon in sei-
achtzehnten Jahre, wo er die Universität zu Cambridge be-
e, um sich unter Barrow, einem der gründlichsten Ma-
atiker seiner Zeit, der ihm später (1669) seine Kanzel abtrat,
ubilden, schon damals waren Keplers Optik, Descartes
metrie, und die Schriften des Wallis sein Lieblingsstu-
, und in seinem 23sten Jahre (1665) hatte er bereits die vorzüg-
ten seiner Entdeckungen über die Differenzialrechnung und

Reich Descartes bestand, Gegner fand,
seiner Theorie der Optik nicht an Feinden u
denen der sonst verdienstvolle Mariotte,
sonders Hooke sich bemerkbar machen wol
sogar keinen Anstand nahm, ihn des Plagia
Aber diese gelehrten Diatriben wurden mit i
gessen, und Newtons Verdienste sind, d
in ihrem ganzen ungetrübten Glanze auf die
übergegangen.

Schon in seinem 54. Jahre wurde er du
des Grafen Halifax, Vorsteher der k. Mü
deutenden Gehalte, der ihn bey seiner g
bald zu einen wohlhabenden Mann machte.
(1698) verlor er durch eine Feuersbrunst sei
ratorium und alle seine Manuscripte. Dieser
soll, wie Huyghens erzählt, nicht nur sei
dern auch seine Geisteskraft sehr geschwäch
schäftigte er sich seit dieser Zeit gröfstenthe
daction seiner früheren Arbeiten in einsamer
In seinem 70sten Jahre wurde er in dem behan
mit Leibnitz, über die Erfindung der Differe
zogen, der ihm seine Ruhe, und seinem Ne
ben kostete. Die letzten zehn Jahre seines

unbekannt bleiben sollen. Die Kräfte seines Geistes waren er-
pft, und er mufste der Natur, mit der er so lange um ihre Ge-
nisse gerungen hatte, endlich den Tribut der Unterwürfigkeit
chten. Er starb den 20. März 1727 in einem Alter von 85 Jah-
mit unvergänglichem Ruhme bedeckt und von den Britten
he als ein überirrdisches Wesen verehrt. Sein Körper wur-
der Westmünsterabtey in der Gruft der Könige beygesetzt.
Schon Galilei hatte es unternommen, eine andere merk-
ige Eigenschaft des Lichtes, die Geschwindigkeit dessel-
u messen, zu welchem Zwecke er zwey in der Entfernung
Meile von einander aufgestellte Lichter in demselben Au-
icke bedecken und wieder erscheinen liefs. Da aber die
windigkeit des Lichtes viel zu grofs ist, als dafs sie durch
Versuch dieser Art erkannt werden könnte, der höch-
die Bewegung des Schalles kennen zu lehren geeignet
so konnten diese Versuche so wenig, als die später von
kademie del Cimento angestellten Wiederholungen dessel-
u einem Resultate führen. Diese schöne und wichtige Ent-
ng war dem dänischen Astronomen Roemer, einem Zeit-
ssen Newtons, aufbehalten. Er bemerkte im J. 1675, dafs
insternisse des ersten oder nächsten Jupiterssatelliten, des-
Theorie damahls schon sehr nahe bekannt war, regelmäfsig,
eynahe 8.3 Zeitminuten früher, als sie nach jener Theorie
n, erfolgten, wenn Jupiter von der Erde aus gesehen, der
e gerade gegenüber stand, und eben so viel später, wenn
er nahe bey der Sonne erschien. Da dieser Planet in jener
der Erde um den Durchmesser der Erdbahn näher ist, als
eser, so zog er daraus den Schlufs, dafs das Licht in 16.6
ten den Durchmesser der Erdbahn oder nahe 41758000 d.
en, also in einer Zeitsecunde 41927 d. Meilen zurücklege,
Bestimmung, die seitdem durch die Beobachtung der Fin-
isse in allen Puncten der Jupitersbahn auf das vollkommen-
estätiget worden ist, und die später (1727) dem berühmten
ischen Astronomen Bradley Gelegenheit gab, die Aber-
ion der Gestirne zu entdecken, und dadurch einen direc-
Beweis der Bewegung der Erde um die Sonne aufzustellen.
Diese erstaunungswürdige Geschwindigkeit des Lichtes
te bald auf die vielleicht noch wunderbarere Feinheit

einer so entsetzlichen Geschwindigkeit be
Lichtes irgend eine merkbare Unordnung er
diese einzelnen Theile, diese Elemente des
man dem Emanationssysteme treu bleiben wil
von einander liegen, gegen welche der Durc
mente selbst als eine ganz verschwindend
Diese interessanten Betrachtungen, die sic
der Rechnung unterwerfen lassen, beschäfti
ein den Wissenschaften viel zu früh, schon in
zwanzigsten Jahre, durch den Tod entrisse
Segner **), Canton ***) und Homberg
sogar das Moment und die Schwere der Li
nen Versuchen, deren Unzulässigkeit aber
than wurde, nachweisen wollte.

Der grofse Zeitgenosse und Nebenb
Leibnitz (✻ 1646, † 1716) beschäftigte si
Optik, und die einzige, aber seiner würdige
Gegenstand (Acta Eruditor. Lips. 1682) bet
eines gemeinschaftlichen Princips der Beweg
len in demselben Mittel sowohl, als auch w
Mitteln gebrochen oder zurückgeworfen wer
besteht nach ihm darin, dafs der Lichtstrah

ich durch Reflexion *immer auf dem leichtesten Wege* geht. Bey der directen Bewegung, wo der Strahl in demselben Mittel bleibt, ist dieser leichteste Weg offenbar zugleich der *kürzeste*, oder die *gerade Linie*, welche jene beyden Puncte verbindet. Eben so ist bey der Reflexion der leichteste oder der kürzeste Weg die Summe der beyden geraden Linien, welche von dem Reflexionspuncte des Spiegels zu jenen beyden Puncten gezogen wird, woraus folgt, daſs der zurückgeworfene Strahl in der Ebene liegt, welche der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe bildet, und daſs der Einfallswinkel dem Reflexionswinkel gleich ist. Bey der Refraction endlich ist die Leichtigkeit des Strahles, des einfallenden sowohl als des gebrochenen, desto gröſser, je kleiner das Product des von dem Lichte durchlaufenen Raumes in den Widerstand des Mittels ist, woraus folgt, daſs die Leichtigkeit des ganzen Weges des Strahles sich verhält, wie die Summe der Producte der zwey vor und nach der Brechung zurückgelegten Wege in die Widerstände der beyden Mittel. Macht man diese Summe zu einem Minimum, so findet man, daſs das Verhältniſs des Sinus des Einfallswinkels zu dem des gebrochenen Winkels constant, nämlich gleich dem verkehrten Verhältnisse der Widerstände der beyden Mittel ist. Es ist klar, daſs dieser dritte Fall jene beyden andern, als besondere Fälle, in sich enthält, und daſs man diese aus jenem erhält, wenn man den Widerstand der beyden Mittel einander gleich setzt.

Diese sinnreiche aber vielleicht nicht ganz befriedigende Erklärung gab den beyden Brüdern *Jacob* und *Johann Bernoulli* Gelegenheit, andere Wege zu demselben Ziele einzuschlagen, indem der eine jene Erscheinungen aus der Lehre von dem Gleichgewichte der Kräfte, der andere sogar aus den Wirbeln des *Descartes* ableiten wollte. *Mairan* nahm seine Zuflucht zu einem äuſserst feinen und elastischen Fluidum, welches die Zwischenräume aller Körper durchdringt, und sich in groſser Nähe um die Oberfläche derselben lagert; *Maupertuis* suchte sie aus dem von ihm aufgestellten mechanischen Grundsatze der *kleinsten Wirkung* zu erklären, unter welchem Ausdrucke er das Minimum des Productes des von dem Körper beschriebenen Raumes in seine Geschwindigkeit versteht; und

Boscovich endlich, ein ausgezeichneter Geometer, der aber zu schwach war, die Rolle Newtons, wie er gern wollte, zu wiederholen, nimmt zur Erklärung jener Phänomene an *), daß die Materie nicht undurchdringlich sey, sondern bloſs aus physischen Puncten bestehe, die mit anziehenden und zurückstoſsenden Kräften begabt sind, welche sich in verschiedenen Entfernungen äuſsern. Aber alle diese, die Wissenschaft nicht fördernden Speculationen verdienen kaum der Erwähnung und sind auch schon längst der Vergessenheit übergeben worden. Opinionum commenta inania delet dies.

Die erwähnten Bernoulli haben zwar nur wenig zur Vervollkommnung der optischen, aber desto mehr zur Bereicherung der mathematischen Wissenschaften überhaupt, die jenen zu Grunde liegen, beygetragen, daher sie auch hier einer besondern Erwähnung verdienen.

In dem mathematischen Geschlechte der Bernoulli haben sich acht Mitglieder derselben eine besondere Auszeichnung in dieser Wissenschaft erworben. Die Familie stammte aus Antwerpen, von wo sie sich wegen Alba's Religionsverfolgungen nach der Schweiz zurückzog. 1. Jacob Bernoulli (✱ 1654, † 1705), Professor der Mathematik in Basel, der sich durch seine Entdeckungen über die elastische, die isochronische, und isoperimetrische Curve, über die Kettenlinie, die parabolische und logarithmische Spirale und über die Loxodromie, durch seine Wahrscheinlichkeitsrechnung und durch seine gelehrte Vertheidigung des von Huyghens aufgestellten Satzes von dem Mittelpuncte des Schwunges ausgezeichnet hat. 2. Johann Bernoulli (✱ 1667, † 1748), der Bruder des Vorhergehenden, von welchem er den ersten Unterricht in der Mathematik erhielt. Er wurde später selbst einer der ersten Mathematiker seiner Zeit, der Newton und Leibnitz zur Seite gestellt werden konnte. Er war es vorzüglich, der die kaum erfundene Differenzialrechnung weiter ausbildete, und sie mit der von ihm erfundenen Integralrechnung bereicherte, und der den gelehrten Streit gegen Newton für Leibnitz über die Erfindung

*) Boscovich, Theoria philos. naturalis Venet. 1763.

nitesimalcalculs beynahe allein durchführte. Seine Bestim- der Tautochrone im widerstehenden Mittel; seine Be- ngen über die einhüllenden Curven, über den Wider- welchen segelnde Schiffe vom Wasser leiden; über die mte Hydraulik; über die säculären Aenderungen der Ele- der Planetenbahnen und viele andere scharfsinnige Arbei- ichern ihm eine der ehrenvollsten Stellen in der Geschichte Wissenschaften, wenn man es gleich bedauern muſs, daſs ann seiner Art sich so vielen Zeit raubenden und heftigen tigkeiten mit Newtons Anhängern, mit seinem Schüler pital, und mit seinem Lehrer und Bruder Jacob Ber- lli hingegeben hat. Aber den Tribut, welchen er durch Schwäche der Humanität entrichten muſste, wurde von m Genie und von seiner seltenen Erfindungskraft reichlich zt. Beyde Brüder waren ohne Zweifel Geometer des ersten ges, und beyde trugen zur Aufnahme der Wissenschaft und Erweiterung ihres Gebietes wesentlich bei: der erste durch Kraft und die Tiefe seines Geistes, und der andere, der Vortheil eines beynahe doppelt so langen Lebens für sich , durch die gewandte Leichtigkeit, mit welcher er die ersten Aufgaben zu lösen und diese Lösung mit lichtvoller heit darzustellen wuſste. 3. Niclas Bernoulli, Neffe der en vorigen (✳ 1687, † 1759), der die Bedingungen der In- bilität der Differenzialgleichungen der ersten Ordnung fand, sich durch seine Arbeiten über die Probabilitätstheorie be- t gemacht hat. 4. Niclas Bernoulli (✳ 1695, † 1726) iterte die Theorie der orthogonalen Trajectorien, und meh- andere Gegenstände der höheren Geometrie. 5. Daniel noulli (✳ 1700, † 1782), der ein besonderes Talent, die ematik auf Gegenstände der Physik anzuwenden, besaſs, e zuerst das schwere Problem von den Schwingungen ge- nter Saiten, und bereicherte die Theorie der Bewegung Körper von gegebener Gestalt, so wie die Hydrodynamik. ohann Bernoulli (✳ 1710, † 1790) machte sich durch e Arbeiten über Mathematik berühmt. Alle drey letztge- nten waren Söhne des oben angeführten Johann Ber- lli. 7. Johann Bernoulli (✳ 1744, † 1807) Sohn des tgenannten, Director der mathematischen Klasse der Academie in Berlin, durch seine grofsen Reisen und durch zahlreiche Schriften bekannt. Endlich 8. Jacob Bernoulli (* 1759, † 1789), Professor der Mathematik in Petersburg, der durch einen zu frühen Tod den Wissenschaften entrissen wurde.

Das Leuchten dunkler Körper im Finstern, die vorher den Strahlen der Sonne ausgesetzt waren, bemerkte zuerst ein gemeiner Mann an dem sogenannten Bononischen Stein im J. 1630 und später mehrere, Marsigli, Beccaria, Helmost, du Fay, Marggraf, Canton u. a. *) auch an andern Körpern, die Gelegenheit zu einer Reihe eigener Versuche gaben, aus welchen man irriger Weise über die Natur des Lichtes entscheiden wollte.

Eine interessante Untersuchung gewährten die zuerst von Tschirnhausen (* 1631, † 1708) betrachteten Brennlinien (lineae causticae), welche durch die Vereinigung je zwey nächster von denjenigen Lichtstrahlen entstehen, die von einer gegebenen krummen Linie gebrochen, oder zurückgeworfen werden. Die Theorie derselben wurde später von Jacob und Johann Bernoulli weiter ausgebildet (Acta Eruditor. 1692 und 1693, und Lectiones Hospitalianae), und von Bouguer mit der Bemerkung bereichert, dafs zu jeder gegebenen Curve im Allgemeinen zwey Brennlinien gehören. Vollendet endlich wurde dieser Gegenstand erst in den neuesten Zeiten durch Malus, welcher durch zwey classische Abhandlungen (Journal de l'école polytechn. T. VII. und Memoires présentés à l'institut, Vol. II., Paris 1811), der ganzen Lehre der Brechung und Reflexion von gegebener Oberfläche eine neue und sehr vollkommene Gestalt gegeben hat.

Derselbe Tschirnhausen hat sich auch durch die Verfertigung sehr grofser Brenngläser und Brennspiegel bekannt gemacht. Schon in der Mitte des siebenzehnten Jahrhunderts machte Maginus, Professor der Mathematik in Bologna, so wie Septala in Mailand und Villette in Lyon Brennspiegel von 3 bis 3½ Fufs im Durchmesser, die aber in Beziehung auf

---

*) Vide Acad. de Paris 1730, 1735; Acad. de Berlin 1749, 1750; Misc. Berol. Vol. I., Philos. transact. Vol. 58. Commentarii Bonon. Vol 2 et 6.

ihre Einrichtung und selbst auf ihre Gröſse den Spiegeln und Gläsern von Tschirnhausen nachstanden, deren unerwartete Wirkungen ein allgemeines Erstaunen erregten.

Mikroscope wurden zuerst in bedeutender Vollkommenheit und mit mehr zusammengesetzten Objectiven von dem schon oben erwähnten Eustachio Divini verfertiget. Hartsoeker wollte sie durch einfache Glaskugeln von sehr kleinem Durchmesser verdrängen, mit welchen er selbst die Samenthierchen zuerst entdeckte, die zu einem neuen System der Zeugung Gelegenheit gaben. Die kleinsten Kugeln, also die stärksten Mikroscope dieser Art, machte di Torre aus Neapel: sie hatten bis $\frac{1}{18}$ Paris. Linien im Durchmesser, welche die Objecte 640 Mal im Durchmesser vergröſserten. Leeuwenhoek's von ihm selbst verfertigte Mikroscope, mit welchen er so wunderbare Entdeckungen gemacht hat, waren ebenfalls nur einfache biconvexe Linsen, die zwischen zwey durchbohrten Metallplatten befestigt wurden. Da aber bey allen diesen einfachen Mikroscopen der Mangel an Licht und die Kleinheit des Gesichtsfeldes einer stärkeren Vergröſserung hinderlich ist *), so ging man wieder zu den zusammengesetzten zurück, welche in der Folge, in der Mitte des 18. Jahrhunderts durch Barker, Smith, Lieberkühn und Aepinus, wesentliche Verbesserungen und nahe die Gestalt erhielten, welche noch jetzt als die vorzüglichste gebraucht wird.

FÜNFTE PERIODE.

Euler und Dollond.

Newton's oben erwähnte Versuche über die Farbenzerstreuung durch dreyseitige gläserne Prismen waren, ihrer inneren Trefflichkeit und Fruchtbarkeit ungeachtet, doch in mehre-

*) Die stärksten Mikroscope Leeuwenhoeks vergröſserten die Gegenstände nur 160 Mal im Durchmesser. Er erkannte damit unter andern, daſs die Linse des menschlichen Auges aus mehreren tausenden concentrischen Blättchen von verschiedener Dichte bestehe.

ren Beziehungen unvollkommen. Aber die grofse und verdiente Verehrung seines Namens war die Ursache, dafs seine Beobachtungen, so wie die Schlüsse, welche er aus ihnen gezogen hatte, für untrüglich galten, wodurch der Fortgang der Wissenschaft, die dem grofsen Manne so viel verdankte, und eine der schönsten und glänzendsten Entdeckungen des menschlichen Geistes über ein halbes Jahrhundert aufgehalten wurde.

In dem achten Experiment des II. Theiles seiner Optik trägt er den aus seinen Beobachtungen mit dem Prisma unmittelbar folgenden Satz vor, dafs das Licht nach seinem Durchgange durch Glas, Wasser u. f., immer gefärbt erscheint, wenn der ausfahrende Strahl mit dem einfallenden nicht parallel ist, farbenlos hingegen nur dann, wenn beyde Strahlen parallel sind. Die Richtigkeit dieser Behauptung vorausgesetzt, folgt daraus unmittelbar, dafs die Vernichtung der Farbenzerstreuung bey allen dioptrischen Instrumenten unmöglich ist, wie auch Newton schlofs. Denn das Bild dieser Instrumente würde nur dann farbenlos seyn können, wenn der aus dem Glase einfallende Strahl wieder parallel mit der Richtung desselben ist, welche der Strahl vor dem Eintritte in das Glas hatte, d. h. wenn man durch das Instrument die Gegenstände ohne alle Vergröfserung, und wie ohne denselben mit freyen Augen, nur dunkler und undeutlicher sieht. Aus diesem Grunde gab er, wie oben erinnert wurde, alle Hoffnung auf, die dioptrischen Fernröhre weiter zu bringen, und wandte sich daher zu den Spiegeltelescopen. Er wurde in dieser Voraussetzung noch mehr bestärkt durch die von ihm gleichsam stillschweigend und ohne vorhergegangene Beobachtungen aufgestellte Annahme, dafs in allen Körpern die um die Einheit verminderten Brechungen sich wie die Farbenzerstreuungen verhalten, welche auf dieselbe Unbrauchbarkeit aller dioptrischen Instrumente führte*).

*) Er setzte nämlich voraus, wenn man die Bezeichnung der S. 19 beybehält, dafs man für je zwey Körper habe

$$n - 1 : n' - 1 = dn : dn'.$$

Aber nach S. 71 hat man für die Bedingung der Vernichtung der Farbenzerstreuung bey zwey Linsen

Der gröfste Analytiker des verflossenen Jahrhunderts, onhard Euler (✳ 1707, † 1783), schien Anfangs weder e Versuche Newton's, noch die von ihm daraus abgeleite- Folgerungen zu kennen, als er im Jahre 1747 aus einer ein- en Betrachtung des menschlichen Auges den Schlufs zog, es se möglich seyn, die durch Brechung entstandene Farben- treuung wieder zu heben, weil sie in unserem Auge in der nahe gehoben ist, und er schlug dazu nach der Analogie der n Einrichtung des Auges zwey Glaslinsen vor, welche zwi- ihren inneren concaven Flächen Wasser enthielten. Diese der Rechnung zu unterwerfen, mufste er die Brechung so- , als die Farbenzerstreuung des gewählten Glases und des sers kennen. Aber statt diese durch Versuche und Beobach- en zu finden, zog er es vor, aus blofs theoretischen Specu- nen ein allgemeines Gesetz zu suchen, durch welches für n Körper die Abhängigkeit der Farbenzerstreuung von der hung ausgedrückt werden sollte *).

Nach diesem Gesetze berechnete Euler (Hist. de l'acad. de in 1747) die Einrichtung eines farbenlosen oder achromati- n Doppelobjectivs, welches zwischen seinen beyden Glas- n Wasser enthielt, und der erste Künstler seiner Zeit,

---

$$o = \frac{dn}{p\,(n-1)} + \frac{a'^2\,dn'}{p^2\,p'\,(n'-1)}$$

oder da $a' = p$ ist,

$$= \frac{dn}{p\,(n-1)} + \frac{dn'}{p'\,(n'-1)}, \text{ also auch } o = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \text{ oder } \frac{p}{p'} = -1,$$

oder die Vergröfserung des Fernrohres ist gleich der Einheit, d. h. gleich der mit freyen Augen. Auch hat man für die letzte Vereinigungsweite (S. 38)

$$\alpha' = \frac{p\,p'}{p+p'},$$

und aus den beyden letzten Gleichungen folgt $\alpha' = \infty$, d. h. das Bild liegt, so wie das Object, in einer unendlichen Entfernung vom Auge.

*) Nach diesem Gesetze sollen sich die Farbenzerstreuungen aller Körper wie die Produkte ihrer Brechungen in die Logarithmen dieser Brechungen verhalten, oder es soll allgemein seyn

$$dn : dn' = n \log n : n' \log n'.$$

John Dollond (* 1706, † 1761), suchte im J. 1752 diese Theorie practisch auszuführen. Da ihm seine ersten Versuche nicht gelangen, und da er überdiefs die Unvereinbarkeit der beiden oben erwähnten Gesetze von Newton und Euler bemerkte, so glaubte er, die Wahrheit liege auf Newton's Seite, und liefs von allen weiteren Versuchen zur Verbesserung der dioptrischen Fernröhre ab. In dem lebhaften Streite, der sich über diesen Gegenstand erhob, blieb Euler, ohne Newton's Versuche und Schlüsse näher zu untersuchen, bey seiner aufgestellten Behauptung aus der Analogie des Baues des menschlichen Auges, so wie bey seinem allgemeinen Gesetze stehen, welches ihm als das einzige mögliche erschien (Hist. de l'Acad. de Berlin 1753, und suchte den Grund des Mifslingens blofs in der grofsen Schwierigkeit der genauen praktischen Ausführung seiner Theorie.

Von dem Interesse dieses wichtigen Gegenstandes angezogen, unterwarf Klingenstierna, ein ausgezeichneter schwedischer Mathematiker, die Versuche und Schlüsse Newton's einer wiederholten und genauen Prüfung, und fand, dafs das durch das Prisma gebrochene Licht auch dann noch gefärbt erscheint, wenn auch der austretende Strahl mit dem einfallenden parallel ist, dafs aber auch für diesen Fall die Farbenzerstreuung desto geringer, oder dafs der Erfolg der Beschreibung Newton's desto näher ausfalle, je kleiner der brechende Winkel des Prismas ist, woraus folgte, dafs Newton, der diese Versuche in der That nur mit sehr dünnen Prismen angestellt hatte, eine unvollkommene Beobachtung gemacht hatte, und sich dadurch verleiten liefs, seinem Satze eine Allgemeinheit zu geben, die ihm nicht zukam. (Abhandl. der schwed. Academie v. J. 1754)

Da dadurch die Möglichkeit, farbenlose dioptrische Fernröhre zu erhalten, die Newton geläugnet hatte, wieder hergestellt war, so nahm auch Dollond seine früheren Experimente wieder vor, und fand bald Klingenstierna's Verbesserungen der Beobachtungen Newton's vollkommen bestätigt. Nach mehreren Versuchen fand er, dafs zwey Glasarten, die in England unter dem Namen des Kron- und Flintglases sehr bekannt waren, eine sehr verschiedene Farbenzerstreuung und eine nur wenig verschiedene Brechung haben, und es gelang ihm endlich, zwey Prismen aus diesen Glasgattungen zu verfertigen, die mit ihren brechenden Winkeln in entgegengesetzter Lage an einander gebracht, eine beträchtliche und gleiche Brechung und doch ein ganz farbenloses Bild gaben.

Er schloſs daraus mit Recht, daſs, wie durch jene beyden Prismen, auch durch zwey Linsen von denselben Glasarten die Vernichtung der Farbenzerstreuung möglich seyn müsse. Mehr durch eine Art dunkler Gefühle, als durch mathematische Schlüsse, deren Hülfe er nicht zu Rathe ziehen wollte oder konnte, gerieth er auf die Bemerkung, daſs zur Erreichung dieses Zweckes die eine dieser beyden Linsen concav seyn müsse, um, wie er sagte, dadurch die in seinem ersten Versuche entgegengesetzte Lage der beyden Prismen auszudrücken; daſs die näher an dem Objecte stehende Linse seines Doppelobjectives eine geringere Brechung habe, also von Kronglas seyn müsse, während das andere von Flint eine stärkere Brechung hat; daſs ferner, weil die Winkel der gebrochenen Strahlen mit der Axe nach der zweyten und vierten Brechung für gleichweit von der Axe einfallende Strahlen sich verkehrt wie die Brennweiten der Linse verhalten, auch die Brennweiten der beyden Linsen sich wie die Brechungen der zwey Glasarten, aus denen sie bestehen, verhalten müssen u. f. (Philos Transact. Vol. 50.) Mit Hülfe dieser Sätze und mannigfaltig abgeänderten Versuche und Combinationen gelang es ihm endlich im J. 1758 das erste achromatische Fernrohr von fünf Fuſs Focallänge zu Stande zu bringen, welches er noch in demselben Jahre der k. Societät in London vorlegte, und welches in der ganzen gebildeten Welt mit dem gröſsten Beyfalle aufgenommen wurde, da es in seinen Wirkungen die besten bisher bekannten einfachen Fernröhre von 15 und 20 Fuſs weit übertraf. Er verwendete die letzten drey Jahre seines Lebens zur Vervollkommnung seiner Entdeckung, die er noch sehr weit führen zu können die gewisse Hoffnung hegte *), und über-

*) Er äuſserte sich darüber in einer seiner letzten Schriften über diesen Gegenstand, in welcher er vorzüglich die gröſseren Oeffnungen besprach, welchen er seinen Objectiven geben wollte: And thus I obtained at last a perfect theory for making object glasses to the aper-

liefs sie endlich seinem Sohne Peter Dollond, der ihr in Verbindung mit seinem Verwandten, dem grofsen Mechaniker Ramsden. (* 1730, † 1800), die Vollendung gab, welche wir am Ende des verflossenen Jahrhunderts an diesen Instrumenten zu bewundern die Gelegenheit hatten.

Die genannten Künstler waren ohne Zweifel grofse mechanische Talente, aber sie verdankten die Meisterwerke, welche sie erzeugten, mehr ihrem Genie, und einer Art von geistreichem Tatonnement, als eigentlichen mathematischen oder optischen Kenntnissen, indem sie sich meistens mit den allergemeinsten Regeln dieser beyden Wissenschaften begnügten, und durch praktischen Sinn den Mangel höherer Einsichten zu ersetzen wufsten. Die Ausübung war daher in der That der Theorie vorausgeschritten, und es war nun an der letzten, das Versäumte einzuholen, und die durch blofse praktische Versuche gesammelten Erfahrungen zu ordnen, zu sichern, und endlich dem Grade der Vollendung entgegen zu führen, der bey Unternehmungen dieser Art noch auf dem theoretischen Wege erreicht werden kann.

Euler, der vor allen dieses Bedürfnifs fühlte, und auch vor allen dazu berufen schien, es zu befriedigen, wendete sich daher mit der ganzen Kraft seiner Analyse auf diesen Gegenstand. Anfangs die glänzenden Erfolge Dollond's kaum glaubend, schrieb er sie, auf seinem allgemeinen Gesetze bestehend, einer zufälligen günstigen Wahl der Halbmesser der Linsen, der guten Auswahl der Oculare u. dgl. zu (Mem. de Berlin 1757, 1761, 1762), bis ihn endlich Zeiher in Petersburg durch Versuche überzeugte, dafs ein gröfserer Zusatz von Bleykalk die Farbenzerstreuung des Glases bedeutend vermehre, während die Brechung desselben nahe unverändert bleibt, und dafs bey einem vermehrten Zusatz von Kali die umgekehrte Erscheinung Statt hat (Mem. de Berlin 1766). Daraus folgte, dafs die Zerstreuung von der Brechung ganz unabhängig, dafs jede von diesen beyden Eigenschaften in jedem Körper besonders durch

---

ture of which I could scarce conceive any limits, eine Behauptung, welcher selbst der gegenwärtige Zustand der Wissenschaft und der ausübenden Kunst noch nicht angemessen ist.

g gesucht werden muſs, und daſs daher auch Eu-
neines Gesetz unrichtig ist.
esem Irrthume befreyt, suchte er nun die Theorie der
auf einen allgemeinen und der Natur des Gegenstan-
ssenen Wege zu begründen, und nachdem er in meh-
lnen Abhandlungen (Acad. de Berlin 1753, 1757,
die Abweichung der Fernröhre wegen der Gestalt
, und die wegen der Farbenzerstreuung auf sehr ein-
eln zurückzuführen, und die vortheilhaftesten Halb-
Linsen durch Rechnung zu bestimmen gelehrt hatte,
llich eine vollständige Theorie aller dioptrischen In-
in seiner Dioptrica (Petropoli 1769—1771 III. Vol.)
ke, welches in Beziehung auf Reichthum der Ideen
dtheit in der Analyse von keinem andern übertroffen

gten in diesen Untersuchungen zwey der ersten Geo-
r Zeit. Clairaut (✳ 1713, † 1765) hatte sich im
s oben erwähnten Streites zwischen Euler und Dol-
len zweyten erklärt, und hielt die Ideen des ersten
nreich, aber unbrauchbar in der Ausführung. Auch
hritte wurden durch ähnliche vorgefaſste Meinungen
llgemeinen Gesetze zwischen Brechung und Farben-
lange aufgehalten *). Als aber endlich dieses Hin-
lches sich Newton, Euler und auch er gleichsam
affen hatten, entfernt, und die Unzulässigkeit aller
nannten allgemeinen Gesetze erkannt war, gab auch
treffliche Aufsätze (Acad. de Paris 1757, 1761, 1762)
thode, die Brechung und Zerstreuung der Glasarten
zu bestimmen; über die Vernichtung der Kugel-
abweichung, und über die vortheilhafteste Construc-
ernröhre mit zwey und mehrfachen Objectiven. Sie
e erste Arbeit ihrer Art noch unvollkommen, und die

Clairaut aufgestellte Gesetz (Mem. de Paris 1756) läſst
usdrücken:

$$dn : dn' = \frac{n^2 - 1}{n} : \frac{n'^2 - 1}{n'}.$$

 [illegible] auch die grofse V

von [illegible] durch die Ausdehn
seine [illegible] der Temper
lin [illegible] ein Umstand, w
beyde [illegible] sehr hinderlich se
gen d [illegible] Euler's um die
de B [illegible] gehalten werden.

D [illegible] Arbeiten in d
seiner [illegible] der Geometrie
tzensw [illegible] der vorzüglichs
tik mi [illegible] Aufgaben über
seine [illegible] Schwingungen senkrec
viele a [illegible] über die durch
de Par [illegible] der Körper
dem vi [illegible] angefangene A
von der [illegible] und isoper
enthalte [illegible] der Saiten u. s. w
Weitläuf [illegible] vorzüglichstes Geschäf
gen werd [illegible] Lebens, war die
gewesen [illegible] dieses wichtigsten alle

Der [illegible] Untersuchungen,
Irrthum zu [illegible] sehr erweiterten Gebr
gen gleich [illegible] und die der unendl

itzt und vielleicht noch lange jeden neuen Band ihrer Me-
n zieren. Nicht minder bedeutend ist die Anzahl seiner grö-
Werke, und der äufserst fruchtbare Verfasser so vieler
gleich so ausgezeichneter mathematischer Arbeiten mufs
bewunderungswürdiger erscheinen, da er die letzten und
ten siebzehn Jahre seines Lebens in Blindheit zubrachte.
rzüglichsten seiner gröfseren Werke sind:
nleitung zur Algebra. II. B.
troductio in Analysin infinitorum II.
stitutiones calculi differentialis II.
stitutiones calculi differentialis IV. 1770.
echanica seu motus scientia II. 1736.
eoria motus corporum solidorum 1765.
ientia navalis 1749.
eoria motus lunaç 1753.
eoria motuum lunae 1772.
eoria motus planetarum et cometarum 1744.
ereits angeführte Dioptrica 1770. III Bände.
n so viel auch die oben erwähnten Männer geleistet,
rofse Fortschritte die Theorie der Optik und beson-
der Fernröhre durch ihre Hülfe gemacht haben mag,
usübung der Wissenschaft, auf den praktischen Künst-
jene Untersuchungen lange nicht den vortheilhaften
äufsert, welchen man von ihnen erwartet hatte. Mit
renvollen Ausnahmen sind diese Künstler, die Hülfe
ie entweder nicht kennend oder nicht achtend, bey
en, blofs durch die ersten Elemente der Wissenschaft
tonnements stehen geblieben, und wenn die aus-
t seit Dollond bis auf unsere Tage in der That
ist, so mufs man gestehen, dafs sich von sol-
jene sinnreichen und scharfsinnigen Theorien nur
nen Theil zuzuschreiben haben *).

Menge liefern, der mit Künstlern
ie. Schon Bernoulli bedauerte in
lafs der so berühmte Peter Dol-
hematik weifs, und er kann
s Probieren auf Gerade-

von ihm eingeführten Näherungen zu unsicher, besonders bey seiner Berechnung der dreyfachen Objective, die, wie Beguelin zuerst gezeigt hat, unrichtig ist. Beguelin's Methode, die beyden Abweichungen der Linsen wegen ihrer Gestalt und wegen der Farbenzerstreuung aufzuheben, findet man in den Mem. de Berlin 1762, 1763 und 1769.

D'Alembert (* 1717, † 1783) theilte in dem ersten Theile seiner Opuscules mathematiques, der 1761 erschien, viele schätzenswerthe Bemerkungen über die ersten Grundsätze der Optik mit, während der dritte Theil dieses Werkes (Paris 1764) seine eigentliche Theorie der Fernröhre enthält. Diese und viele andere ähnliche Arbeiten d'Alembert's, die in den Mem. de Paris von 1764, 1765, 1767 *) zerstreut, und zum Theil in dem vierten Bande seiner Opusc. math. gesammelt sind, zeugen von der Fruchtbarkeit und dem Scharfsinne ihres Verfassers, enthalten aber bloſse analytische Entwicklungen, die durch ihre Weitläufigkeit und durch die Unordnung, mit der sie vorgetragen werden, ihrer Aufnahme und Anwendung selbst hinderlich gewesen sind.

Der oben erwähnte Klingenstierna, der Newton's Irrthum zuerst entdeckte, und dadurch allen diesen Untersuchungen gleichsam die Bahn brach, gab in einer im J. 1762 gekrönten Preisschrift **) seine sinnreiche, aber noch mühsame Berechnung der zwey- und dreyfachen Objective, in welchen die Kugel- und Farbenabweichung aufgehoben seyn soll. Der 22. Band der schwedischen Abhandlungen enthält seine Arbeiten über die Construction der Fernröhre.

Der bereits oben angeführte Boscovich, der eigentlich dieser Periode angehört, zeichnete sich nicht sowohl durch seine theoretischen Verbesserungen der Fernröhre, in welchen er sich noch zu sehr an Clairaut's unbequeme und unsichere Ausdrücke hält, als vielmehr durch seine schönen Untersuchungen über die Mittel aus, die Brechung und Zerstreuung des Lich-

*) In dem letzterwähnten Memoir von 1767 behandelt d'Alembert die schicklichste Einrichtung der Oculare bey Fernröhren

**) Tentamen de definiendis et corrigendis aberrationibus radiorum luminis. Petropoli 1762.

ey verschiedenen Körpern zu bestimmen, die man nebst
n hieher gehörenden schätzbaren Bemerkungen in seinen
rtat. quinque ad Dioptr. pertinentibus. Wien 1767, findet.
Welches aber auch die Verdienste der genannten Schrift-
r um die Optik seyn mögen: die vorzüglichste Idee, von
er sie alle ausgingen, und der man die bisher erlangte Vol-
ng der optischen Instrumente zuschreiben muſs, nämlich
lee, die diesen Instrumenten so schädliche Farbenzerstreu-
urch die Verbindung von zwey, das Licht verschieden bre-
den Mitteln aufzuheben, muſs, seiner eigenen Widersprü-
egen Dollond ungeachtet, als ein unbestreitbares Eigen-
des groſsen Euler's betrachtet werden, wie alle seine
enossen, und selbst Clairaut (Mem. de Paris 1756) ein-
ig gestehen, während im Gegentheile mehrere derselben
englischen Künstler die Ehre der ersten und gleichsam
tständigen Ausführung der achromatischen Fernröhre rau-
wollten, indem sie erzählten, daſs schon mehrere Jahre vor
der gelehrte Chester Morehall in England ähnliche
umente nach seiner Idee habe verfertigen lassen.
Euler brachte auch Huyghen's Hypothese, nach wel-
das Licht in den Schwingungen des alle Körper umgeben-
Aethers bestehe, mit mehreren eigenen Modificationen wie-
n Aufnahme, um dadurch dem Emanationssysteme New-
zu begegnen, der das Licht für einen unmittelbaren Aus-
der Materie aus dem leuchtenden Körper hielt. Für die Be-
nung der astronomischen Refraction gab er der erste die
e Gleichung der von dem Lichte in der Atmosphäre beschrie-
n Curve (Acad. de Berlin 1754), so wie die Correctionen
Refraction durch die Barometer- und Thermometerhöhe.
ich lehrte er ein treffliches Mittel kennen, die Brechbar-
flüssiger Körper, nämlich hohle Glaslinsen, deren Brenn-
en, wenn sie mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt wur-
sehr groſse Verschiedenheit zeigten, wenn gleich die ge-
te Brechbarkeit beyder nur sehr wenig verschieden war *).

So fand er die Brennweite der Linse mit Wasser gefüllt 8 Fuſs,
und mit Weingeist schon 3 Fuſs kleiner, obschon sich die Brechbar-
keit des Wassers zu jener des Weingeistes nur wie 1 zu 1.03 verhält.

Dieselben Versuche lehrten ihn auch die grofse Veränderlichkeit der Brennweiten seiner Linsen durch die Ausdehnung kennen, welche selbst eine geringe Erhöhung der Temperatur der eingeschlossenen Flüssigkeit bewirkt; ein Umstand, welcher dieser Gattung von Objectiven immer sehr hinderlich seyn wird.

Aber wenn die Verdienste Euler's um die optischen Wissenschaften mit Recht für grofs gehalten werden, so sind seine an Erfindungen nicht minder reichen Arbeiten in den übrigen Gegenständen der Mathematik und der Geometrie beynahe unzählbar. So löste er, um nur einige der vorzüglichsten anzuführen, eine grofse Anzahl der schwersten Aufgaben über die reciproken Trajectorien, über die Schwingungen senkrecht aufgehängter Ketten und elastischer Platten, über die durch einen excentrischen Stofs erzeugten Bewegungen der Körper, so wie er viele andere von seinen Vorgängern angefangene Arbeiten über die Kettenlinie, über die tautochronen und isoperimetrischen Curven, über die Schwingungen der Saiten u. s. w. erweiterte und vervollkommnete. Sein vorzüglichstes Geschäft, und gleichsam der Zweck seines ganzen Lebens, war die Vervollkommnung der Analyse, dieses wichtigsten aller Instrumente bey unseren wissenschaftlichen Untersuchungen, wozu besonders seine Einführung eines sehr erweiterten Gebrauches der trigonometrischen Functionen und die der unendlichen Reihen, so wie eine sehr grofse Anzahl von besonderen Aufsätzen über beynahe alle Theile der Analysis gehören, durch welche er das Gebieth dieser Wissenschaft mehr als irgend einer seiner Vorgänger erweitert, und ihr, durch Entfernung der früher gewöhnlichen geometrischen Betrachtungen, eine neue und sehr vorzügliche Gestalt gegeben hat. Das Talent, eine seltene Klarheit über den verwickeltsten Gegenstand zu verbreiten, und selbst bey den schwersten Untersuchungen sich beynahe bis zu der Fassungskraft eines Kindes herabzulassen, zeichnet diesen Mann vor allen andern eben so sehr aus, als seine in der That aufserordentliche Fruchtbarkeit, mit welcher er während seines langen Lebens, von seinem 20sten bis zu seinem 76sten Jahre, alle Memoires und gelehrten Journale erfüllte, und selbst bey seinem Tode noch der Akademie der Wissenschaften in Petersburg mehrere Kisten von trefflichen mathematischen Aufsätzen hinterliefs, welche

zt und vielleicht noch lange jeden neuen Band ihrer Me-
zieren. Nicht minder bedeutend ist die Anzahl seiner grö
Werke, und der äufserst fruchtbare Verfasser so vieler
gleich so ausgezeichneter mathematischer Arbeiten mufs
ewunderungswürdiger erscheinen, da er die letzten und
en siebzehn Jahre seines Lebens in Blindheit zubrachte.
züglichsten seiner gröfseren Werke sind:
nleitung zur Algebra. II. B.
troductio in Analysin infinitorum II.
stitutiones calculi differentialis II.
stitutiones calculi differentialis IV. 1770.
echanica seu motus scientia II. 1736.
heoria motus corporum solidorum 1765.
ientia navalis 1749.
heoria motus lunae 1753.
heoria motuum lunae 1772.
heoria motus planetarum et cometarum 1744.
bereits angeführte Dioptrica 1770. III Bände.
ein so viel auch die oben erwähnten Männer geleistet,
grofse Fortschritte die Theorie der Optik und beson-
der Fernröhre durch ihre Hülfe gemacht haben mag,
Ausübung der Wissenschaft, auf den praktischen Künst-
en jene Untersuchungen lange nicht den vortheilhaften
geäufsert, welchen man von ihnen erwartet hatte. Mit
ehrenvollen Ausnahmen sind diese Künstler, die Hülfe
eorie entweder nicht kennend oder nicht achtend, bey
äheren, blofs durch die ersten Elemente der Wissenschaft
en Tatonnements stehen geblieben, und wenn die aus-
Kunst seit Dollond bis auf unsere Tage in der That
hritten ist, so mufs man gestehen, dafs sich von sol-
folgen jene sinnreichen und scharfsinnigen Theorien nur
hr kleinen Theil zuzuschreiben haben *).

---

ege dazu wird jeder in Menge liefern, der mit Künstlern
r Art näheren Umgang hatte. Schon Bernoulli bedauerte in
n „astronomischen Briefen", dafs der so berühmte Peter Dol-
beynahe gar nichts von der Mathematik weifs, und er kann
icht genug bewundern, wie ein blofses Probieren auf Gerade-

Zum Theil, man kann es nicht bergen, tragen die von Euler, Clairaut, D'Alembert u. a. gegebenen Theorien zur Construction achromatischer Fernröhre selbst die Schuld. Denn

---

wohl ihn so weit bringen konnte, und ähnliche Klagen widerhallen von allen Seiten seit Dollond bis auf unsere Tage. Noch in dem Jahre 1821 konnte J. F. W. Herschel der versammelten Akademie der Wissenschaft in London sagen: It has not unfrequently of late been made a subject of reproach to mathematicians, who have occupied themselves with the theory of the refracting telescope, that the practical benefit, derived from their speculations, has been by no means commensurate to the expenditure of analytical skill and labour, they have called for, and that from all the abstruse researches of Clairaut, Euler, d'Alembert and other celebrated geometers nothing hitherto has resulted beyond a mafs of complicated formulae, which, though confessedly exact in theory, have never yet been made the basis of construction for a single good instrument, and remain therefore totally inapplicable, or at least unapplied in practice. — It might have been expected, that the appeal of this mathematicians to her analysis would long ere this, have been succefsfull, and that the artist have bowed to the dictates, however oracular of a theory, which he was satisfied, had its fundation in unerring truth, and that at last the result of their combined labours have been the atteinment of all the perfection, the telescope is susceptible of. Unhappily however this is far from beeng the case. All these formulae, requiring a mor extensive share of algebraical knowledge, than can be expected in a practical optician, are thrown aside by him in despair, and the best and most succefsfull artits are content to work their glasses by trial or by empirical rules. (Philos. Trans. for. 1821). Wenn ja zuweilen ein rationeller Künstler sich an diese Formeln wagte, um sein Fernrohr darnach zu construiren, so mifslang der Versuch, und das Mifstrauen gegen die Theorie ward dadurch noch vermehrt. So mufste selbst Repsold (Gilberts Annalen der Physik 1810) gestehen, dafs die von ihm nach Klügels Theorie geschliffener Gläser gar keine Wirkung hatten, und er endlich genöthigt war, mechanisch die Bogen zu suchen, nach welchen die englischen Linsen geschliffen sind, wo sofort alles besser ging. Ja viele gingen in ihrer Abneigung gegen die Theorie so weit, dafs sie sie sogar als schädlich und als die eigentliche Ursache des bisherigen geringen Erfolges der Kunst auf dem Festlande anzuklagen sich nicht scheuten. „Soviel ist gewifs, sagt ein anderer, selbst ausgezeichneter Künstler, (a. a. O. Heft IX) dafs John Dollond in wenig Jahren und durch die blofse Praxis Fernröhre zu Stande brachte, wozu Franzosen und Deutsche seit jener Zeit

sind besonders in Beziehung auf die Kugelabweichung durch-
nur genäherte und zwar für beträchtliche Oeffnungen nur
unvollkommen genäherte Methoden, bey welchen überdieſs
die Farbenzerstreuung der nahe an dem Rande einfallenden
hlen, und meistens auch auf die Dicke und Entfernung der
sen des Doppelobjectives keine Rücksicht genommen wurde,
e Zweifel, weil man die Weitläufigkeit der analytischen Aus-
cke vermeiden wollte, welche jene Rücksichten herbeyfüh-
, obschon man sich nicht verhehlen konnte, daſs die gänz-
e Vernachlässigung derselben schädlich auf die Endresultate
Rechnung einwirken muſste. Allein noch einen viel gröſse-
Theil der Schuld trägt ohne Zweifel der geringe Grad der
thematischen Bildung der meisten unserer Künstler, welchen
en jene theoretischen, in der Sprache der Wissenschaft ab-
efaſsten Vorschriften, beynahe unzugänglich machen muſs. Es
re allerdings an den Theoretikern gewesen, sich zu den Prak-
ern, die sich nicht zu ihnen erheben konnten, in einer auch
en verständlichen Sprache herabzulassen, allein man sieht, so
gend auch dieses Bedürfniſs erscheinen mochte, in dem Ver-
fe dieser ganzen Periode auch nicht einen einzigen Versuch
n Bedeutung zu diesem Zwecke, wenn man etwa ein Werk-

nicht gekommen sind, und daſs z. B. bey den Dollondschen Fernröhren der Achromatismus lange nicht gänzlich weggebracht ist, während sie doch gar trefflich zeigen; daſs also diese Trefflichkeit irgend wo anders ihren Grund haben müsse, als in der durch die Theorie vorgeschriebenen genauen Wegbringung der Farben, da bey den französischen Fernröhren die heterogenen Strahlen oft sehr genau zusammenfallen, während die Fernröhre selbst doch nicht viel taugen." — Solche Aeuſserungen, so viel Erfahrungen und subjective Ueberzeugungen ihnen auch zu Grunde liegen mögen, sollten doch als gemein schädlich, zurückgehalten werden, da sie, von der mit Recht gerühmten Auctorität ihren Urheber gehoben, bey dem gröſsten Theil der Leser nicht anders als nachtheilig auf den Fortgang der Kunst wirken können, und da jeder Angriff nicht gegen Mängel der Theorie, sondern gegen Theorie überhaupt, ohne welche doch nirgends, und am wenigsten in der Optik eine ganz vollkommne Praxis möglich ist, der Natur der Sache nach immer wieder auf den Angreifer selbst zurückfallen muſs.

chen ausnimmt *), welches Fufs unter Eulers Leitung verfafste, und welches auch nicht geeignet war, das gerügte Hindernifs zu besiegen, da es erstens ganz auf jene unvollkommen genäherte Methode Eulers gebaut war, und da es zweytens nur einzelne Beyspiele enthielt, welche für Glasarten von anderen Brechungs- und Zerstreuungsverhältnissen ganz unbrauchbar seyn mufsten. Der irrige Wahn, dafs man nach solchen isolirt aufgestellten Beyspielen auch Linsen von verschiedenen Glasgattungen ohne merklichen Fehler behandeln könnte, eine Meinung, die selbst von mehreren Theoretikern unterstützt wurde, war die vorzüglichste Ursache des Mifslingens aller nach solchen Mustern angestellten Versuche, und daher auch des Mifstrauens, welches am Ende bey dem unerfahrnen Künstler gegen jene sie, wie sie glaubten, irre führende Theorie entstanden ist. Jeaurat war der erste, der in den Par. Mem. für 1770 den Künstlern durch eine Tafel zu Hülfe kommen wollte, aus welcher sie für jede Brechung und Farbenzerstreuung die Halbmesser ihrer zusammengesetzten Objective ohne alle, oder doch ohne eine sie ermüdende Rechnung nehmen konnten. Aber indem er seine Tafeln auch auf die itzt als überflüssig erkannten drey, vier und selbst fünffachen Objective ausdehnte, wurden sie unbequem und unvollständig, und indem er die Kugelabweichung gleichsam als eine Nebensache gänzlich vernachlässigte, wurden sie völlig unbrauchbar, und das Unternehmen blieb ohne Erfolg. Nicht besser gelangen die folgenden ähnlichen Versuche selbst bis auf die in Gehlers Wörterbuche, Artikel: Achromaten, angeführte Tafel, die sogar ganz von der Theorie abweicht. Erst in unseren Tagen endlich gab Barlow in dem Edinb. Philos. Journal Nr. 27 und 28 eine zweckmäfsigere nach J. F. Herschels Theorie entworfene Tafel (Opt. S. 98) in welcher aber die Kugelabweichung nur nach dem Eulerschen abgekürzten Ausdrucke berechnet worden ist.

Nächst Euler zeichneten sich in dieser Periode noch zwey Männer aus, die beyde nur einen kleinern, aber wichtigen und bisher wenig bearbeiteten Theil der optischen Wis-

*) Instruction detaillée pour porter les lunettes au plus haut degré de perfection. Petersb. 1774.

schaften zu dem Gegenstande ihrer Beschäftigungen mach-
n. Bouguer (✳ 1698. † 1758) der mit Godin, La Con-
mine u. a. im J. 1735 nach Peru zu der bekannten Grad-
ssung absegelte, während in dem folgenden Jahre Clai-
ut, Maupertuis u. a. zu demselben Zwecke nach Lapp-
d gingen, hinterliefs uns zwey Schriften: Essai d'optique
r la gradation de la lumière 1729 und gleichsam die zweyte
flage oder vielmehr eine gänzliche Umarbeitung desselben
ter der Aufschrift: Traité d'optique sur la gradation de la
mière 1760, in welchem er eine grofse Anzahl interessanter
obachtungen über die Stärke des Lichtes in verschiedenen
tfernungen der leuchtenden und reflectirenden Körper über
e Absorbtion desselben, durch Spiegel und Linsen, über die
rgleichung des Sonnenlichtes mit dem des Mondes und der
laneten u. s. f. mittheilt.

Verdienste anderer Art erwarb sich Bouguer durch sein
Verk: Figure de la terre 1749, in welchem er seine Vermes-
ungen in Peru und ihre Resultate, so wie das Verfahren mit-
eilt, welches man bey Meridianmessungen zu beobachten hat,
nd endlich durch seine Untersuchungen über die Stabilität und
en vortheilhaftesten Bau der Schiffe, die er in seinem Traité
le Navire 1746, in dem Manoeuvre des vaisseaux 1757, und in
nehreren Memoiren der Pariser Academie bekannt gemacht hat.
Die von Bouguer in seinem Traité d'Optique nur eben ange-
fangenen Untersuchungen wurden zu derselben Zeit von Lam-
bert mit wahrhaft mathematischem Geiste angestellt und in des-
sen Photometria sive de mensura luminis Augsb. 1760 zu einer
eigentlichen Wissenschaft erhoben.

Lambert gehörte zu den ausgezeichnetsten Mathemati-
kern Deutschlands, zu welchem Range er sich aus dem niedrig-
sten Stande und im Kampfe mit grofsen Hindernissen erhob, von
dem auch sein späteres Leben nicht frey blieb. Seine cosmologi-
schen Briefe, sein neues Organon 1763, seine Beyträge zur
Mathematik, nebst einer grofsen Anzahl trefflicher Abhandlun-
gen, in den Memoiren der Academien und in den mathemati-
schen und astronomischen Journalen sind Zeugen seiner selte-
nen Kenntnisse, seines Scharfsinnes und seines regen Eifers für
die Wissenschaft, welcher er durch einen zu frühen Tod ent-

rissen wurde. Seine Photometrie enthält sehr schöne Untersuchungen über den Verlust des Lichtes bey Brechungen und Reflexionen, und bey dem Durchgange desselben durch die Atmosphäre; über die Helligkeit der von der Sonne beleuchteten Atmosphäre, über die Lichtstärke der Fernröhre, die Erleuchtung der verschiedenen Körper unseres Planetensystems u. f.

Beynahe gleichzeitig mit Bouguer beschäftigte sich auch Buffon (✳ 1707, † 1788) mit Messungen der Intensität des Lichtes und des Verlustes desselben durch Reflexion, die aber noch sehr unvollkommen waren. Merkwürdiger sind dieses grofsen Naturgeschichtschreibers Versuche, welche er im J. 1747 mit seinem grofsen Brennspiegel angestellt hat. Dieser bestand aus 168 ebenen Spiegeln von sechs bis acht Zoll Gröfse, deren jeder für sich beweglich war, und die so gestellt wurden, dafs alle ihre Sonnenbilder in einem einzigen Puncte sich vereinigten, wodurch er Holz auf 150, und selbst Bley auf 140 Fufs Entfernung verbrennen und schmelzen konnte, und wodurch daher die Möglichkeit des obenerwähnten Archimedischen Versuches, die Descartes in seiner Dioptrik geläugnet hatte, bewiesen wurde. (Acad. de Paris 1747).

Auch der oben genannte Maupertuis (✳ 1698, † 1759) wollte seine Beyträge zur Verbesserung der Fernröhre liefern, indem er die erste Idee Eulers, Objective aus Glas und Wasser zusammenzusetzen, auf mehr als eine Art ausführen liefs, ohne ein glückliches Resultat zu erlangen. Man fand endlich, dafs die Verhältnisse der Brechungen und der Farbenzerstreuungen für Glas und Wasser sich zu diesem Zwecke wenig eignen, weil die brechende Fläche des Objectivs eine zu starke Krümmung, einen zu kleinen Halbmesser erhalten müfste, um die Farbenzerstreuung aufzuheben, wodurch die Kugelabweichung des Fernrohres unmäfsig vergröfsert werden würde.

Es ist noch übrig, die Bemühungen der drey ersten Decennien des gegenwärtigen Jahrhunderts zusammen zu stellen, und sie, da wir die Früchte derselben gröfstentheils unsern noch lebenden Zeitgenossen verdanken, nur kurz anzuzeigen.

Zuerst über die Natur des Lichtes, die in unserer hypothehen Zeit mehrere Systeme erzeugte. So erklärt Dize das ls angehäuften Wärmestoff; Oerstedt als eine Zerse-nd Verbindung der Electricität; Davy als einen für sich nden besondern Stoff, nebst anderen Meinungen von atelli, Arnim u. f.

Vibrationslehre, nach welcher das Licht in den Schwin-einer elastischen Flüssigkeit, des Aethers, besteht, von Descartes, Huyghens und Euler ausgebil-d in unsern Tagen besonders von Young, Fresnel, aunhofer in Schutz genommen. Die Emanationslehre, lcher das Licht eine eigene Materie ist, welche von dem nden Körper nach allen Seiten in gerader Linie aus-wurde von Newton aufgestellt, und in den letzten besonders von Biot und Arago vertheidigt.

ey der wichtigsten Entdeckungen dieser Periode sind em Namen der Interferenz und der Polarisation bekannt. enn man die Strahlen der Sonne in einem verfinsterten durch eine Glaslinse in einem Puncte sammelt, und sie n diesem Puncte divergirend auf zwey ebene, nur wenig inander geneigte Spiegel fallen läfst, so dafs die von den zurückgeworfenen Strahlen nach ihren Reflexionen sich euzen, und wenn man dann mit einem bewaffneten Auge gel betrachtet, so erblickt man zwey Bilder des leuch-Punctes, und zwischen denselben mehrere leuchtende von verschiedenen Farben, deren unter sich parallele gen auf der geraden Linie senkrecht stehen, welche je-en Bilder des leuchtenden Punctes vereiniget, und die eser Streifen bleibt ungeändert, wenn man auch die um ihre gemeinschaftliche Durchschnittslinie dreht. Die-terscheinung der Intenferenz des Lichtes wurde zuerst omas Young im J. 1802 entdeckt, und die Theorie n weiter ausgebildet von Arago, Fresnel und hofer.

nn zwey gleiche durchsichtige Glasplatten einander pa-d so gestellt werden, dafs sie mit der ihre Mitten ver-en Linie, mit der gemeinschaftlichen Axe beyder Plat-en Winkel von 35° 25′ bilden, so werden die Strahlen, von einem leuchtenden Gegenstande auf die erste Platte fallen, von dieser auf die zweyte, und von der zweyten wi in das Auge des Beobachters reflectirt, so dafs der Gegens durch die zweyte Platte, wie durch einen Spiegel gesehen wer den kann. Wird dann die zweyte Platte um jene Axe gedreht, so nimmt die Menge des von der zweyten Platte reflectirten Lichtes immer ab, da ein immer gröfserer Theil desselben durchgelassen oder absorbirt wird, bis endlich, wenn der Drehungswinkel ein rechter wird, alles Licht durchgelassen oder absorbirt, und der Gegenstand in dem zweyten Spiegel nicht mehr gesehen wird. Wird die Platte noch weiter in derselben Richtung gedreht, so nimmt die Menge des reflectirten Lichtes wieder zu, bis sie, wenn der Drehungswinkel 180 Grade beträgt, wo die beyden Platten wieder parallel sind, am gröfsten, und der Gegenstand im zweyten Spiegel mit derselben Deutlichkeit, wie im Anfange des Versuches, gesehen wird. Eine noch weiter fortgesetzte Drehung der zweyten Platte vermindert wieder die Reflexion derselben, bis sie für den Drehungswinkel von 2 Grade völlig verschwindet, und von da bis 360 wieder die er ursprüngliche Stärke erreicht.

Diese Haupterscheinung der Polarisation des Li entdeckte zuerst Malus im J. 1811, ein Mann von dem s sten Talente für Mathematik, dessen Memoire über Optik (polytechnique Vol. VII. und Mem. presentée à l'institut 1811) dieser Wissenschaft eine neue Gestalt zu geben chen, der aber durch einen viel zu frühen Tod uns e wurde. Weiter ausgebildet wurde die Lehre von der I tion des Lichtes durch Brewster (Phil. Trans. 1818) Biot, Fresnel, Marx, Muncke (Gilberts Ann Phys. XL. Vol.)

Das interessante Phänomen der doppelten Brechung, die Lichtstrahlen in dem isländischen Krystall und in Körpern erleiden, entdeckte zuerst Bartholin im hundert und fand bald darauf an dem Scharfsinne Huy eine Erklärung, welche seine Nachfolger Maraldi, M Beccaria, Martin und später Wallaston, Malus, Fresnel, u. a. nur wenig Wesentliches mehr hinzu vermochten.

Ueber die Farbenspiele dünner Körper, die schon N nd nach ihm Mazeas, du Tour u. a. beschäftigten, liefer Young, der sie aus der Intenferenz des Lichtes erklärte, wic ge Aufschlüsse, die Poisson (Annales de Chemie et de Phy Vol. XXII) seiner mächtigen Analyse unterwarf.

Die Beugung des Lichtes, oder die Ablenkung der Stra n von der geraden Linie, wenn sie an den Kanten eines dü en Körpers vorbey, oder durch eine kleine Oeffnung gehe und die zuerst Grimaldi erkannte, wurde durch Maye Brewster, Hallström, G. W. Jordan, Fresnel u Fraunhofer weiter untersucht. (Annales de Chimie et Phy Vol. XI. und Gilbert, Annalen, passim). Dahin gehören au die merkwürdigen Erscheinungen des durch ein enges Drahtg er fallenden Lichtes, die Fraunhofer entdeckte. (Neue M dification des Lichtes, München 1822 und Denkschrift der Acad. d. Wiss Vol. VIII).

Die Farben des Lichtes waren der Gegenstand vieler neu en Beobachtungen. Die Farben der Flammen brennender Kö per untersuchte Pearson, Nicholson, Davy, Talb und Blackhadder, so wie Leslie die Intensität der Wär der verschiedenen Farben seiner Prüfung unterwarf. Brewst und Herschel d. J. zeigte, daſs jedes gefärbte Mittel gewis Strahlen des Farbenbildes vorzugsweise absorbirt; Prevo und Brougham beschäftigten sich mit den verschiedenen Gr den der Reflexibilität der einzelnen farbigen Strahlen; Harv Brewster, Dalton und Young schrieben über die m stens erbliche Unfähigkeit mehrerer Augen, gewisse Farb nicht zu erkennen; Rumford, Grotthus, Göthe (in sein Farbenlehre) und Zschockke suchten die Erscheinungen d gefärbten Schatten zu erklären; Biot wollte die Schwingung der farbigen Lichttheilchen messen; Brewster und Frau hofer gaben neue Methoden, die Farbenzerstreuung fest und flüssiger Körper zu bestimmen, und andere interessante U tersuchungen über die Farben des Lichtes verdankt man W laston, Young, Lüdicke, Prieur, Herschel d. Brandes, Parrot, Doebereiner u. a. Ueber die Farbe pigmente endlich waren die Arbeiten Davy's und Chapta die ausgezeichnetsten.

Die oben (S. 22) erwähnten schwarzen Streifen in de

Spallanzani, Mitchill u. a. zu erklärt
des Auges untersuchten Nicholson, Söm
ton, Venturi, Wallan und Ware; di
ges, sich nahen und fernen Gegenständen a
her schon Kepler, Descartes, la L
broeck u. a. zu erklären gesucht hatten,
Crampton, Vieth und Brewster; die
selben aber Pfaff, Mollweide und Fra
mond lehrte uns die Erzeugung eines sehr
Entfernungen sichtbaren Lichtes kennen, v
kalk hervorbringt, wenn er durch eine von
Weingeistflamme entzündet wird, während
Absicht bey grofsen geodaetischen Vermes
von ihm erfundene Heliotrop vorschlug.

Die von Roemer durch Beobachtung
oder Jupiterssatelliten entdeckte Geschwin
berichtigte Lindenau durch die zu diesem Zv
eigneten Beobachtungen des Polarsterns, un
schen Wegen untersuchten denselben Ge
Biot, Arago, Parrot und Laplace.

Dafs unter den Strahlen der Sonne auc
bare sind, von welchen einige durch ihre gr

astronomische Refraction, welche seit Ptolemäus
enstand vieler vergeblicher Untersuchungen war, wurde
on Bradley in einem angemessenen analytischen Aus-
ınd durch diesen in eine Tafel gebracht, welche noch
ch ihm für die beste galt. Tobias Mayer lehrte zu-
thermometrische Correction dieser Strahlenbrechung
anbringen. Tralles suchte den Einfluſs der Feuchtig-
Luft, und A. Humboldt die Refraction der heiſsen
rch Beobachtungen zu bestimmen. Die neuesten vorzüg-
rbeiten über diesen wichtigen Gegenstand verdanken
place, Delambre, Carlini, Bessel und Ed.
dt. — Die horizontale oder terrestrische Refraction mit
ffallenden Wirkungen, den Luftspiegelungen, unter-
Delambre, Vince, Büsch, Dalby, Monge,
es, Biot, Malns, Castberg u. a. Die nicht minder
nte Erscheinung der Nebensonnen und der Ringe um
nd Mond, mit welcher sich schon früher Bouguer,
tes, Huyghens und Newton beschäftiget hatten,
och weiter von Brandes, G. W. Jordan, Hall-
Venturi, Wrede und Fraunhofer untersucht.
llicht suchten Hallström, Dalton, Ritter, Biot,
en, Schubert u. a. zu erklären.

nders aber nahm die Verfertigung und die Untersuchung
chiedenen zu den optischen Instrumenten tauglichen
die Aufmerksamkeit der Physiker in Anspruch. — Die
den Objectiven der Fernröhre müssen hell, vollkom-
chsichtig und farbenlos seyn; obschon eine schwache
Farbe derselben nicht schädlich erscheint. Sie müssen
rein von Bläschen und Nebel, und besonders frey von
seyn, da die letzten dem Glase in seinen verschiedenen
auch eine verschiedene Brechbarkeit und Farbenzer-
geben, und dadurch dasselbe zum optischen Gebrau-
untauglich machen. Da das Kronglas nur Kieselerde
enthält, so ist es bey der chemischen Verwandtschaft
yden Körper leicht, sie durch den Fluſs vollkommen zu
n, daher die Verfertigung des Kronglases, selbst be-
r Stücke desselben, keinen besondern Schwierigkeiten
t. Das Flintglas aber enthält Bleyoxyd, durch welches

es seine gröſsere Farbenzerstreuung bekömmt; und welches, da es spezifisch schwerer ist, als Kiesel und Kali, im Flusse zu Boden sinkt, und nicht leicht zu einer völlig gleichförmigen Verbindung mit diesen beyden Körpern gebracht werden kann. Die Bereitung des Flintglases in gröſseren Stücken ist daher immer als eine schwer zu lösende Aufgabe betrachtet worden. Aus dieser Ursache machte sie die Akademie der Wissenschaften zu Paris im J. 1766 zu dem Gegenstande einer Preisfrage, und obschon sie die Arbeiten des Lebaude für gelungen erklärte, (Mem. des Sav. Etrang. 1774), so wiederholte sie doch im J. 1786 die Frage mit dem erhöhten Preise von 12000 Livres, aber ohne eine befriedigende Antwort zu erhalten. Auch der von der k. Akademie in London ausgesetzte Preis von 1000 Pfund Sterling blieb ohne Erfolg. Später beschäftigte sich mit der Bereitung des Flintglases in Frankreich Lambert und Dutougerais, aber ohne die Auflösung des Problems bedeutend zu fördern. Das von Kruines und Lançon verfertigte Flintglas wurde von Delambre, dem Berichtserstatter an das Institut, als ganz vorzüglich gerühmt, aber man sieht nicht, daſs es von Fehlern gewesen, oder von den Künstlern zu Fernröhren von gröſseren Oeffnungen benützt worden wäre. Nach ihnen lieferte Artigues ein Flintglas, welches sich durch eine geringe spezifische Schwere und durch eine seltene Durchsichtigkeit auszeichnete, und auch von Cauchoix zu mehreren Fernröhren bis 45 Linien Oeffnung vortheilhaft benützt wurde. Guinand, anfangs in München und später in seinem Vaterlande, der Schweiz, verfertigte Flintglas von vorzüglicher Güte und in groſser Menge. Erst in den letzten Jahren benützte Tulley, in England, eine Flintglaslinse von Guinand zu einem Fernrohre von sieben Zoll Oeffnung, welches nach Herschel's, Dollond's und Pearson's Zeugniſs vortrefflich seyn soll. Lerebour in Paris verfertigte aus demselben Glase von Guinand ein Fernrohr von 11 Fuſs Brennweite und 9.2 Zoll Oeffnung, von denen aber nur 8.4 Zoll eigentlich wirksam waren, und welches bey einer 560maligen Vergröſserung von South als ein vorzügliches erkannt wurde. Das beste Flintglas in gröſseren Stücken aber verdanken wir unserm unvergeſslichen Fraunhofer, wie zugleich die von ihm selbst daraus verfertigten Fernröhre be-gen, die itzt über alle gebildeten Länder der Erde verbrei- sind.

Auch die zur Verfertigung vollkommener Fernröhre so noth- dige Methode, die Brechungen und Farbenzerstreuungen schiedener Körper zu bestimmen, wurde immer mehr ver- kommnet. Die Brechungen der flüssigen Körper lehrte schon ler (Mem. de Berlin 1762) durch Messung der Brennweiten r mit dieser Flüssigkeit gefüllten hohlen Glaslinse mit gro- Genauigkeit bestimmen. Für undurchsichtige Körper gab lus, Brewster und Wollaston, für Glasarten aber t und Arago angemessene Verfahrungsarten. Mit den sungen der Farbenzerstreuungen der Körper beschäftigte vorzüglich Biot, Cauchoix, Blair und Brewster. Brechungen und Farbenzerstreuungen des Glases aber lehr- nebst den früheren Anleitungen von Boscovich u. a. in rn Tagen Brewster, Blair und vorzüglich Fraunho- welcher letzte die gröſstmöglichste Schärfe in diese für Construction der Fernröhre höchst wichtigen Bestimmungen hte.

Die Theorie der Fernröhre wurde nebst den früheren Ar- en von Clairaut, d'Alembert und besonders von L. Eu- der alle Theile dieser Wissenschaft mit seiner mächtigen yse zu umfassen und ihr gleichsam eine neue Gestalt zu ge- wuſste, in den letzten Zeiten von Klügel, Gauſs, Boh- berger, Santini und Herschel d. J. erweitert, und r innern Vollendung sowohl, als ihrer Anwendbarkeit für Ausübung entgegen geführt.

Die Einsaugung oder die Absorbtion des Lichtes durch Lin- Spiegel und andere Körper, die früher schon Bouguer Lambert zu einem besondern Gegenstande ihrer Beobach- en gemacht hatten, wurde noch weiter von Brewster, ir, Herschel d. J. und Fraunhofer untersucht. Der e fand, daſs besonders Metallspiegel viel mehr Licht absor- n, als Glaslinsen, daher er keinen Anstand nahm, die Re- toren den Reflectoren vorzuziehen, und die Spiegeltelescope Mangels an Licht anzuklagen. Allein Herschel d. J., für die Reflectoren erklärte, und behauptete, daſs M gel nur ein Drittheil des auf sie auffallenden Lichtes biren, suchte durch Erfahrungen an den grofsen, von seinem Vater verfertigten Reflectoren sowohl, als an den Spiegeltelescopen Amici's (Edinb. Journ. Nr. VIII.) von zwölf Zoll Oeffnung, die grofse und überwiegende Lichtstärke dieser Instrumente darzuthun. Nach ihm sind grofse Reflectoren, die nur einen einzigen Spiegel haben, unsern dioptrischen achromatischen Fernröhren erst dann gleichgeltend, wenn die Oeffnung der letztern nahe gleich dem 0.85^{sten} Theil der Oeffnung der ersten ist, so dafs z. B. ein Spiegel von 48 Zoll Oeffnung, wie jener des grofsen Telescops von Herschel d. A. nur einem Refractor von 41 Zoll Oeffnung an Lichtstärke gleich gesetzt werden kann, eine Gröfse des Objectivs, die wir mit unsern Glaslinsen je zu erreichen wohl nur sehr wenig Hoffnung haben dürften.

Unter den Künstlern, welche sich durch Verfertigung vorzüglicher Mikroscope ausgezeichnet haben, bemerken wir zuerst di Torre aus Neapel, der die kleinsten einfachen Glaskugeln lieferte, die nur den $\frac{1}{140}$sten Theil eines Pariser Zolles im Durchmesser hatten, und eine ungemein starke Vergröfserung gaben. Die zusammengesetzten Mikroscope, deren Theorie besonders Euler und nach ihm Klügel ausgebildet haben, wurden von Dollond, Ramsden, Brander in Augsburg, Adams (Adams Essay on the microscope. Lond. 1787), Lieberkühn, Weickert, Brewster, und besonders von Fraunhofer in München und Plöfsl in Wien von vorzüglicher Güte verfertiget. Lieberkühn ist auch als Erfinder des Sonnenmikroscops bekannt, welches später Alpinus verbessert hat. Katoptrische oder Spiegelmikroscope, die Barker erfunden hat, verfertigten mit besonderer Vollkommenheit Amici (Memoria di Microscopi catadioptrici, Modena 1818) und Plöfsl.

Die dioptrischen achromatischen Fernröhre, oder die Refractoren, wurden schon von ihrem Erfinder, John Dollond, zu einer grofsen Vollkommenheit gebracht, sowohl durch seine geschickte Anwendung der zwey- und dreyfachen Objective, als auch durch seine vielfachen Versuche über die Oculare, denen er vier, fünf und sechs Linsen gab, um dadurch die durch einfache Oculare entstehende Farbenzerstreuung zu vermindern, und zugleich das Gesichtsfeld der Fernröhre zu vergröfsern.

n Sohn, Peter Dollond, lieferte, die Bahn des Vaters mvoll verfolgend, noch vollkommnere Fernröhre, so wie msden, Dollond's Schwager, gleich grofs als mechanier und als optischer Künstler, welchem letzten wir, nebst en vorzüglichen astronomischen Instrumenten von gröfseren ensionen und nebst mehreren vortrefflichen Fernröhren auch sogenannten astronomischen Oculare mit zwey Linsen ohne , und den Dynameter zur genauen Messung der Vergröfse- der Fernröhre verdanken. Die neuesten und vorzüglichsten rumente dieser Art endlich sind die von Fraunhofer, deren züge itzt allgemein und ohne Widerspruch anerkannt werden. Fernrohr von 9 Par. Zoll Oeffnung und 14 Fufs Brennweite, ches itzt die Sternwarte von Dorpat schmückt, ist das gröfs- nd vollkommenste dioptrische Werkzeug dieser Art, wel- bisher aus den Händen unserer Künstler gekommen ist. viel zu früher Tod entrifs uns diesen durch seine Erfindungs- t, und durch seine theoretischen Kenntnisse nicht minder als h seine practischen Geschicklichkeiten ausgezeichneten Künst- n dem 38sten Jahre seines Alters, als er, noch kaum in der e seiner Bahn, mehrere seiner bereits entworfenen wichti- Entdeckungen ausführen, und eben einen von ihm begonne- Refractor, von 12 Zoll Oeffnung und 18 Fufs Brennweite, enden wollte.

Das Heliometer mit getheilten Objectiven wurde beynahe gleicher Zeit von Savary und Bouguer erfunden, von ollond wesentlich verbessert, und in unsern Tagen von aunhofer zu einem sehr hohen Grad der Vollendung ge- cht. Die Biegung des Rohrs unter einem rechten Winkel mit em Spiegel, zur bequemen Beobachtung in der Nähe des Ze- s, wurde von Aepinus vorgeschlagen. Auzout und card brachten zuerst die Fernröhre an die Quadranten an andere astronomische Instrumente an, die früher nur mit fachen Dioptern für unbewaffnete Augen versehen waren, Auzout ersetzte überdiefs die schon früher von Huyens vorgeschlagenen, aber noch sehr unvollkommenen Mikroter durch Fadennetze, die er in dem gemeinschaftlichen nnpuncte der beyden Linsen des Fernrohrs aufstellte. Durch diese beyden Verbesserungen wurde die Genauigkeit der Beobachtungen in einem solchen Grade erhöht, daſs ihre Einführung in der practischen Astronomie eine neue Epoche bildet.

Die zuerst von Newton vorgeschlagenen und auch durch ihn zum Theil ausgeführten Spiegeltelescope wurden zuerst von John Hadley im J. 1723 mit der nöthigen Genauigkeit und in gröſseren Dimensionen verfertiget (Phil. Trans. Vol. VI) und von Short, dem wir auch die ersten vorzüglichen Aequatoriale verdanken, noch mehr vervollkommnet. Jacob Gregory änderte die Einrichtung dieser Instrumente ab, indem er den groſsen Spiegel in seiner Mitte durchbohrte, und Newton's kleinen ebenen Spiegel durch einen concaven ersetzte. Diese unter dem Namen der Gregorianischen Telescope bekannten Fernrohre wurden zuerst von J. Hadley und von Hooke mit Genauigkeit ausgeführt. Cassegrain, der den kleinen Hohlspiegel Gregory's in einen convexen verwandelte, suchte seine Aenderung selbst gegen Newton's Einwendungen geltend zu machen, aber die nach ihm genannten Telescope dieser Art sind itzt nicht mehr im Gebrauche. In Deutschland verfertigte Schröter in Lilienthal treffliche Spiegeltelescope bis zu 20 Fuſs Focallänge, die er zugleich, als ein ausgezeichneter Beobachter des gestirnten Himmels, zu seinen Entdeckungen gebrauchte. Aber bey weitem die vorzüglichsten von allen sind die berühmten Spiegeltelescope von Herschel. Dahin gehören die von 20 Fuſs Focallänge und 18 Zoll Oeffnung des Spiegels, mit welchen er die meisten seiner merkwürdigen Entdeckungen gemacht hat, andere von 25 Fuſs Länge und 24 Zoll Oeffnung u. f. und endlich, das gröſste Telescop dieser Art, von 40 Fuſs Brennweite und 48 Zoll Oeffnung mit einer sehr sinnreichen Vorrichtung zur Bewegung dieses Rieseninstrumentes, bey welchem, zur Vermehrung der Lichtstärke, der von Newton und Gregory eingeführte kleine Spiegel ganz weggelassen, und das Bild des gegen die Axe des Rohres etwas geneigten groſsen Spiegels unmittelbar durch eine Glaslinse betrachtet wird.

Die zuerst von L. Euler angeregte Idee der mit Flüssigkeiten gefüllten Objective, nahm in den neueren Zeiten Robert Blair wieder vor (Transact. of the R. Soc. of Edinb. Vol. III).

=m er statt dem reinen Wasser Auflösungen von Salzen
– brauchte, durch welche die Farbenzerstreuung des Wassers
=ächtlich vermehrt wird, so wie Oele, von welchen meh-
e, wie das Steinöl oder das aus Steinkohlen und Bernstein
=onnene Oel, sich sehr angemessen gezeigt haben sollen.
ir nennt diese Gattung Objective, für deren Erfinder er an-
ehen werden kann, aplanatische (oder vollkommend nicht ab-
chende) weil in ihnen, nach seiner Behauptung, in der That
e Farben aufgehoben werden, während man bey den ge-
nlichen achromatischen Fernröhren mit zwey Glaslinsen nur
beyden äufsersten Farben zu vereinigen sucht (Gilb. Annal.
VI.). Blair verfertigte im J. 1789 ein solches Fernrohr
12 Zoll Brennweite und 2 Zoll Oeffnung, das 140 Mal ver-
serte, und nach Robisons Zeugnifs (Edinb. Journ. of
nc. Nro. 8.) ein gewöhnliches von Dollond von 42 Zoll Fo-
nge übertraf. Erst in den letzten Jahren wurden diese apla-
chen Fernröhre von Barlow noch weiter vervollkommnet,
n er die zweyte biconcave hohle Linse mit Schwefelalcohol
huretum carbonici, Sulphuret of carbon) füllte, und sie
liefs in einer beträchtlichen Distanz von der ersten Linse
e, während Blair beyde Linsen, wie diefs bey unsern ge-
lichen Fernröhren geschieht, nahe in unmittelbare Berüh-
brachte. Da jene Flüssigkeit äufserst durchsichtig ist und
sehr starke Farbenzerstreuung hat, so zeichnen sich diese
röhre durch ihre grofse Oeffnung und durch ihre für den
achter so bequeme Kürze vor den übrigen vortheilhaft aus.
low verfertigte ein solches aplanatisches Fernrohr von 6
Oeffnung und 7 Fufs Länge, dessen Wirkung von Brew-
r und Baily ungemein gepriesen wurde. Man hat diesen
Flüssigkeiten gefüllten Objectiven den Vorwurf gemacht,
die Flüssigkeiten bald verdünsten, oder durch Ansetzung
Krystallen u. f. degeneriren. Allein Baily sah ein von
ir schon vor 30 Jahren verfertigtes Objectiv dieser Art noch
nz vollkommenem Zustande, auch soll nach Barlow diese
sigkeit, wenn es erfordert wird, sehr leicht wieder durch
neue ersetzt werden können. Gröfseren Nachtheil scheint
von den Aenderungen dieser Flüssigkeiten durch die Tem-

peratur zu besorgen zu haben, daher sie zu Sonnenbeobach-tungen nicht leicht anwendbar seyn, und wohl immer den in unserem vierten Versuche erklärten Fernröhren nachste-hen werden, wenn es den Chemikern gelingt, die dort ver-langte Glasart gehörig darzustellen.

VORZÜGLICHE OPTISCHE WERKE.

ιλειδου οπτικα και κατοπτρικα, graece cum interp. lat. Jo. Penae. 'aris 1557.

lidis opera omnia per Dan. Gregorium. Oxon. 1703. — Optica ;. Paris 1557.

azeni opticae thesaurus, libri VII. item Vitellionis libri X adjec- i, a Fr. Risnero. Bas. 1572.

irolyci theoremata de lumine et umbra. Venet. 1575. Cum notis :lavii. Lugd. 1613 et 1617.

:llionis περι οπτικης libri X. Norimb. 1535 et 1551. Basel 1572. — 'rancof. 1604.

ta, de refractione optices parte libri IX. Neap. 1593. — Ejusdem lagia naturalis. Neap. 1558 et Frcf. 1579. Deutsch Nürnberg 1680.

cam, de optica. Colon. 1627.

dii optica cum tractatu de crepusculis. Viteb. 1611.

neri opticae libri IV. Cassel 1606. Basel. 1585 fol.

iinis, de radiis lucis. Venet. 1611.

ilonii opticorum libri VI. Antverp. 1613.

onis (Roger) perspectiva, edidit Combach. Fcfrt. 1614. — Specu- a mathematica. Fcfrt. 1614. — Opus majus, edidit Jebb. Lond. 1733.

tholini experimenta crystalli Islandici. Hafn. 1669.

ler, paralipomena ad Vitelionem. Aug. Vindel. 1604. — Dioptrice. Aug. Vindel. 1611.

enius, tractatus de lumine. Lugd. Bat. 1591. — Dioptricam ejus- lem vide in: Hugenii opera posthuma. Lugd. Bat. 1703.

ellus, de vero telescopii inventore. Haag. 1655.

Cartes, La dioptrique et la géométrie. Par. 1637. desselben di- ›ptrice, in dessen: opera philosophica, Amsterd. 1644, 1656, 1677, 1685 et 1692. — Die erste französische Ausgabe seiner Diop- rique ist enthalten in: Discours sur la methode pour bien con- luire sa raison, puis la Dioptrique, les metéores et la géometrie. Paris 1637 und 1668.

row, lectiones opticae et geometricae. Lond. 1674 et 1669.

Hartsoeker, Essai de dioptrique. 4. Par. 1694.
Grimaldi, physico — mathesis de lumine et coloribus. Bon. 1665. — Ejusdem Miscellanea catoptrica. Bonon. 1686.
Kircher, ars magna lucis et umbrae. Romae 1644 et 1671. Amstelod. 1671.
Scheiner, Oculus, sive fundamentum opticum ex oculi anatomia. Oenip. 1619; Friburg 1621 et Lond. 1652.
Schott, magia optica, ins Deutsche übersetzt. Bamb. 1671. — Frcft. 1677 et 1740. Ejusdem magia universalis naturae et artis. Wirceburgi 1657.
Royle, (Robert) Experiments and considerations touching colours. Lond. 1663. Latein Lond. 1665.
Faulhaber, Descriptio instrumentor. geom. et opticorum. 4. Frcft. 1610.
Newton, Optiks, or a treatise of the reflexions, refractions, inflexions and colours of light. Lond. 1704, 1718, 1721, 1730 et 1741. Ins Latein übersetzt von Sam. Clarke. Lond. 1706 et 1719. Genf 1740. Französisch von Coste. Amst. 1720, Paris 1722 et Paris 17... Ejusdem Opera optica. Patav. 1749.
Gregorii (Jac.) optica promota. Lond. 1663.
Gregorii (Dav.) Catoptricae et dioptricae sphaericae elementa. Oxon. 1695. Englisch übersetzt von Desagulier. Lond. 1715 et 1735.
Klingenstierna, tentamen de corrigendis oberrationibus luminis et de perficiendo telesc. dioptr. Petropoli 1762.
Berkeley, essay towards a new theory of vision. Dublin. 1709. — Italienisch übersetzt: Saggio d'una nuova teoria etc. Venez. 1732.
Hooke, Micrographia. F. Lond. 1665.
Boscowich, dissertationes quinque ad dioptricam pertinentes Bassano 1785. Vindob. 1768. Dessen Abhandlung von den verbesserten Dollond'schen Fernröhren. Wien 1765. — Ejusdem opera ad opticam et astronomiam pertinentia. Venet. 1785.
Bouguer, essai d'Optique, sur la gradation de la lumiere Par. 1729 et Par. 1760. — Latein von Richtenberg. Wien 1762.
Hartsoeker, Essai de dioptrique. Par. 1694 et 1696.
Molyneux, dioptrica nova, or a treatise of dioptriks. Lond. 1692.
Leibnitz, notitia opticae promotae Frcfrt. 1671.
Bernoulli (Jean), recherches phys. et géometriques sur la propagation de la lumiere. Par. 1736.
Mayer (Tob.), de refractionibus objectorum terrestrium. Götting. 1751.
Smith (Rob.), a complet system of Optiks. Cambridge 1738. Deutsch von Kästner. Altenburg 1755. Französisch von Pezenas. Paris 1767 und von Duval Leroi. Brest et Paris 1767 et 1783.
Priestley, the history and present state of discoveries relating to vision, light and colours. Lond. 1772. — Deutsch von Klügel. Leipz. 1776.
Lambert, photometria sive de mensura et gradibus luminis et colorum. Aug. Vind. 1760 — Desselben Pyrometrie, oder vom Maß

des Feuers und der Wärme. Berl. 1779. — Desselben merkwürdigste Eigenschaften der Bahn des Lichtes durch die Luft und verschiedene sphärische und concentrische Mittel. Berl. 1772.

Kramp, Analyse des refractions astronomiques et terrestres. Strassb. et Lipsiae 1799.

Harris, treatise of optiks. Lond. 1775.

d'Alembert, Opuscules mathematiques. Paris.

L. Euler, Dioptrica. 3 Vol. in 4to. Petrop. 1769. Ejusdem nova theoria lucis et colorum, in seinen opusculis varii argumenti. Berl. 1746.

Lacaille, Leçons elementaires d' Optique. Par. 1756; 1766 et 1802. Latein von Scherffer. Vindb. 1757. —
Lehrgebäude der ganzen Optik. Alton. 1757.

Hertel, Anweisung Telescope zu verfertigen. Halle 1747.

Klügel, analytische Dioptrik. Leipz. 1778.

Zeiher, de novis dioptricae augmentis. 4. Wittenbg. 1768.

Langsdorf, Grundlehren der Photometrie. Erlang. 1803.

Hennert, dissertation sur les moyens de donner le plus grande perfection aux lunettes etc. Berlin 1772.

Adams, Essay on vision. Lond. 1789 et 1792. — Deustch v. Kries. Goth. 1794.

Adams, on the microscope. 4. Lond. 1798.

Baker, the microscope made easy. Lond. 1743 et 1753. Deutsch Zürch 1753 et 1756.

Craig, optica analytica. Lond. 1718.

Bischoff, practische Abhandlung der Dioptrik. Stuttg. 1772. — Desselben neue optische Beyträge. Ulm 1760.

Scherffer, institutionum opticarum partes quatuor. Vindob. 1776. — Desselben: Neue dioptrische Fernröhre. Leipz. 1764. — Desselben: Abhandlung von den zufälligen Farben. Wien 1765.

Büsch, tractatus duo optici argumenti. Hamb. 1783.

Brandes, Beob. und Untersuchungen über die Strahlenbrechung. Oldenburg 1807.

Brander, Beschreibung zweyer Mikroscope. Augsb. 1769.

Schrader, Beschreibung eines 26füfsigen Telescops. Kiel 1794.

Tiedemann, Beschreibung der achrom. Fernröhre. Stuttg. 1785.

Decker, die Theorie des Reflectors Berl. 1817.

Dutens, du miroir ardent d' Archimede. Par. 1775.

Martin, new elements of optiks. Lond. 1750.

Fufs, instruction detaillée pour porter les lunettes au plus haut dégré de perfection. Petersb. 1774. Deutsch von Klügel. Leips. 1778.

Wideburg, de mikroscopio solari. Erlang. 1757 und Nürnbg. 1758.

Herschel, (Will.) Beschreibung des 40füfsigen reflectirenden Telescops, aus dem Engl. von Geifsler. Leipz. 1799. — Dessen Experiments of the coloured Rings between two object-glasses. Lond. 1807. Dessen: On the power of penetrating into space by telescopes. Lond. 1800.

Karsten, Lehrbegriff der Mathematik. Achter Theil.
Dick, Anweisung, Vergröſserungsgläser zu schleifen. Hamburg 1783.
Burja, Anleitung zur Optik. Berl. 1793.
Göthe, Zur Farbenlehre. Tübing. 1811. — Desselben Beyträge zur Optik. Weimar 1792.
Pfaff, Ueber Newtons Farbentheorie und Göthes Farbenlehre Leips. 1813.
Fraunhofer, Bestimmung des Brechungs- und Farbenzerstreuungsvermögens verschiedener Glasarten. München 1816.
Malus, Theorie de la double refraction de la lumiere dans les substances crystallisés. Par. 1810.
Biot, recherches sur les refractions extraordinaires. Par. 1810.
Santini, Teorica degli Stromenti ottici. 2 Vol. Padua 1828.
Prechtl, Practische Dioptrik. Wien 1828.

VORZÜGLICHE OPTISCHE ABHANDLUNGEN AUS DEN MEMOIREN DER ACADEMIEN.

Achard, Ueber das Leuchten des faulen Holzes. Mem. Berl. 1783.
Adams, Ueber Verfertigung der Mikroscope. Phil. Transact 1710.
Aepinus, zur Optik gehörende Bemerkungen. Mem. Petrop. Vol. 10 — Ueber ein neues achrom. Mikroscop. Mem. Petrop. Vol. 2 und 9.
d'Alembert, Theorie der Fernröhre etc. Mem. Par. 1764. 1765. 17[illegible]
Auzout, Ueber Beleuchtung und Erwärmung der Körper durch die Sonne. — Ueber Campanis Fernröhre. Ueber die Oeffnung der Objectivgläser. — Ueber sehr groſse Fernröhre. Phil. Trans. 1665.
Baker, Ueber die Mikroscope Leeuwenhoek's Phil. Trans. 1740.
Barker, Ueber catoptrische Mikroscope. Phil. Tr. 1736.
Beguelin, Ueber das Farbenspectrum. Mem. Berl. 1786. Aberration gebrochner Strahlen. Ib. 1762. — Ueber prism. Farben. Mem Berl. 1764. Achromatische Prismen. Ib. 1762. Verbesserung der Fernröhre. Ib. 1709. Achromatisches Mikroscop. Ib. 1784.
Bernoulli, (Joh) Ueber die Fortpflanzung des Lichts. Mem. Par. Vol. 3. et Mem. Berl. 1772.
Bernoulli, (Dan.) Ueber die optischen Nerven. Mem. Petrop. Vol. I.
Blair, Ueber die ungleiche Brechbarkeit des Lichtes. Trans. Edinb. Vol. 3.
Borelli, Ueber sehr groſse Fernröhre Mem. Par. Vol. 10. — Ueber die Verfertigung groſser Objective. Phil. Transact. 1676.
Boscovich, Beyträge zur Verbesserung der Optik. Mem. Bonon. Vol. 5.

[redacted]

Bouguer, Vergleichung des Lichts der Sonne, des Mondes etc. Mem. Par. 1726 und ibid. 1757. — Ueber die scheinbare Gröfse der Gegenstände. Ibid. 1766.

Boyle, Ueber die Relation zwischen Licht und Luft. Ph. Trans. 1667.

Brougham, Eigenschaften des Lichts. Phil. Tr. 1796. — Ueber Inflexion, Reflexion etc. Ibid. 1797.

Buffon, Ueber Brennspiegel. Mem. Par. 1747. 1748. Phil. Trans. 1748.

Burja, Ueber die Farben. Mem. Berl. 1792. 1793. — Ueber hyperbolische Objective etc. Ibid. 1797. — Ueber den Weg des Lichtes durch Prismen. Ib. 1798.

Butterfield, Ueber Mikroscope mit sehr kleinen Glaskugeln. Ph. Trans. 1678.

Cadet et Brisson, Ueber die brechende Kraft der Flüssigkeiten. Mem. Par. 1777.

Campani, Ueber Verbesserung. der optischen Gläser. Ph. Trans. 1665.

Cassini, (Jac.) Ueber die Brechung des Lichts in der Luft. Mem. Par. 1700. Ueber Centrirung der Objective. Ib. 1710. — Ueber Brennspiegel. Ibid. 1747.

Cavallery, Ueber die Durchsichtigkeit der Körper. Mem. Bordeaux. Vol. V.

Chaulnes, Duc de, über Newtons optische Versuche. Mem. Par. 1755. — Ueber Linsen zu Fernröhren. Ibid. 1767.

Clairaut, Ueber die Brechbarkeit der Strahlen. Phil. Trans. 1754. — Ueber die Refraction des Lichts. Mem. Par. 1739. — Ueber Verbesserung der Fernröhre. Mem. Par. 1756. 1757. 1762.

Cramer, Den Brennpunkt der durch mehrere Linsen gebrochene Strahlen zu finden. Mem. de Montpellier. Vol. 2.

Courtivron, Traité d'optique. Mem. Par. 1752.

Dalton, Ueber Farben. Mem. Manchester. Vol. V.

Desaguliers, Ueber Newtons optische Versuche. Ph. Tr. 1716. — Optische Versuche. Ib. 1728. — Ueber Fernröhre ohne Augenglas. Ibid. 1719.

Divinis, Ueber Linsen aus Bergkrystall. Ph. Tr. 1666.

Dollond, (John.) Ueber Brechbarkeit des Lichts. Ph. Tr. 1758. — Ueber ein Theorem von Euler. Ib. 1753. — Ueber Verbesserung der Fernröhre. Ib. 1753.

Doppelmayer, Gebrauch der ebenen Gläser bey astr. Beobachtungen. Acad. Nat. Curios. Cent. VII et VIII.

Ehrenberger, Ueber Brennspiegel. Acad. Nat. Curiosor. Vol. VI et VII.

Euler, (Leonh.) Ueber die Erscheinung aus der allmähl. Bewegung des Lichts. Mem. Petr. Vol. XI. — Ueber einige Optische Experimente. Ibid. 1777. — Ueber Refraction des Lichtes in der Atmosphäre und über verschiedne Brechbarkeit der Strahlen. Mem. Berl. 1754. Allgemeine Theorie der Dioptrik. Mem. Par. 1765. Wahre Theorie der

Refraction und Zerstreuung der Strahlen. Mem. Petrop. 177·. — Von dem wahren Gesetze der Brechung gefärbter Strahlen. Novi Coment. Petrop. Vol. XII. — Ueber die Brechung der Strahlen bey verschiedenen Farben. Mem. Berl. 1753. — Prüfung der Refraction der Linsen durch Prismen. Mem. Berl. 1766. — Ueber die Brechung der Flüssigkeiten. Mem. Berl. 1756 et 1762. und Mem. Par. 1777. Erklärung der Farbe dünner Blättchen. Mem. Berl. 1752. — Ueber Verfertigung der Glaslinsen. Novi Comm. Petr. Vol. VIII. — Abweichung der Linse wegen ihrer Gestalt. Mem. Berl. 1761. — Fernröhre mit drey Gläsern. Mem. Berl. 1757. — Fernröhre, welche die Gegenstände verkehrt darstellen. Mem. Berl. 1761. — Fernröhre mit 3 Linsen, welche die Gegenstände aufrecht darstellen. Mem. Berl. 1764. — Ueber Dollonds Fernröhre. Mem. Berl. 1762. — Optische Zusätze Mem. Petr. 1779. — Ueber die Verbesserung der Fernröhre Mem. Par. 1756. — Ueber Objective, die mit Wasser gefüllt sind. Mem. Berl. 1761. — Ueber Verbesserung der Objective. Mem. Berl 1747. — Ueber den Vortheil der doppelten Objective. Mem. Berl. 1762. — Ueber die Construction fehlerfreyer doppelter Objective. Mem. Berl. 1766. — Neue Verbesserung der Objective. Mem. Berl. 1767. — Ueber dreyfache Objective. Mem. Petrop. Vol XVIII. — Ueber die Construction der Telescope und Mikroscope. Mem. Berl. 1761. — Ueber Telescope mit sechs und sieben Linsen. Mem. Petrop. Vol. XII. — Allgemeine Vorschrift zur Verfertigung der Telescope und Mikroscope. Mem. Berl. 1757. — Verbesserung der Telescope, die kein, die ein und zwey wahre Bilder haben. Mem. Petrop. Vol. XVIII. — Bestimmung des Gesichtsfeldes der Telescope und Mikroscope. Mem. Berl. 1761. — Verbesserung der laterna magica und des Sonnen-Mikroscops. Mem. Petrop Vol. III. — Ueber Mikroscope mit sechs Linsen. Mem. Petr. Vol. XII. — Abbildung der Gegenstände durch sphärische Spiegel. (von Albrecht Euler.) Bayr. Acad. Vol. III. — Ueber Spiegel-Telescope. Mem. Berl. 1762. — Ueber die Natur des Feuers. Mem. Par. Vol. IV.

Fontana, Ueber Refraction und verwandte Gegenstände. Mem. della Societa ital. Vol. III. — Ueber Buffons Brennspiegel. Ibid. Vol. VIII.

Gmelin, Ueber zusammengesezte Mikroscope. Ph. Tr. 1745.

Godin, Ueber sehr grosse Fernröhre. Mem. Par. Vol. VI.

La Grange, Theorie der Fernröhre. Mem. Berl. 1778.

Gray, Benutzung des Wassers zu Fernröhren und Mikroscopen Ph. Tr. 1696 und 1697.

Hadley, Ueber die Zusammensetzung der Glaslinsen mit ebenen Spiegeln. Ph. Tr. 1737.

Hadley, Nachricht von seinen Spiegeltelescopen. Ph. Tr. 1723.

Halley, Ueber die Natur des Lichts Phil Tr. 1693. — Ueber die Probleme der Optik. Ib. 1693.

Hartsoeker, Ueber sehr grofse Objective Misc. Berol. Vol. I. — Ueber Bedeckung der Linsen mit Staniol. Ib. Vol. I.

Hauksbee, Ueber Experimente der Refraction der Flüssigkeit. Ph. Tr. 1710. — Ueber Production des Lichts. Ib. 1708 und 1709

Heinrich, Ueber das Newtonianische und Eulerische System vom Licht. Mem. Bayr. Acad. Vol. V.

Herschel, (William) Ueber die Natur der Sonne und Sonnenbeobachtungen. Phil. Tr. 1801. — Ueber die Stabilität des Sonnenlichts. Ib. 1796. — Ueber die Wirkung der Spiegel. Ib. 1803. — Ueber die starken Vergröfserungen seiner Fernröhre. Ib. 1782. — Beschreibung seines 40füfsigen Telescopes. Ib. 1795. — Ueber die raumdurchdringende Kraft der Telescope. Ib. 1800. — Ueber die färbende und wärmende Kraft der Sonnenstrahlen. Ib. 1800.

Herschel, I. F. W. on the aber. of. compound lenses. Ph. Trans. 1821.

Hertel, Ueber elliptische, parabolische und hyperbolische Linsen. Miscell. Berol. Vol. III.

Hevelius, Ueber seine Objective und die von Huyghens gegebene Hoffnung. Ph. Tr. 1665 und 1670.

la Hire, Ueber die innere Bildung des Auges. Mem. Par. Vol. X. — Ueber einige Gegenstände der Optik. Mem Par. 1709. — Ueber verschiedene Fehler des Gesichtes Ib. Vol. IX. — Ueber die krumme Linie des Lichtstrahls in der Luft Ib. 1702. — Ueber die Refraction der Oele, des Wassers und der Luft. Ib. Vol. IX. — Ueber die Refraction des Talgs Ib. 1710. — Ueber die Wirkung der nächtlichen Feuchtigkeit auf die Objective. Ib. 1699. — Ueber einige Eigenschaften ebener Gläser. Ib. 1699.

Homberg, Versuche über den Phosphor. Mem. Par. Vol. X. — Ueber Brennspiegel. Ib. 1705 und 1708.

Hook, Ueber Brennspiegel. Phil. Tr. 1687.

Horsley, Ueber einige Schwierigkeiten in der Newtonianischen Theorie des Lichtes. Ph. Tr. 1770.

Hulme, Versuche über die Eigenschaften des Lichtes. Ph. Tr. 1800 u. 1801.

Hutton, Ueber Licht, Hitze und Feuer. Mem. Edinb. Vol. IV.

Huyghens, System des Lichtes. Mem. Par. Vol. I. — Erfindnng eines Niveaus mit Fernrohr. Mem. Par. Vol. I. et X. — Ueber grofse Fernröhre ohne Rohr. Ib. 1715.

Huyghens, Ueber eine neue Art von Mikroscopen. Mem. Par. Vol. X. — Ueber catoptrische Fernröhre. Ib. Vol. X.

Jeaurat, Bestimmung der Refraction und Farbenzerstreuung in Kron- und Flintglas und Dimension der zwey-, drey-, vier- und fünffachen Objective. Mem. Par. 1770. — Ueber achromatische Objective und Oculare. Ib. 1779.

Jenkins, Ueber Verfertigung sphärischer Linsen. Phil. Tr. 1741.

Kästner, Von der Aberration der Linsen. Comment. Götting. Vol. I. — Ueber sphärische Spiegel. Ib. Vol. VII, VIII.

Karsten, Erste Gründe der Photometrie. Abhdl. d. bayr. Acad. Vol. IX.

Klingenstierna, Von der Abweichung der Lichtstrahlen in Linsen. Schwed. Acad. 1760. — Ueber das Gesetz der Brechung bey Lichtstrahlen. Ib. 1754. Phil: Trans. 1760.

Klügel, Neue Berechnung doppelter Objective. Comment. Gott. Vol. XIII.

Kraft, Dioptrische Elemente für achromatische Objective zu Microscopen. Mem. Petrop. Vol. III. — Ueber ein catoptrisch-geometrisches Problem. Mem. Petrop. Vol. V, VII, et XII.

Lambert, Ueber achromatische Fernröhre mit einer einzigen Glasgattung. Mem. Berl. 1771.

Leibnitz, Ueber die Verfertigung der gläsernen Spiegel. Misc. Berol Vol. I.

Lieberkühn, Ueber anatomische Mikroscope Mem. Berl. 1745.

Mairan, Ueber die Reflexion des Lichtes von Körpern. Mem. d. Par. 1722, 1723, 1738, 1740. — Ueber die Farben. Mem. Par. 1720.

Malebranche, Ueber das Licht und die Farbe. Mem. Par 1699.

Malus, Journal de l'école polytechnique T. VII und Memoires presentes à l'institut. Vol. II. Par. 1811.

Marggraf, Ueber Lichtsauger.

Maraldi, Optische Experimente. Mem. Par. 1723.

Marchetti, Ueber die Phosphorescenz des bononischen Steins Comment. Bonon. Vol. VII.

Marsigli, Ueber den bononischen Stein. Mem. Par. Vol. I.

Maskelyne, Aberration des Lichtes bey Linsen. Phil. Tr. 1761.

Maupertuis, Ueber das Gesetz der Brechung und Zurückstrahlung des Lichtes. Mem. Par. 1744. — Ueber Licht und Farben. Mem Berl. 1745, 1776.

Mayer, Tob. Ueber die Gesichtsschärfe. Comment. Gott. Vol. IV.

Meidinger, Ueber das Leuchten des faulen Holzes. Berl. Gesellschaft Naturforsch. Freunde.

Melvil, Ueber Licht und Farben. Essays and Observat. Phys and Litt. Vol. II. — Ueber die verschiedene Brechbarkeit der Strahlen. Phil. Trans. 1753.

Molyneux, Ueber ein dioptrisches Problem bey Fernröhren mit vier Linsen. Ph. Trans. 1686.

Murdoch, Ueber die Farben. Phil. Trans. 1763.

Nairne, Ueber ein neues Aequatorial. Phil. Trans. 1771.

Needham, Ueber einen Brennspiegel von 66 Fufs Brennweite. Phil. Trans. 1747.

Newton, Neue Theorie des Lichtes und der Farben. Phil. Trans 1661, 1672, 1673, 1675, 1676. — Ueber ein neues Spiegeltelescop. Phil. Trans. 1672, 1673.

Nicolini, Ueber Buffons Brennspiegel. Phil. Trans. 1747.

Oriani, Ueber Verbesserung der achromatischen Fernröhre. Mem. della Soc. Ital. Vol. III.

Passement, Ueber ein Spiegeltelescop an dem Quadranten. Mem. Par. Vol. VII.

Perault, Ueber sehr grofse Fernröhre. Mem. Par. Vol. I.

Pereboom, Geometrisch katoptrische Probleme. Nova acta acad. nat. curios. Vol. V.

Picard, Fragmente über Dioptrik. Mem. Par. Vol. VI.

Ramsden, Beschreibung eines neuen Oculars zu Fernröhren. Phil. Trans. 1783.

Réaumur, Ueber Maschinen zu sehr grofsen Fernröhren. Mem. Par. 1713.

Redern, Ueber die Verbesserung der Fernröhre. Mem. Berlin 1759.

Robison, Ueber die Bewegung des Lichtes. Transact. of Edinb.

Rochon, Ueber achromatische Linsen. Mem. des Soc. Savant. et Litt. Vol. I.

Roemer, Ueber die Bewegung des Lichtes. Mem. Par. Vol. I.

Roy, Ueber den Bau des Auges. Mém. Paris 1775.

Ruë, Analogie des Lichtes und des Schalls. Mem. de l'Acad. de Caën 1774.

Schröder, B. G. Von den Phosphoren. Nat. forschend. Gesellsch. in Danzig. Neue Sammlung. 1. B.

Schröter, J. H. Beschreibung eines dreyzehnfüfsigen Telescops. Com. Gott. 11. B.

Sogner, Katadioptrischer Sector. Novi Com. Petro. Vol. VI.

Short, Ueber die Verfertigung der Objectiv-Linsen. Ph. Trans. 1769. — Beschreibung eines Aequatorials. Ibid. 1749.

Slare, Optische Experimente. Phil. Trans. 1683.

Stiles, Ueber die Mikroscope von Torre. Phil. Trans. 1765.

Smith, Verbesserung der katadioptrischen Telescope. Phil. Trans. 1740.

Stampfer, Zwey dioptrische Abhandlungen. Jahrbücher des polyt. Instituts in Wien. Vol. VII.

Tschirnhausen, Ueber eine neue Fernrohrlinse. Mem. Par. 1700. — Ueber Brenngläser. Mem. Par. 1699.

Wargentin, Ueber die Geschwindigkeit des Lichtes. Abhandl. der schwed. Acad. 1744.

Wilson Alex., Ueber die Fadennetze bey Fernröhren. Phil. Trans. 1774.

Wilson Jam. Ueber Mikroscope. Phil. Trans. 1702.

Wollaston, Ueber die horizontale Refraction. Phil. Trans. 1803. — Ueber die Messung der Brechung und Farbenzerstreuung, und über den isländischen Krystall. Ph. Trans. 1802.

Wren, Ueber hyperbolische Glaslinsen. Phil. Trans. 1669.

Young, Ueber Theorie des Lichtes und der Farben. Phil. Trans. 1802. — Ueber Schall und Licht. Ibid. 1800. — Ueber den Mechanismus des Auges. Ibid. 1801. — Ueber Newtons Correction der Objective. Trans. of the Irisch Acad. Vol. IV.

Zanotti, Ueber die Brechbarkeit der Strahlen. Com. Bonon. Vol. II

Zeiher, Ueber das Sonnen-Mikroscop. Novi Com. Petrop. Vol. X. — Ueber Brenngläser und Brennspiegel. Novi Com. Petrop. Vol. VII.